Schatz · Tammer

Erste Hilfe – Chemie und Physik

für Mediziner

plus Mathe Basics

Springer

Jürgen Schatz (Hrsg.)
Robert Tammer (Hrsg.)

Erste Hilfe – Physik und Chemie für Mediziner

Mit 422 farbigen Abbildungen und 79 Tabellen

Springer

Dr. rer. nat. Jürgen Schatz
LMU München
Dept. Chemie und Biochemie
Butenandtstr. 5-13, Haus F 3.080
81377 München
E-Mail: med@jschatz.de

Dr. rer. nat. Robert Tammer
Inst. f. Quanteninformationsverarbeitung
Universität Ulm/ Büro: N25 / 428
Albert-Einstein-Allee 11
89069 Ulm
E-Mail: robert.tammer@uni-ulm.de

ISBN-13 978-3-540-33959-5 Springer Medizin Verlag Heidelberg

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Springer Medizin Verlag
springer.de

© Springer Medizin Verlag Heidelberg 2007

Produkthaftung: Für Angaben über Dosierungsanweisungen und Applikationsformen kann vom Verlag keine Gewähr übernommen werden. Derartige Angaben müssen vom jeweiligen Anwender im Einzelfall anhand anderer Literaturstellen auf ihre Richtigkeit überprüft werden.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürfen.

Planung: Kathrin Nühse, Heidelberg
Fachlektorat: Dr. Susanne Meinrenken, Freiburg
Zeichnungen: Alexander Dospil, Greifenberg
Reagenzgläser: Heike Görner, Ulm
Projektmanagement: Rose-Marie Doyon, Heidelberg
Umschlaggestaltung & Design: deblik, Berlin
Satz: Fotosatz-Service Köhler GmbH, Würzburg

SPIN 11588160

Gedruckt auf säurefreiem Papier 15/2117 – 5 4 3 2 1 0

Vorwort

Herzlichen Glückwunsch, Sie haben einen Studienplatz in der Medizin oder einer vergleichbaren Lebenswissenschaft bekommen. Ein erster Blick in die Studienordnung, die Stundenpläne etc. führt aber schon zur Ernüchterung, denn da finden sich auch so ungeliebte Fächer wie Physik oder Chemie. Da fällt Ihnen dann wieder ein, dass der letzte Chemieunterricht sehr lange her ist oder dass Sie das Fach Physik eh' immer gehasst haben (ist auch in beliebigen anderen Kombinationen denkbar).

So oder so ähnlich stellte sich für uns die Situation bei Gesprächen mit den Studienbeginnern in den ersten Semesterwochen dar. Als nächste Frage kam immer: »Ich will doch Medizin (oder …) studieren – wozu braucht man dafür Physik/Chemie?« Die Antwort ist dann immer relativ leicht: Jeder Mediziner braucht ein gewisses Maß an naturwissenschaftlichem Grundverständnis: denken wir nur an die Funktion unserer Sinne, die Chemie unseres Stoffwechsels inklusive Medikamente, die medizintechnische Ausstattung der Kliniken, aber auch die neuesten medizinischen Forschungsgebiete der Humangenetik. Der (Wieder)Einstieg in die Naturwissenschaften ist aber nichtsdestotrotz in den ersten Semestern für die meisten hart und auch mit einer hohen Hemmschwelle verbunden.

Die neue Approbationsordnung (2002) führte zu einer inhaltlichen Abstimmung aller Fächer der Vorklinik, um diesen Studienabschnitt zu straffen und effizient zu gestalten. Bei den gemeinsamen Gesprächen an der Universität Ulm, an der beide Herausgeber lehren/lehrten, zeigten sich immer die gleichen Hauptprobleme: die einzelnen Studierenden bringen aus ihrer Schulzeit extrem unterschiedliche naturwissenschaftliche Kenntnisse mit, die erst auf ein einheitliches Niveau gebracht werden müssen. Nach unserer Erfahrung gibt es ein weiteres Problem: die meist geringen mathematischen Kenntnisse erschweren einen Zugang zu Naturwissenschaften oder machen ihn in einigen Fällen fast unmöglich (Zitat: »Was ist denn ein Logarithmus?« – da wird es schwer mit dem pH-Wert).

Hier setzt ERSTE HILFE ein, in dem wir einen »Mathe-Basics-Teil« den Naturwissenschaften Chemie und Physik vorangestellt haben. Dieser entstand aus einem von der Physik und Chemie an der Universität Ulm gemeinsam durchgeführten und bewährten Mathematik-Vorkurs. Wohlbemerkt: ERSTE HILFE soll nicht dazu dienen, etablierte Lehrbücher der Chemie und Physik zu ersetzen, sondern den Zugang zu diesen oft als schwierig erachteten Fächern leichter zu machen. Deshalb ist auch hier ein anderes Konzept für ein Lehrbuch beschritten worden:

VON STUDIERENDEN FÜR STUDIERENDE.

Die Autoren der einzelnen Kapitel haben größtenteils bei uns in Ulm die entsprechenden Kurse der Physik und Chemie erfolgreich absolviert und den 1. Abschnitt der ärztlichen Prüfung (Physikum) hinter sich. Aus deren eigenen Erfahrungen – auch bei der Vorbereitung zu den Physikumsprüfungen – entstanden die Schwerpunkte der einzelnen Kapitel. Hier zeigte sich auch, dass Dinge, die wir im Unterricht nur sehr kurz behandeln (»Ist ja trivial«) hier etwas ausführlicher darlegt sind – aber auch der umgekehrte Fall ist zu finden. Anscheinend gibt es hier doch unterschiedliche Betrachtungsweisen. Trotzdem ist der Gegenstandskatalog der Physik wie auch der Chemie abgedeckt, in einer Form, die sich – zumindest für die Autoren – als erfolgreich für alle notwendigen Prüfungen erwies. Absicht ist auch gewesen, die »Sprache der Studierenden« möglichst zu erhalten; dies erforderte von Herausgeberseite natürlich Zurückhaltung, sollte aber ein etwas kurzweiliges Leseerlebnis garantieren.

Wir hatten als Herausgeber nur die Aufgabe (und auch das Vergnügen), die Vielzahl von Autoren »unter einen Hut« zu bringen, was uns alle Beteiligten aber sehr leicht gemacht haben. Es war für uns erfrischend zu sehen, mit welchem Elan geschrieben, gezeichnet und diskutiert wurde, um dieses Buch möglich zu machen – und das alles neben dem normalen Semesterbetrieb oder sogar Physikumsprüfungsstress. Allen dafür vielen herzlichen Dank!!

Besonderer Dank auch an das Verlagsteam, namentlich Frau Doyon und Frau Nühse, die nicht nur die Autorinnen und Autoren zusammenhalten, sondern dazu auch noch zwei Herausgeber lenken mussten. Ebenso sei Frau Meinrenken vom Fachlektorat gedankt, für ihre Anmerkungen, Verbesserungen und Nachfragen.

Zum Schluss wünschen wir den Leserinnen und Lesern eine schöne und erfolgreiche Zeit mit ERSTE HILFE – Chemie und Physik. Naturwissenschaften können – auch in Medizin und Lebenswissenschaften – Spaß machen!

München/Ulm, August 2007 Jürgen Schatz/Robert Tammer

Die Herausgeber

Jürgen Schatz, 1966

Semester:	ca. 42 ;-)
Hobbys:	Familie, Lesen, Trompete
Lieblingsfach:	Organische Chemie
Berufsziel:	Na ja, bin ganz zufrieden
Warum ich Herausgeber bin:	Wenn es einigen hilft, durchs Studium zu kommen, hat es sich rentiert!

Robert Tammer, 1958

Hobbys:	Familie – 3 Kinder (13,15,17) und deren Hobbys, selber spiele ich Tennis und bin Sportkegler
Lieblingsfach:	Experimentelle Physik, Speziell alles was mit Optik zu tun hat
Berufsziel:	Meistens genau das was ich mir vorgestellt habe
Warum ich Herausgeber bin:	Physik von Medizinern für Mediziner – könnte manchem Medizinstudenten den Zugang zur Physik in der Medizin erleichtern!

Die Autoren

Susanne Albrecht, 1986

Semester:	4. Semester
Hobbys:	Briefe/Emails schreiben; Telefonieren; Sommer, Sonne, Strand
Lieblingsfach:	Anatomie
Berufsziel/Fachrichtung:	Ärztin?!?! Bezüglich Fachrichtung noch keine genaue Vorstellung
Warum ich Autor bin:	... war eigentlich eher Zufall. Mir gefiel aber die Idee, ein Grundlagenbuch Physik/Chemie von Studierenden für Studierende zu schreiben.

Karin Charlotte Baur, 1984

Semester:	8. Semester, Zahnmedizin
Hobbys:	Taekwon Do, spielen (Karten, Billard, Gesellschaftsspiele…), Heimwerken
Lieblingsfach:	alle praktischen Kurse
Berufsziel/Fachrichtung:	Zahnärztin
Warum ich Autor bin:	So eine Gelegenheit kann man sich nicht entgehen lassen!

Birgit Beyrle, 1984

Semester:	6. Semester
Hobbys:	Geschichte, Gitarre, Reisen, Sprachen, basteln, Gymnastik uvm.
Lieblingsfach:	Anatomie, Chemie
Berufsziel/Fachrichtung:	Wahrscheinlich Richtung Gynäkologie
Warum ich Autor bin:	Geistesblitz

Stefanie Bohn, 1984

Semester:	6. Semester
Hobbys:	Lesen, Schwimmen, Musik, Philosophie
Lieblingsfach:	Medizinethik, Pharmakologie
Berufsziel/Fachrichtung:	Unsere Hauptaufgabe ist nicht, zu sehen, was in vager Ferne liegt, sondern nur das zu tun, was das Nächstliegende ist (Thomas Carlyle)
Warum ich Autor bin:	Um für die ersten Schritte im Medizinstudium zu motivieren und zu begeistern.

Dominik Buckert, 1983

Semester:	6. Semester
Hobbys:	Gitarre, Fahrrad, natürlich Billard …
Lieblingsfach:	Bis jetzt? Physiologie
Berufsziel/Fachrichtung:	Noch nicht ganz sicher. Wahrscheinlich Chirurgie (Allgemeine)
Warum ich Autor bin:	Werde ja sonst auch immer gefragt, wenn's um's Fachliche geht.

Theresa Fels, 1985

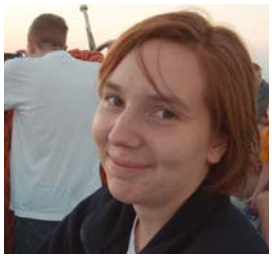
Semester: 4. Semester

Hobbys: Tanzen (lateinamerikanische und Standardtänze), Schwimmen, Bergsteigen, Kino

Lieblingsfach: in der Schule: Mathematik, in der Uni: Physiologie

Berufsziel/Fachrichtung: Ärztin (evtl. Chirurgie)

Warum ich Autorin bin: Von den naturwissenschaftlichen Fächern hat mich Physik am meisten interessiert. Daher hatte ich Physik in der Schule von der 8. bis 13. Klasse, was mir im Physikpraktikum an der Uni sehr geholfen hat.



Annekathrin Drensek, 1985

Semester: 6. Semester

Hobbys: Orgel spielen, Lesen

Lieblingsfach: Pharmakologie

Berufsziel/Fachrichtung: Pädiatrie

Warum ich Autor bin: Denn sie wissen nicht, was sie tun!
Hat mich einfach interessiert!

Heike Görner, 1983

Semester: 8. Semester

Hobbys: Tanzen, Singen, Sport, Lesen, Yoga

Lieblingsfach: Pädiatrie/ Innere, Chemie

Berufsziel/Fachrichtung: Allgemeinarzt

Warum ich Autor bin: Ich will dadurch bei anderen die Begeisterung für das Fach Chemie wecken, welches mich selbst seit vielen Jahren fasziniert. Mein Kapitel ermöglichte mir Sprache und Chemie miteinander zu verbinden.
Vielen Dank an meinen Freund und an meine Familie, die mich immer in allem unterstützen!

Verena Gruber, 1984

Semester: 6. Semester

Hobbies: Sport, Freunde, Lesen, Fotografieren

Lieblingsfach: Mich interessieren viele Fächer. Kein herausragendes Lieblingsfach.

Berufsziel/Fachrichtung: Fachlich und menschlich gut ausgebildete Medizinerin; Fachrichtung noch offen

Warum ich Autor bin: Motivation an einem Buch mitzuwirken

Ann-Kathrin Hartmann, 1985

Semester: 6. Semester

Hobbys: Lesen, Fernsehen, Reden

Lieblingsfach: Englisch

Berufsziel/Fachrichtung: Noch in Planung. Aktueller Favorit: Landarzt (Allgemeinmedizin)

Warum ich Autor bin: Ich schreibe gern und probier gern neue Sachen aus. Außerdem hab ich mir gedacht, dass die Mitarbeit an diesem Buch Spaß machen könnte.

Maria Heuberger, 1984

Semester:	4. Semester
Hobbys:	Basketball, Klavier, Jonglieren, Lesen, Reisen, Musik
Lieblingsfach:	Physiologie und Psychologie
Berufsziel/Fachrichtung:	Neurologie
Warum ich Autor bin:	weil man nie genug Erfahrung sammeln kann

Ricarda Krebs, 1984

Semester:	8. Semester
Hobbys:	Mit Freunden treffen, Lesen, Wandern, Reisen
Lieblingsfach:	Chirurgie, Orthopädie, Biochemie
Berufsziel/Fachrichtung:	Auf jeden Fall ein operatives Fach – wenn auch noch nicht ganz genau feststeht, wo es mich letztendlich hin verschlägt.
Warum ich Autor bin:	Das Studium hat mir gezeigt, dass ein Fach wie (Bio-)Chemie richtig interessant sein kann. Der letzte Schritt, die Berührungsangst mit diesem Fach zu verlieren, bestand darin, sich als Autorin an diesem Buch zu beteiligen. Gewidmet Herrn Dr. med. Klaus Rosskopf, der in mir die Freude an der Medizin geweckt hat.

Anne McDougall, 1984

Semester:	6. Semester
Hobbys:	Tanzen, Lesen, Volleyball
Lieblingsfach:	Englisch, Pharmakologie
Berufsziel/Fachrichtung:	Momentaner Favorit: Anästhesie, ändert sich aber des öfteren
Warum ich Autor bin:	Proflilierungssucht! Nein, fand einfach das Projekt interessant.

Stefanie Nina Rankl, 1983

Semester:	8. Semester
Hobbys:	Pferde und Reiten, Handball, Snowboarden, Kino, Bücher und Freunde treffen
Lieblingsfach:	Biochemie, Pädiatrie
Berufsziel/Fachrichtung:	Pädiatrie
Warum ich Autor bin:	Ich empfand es als eine Herausforderung mal der »Schreiberling« zu sein. Ich möchte mich bei meiner Mama bedanken, die mich in allem so sehr unterstützt und immer für mich da ist!

Simon Sachs, 1984

Semester:	4. Semester, Studium von Volkswirtschaftslehre und Europäischem Recht an der Universität Würzburg
Hobbys:	Debattierclub, Politik, Fußball
Lieblingsfach:	Finanzwissenschaft
Berufsziel/Fachrichtung:	noch offen
Warum ich Autor bin:	Physik ist ein faszinierendes Fach und ich hoffe durch meinen Beitrag auch anderen die Liebe dazu vermitteln zu können.

Lisa Schiefele, 1984

Semester: 8. Semester
Hobbys: Sport (Ballsportarten, Klettern, Schwimmen, …), Lesen, Spielen, Reisen …
Lieblingsfach: Pädiatrie, Neurologie
Berufsziel/Fachrichtung: Vielleicht Neuropädiatrie
Warum ich Autor bin: Weil ich gefragt wurde, ob ich mitschreiben möchte und noch weiß, wie es war Chemie und Physik zu lernen...

Malte Schirrmann, 1984

Semester: 6. Semester
Hobbys: Segeln, Klettern, Gleitschirmfliegen, Tanzen, Snowboarden
Lieblingsfach: Noch keines…
Berufsziel/Fachrichtung: Praktizierender Arzt/Forschung?
Warum ich Autor bin: Eher Zufall, auf Nachfrage von Dr. Schatz in der Vorlesung habe ich Interesse entwickelt und bin dran geblieben. War aber auch in der Schulzeit schon von Chemie fasziniert.

Dominik Schneidawind, 1985

Semester: 6. Semester
Hobbys: Judo, Snowboarden, Schwimmen, Lesen
Lieblingsfach: Histologie, Pathologie
Berufsziel/Fachrichtung: Kein operatives Fach
Warum ich Autor bin: Zum einen such ich die Herausforderung, zum anderen brauch ich die Kohle.

Katharina Trenkle, 1983

Semester: 6. Semester
Hobbys: Bergsteigen, Segeln, Skifahren, Klavier, …
Lieblingsfach: Bis jetzt Anatomie, gerade Pharmakologie
Berufsziel/Fachrichtung: Orthopädie/Unfallchirurgie
Warum ich Autor bin: Interesse

Philipp Wagner, 1980

Semester: im PJ
Hobbys: Reisen, Skifahren, Squash
Lieblingsfach: Physik, Anatomie & Chirurgie
Berufsziel/Fachrichtung: »irgendwas zum Schnippeln«
Warum ich Autor bin: weil ich als Student oft genug selbst unter grottenschlechten und praxisfernen Büchern gelitten habe!

Erste Hilfe – Chemie und Physik für Mediziner

Autorenname

Lernziele:
Was bringt mir das Kapitel? Die wichtigen Begriffe

Leitsystem:
Schnelle Orientierung über die Kapitel und Anhang

Wie jetzt?
Mit einer Frage zu Beginn wird ins Thema eingestiegen

Inhaltliche Struktur:
klare Gliederung durch alle Kapitel

Schlüsselbegriffe
sind fett hervorgehoben

Grundlagen
Grundlegendes verpasst? Kapitel 1 + 2 hilft weiter

Abbildungen
Bilder sagen mehr als 1000 Worte

Tabelle:
klare Übersicht der wichtigsten Fakten

Grundlagen

8.2 Chemische Bindungen

Lisa Schiefele

- Valenzelektronen
- Oktettregel und Edelgaskonfiguration
- Elektronegativität
- Ionenbindung

Wie jetzt?

Woher kommt Eiter?
Ein Patient wird aufgrund einer großen Wunde am Fuß ins Krankenhaus gebracht. Er gibt Schmerzen im Bereich der Wunde an und beim Messen der Temperatur stellen Sie fest, dass er leichtes Fieber hat. Sie nehmen den Verband von der Wunde und erkennen Eiter in entzündetem Gewebe. Die Wunde ist also infiziert und der Körper scheint sich heftig gegen die Eindringlinge zu wehren. Aber woher kommt denn eigentlich der Eiter?

8.2.1 Grundlagen zum Verständnis chemischer Verbindungen

8.2.1.1 Atombau, PSE und Valenzelektronen

Abb. 1.1. Ohne Kommentar!

Warum ein Atom in der Reaktion genau diese Bindung eingeht und nicht eine andere, warum auf einmal drei Atome und nicht zwei oder vier sich verbinden, ist für viele Lernenden schwierig nachzuvollziehen. Um dies zu verstehen ist es hilfreich, einige Grundregeln der Reaktionen von Atomen zu kennen. Diese werden wir zuerst kennenlernen, bevor wir uns den einzelnen Bindungen widmen.

Als erstes muss man den **Aufbau eines Atoms** kennen, v. a. die Verteilung der Protonen und Elektronen im Atom (Abb. 8.2). Außerdem kommt man nicht um das **PSE** (Periodensystem der Elemente) herum. Auch wenn es für manchen mehr wie eine Beschäftigungsmaßnahme wirken mag, ist es hilfreich das PSE auswendig zu wissen, also Periode und Gruppe der (häufig gebrauchten) Hauptgruppenelemente zu kennen. Deshalb ist es sinnvoll, sich vor diesem Kapitel noch einmal mit den Grundlagen zu Atombau, PSE etc. zu beschäftigen (▶ Kap. 2.1; für Ausführlicheres zum PSE ▶ Kap. 9).

Ergibt sich eine Gleichung der allgemeinen Form, also $ax^2 + bx + c = 0$, so löst man diese anhand der so genannten **Mitternachtsformel**. Diese hat ihren Namen angeblich der Tatsache zu verdanken, dass jeder Schüler, und wahrscheinlich auch jeder Medizinstudent, sie auch dann noch aufsagen können sollte, wenn man ihn um Mitternacht aus dem Bett wirft und danach fragt (Abb. 1.1). Also: Merken! Die Mitternachtsformel lautet:

▶ Mitternachtsformel:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

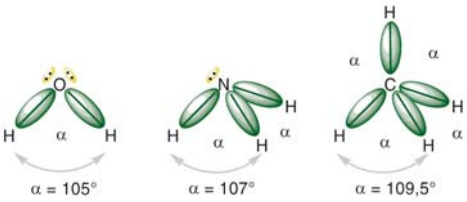


Abb. 8.25. Wasser, Ammoniak und Methan als Beispiele für die Geometrie verschiedener Moleküle

Tab. 8.4. Bindigkeit eines Atoms

Anzahl der möglichen Atombindungen	Bindigkeit	Elemente
1	einbindig	VII. Hauptgruppe
2	zweibindig	VI. Hauptgruppe
3	dreibindig	V. Hauptgruppe (N, P)
4	vierbindig	Kohlenstoff

Navigation
Wo bin ich? Seitenzahl und Kapitelnummer für die schnelle Orientierung?

Hätten Sie's gewusst?

Die Sache mit den Kalorien

Die Energiewerte von Lebensmitteln werden ja bekanntlich in kcal mol^{-1} oder besser (seit der internationalen Einigung 1979) in kJ mol^{-1} angegeben. Damit ist die Energie gemeint, die bei deren »Verbrennung« im menschlichen Verdauungstrakt frei wird. Das hat in diesem Fall mit Feuerbestattung nichts zu tun. In der organischen Chemie ist der Energiegehalt einer Verbindung durch die Reaktion mit O_2 festgelegt. Man misst den Temperaturanstieg währenddessen in einem geschlossenen Behälter, genannt Kalorimeter, und berechnet daraus die experimentell bestimmte Verbrennungsenthalpie. Diese entspricht der Reaktionsenthalpie, die in einem analogen Vorgang in unserem Stoffwechsel insgesamt frei würde.

Hätten Sie's gewusst?
Interessantes für zwischendurch

Roter Text: gleich abspeichern

Atombindungen mit verschiedenen Partialladungen nennt man polarisierte kovalente Bindung (oder polare kovalente Bindung, polare Atombindung oder polare Elektronenpaarbindung). In einer polaren Atombindung besitzt grundsätzlich das Atom mit höherer Elektronenaffinität eine negative Teilladung, das Atom mit kleinerer Elektronennegativität entsprechend die positive Teilladung. Gekennzeichnet werden Teilladungen im Molekül durch ein δ^+ für die positive, ein δ^- für die negative Teilladung.

► In einer polaren Atombindung besitzt grundsätzlich das Atom mit höherer Elektronenaffinität eine negative Teilladung, das Atom mit kleinerer Elektronennegativität entsprechend die positive Teilladung.

Marginalie:
Wichtiges wird in der Randspalte wiederholt

kurz & knapp

- Reversible chemische Reaktionen sind Gleichgewichtsreaktionen, für die mit Hilfe des Massenwirkungsgesetzes (MWG) die Gleichgewichtskonstante *K* berechnet werden kann:

$$K = \frac{k_{hin}}{k_{rück}} = \frac{[C]\cdot[D]}{[A]\cdot[B]}$$

- Für K>1 liegt das Gleichgewicht auf der Seite der Produkte, für K<1 auf Seite der Edukte.
- Nach Brønstedt sind Säuren Protonen-Donatoren und Basen Protonen-Akzeptoren.

kurz & knapp:
die Kernpunkte aus dem Kapitel zur Wiederholung

Übungsaufgaben

Aufgabe 1.

Aufgabe 1

Käuflicher Speiseessig hat üblicherweise einen Gehalt von ca. 5%. In einem Titrationsexperiment wurden für die Neutralisation von 100 ml eines solchen Essigs 67 ml einer 1,5 molaren NaOH-Stammlösung verbraucht.

Wie groß ist die Stoffmengenkonzentration c_0 der enthaltenen Essigsäure ($C_2H_4O_2$), wenn man annimmt, dass der Essig keine anderen Stoffe enthält, die den pH–Wert beeinflussen? Wie groß ist der genaue Massenanteil *w* (in Prozent) der Essigsäure, wenn die Dichte des Essigs 1,05 g×cm^{-3} beträgt? Welchen pH-Wert zeigt der handelsübliche Essig?

Übungsaufgaben und Lösungen:
Kapitel verstanden? Die Aufgaben zeigen es

Lösung 1.

Das verbrauchte Volumen (67 ml) der Natronlaugestammlösung entspricht einer Stoffmenge von:

$$c_1 \cdot V_1 = 67\,\text{ml} \cdot 1{,}5\frac{\text{mol}}{\text{l}} = 100{,}5\,\text{mmol}$$

Alles klar!

Eiter

Dringen Bakterien und andere Fremdkörper in den Körper ein, versucht dieser die Eindringlinge wieder los zu werden, indem das Immunsystem aktiviert wird. Dabei kommt es zu verschiedensten Reaktionen: der Bereich der Infektion wird besser durchblutet, verschiedene chemische Botenstoffe (z. B. Interleukine) werden ausgeschüttet und Zellen des Immunsystems wandern an den »Kampfplatz«.

Zwei dieser Abwehrzellen besitzen eine besondere Fähigkeit, Bakterien oder Fremdstoffe abzubauen: Die Riesenfresszellen (Makrophagen) und die so genannten Neutrophilen Granulozyten (beides sind weiße Blutkörperchen). Diese Zellen können in ihrem Inneren freie Radikale herstellen, mit denen sie die Eindringlinge angreifen: Superoxidanionen (O), Wasserstoffperoxid (H_2O_2) und Hydroxidradikale (OH•) werden in kleinen Bläschen in der Zelle gespeichert. Die Zellen fressen die Eindringlinge auf, indem sie sie in Bläschen ins Zellinnere aufnehmen. Die Bläschen mit den Radikalen und den Eindringlingen werden fusioniert, sodass nun die freien Radikale die Fremdkörper zerstören. Dabei gehen jedoch die neutrophilen Granulozyten zugrunde und werden mit anderen Abfallprodukten der Immunreaktion als Eiter vom Körper abstoßen.

Alles klar?
Die Antwort auf die Frage zu Beginn: Chemie + Physik ist doch nicht so trocken, oder?

Inhaltsverzeichnis

I Grundlagen

1 Mathematische Grundlagen 3
1.1 Gleichungen 4
Anne McDougall
1.2 Vektoren und Skalare 9
Philipp Wagner
1.3 Trigonometrie 14
Ann-Kathrin Hartmann
1.4 Potenzen und Potenzfunktionen 19
Annekathrin Drensek
1.5 Einfache Differenziale und Integrale 27
Anne McDougall
1.6 Messen und Messunsicherheiten – Statistik 32
Ann-Kathrin Hartmann
1.7 Graphische Darstellung von Zusammenhängen . . . 39
Philipp Wagner

2 Naturwissenschaftliche Grundlagen 47
2.1 SI-Einheiten 48
Annekathrin Drensek
2.2 Atombau, Bohrsches Atommodell 53
Annekathrin Drensek
2.3 Stoffe & Co. 55
Ann-Kathrin Hartmann
2.4 Masse, Stoffmenge, Dichte und Konzentration 61
Philipp Wagner
2.5 Stöchiometrisches Rechnen 65
Anne McDougall

II Physik

3 Mechanik 73
3.1 Physik der starren Körper 74
Lisa Schiefele
3.2 Verformbare Körper (Blutkreislauf) 104
Stefanie Bohn
3.3 Mechanische Schwingungen und Wellen 128
Simon Sachs

4 Wärmelehre 153
4.1 Die Temperatur 154
Maria Heuberger
4.2 Wärme 158
Maria Heuberger
4.3 Der Gaszustand 164
Maria Heuberger
4.4 Transportphänomene 171
Theresa Fels
4.5 Stoffgemische 183
Theresa Fels

5 Elektrizitätslehre 193
5.1 Elektrische Ladung und elektrisches Feld 194
Stefanie Rankl
5.2 Spannung und elektrisches Potenzial 201
Stefanie Rankl
5.3 Einfache Stromkreise 203
Stefanie Rankl
5.4 Magnetismus, Induktion und elektromagnetische Welle 213
Philipp Wagner
5.5 Wechselspannung, Wechselstrom, Biologische Wirkung 223
Philipp Wagner
5.6 Elektrizitätsleitung – Leitungsmechanismen 232
Philipp Wagner

6 Optik 241
6.1 Licht 242
Susanne Albrecht
6.2 Geometrische Optik 249
Susanne Albrecht
6.3 Wellenoptik 270
Susanne Albrecht
6.4 Optische Instrumente 274

7 Ionisierende Strahlung 283
7.1 Radioaktivität 284
Dominik Schneidawind
7.2 Röntgenstrahlung 292
Dominik Schneidawind
7.3 Wirkung ionisierender Strahlung 300
Dominik Schneidawind

III Chemie

8 Allgemeine Chemie 309
8.1 Einführung 310
Jürgen Schatz
8.2 Chemische Bindungen 312
Lisa Schiefele
8.3 Das chemische Gleichgewicht 336
Katharina Trenkle
8.4 Oxidation – Reduktion 354
Birgit Beyrle
8.5 Chemische Reaktionsenergetik und -kinetik 366
Karin Baur

9 Anorganische Chemie 385
Verena Gruber
9.1 Das Periodensystem (PSE) 386
9.2 Exemplarische Abhandlung der Chemie wichtiger Elemente 391

10 Organische Chemie 401
10.1 Kohlenwasserstoffe 402
Stefanie Bohn
10.2 Verbindungen mit Heteroatomen 418
Dominik Buckert
10.3 Grundlegende Reaktionstypen und -mechanismen der organischen Chemie 439
Stefanie Rankl
10.4 Einführung in die Naturstoffe: Kohlenhydrate, Fette und Aminosäuren 457
Ricarda Krebs

11 Komplexchemie 485
Malte Schirrmann
11.1 Einleitung 486
11.2 Genereller Aufbau 486
11.3 Struktur und Geometrie 487
11.4 Chelatkomplexe 489
11.5 Stabilität 491
11.6 Isomerie 493
11.7 Bindungstheorien 494

12 Nomenklatur in der Chemie 499
Heike Görner
12.1 Einleitung 500
12.2 Anorganische Stoffe 501
12.3 Funktionelle Gruppen und Ausnahmen 504
12.4 Organische Stoffe 505
12.5 Komplexnomenklatur 510

Anhang 513
A1 Formelsammlung und wichtige Tabellen 514
A2 Quellenverzeichnis 529
A3 Sachverzeichnis 531

I Grundlagen

1 Mathematische Grundlagen – 3

2 Naturwissenschaftliche Grundlagen – 47

1 Mathematische Grundlagen

1.1 Gleichungen – 4
Anne McDougall
1.1.1 Der Begriff Gleichung – 4

1.2 Vektoren und Skalare – 9
Philipp Wagner
1.2.1 Vektoren – 9
1.2.2 Skalare – 13

1.3 Trigonometrie – 14
Ann-Kathrin Hartmann
1.3.1 Die Winkelfunktionen sin, cos, tan – 15
1.3.2 Der Einheitskreis – 15
1.3.3 Der Satz des Pythagoras – 16
1.3.4 Die schiefe Ebene – 17

1.4 Potenzen und Potenzfunktionen – 19
Annekathrin Drensek
1.4.1 Potenzen – 20
1.4.2 Potenzgesetze – 20
1.4.3 Potenzfunktionen – 21
1.4.4 Wachstums- und Zerfallsgesetz – 22
1.4.5 Exponenzial- und Logarithmusfunktionen – 24

1.5 Einfache Differenziale und Integrale – 27
Anne McDougall
1.5.1 Differenzialrechnung – 27
1.5.2 Integrale – 29

1.6 Messen und Messunsicherheiten – Statistik – 32
Ann-Kathrin Hartmann
1.6.1 Messfehler – 33
1.6.2 Mittelwert, Standardabweichung, Messunsicherheit – 34
1.6.3 Fehlerfortpflanzung – 36

1.7 Graphische Darstellung von Zusammenhängen – 39
Philipp Wagner
1.7.1 Warum überhaupt Schaubilder und Diagramme? – 40
1.7.2 Gedanken vor dem Zeichnen eines Schaubildes – 40
1.7.3 Material – 40
1.7.4 Grundlagen – 41
1.7.5 Messunsicherheiten – 42
1.7.6 Ausgleichskurve – 43
1.7.7 Lineare Zusammenhänge – 43

1.1 Gleichungen

Anne McDougall

- Was ist eine Gleichung?
- Lineare Gleichungen
- Quadratische Gleichungen

Wie jetzt?

Wer kennt das nicht?
Sie sitzen in einer Prüfung und versuchen eine Aufgabe zu lösen. Endlich haben Sie glücklich die richtige Formel zur Berechnung ausgemacht, doch jetzt ist leider nicht nach der isoliert stehenden Größe gefragt, sondern nach irgendeiner Variablen mitten in einem Pulk der verschiedensten Größen. Spätestens jetzt ergibt sich die Frage: »Wie löst man noch gleich eine Gleichung auf?«

1.1.1 Der Begriff Gleichung

Was eigentlich ist eine Gleichung?

► Gleichung: linke Seite = rechte Seite

Gleichung ist ein Wort, das dem einen oder anderen aus Schulzeiten noch allzu gut bekannt ist und manchem vielleicht sogar den Angstschweiß ins Gesicht treibt, eigentlich aber gar nicht so groß ist, wie es immer tut. Eine Gleichung ist im Grunde nichts anderes als eine Behauptung folgender Art: **»linke Seite = rechte Seite«**. Je nachdem, in welchen Potenzen die in der Gleichung enthaltenen Variablen vorliegen, lassen sich verschiedene Gleichungstypen unterscheiden. Wir wollen uns hier allerdings nur mit den 2 einfachsten Typen beschäftigen: den linearen und den quadratischen Gleichungen:

- Lineare Gleichung: $7x - (8 + 3) = 2(x + 5)$
- Quadratische Gleichung: $4x^2 + 3x = -7$

1.1.1.1 Lineare Gleichungen

► Lineare Gleichung: Lösungsvariable kommt nur in der 1. Potenz vor ($a \cdot x+b=0$)

Eine Gleichung nennt man dann linear, wenn die Lösungsvariable (die Unbekannte, meist wird hierfür das x verwendet) nur in der ersten Potenz vorkommt, also x^1 bzw. schlicht x ist. Die allgemeine Form einer linearen Gleichung ist demnach $a \cdot x + b = 0$.

Lösungsweg

► Äquivalenzumformungen: Addition und Subtraktion, Multiplikation und Division (außer mit 0), Seiten-Vertauschen, Ausklammern, Ausmultiplizieren

Das Zauberwort zum Lösen von Gleichungen heißt **Äquivalenzumformung**. **Mit Äquivalenzumformung sind Rechenoperationen gemeint, die auf beiden Seiten des Gleichzeichens durchgeführt werden und die Lösungsmenge der Gleichung nicht verändern.** Hierunter fallen:

- Addieren und Subtrahieren,
- Multiplizieren (außer mit Null!) und
- Dividieren (darf man sowieso nicht durch Null).

Außerdem ist es erlaubt, die Seiten der Gleichung zu vertauschen und Termumformungen anzuwenden, wie Zusammenfassen, Ausklammern und Ausmultiplizieren. Wer jetzt denkt: »Da fehlt aber was!«, der sei zur Vorsicht gemahnt, denn Quadrieren und Wurzelziehen verändert unter Umständen die Lösungsmenge und diese dürfen deshalb nicht ohne spätere Überprüfung angewandt werden.

Sinn und Zweck dieser Umformerei ist es die Lösungsvariable zu isolieren, sodass sie allein auf einer Seite der Gleichung steht und man ihren Wert auf der anderen Seite ablesen bzw. berechnen kann.

Bei linearen Gleichungen hält sich der Aufwand im Allgemeinen eher in Grenzen, da hier hauptsächlich Ausmultiplizieren und geschicktes Zusammenfassen gefragt sind.
An einem **Beispiel** sollen die einzelnen Schritte ausführlich erläutert werden:

$$10x - (2x + 2) = 2(3x - 4)$$

► Lösungsschritte:
1. Klammern auflösen,
2. Zusammenfassen,
3. Isolieren,
4. Berechnen

Klammern auflösen. Als ersten Schritt empfiehlt es sich sämtliche Klammern aufzulösen, um einfacher zusammenfassen zu können. Steht als letztes Strich-Rechenzeichen vor einer Klammer ein +, so darf man die Klammer einfach weglassen, steht allerdings als letztes Strich-Rechenzeichen vor der Klammer ein –, so müssen alle + bzw. – innerhalb der Klammer umgekehrt werden.

$$10x - 2x - 2 = 6x - 8$$

Zusammenfassen und Isolieren. Als Nächstes bringt man alle gleichen Variablen auf eine Seite und alle Zahlen ohne Variable auf die andere Seite und fasst zusammen. Dabei ist es üblich, die durchgeführte Rechenoperation hinter einem schrägen Strich anzugeben, damit die Rechnung nachvollziehbar bleibt:

$$\begin{aligned} 10x - 2x - 2 &= 6x - 8 \quad | - 6x \\ 10x - 2x - 6x - 2 &= -8 \quad | + 2 \\ 2x &= -8 + 2 \\ 2x &= -6 \end{aligned}$$

Berechnen. Zu guter Letzt teilt man dann noch durch den Koeffizienten der Lösungsvariablen und erhält das Ergebnis:

$$\begin{aligned} 2x &= -6 \quad | : 2 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

Die obige Gleichung hat also die Lösung x=-3.

1.1.1.2 Quadratische Gleichungen

► Normalform einer quadratischen Gleichung: $ax^2 + bx + c = 0$

Quadratische Gleichung nennt man eine Gleichung, in der die Unbekannte maximal in der zweiten Potenz, also x^2, vorkommt. Die Normalform einer quadratischen Gleichung lautet:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Dabei ist wiederum x die Lösungsvariable.

Lösungsweg

Die Lösung quadratischer Gleichungen ist schon ein wenig aufwendiger als die linearer, aber immer noch kein Hexenwerk! Nach den ersten Umformungsschritten können einen bei einer quadratischen Gleichung unterschiedliche Ausgangsversionen für das weitere Vorgehen erwarten:

► wichtig: $\sqrt{9}=+3$, aber $x^2=9$ hat die 2 Lösungen $x_1=+3$ und $x_2=-3$

Ergibt sich eine Gleichung der Form: $ax^2+c=0$, also eine rein quadratische Gleichung, so bringt man diese durch Subtraktion auf die Form: $ax^2=-c$ und dividiert durch a. Anschließend gilt es zu überlegen, welche Zahl(en) zum Quadrat die Bedingung der Gleichung erfüllen:

- Für $x^2<0$ gibt es keine reelle Lösung,
- für $x^2=0$ nur die Lösung x=0 und
- für $x^2>0$ die Quadratwurzel und deren Gegenzahl.

Beispiel:

$2(x^2 + 2x - 9) = 4x$ | ausmultiplizieren
$2x^2 + 4x - 19 - 4x$ | $-4x$
$2x^2 - 18 = 0$ | $+18$
$2x^2 = 18$ | $:2$
$x^2 = 9$

Durch Wurzelziehen auf beiden Seiten erhalten wir nun die Lösungen. Hierbei ist Vorsicht geboten, denn es kommen zwei mögliche Werte für x in Frage, für die die Gleichung in eine wahre Aussage überführt wird: $x_1 = +3$ und $x_2 = -3$.

Ergibt sich eine Gleichung der Form: $ax^2 + bx = 0$, klammert man als ersten Schritt x aus, also: $x(ax + b) = 0$. Die Lösung folgt aus der Überlegung, dass ein Produkt nur dann Null ergeben kann, wenn mindestens einer der Faktoren Null ist. So erhält man als erste Lösung sofort $x_1 = 0$. Lösung 2 ergibt sich, indem man ermittelt, für welchen Wert von x der Inhalt der Klammer gleich Null wird.

Beispiel:

$3x^2 + 5x = 0$
$x(3x + 5) = 0$

Lösung 1:

$x_1 = 0$

und Lösung 2:

$3x + 5 = 0$ | -5 und $:3$

$x_2 = -\frac{5}{3}$

Abb. 1.1. Ohne Kommentar!

Ergibt sich eine Gleichung der allgemeinen Form, also $ax^2 + bx + c = 0$, so löst man diese anhand der so genannten **Mitternachtsformel**. Diese hat ihren Namen angeblich der Tatsache zu verdanken, dass jeder Schüler, und wahrscheinlich auch jeder Medizinstudent, sie auch dann noch aufsagen können sollte, wenn man ihn um Mitternacht aus dem Bett wirft und danach fragt (Abb. 1.1). Also: Merken! Die Mitternachtsformel lautet:

► Mitternachtsformel:
$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Den Term unter der Wurzel bezeichnet man als Diskriminante D, also $D = b^2 - 4ac$ (von lat. discriminare = unterscheiden). Die Diskriminante entscheidet darüber, ob eine Gleichung gar **keine, eine oder zwei Lösungen** hat. Eine reelle Wurzel lässt sich nur aus Zahlen ≥0 ziehen. Ist also D<0, hat die Gleichung keine reelle Lösung (dafür aber 2 komplexe Lösungen). Ist D=0, ergibt sich genau eine Lösung für die Gleichung und für D>0 ergeben sich zwei reelle Lösungen entsprechend den beiden Vorzeichen der Wurzel.

► Diskriminante $D=b^2 - 4ac$
D<0: keine Lösung,
D=0: eine Lösung,
D>0: 2 Lösungen

Beispiel:

$2x^2 - 9x + 4 = 0$

Der Vergleich mit der allgemeinen Form einer quadratischen Gleichung liefert:

a=2; b=-9 und c=4

Somit ergeben sich mit der Mitternachtsformel folgende Lösungen:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2}$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{4}$$

Aha, D ist also >0!

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm 7}{4}$$

Und somit $x_1=4$ und $x_2=0{,}5$.

Hierzu wäre noch anzumerken, dass, wenn es beim Lösen einer quadratischen Gleichung 2 Lösungen gibt, es sich empfiehlt, je nach Fragestellung zu erwägen, ob beide Lösungen sinnvoll sind (so sollte man z. B. lieber nicht versuchen, negative Medikamentenmengen zu verabreichen).

► Sind beide Lösungen sinnvoll?

Natürlich kann man die beiden zuvor behandelten Sonderfälle ebenfalls, ganz formal, mit der Mitternachtsformel lösen.

kurz & knapp

- Gleichung: »linke Seite = rechte Seite«
- Lineare Gleichung:
  - ax+b=0 → x=-b⁄a
  - Lösung: mithilfe von Ausklammern, Zusammenfassen, Äquivalenzumformungen nach x auflösen
- Quadratische Gleichung:
  - $ax^2+bx+c=0$
  - Lösung: mit der Mitternachtsformel; überlegen, welche Lösungen sinnvoll sind

Übungsaufgaben

Aufgabe 1. Löse folgende Gleichungen nach x auf:

a) $(x-7) \cdot (x+3)=x \cdot (x+2)+5$
b) $x \cdot (2x-3)+4=x-(x-3)$
c) $3x \cdot (x-2)=2 \cdot (-x-1)$
d) $4x \cdot (2-x)=2x$

Aufgabe 1

► nicht vergessen: Punkt vor Strich!!

Lösung 1.

a) $x^2+3x-7x-21=x^2+2x+5$ | $-x^2$ und $-2x$
$3x-7x-2x-21=5$ | $+21$
$-6x=26$ | $:-6$
$x=26⁄-6=-13⁄3$

b) $2x^2-3x+4=x-x+3$ | Zusammenfassen
$2x^2-3x+4=3$ | -3
$2x^2-3x+1=0$ | Mitternachtsformel

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4}$$

$x_1=1$ und $x_2=0{,}5$.

c) $3x^2-6x=-2x-2$ | +2x und +2
$3x^2-4x+2=0$ | Mitternachtsformel

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-24}}{6}$$

Diese Gleichung hat keine reele Lösung, da D=-8<0.

d) $4x^2-8x=2x$ | -2x
$4x^2-10x=0$ | Ausklammern
$x(4x-10)=0$ | Ein Produkt ist gleich 0, wenn mindestens ein Faktor 0 ist.
$x_1=0$
oder
$4x_2-10=0$ | +10 und :4
$x_2=10/4=5/2$

Aufgabe 2

Aufgabe 2. Berechne die fehlende Größe:

a) in $v=s/t$; mit $v=10$ m/s; $s=7$ m
b) $W=F \cdot s$; $s=50$ m; $W=250$ Nm

Lösung 2.

a) $t = \frac{s}{v}$

$$t = \frac{7\ \text{m}}{10\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{7\ \text{m}}{10(\frac{\text{m}}{\text{s}})} = \frac{7\ \text{m}}{10}(\frac{\text{m}}{\text{s}})^{-1} = \frac{7\ \text{m}}{10}(\frac{\text{s}}{\text{m}}) = \frac{7}{10}\frac{\text{ms}}{\text{m}} = 0{,}7\ \text{s}$$

b) $F = \frac{W}{s}$

$$F = \frac{250}{50}\frac{\text{W}}{\text{s}} = 5\ \text{N}$$

Alles klar!

Sicherlich haben Sie bemerkt, dass dies hier eine Wiederholung des Schulstoffs aus der Mittelstufe ist. Dennoch habe ich versucht, Ihnen den Stoff an den Beispielen so ausführlich wie möglich ins Gedächtnis zu rufen. Wichtig ist, dass man bei den Äquivalenzumformungen lieber einen Schritt zu viel hinschreibt – insbesondere in der Physikklausur – als durch »im Kopf umformen« einen Fehler zu machen!

1.2 Vektoren und Skalare

Philipp Wagner

- Definition Vektoren
- Geometrische Bedeutung von Vektoren
- Orts-, Verschiebungs-, Verbindungs- und Nullvektor
- Rechenoperationen mit Vektoren
- Definition von Skalaren
- Skalarprodukt und Vektorprodukt

Wie jetzt?

Der Traumjob nach 6 Jahren Studium: Haken halten

Nach Ihrem entbehrungsreichen Studium dürfen Sie zum ersten Mal mit dem Chefarzt an den OP-Tisch. »Endlich geht es los, die großen Herausforderungen rufen«, denken Sie. Doch aus »Rücksicht« auf Ihre außergewöhnlichen Fähigkeiten und Motivation dürfen Sie die ersten zwei bis drei Jahre Haken halten. Man muss sich schließlich langsam, gaaaanz langsam an das OP-Klima gewöhnen.... Doch da Sie während des stundenlangen und überaus geistreichen Hakenhaltens Ihre Gedanken schweifen lassen können, fällt Ihnen folgender Zusammenhang auf: Wenn Sie die Haken zur Spreizung der Wunde nach schräg oben halten, sind Sie hinterher regelmäßig fix und fertig und haben am nächsten Tag erheblichen Muskelkater. Wenn Sie hingegen die Wundränder flach auseinanderziehen, könnten Sie auch nach den Operationen noch Bäume ausreißen. Was macht diesen erheblichen Unterschied aus? Was haben Sie anfangs falsch gemacht?

1.2.1 Vektoren

1.2.1.1 Was sind Vektoren?

Ein Vektor ist im Prinzip lediglich eine Liste mit Zahlen. Vektoren haben aber darüber hinaus, besonders im geometrischen und physikalischen Sinn, eine wichtige Bedeutung.

Darstellung. Damit man immer gleich weiß, dass ein Vektor gemeint ist, werden diese mit einem Pfeil gekennzeichnet. Man schreibt also z. B. für den **Vektor a:** $\vec{a}$. Vektoren werden durch Zahlen ausgedrückt, die so genannten **Komponenten**. Je nachdem, ob man sich in einem zwei-, drei- oder n-dimensionalen Raum bewegt, sind dies zwei, drei oder n Zahlen, die man normalerweise übereinander schreibt, also z. B. in einem 3-dimensionalen Raum:

► Die Zahlen, durch welche der Vektor definiert ist, werden als Komponenten bezeichnet.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Eine andere Möglichkeit, die aber genau dasselbe aussagt, ist, die Zahlen einfach hintereinander zu schreiben (z. B. $\vec{a} = (1, 2, 3)$). In diesem Kapitel werden wir ab jetzt nur die erste Möglichkeit der Darstellung nutzen. Insbesondere beim Rechnen mit Vektoren hat dies wichtige Vorteile.

► Die Komponenten eines Vektors werden in der Regel übereinander geschrieben.

Geometrische Darstellung. Zum besseren Verständnis kann man einen Vektor auch innerhalb eines Schaubilds verwenden. Im zweidimensionalen (x- und y-Achse) oder dreidimensionalen (x-, y- und z-Achse) Schaubild beschreibt dieser eine genau festgelegte **Richtung** oder die **Lage eines Punkts** relativ zum Ursprung des Systems. **Vektoren geben also Richtungen vor und werden deshalb, im Unterschied zu Skalaren, als gerichtete Größen bezeichnet.** Grafisch werden Vektoren durch Pfeile deutlich gemacht (Abb. 1.2). Auch physikalische Kräfte sind Vektoren, da auch sie

► Vektoren sind gerichtete Größen; grafisch werden sie durch Pfeile verdeutlicht.

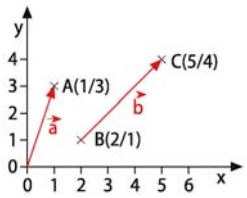


Abb. 1.2. Vektoren in der Ebene (2-dimensional). Der Vektor $\vec{a}$ definiert dabei genau die Lage des Punkts A relativ zum Nullpunkt 0=(0/0). Der Vektor $\vec{b}$ beschreibt eindeutig die Entfernung von Punkt B nach C

► Man unterscheidet als spezielle Vektoren: Ortsvektor, Verbindungsvektor, Verschiebungsvektor und Nullvektor.

► Der Ortsvektor verläuft vom Nullpunkt zu einem bestimmten Punkt.

► Der Verbindungsvektor verbindet zwei beliebige Punkte.

immer eine ganz bestimmte Richtung haben. Man kann schließlich z. B. ein Fahrrad senkrecht anheben (Kraftvektor zeigt nach oben), horizontal (Kraftvektor zeigt nach vorne) oder schräg nach vorne (Kraftvektor zeigt ebenfalls schräg nach vorne) schieben.

Im Folgenden wollen wir die Eigenschaften von Vektoren etwas genauer beschreiben und beschränken uns dabei auf zweidimensionale Vektoren, da mit drei- oder sogar n-dimensionalen Vektoren analog verfahren werden kann (Aufgabenteil).

1.2.1.2 Spezielle Vektoren

Man unterscheidet eine Reihe spezieller Vektoren.

Ortsvektor. Jeder Punkt im Schaubild ist durch seine Koordinaten genau festgelegt. Nehmen wir als Beispiel den Punkt A(3/4). Zu diesem Punkt passend kann man nun einen Vektor vom Nullpunkt (also dem Schnittpunkt der Achsenkreuze) zum Punkt A zeichnen (Abb.1.3). Dieser wird als Ortsvektor bezeichnet und hat die gleichen Komponenten wie Punkt A, nämlich $\vec{a} = \binom{3}{4}$.

In diesem speziellen Fall sind also die Koordinaten des Punkts und die Komponenten des Vektors identisch.

Verbindungsvektor. Ein Vektor, der zwei beliebige Punkte miteinander verbindet, wird als Verbindungsvektor bezeichnet. Ein Verbindungsvektor zwischen den Punkten P und Q wird mit dem Symbol $\overrightarrow{PQ}$ gekennzeichnet. Hat man die Koordinaten der beiden Punkte, welche durch den Verbindungsvektor verbunden sind, so kann man elegant die Komponenten des Verbindungsvektors berechnen, indem man die Koordinaten der beiden Punkte voneinander subtrahiert (Abb.1.4). **Wichtig dabei ist nur, dass man immer wie folgt rechnet: Endpunkt, zu welchem die Pfeilspitze weist minus Anfangspunkt des Pfeilschafts (Pfeilspitze minus Pfeilschaft).**

Der Verbindungsvektor zwischen $P(p_1/p_2)$ mit den Koordinaten p_1 und p_2 und $Q(q_1/q_2)$ mit den Koordinaten q_1 und q_2 wird dementsprechend wie folgt berechnet:

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$$

Jeder Ortsvektor kann als spezieller Verbindungsvektor gedeutet werden. So ist der Ortsvektor zu Punkt A gleichbedeutend mit einem Verbindungsvektor von Null nach A, also $\overrightarrow{OA}$.

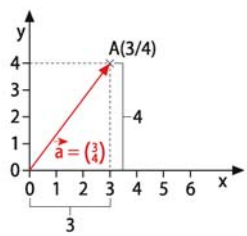


Abb. 1.3

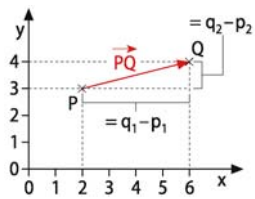


Abb. 1.4

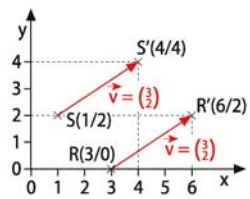


Abb. 1.5

Abb. 1.3. Eingezeichnet sind der Punkt A(3/4) und der zugehörige Ortsvektor $\vec{a}$. Man erkennt, dass die Koordinaten des Punkts und die Komponenten übereinstimmen

Abb. 1.4. Anhand diese Abbildung kann man sich selbst herleiten, weshalb der Punkt am Pfeilanfang von dem an der Pfeilspitze subtrahiert werden muss

Abb. 1.5. Zwei Punkte R und S werden durch einen Verschiebungsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ verschoben. An der Pfeilspitze liegen nun die neuen Bildpunkte R' und S'. Die Bildpunkte können durch Addition der Komponenten des Verschiebungsvektors zu den Koordinaten der Ausgangspunkte berechnet werden

Verschiebungsvektor. Einen Vektor kann man auch dazu benutzen, verschiedene beliebige Punkte in die gleiche Richtung zu verschieben (◘ Abb. 1.5). Derartige Vektoren werden als Verschiebungsvektoren bezeichnet.

► Mittels Verschiebungsvektor lassen sich verschiedene Punkte in die gleiche Richtung verschieben.

Nullvektor. Ein Nullvektor ($\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$) kann unterschiedlich gedeutet werden:

► Ein Nullvektor lässt sich unterschiedlich deuten.

- als Verbindungsvektor eines Punkts mit sich selbst (also z. B. von Punkt A zu A),
- als einen Ortsvektor des Ursprungs (also von Punkt U(0/0) zu U(0/0)) oder
- als Spezialfall einer Verschiebung (jeder Punkt wird auf sich selbst verschoben).

1.2.1.3 Rechnen mit Vektoren

Man kann nun mit diesen Vektoren natürlich auch rechnen. Im Wesentlichen sind dies die Rechenoperationen: Addieren bzw. Zerlegen, Vervielfachen und Multiplizieren von Vektoren.

Vektoraddition. Vektoren mit gleich vielen Komponenten lassen sich problemlos addieren. Dazu werden immer die entsprechenden Komponenten der Vektoren addiert. Folgendes Beispiel soll dies verdeutlichen:

► Vektoraddition: Vektoren werden komponentenweise addiert

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix};\ \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+1 \\ 3+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Vektorzerlegung. Umgekehrt kann man sich auch einen beliebigen Vektor $\vec{a}$ als die Summe zweier Vektoren vorstellen. Dies nennt man eine Vektorzerlegung. Nehmen wir z. B. die beiden Vektoren, die jeweils nur eine von 0 verschiedene Komponente haben.

► Vektorzerlegung: Darstellung eines Vektors als Summe von (mindestens) zwei anderen Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix};\ \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

Natürlich kann man einen Vektor auch in zwei beliebige andere Vektoren zerlegen, wenn nur die Addition der beiden Teilvektoren den ursprünglichen Vektor ergeben.

Vektorvervielfachung. Will man z. B. den Vektor $\vec{a}$ mit dem Skalar x multiplizieren, so hat man einfach jede Komponente mit dem Skalar (also einer reellen Zahl, ► Kap. 1.3.2) zu multiplizieren:

► Vektorvervielfachung: Die Komponenten des Vektors werden mit einem Skalar multipliziert.

Mit $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und einer beliebigen reellen Zahl x; $x \cdot \vec{a} = x \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \cdot 3 \\ x \cdot 2 \end{pmatrix}$

Alle Rechenschritte werden also »komponentenweise« durchgeführt. Es macht deshalb vom Rechenweg her keinen Unterscheid, wie viele Komponenten der Vektor besitzt. Man muss bei einem dreikomponentigen Vektor nur eben einmal mehr die gleiche Rechenoperation durchführen. Hier sind dann natürlich auch die grundlegenden Rechenregeln zu beachten. **Ausnahme: Es darf nie durch einen Vektor dividiert werden.**

Vektormultiplikation. Der Vollständigkeit halber ist zu sagen, dass man Vektoren auch untereinander multiplizieren kann. Man unterscheidet hierbei zwischen dem Skalarprodukt und dem Vektorprodukt zweier Vektoren. Ihre Bedeutung wird aber erst in der Anwendung erkennbar, sodass wir hier nur die Definition und grundlegende Eigenschaften angeben wollen.

► Vektormultiplikation: Hier ist zwischen Skalarprodukt und Vektorprodukt zu unterscheiden.

Das **Skalarprodukt** zweier Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ berechnet sich nach folgender Formel:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2)$$

Das Ergebnis ist ein skalarer Wert, also einfach eine Zahl. Stehen die beiden Vektoren senkrecht zueinander, ergibt das Skalarprodukt den Wert 0.

▶ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \leftrightarrow \quad \vec{a} \perp \vec{b}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \leftrightarrow \quad \vec{a} \perp \vec{b}$$

Das Beispiel soll dies verdeutlichen:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}; \ \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}; \ \vec{a} \perp \vec{b} \ ?$$

Berechnen wir das Skalarprodukt:

$$(8 \cdot -1) + (2 \cdot 4) = 0$$

Daraus folgt: beide Vektoren sind zueinander senkrecht oder orthogonal.

Das **Vektorprodukt** zweier Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ergibt einen Vektor, der auf jedem der beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ senkrecht steht. Diese Definition macht erst ab einem 3-dimensionalen Raum Sinn, z. B. der uns umgebende Raum. Hier ist die Definition für das übliche 3-dimensionale kartesische Koordinatensystem angegeben

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}; \ \vec{c} \perp \vec{a} \text{ und } \vec{c} \perp \vec{b}$$

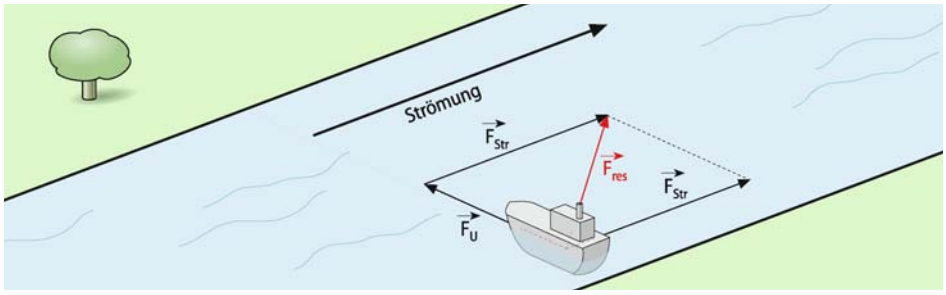
1.2.1.4 Praktischer Nutzen von Vektoren

Warum brauchen wir überhaupt Vektoren? Was bieten sie für Vorteile?

Wie schon erwähnt, geben Vektoren eine klare Richtung vor. Dies macht man sich besonders in der Physik zunutze, denn z. B. haben alle Kräfte eine bestimmte Richtung. **Mit Vektoren kann man also Kräfte eindeutig beschreiben.** Es ist schließlich von entscheidender Bedeutung, ob man versucht, das Auto nach vorne Richtung Straße oder nach hinten Richtung Abgrund zu schieben!

Resultierende Kräfte. Wie Vektoren kann man somit auch Kräfte addieren. Nehmen wir einmal an, eine Fähre will von einer zur anderen Seite des Flusses fahren. So wirkt zum einen die Kraft, die die Schiffsschraube erzeugt, zum anderen aber auch die Kraft der Strömung des Flusses an der Fähre(◘ Abb. 1.6).

Um nun die resultierende Kraft zu erhalten, also die Kraft, die insgesamt auf das Schiff wirkt, setzt man die einzelnen Kraftvektoren wie an einer Kette aneinander. Anschließend muss man nur noch den Anfang der »Vektorenschlange« mit dem Ende verbinden und erhält somit die resultierende Kraft $\vec{F}_{res}$. Dies kann man mit beliebig vielen »Einzelkräften« fortführen.



◘ **Abb. 1.6.** An der den Fluss überquerenden Fähre wirken zum einen die Kraft $\vec{F}_u$ des Schiffsmotors in Richtung des Schiffs und die Kraft $\vec{F}_{str}$ der Strömung des Flusses quer zum Schiff. Welche Kraft $\vec{F}_{res}$ wirkt nun insgesamt auf das Schiff?

1.2.2 Skalare

Skalare sind »Nicht-Vektoren«, d. h. also alle »einzeln stehenden« reellen Zahlen. **Im Gegensatz zu Vektoren sind Skalare ungerichtete Größen.** Sie geben also keine Richtung an.

► Skalare geben keine Richtung an, sie sind ungerichtete Größen.

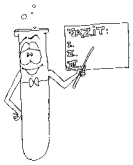
Vielleicht kann man dies an folgendem **Beispiel** verdeutlichen. Normalerweise sind alle physikalischen Kräfte Vektoren (da sie eine Richtung haben). Man will also z. B. genau wissen, ob bei einem Unfall die Kraft von vorne oder links hinten wirkte (durch den anderen Unfallteilnehmer). Kennt man nun die Richtung, aus der eine Kraft gewirkt hat, ist natürlich sofort folgende Frage von Interesse: »Wie stark war denn diese Kraft?«. Man interessiert sich also nun für die Größe der Kraft, man spricht auch vom Betrag der Kraft, also vom **Betrag des Vektors** Kraft. Dieser Betrag ist eine typische skalare Größe.

Berechnet wird der Betrag eines Vektors ganz einfach, indem man mithilfe des Satzes von Pythagoras die Länge des Vektors bestimmt. Als Ergebnis erhält man die Wurzel aus der Summe der Quadrate der Komponenten eines Vektors, also für den Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

► $a = |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

Dabei deuten die beiden senkrechten Striche an, dass es sich um den Betrag des Vektors handelt. Es ist üblich, statt dieser Schreibweise für den Betrag eines Vektors einfach die Bezeichnung des Vektors ohne den Vektorpfeil zu verwenden, also $|\vec{a}| = a$.

kurz & knapp



- Vektoren sind gerichtete Größen.
- Vektoren beschreiben also eine bestimmte Richtung oder die Lage eines Punkts im Raum.
- Ein Ortsvektor ist die Verbindung vom Ursprung zu einem gegebenen Punkt.
- Verbindungsvektoren laufen zwischen zwei Punkten.
- Verschiebungsvektoren verschieben alle Punkte in die gleiche Richtung.
- Man kann Vektoren addieren oder vervielfachen.
- Besonders zur Darstellung von Kräften werden Vektoren genutzt.
- Skalare sind ungerichtete Größen.
- Das Skalarprodukt macht Aussagen über die relative Lage von Vektoren zueinander.

Übungsaufgaben

Aufgabe

Der vierkomponentige Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ soll orthogonal zum Vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \\ 4 \\ x \end{pmatrix}$ stehen. Berechnen Sie die fehlende Komponente x des zweiten Vektors, damit diese Bedingung erfüllt ist.

Lösung

Wie auch bei zweikomponentigen Vektoren werden die einzelnen Komponenten miteinander multipliziert und die Produkte anschließend addiert. Sollen die Vektoren nun orthogonal zueinander stehen, muss dieses Produkt gleich Null sein. Im letzten Schritt muss man also nur noch nach der unbekannten Variablen x auflösen.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 10 + 4 \cdot (-5) + (-1) \cdot 4 + (-3) \cdot x = 0$$

$$\rightarrow \quad 6 - 3x = 0 \quad \rightarrow \quad x = 2$$

Der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ ist also orthogonal zu Vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Alles klar!

Die hohe Kunst des Hakenhaltens

Es macht einen deutlichen Unterschied, wie man die Haken während einer Operation hält. Wenn man die Haken nach schräg oben zieht, benötigt man deutlich mehr Kraft, um die Wundränder auseinander zu ziehen. Denn hier verschenkt man einen (Groß-)Teil seiner Kraft mit dem Anheben der Wundränder. Dies bringt (im Normalfall) keinen Vorteil für den Operateur. **Abb. 7a** verdeutlicht den nicht ökonomischen Einsatz Ihrer Kraft. In **Abb. 7b** hingegen wird effizienter gehaushaltet, denn hier wird alle Kraft dazu aufgewendet, die Wundränder auseinander zu ziehen und dem Operateur eine möglichst gute Sicht zu ermöglichen.

Es lohnt sich also auch in der Medizin oft, sich Gedanken über den möglichst schonenden Umgang mit seinen eigenen (Kraft-)Reserven zu machen!

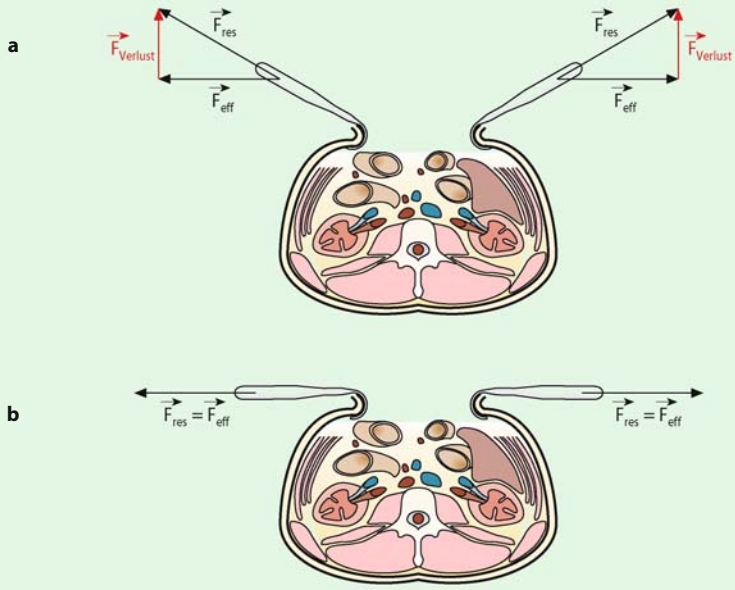


Abb. 1.7a,b Querschnitte durch das Abdomen. **a** Hier ist ein ineffektiver Krafteinsatz gezeigt. Dazu zerlegen wir die aufgewendete Kraft in eine horizontale und eine vertikale Komponente. Wenn man nach schräg oben zieht ($\vec{F}_{res}$), wird ein (Groß-)Teil der Kraft durch die senkrechte Komponente ($\vec{F}_{verlust}$) verschenkt. Dieser Teil der Kraft bringt dem Operateur keine bessere Sicht, Ihnen dafür aber einen deutlich stärkeren Muskelkater. Lediglich die horizontale Komponente hält die Sicht frei ($\vec{F}_{eff}$). Diesen Anteil der aufgewendeten Kraft sollte man also maximieren. **b** Die größte Effektivität erreicht man also, wenn es nur eine horizontale Komponente der Kraft gibt (Es gilt dann: $\vec{F}_{verlust} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{res} = \vec{F}_{eff}$)

1.3 Trigonometrie

Ann-Kathrin Hartmann

- Definition Sinus, Cosinus, Tangens
- Die Winkelfunktionen im Einheitskreis
- Der Satz des Pythagoras
- Trigonometrie an der schiefen Ebene

Wie jetzt?

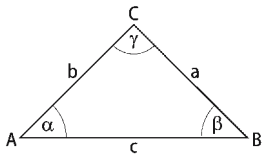
Hilfreich oder nicht?

Vor kurzem wurde in dem Krankenhaus, in dem Sie ein Praktikum machen, eine neue Rollstuhlrampe installiert. In einer kurzen Steigung führt sie zum Haupteingang hinauf. Kurz darauf hören Sie zufällig, wie sich ein Patient bei einer Schwester über die Rampe beklagt: »Also wirklich, wie soll man da denn mit dem Rollstuhl hinaufkommen? Unmöglich ist das: runter kann man kaum bremsen und hoch kommt man nur mit Muskeln wie Schwarzenegger. Da hat wohl einer nicht nachgedacht.« Als Sie das nächste Mal an der Rampe vorbeikommen, erinnern Sie sich an das Gehörte und denken: »So steil kommt mir die Rampe gar nicht vor, ist die Steigung wirklich so schlimm?«

»Mein Hut der hat drei Ecken, drei Ecken hat mein Hut. Und hat er nicht drei Ecken, dann ist er nicht mein Hut.« Natürlich hat der Hut auch noch drei Seiten und drei Winkel (◘ Abb. 1.8), die in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen. Mit diesen Verhältnissen und ihrer Berechnung beschäftigt sich die Trigonometrie, die Dreiecksberechnung. Und wenn wir uns die Rampe am Haupteingang des Krankenhauses etwas näher anschauen, so erkennen wir, dass diese Rampe ebenfalls ein Dreieck ist.

► trigonion (gr.) = Dreieck; metron (gr.) = Maß

Ein Dreieck ist durch drei Größen definiert. Fehlende Größen kann man auf unterschiedliche Weise berechnen. Im Folgenden werden wir uns das dazu nötige Werkzeug erarbeiten. Um das Ganze so einfach wie möglich zu halten, beschränken wir uns auf ein besonders oft verwendetes Dreieck, das rechtwinklige.



◘ **Abb. 1.8.** Die Abbildung zeigt die üblichen Bezeichnungen eines Dreiecks. A, B, C für die Eckpunkte, a, b, c für die jeweils gegenüberliegenden Seiten und α, β, γ für die Winkel in den entsprechenden Eckpunkten

1.3.1 Die Winkelfunktionen sin, cos, tan

Die Seitenverhältnisse sind sehr wichtig für Dreiecksberechnungen. Wichtige Dinge besitzen im Allgemeinen wichtig klingende Namen und geometrische Verhältnisse bilden dabei keine Ausnahme. Die für uns wichtigen Seitenverhältnisse heißen:

- Sinus
- Cosinus
- Tangens

► Verhältnis = Quotient

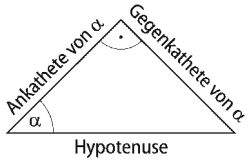
Im rechtwinkligen Dreieck nennen wir die dem rechten Winkel gegenüberliegende, längste Seite die **Hypotenuse**. Die einem spitzen Winkel gegenüberliegende Seite ist die **Gegenkathete** dieses Winkels und die dritte, an den Winkel angrenzende Seite, seine **Ankathete** (◘ Abb. 1.9).

Die Seitenverhältnisse sind folgendermaßen definiert:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{a}{b}$$



◘ **Abb. 1.9.** Ankathete, Gegenkathete und Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck

1.3.2 Der Einheitskreis

► Der Einheitskreis eignet sich dazu, Sinus, Cosinus und Tangens als Streckenlängen zu veranschaulichen.

Es ist möglich Sinus, Cosinus und Tangens als Streckenlängen zu veranschaulichen. Am Besten dazu geeignet ist der so genannte Einheitskreis. Dazu zeichnen wir einen Kreis mit dem Radius 1 LE (Längeneinheit) in ein Koordinatensystem. Der Kreismittelpunkt ist der Koordinatenursprung O

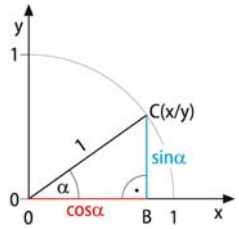


Abb. 1.10. Sinus und Cosinus im Einheitskreis

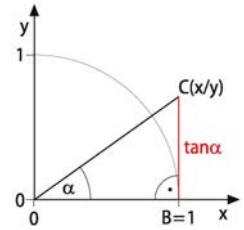


Abb. 1.11. Veranschaulichung des Tangens am Einheitskreis

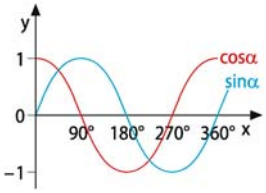
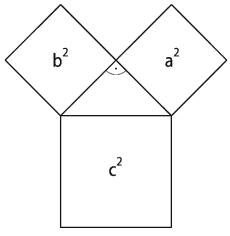


Abb. 1.12. Gibt man Sinus und Cosinus als Funktion des Winkels an, so lässt sich leicht ablesen, für welche Winkel sie positiv oder negativ sind. Zudem erkennt man, für welche Winkel Sinus und Cosinus 1 bzw. 0 sind

► Pythagoras: griechischer Philosoph (570–497 v.Chr.)

► Satz des Pythagoras: $a^2+b^2=c^2$.

► Satz des Pythagoras im Einheitskreis angewendet: $(\sin\alpha)^2+(\cos\alpha)^2=1$



(Abb. 1.10). In diesen Kreis zeichnen wir ein rechtwinkliges Dreieck OBC mit dem auf dem Kreis liegenden Punkt C(x/y). Die Hypotenuse des Dreiecks entspricht dem Radius des Kreises. Da die Hypotenuse in diesem Fall die Länge 1 hat, ist:

- sin α= Gegenkathete von α
- cos α= Ankathete von α.

Im Einheitskreis ergibt sich also sin α=y und cos α=x. Dabei lässt sich gut erkennen, dass für alle Winkel α zwischen 0° und 90° gilt:

- α↑= sin α↑ und 0≤sin α≤1
- α↑= cos α↓ und 0≤cos α≤1

Außerdem sieht man Folgendes:

- sin 0°=0; sin 90°=1
- cos 0°=1; cos 90°=0

Auch der Tangens tan α lässt sich am Einheitskreis veranschaulichen. Allerdings muss dabei die Ankathete des Winkels dem Radius des Kreises entsprechen und nicht die Hypotenuse (Abb. 1.11).

Da in diesem Fall die Ankathete 1 ist, entspricht tan α= Gegenkathete von α, also dem y-Wert von C. Wie schon bei Sinus und Cosinus zeigt uns der Einheitskreis auch einige Eigenschaften des Tangens:

- α ↑=tan α ↑
- tan α kann ins Unendliche steigen
- tan 0°=0 ; tan 90° existiert nicht

Zudem erkennt man am Einheitskreis für Winkel zwischen 0° und 90° folgende Zusammenhänge:

- sin α=cos (90°-α)
- cos α=sin (90°-α)
- tan α=sin α/cos α

Veranschaulichen lassen sich einige Zusammenhänge auch, indem man Sinus und Cosinus als Funktion des Winkels schreibt (Abb. 1.12).

1.3.3 Der Satz des Pythagoras

Der so genannte **Winkelsummensatz** sagt: **Die Summe der Winkel in einem Dreieck ist 180°.** Dadurch können wir bei zwei bekannten Winkeln immer den dritten Winkel berechnen. Mit den Seiten eines Dreiecks geht das nicht so einfach. Mit zwei bekannten Seiten kann man die fehlende Seite nur in einem rechtwinkligen Dreieck einfach berechnen, und zwar mit dem **Satz des Pythagoras** (Abb. 1.13): **»In jedem rechtwinkligen Dreieck haben die Quadrate über den Katheten a,b zusammen den gleichen Flächeninhalt wie das Quadrat über der Hypotenuse c: $a^2+b^2=c^2$.«**

Für uns ist dabei nicht wichtig, warum das so ist oder welche mathematischen Konsequenzen es nach sich zieht. Wir benötigen für unsere Berechnungen nur die mathematische Formel $a^2+b^2=c^2$. Kennen wir nun zwei Seiten, so müssen wir deren Werte nur noch in die Formel einsetzen und diese lösen. Voilá.

Auch im Einheitskreis lässt sich der Satz des Pythagoras anwenden und man erhält den interessanten Zusammenhang zwischen den Winkelfunktionen, **$(\sin\alpha)^2+(\cos\alpha)^2=1$.**

Abb. 1.13. Satz des Phythagoras

1.3.4 Die schiefe Ebene

Eine Anwendungsmöglichkeit der Trigonometrie zeigt die schiefe Ebene. Wir wissen, dass jeder Körper auf der Erde eine bestimmte **Gewichtskraft** $\vec{F}_G$ erfährt, die ihn nach unten (zum Erdmittelpunkt) zieht. Wir wissen auch: Wenn man einen Körper nun auf eine schiefe Fläche legt, z. B. einen Patienten auf ein schräg gestelltes Krankenhausbett, dann wirken auf den Körper zwei Kräfte:

- eine **Hangabtriebskraft** $\vec{F}_H$, die dafür sorgt, dass der Patient ständig ans Fußende des Bettes rutscht, und
- eine **Anpresskraft** $\vec{F}_N$, die den Patienten senkrecht auf das Bett drückt (Abb. 1.14).

Die Hangabtriebskraft und die Anpresskraft stehen also senkrecht aufeinander.

► Auf einen Körper wirken Gewichtskraft $\vec{F}_G$, Hangabtriebskraft $\vec{F}_H$, Anpresskraft $\vec{F}_N$.

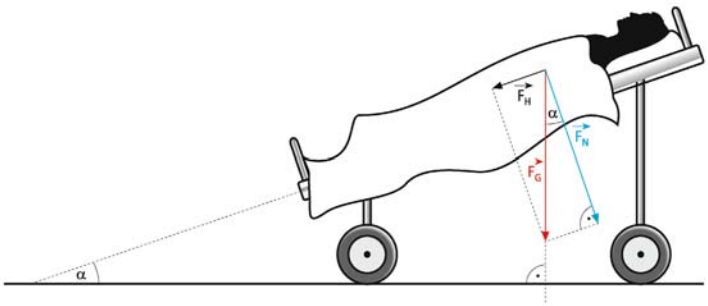


Abb. 1.14. Die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ wirkt senkrecht zum Boden, die Hangabtriebskraft $\vec{F}_H$ parallel zur Ebene und die Anpresskraft (Normalkraft) $\vec{F}_N$ senkrecht zur Ebene

Die Hangabtriebskraft F_H steigt mit dem Winkel α. Das heißt, je steiler wir das Bett stellen, desto stärker ist die Kraft, die den Patienten zum Fußende rutschen lässt. (Deshalb sollte man beim Krankenpflegepraktikum auch immer erst das ganze Bett in die Waagrechte bringen, bevor man den Patienten wieder nach oben zieht, da man sonst der Hangabtriebskraft entgegenwirken muss.)

Wie hängen diese Kräfte zusammen? Die Kraft ist ein Vektor und jeder Vektor lässt sich durch Addition anderer Vektoren darstellen, oder anders ausgedrückt in andere Vektoren zerlegen ► Kap. 1.2.1. Bei der schiefen Ebene können wir die Gewichtskraft als vektorielle Summe der Hangabtriebskraft und der Anpresskraft darstellen.

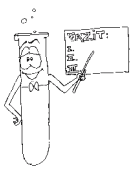
Wir erhalten dabei ein Rechteck mit den Seiten $\vec{F}_H$ und $\vec{F}_N$,da diese ja senkrecht aufeinander stehen, und der Diagonalen $\vec{F}_G$. Dabei entspricht der von $\vec{F}_G$ und $\vec{F}_N$ eingeschlossene Winkel dem Steigungswinkel α. Mit diesem Wissen können wir jetzt wie mit jedem anderen rechtwinkligen Dreieck rechnen und die verschiedenen Beträge der Kräfte bestimmen. Also z. B.:

- $F_H = \vec{F}_G \sin \alpha$
- $F_N = \vec{F}_G \cos \alpha$

► Schiefe Ebene: Gewichtskraft = vektorielle Summe aus Hangabtriebskraft und Anpresskraft

kurz & knapp

- Bei der **Trigonometrie** geht es um die Berechnung von Dreiecken.
- **Sinus, Cosinus** und **Tangens** sind **Seitenverhältnisse** im rechtwinkligen Dreieck.
- Der **Einheitskreis** dient der Veranschaulichung von Sinus, Cosinus und Tangens.
- Der **Satz des Pythagoras** dient der Berechnung von Dreieckseiten.
- Der Satz des Pythagoras gilt nur in rechtwinkligen Dreiecken.
- An der schiefen Ebene wirken drei Kräfte:
  - **Gewichtskraft G** senkrecht zum Untergrund
  - **Hangabtriebskraft** F_H entlang (parallel) der schiefen Ebene
  - **Anpresskraft F_N** senkrecht zur schiefen Ebene



Übungsaufgaben

Aufgabe 1

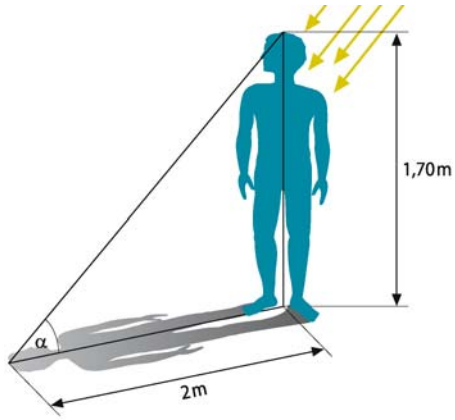
Aufgabe 1. Gegeben ist ein Dreieck ABC mit c=28 cm, α=39° und einem rechten Winkel γ=90°. Berechne die fehlenden Winkel und Seiten des Dreiecks.

Lösung 1. Es ist immer hilfreich, sich zuerst zu überlegen, was genau gefragt ist und evtl. eine Skizze zu machen. In dieser Aufgabe ist gesucht: a, b und β. β lässt sich über den Winkelsummensatz berechnen: β=180°-(α+γ)=51°. Die Seiten lassen sich über den Sinus und Cosinus von α berechnen: sin α=a/c→a=sin α · c=17,62 cm; cos α=b/c→b=cos α · c=21,76 cm.

Aufgabe 2

Aufgabe 2. Ein 1,7 m großer Mensch wirft einen 2,0 m langen Schatten. In welchem Winkel zur Horizontalen steht die Sonne?

Lösung 2. Hier ist eine Skizze sehr hilfreich: ◘ Abb. 1.15.



◘ **Abb. 1.15.** Skizze zur Lösung der Aufgabe 2

Gesucht wird der Winkel α. Gegeben sind a=2 m und b=1,7 m. Wir nehmen folgende Gleichung und lösen nach α auf: tan α=a/b=1,18→α=49,64°.

Aufgabe 3

Aufgabe 3. Ergänze folgende ◘ Tab. 1.1.

◘ **Tab. 1.1.** Übungsaufgabe 3

Kathete a	3		7		12
Kathete b	10	5		4	
Hypotenuse c		10	13	17	19

Lösung 3. Für diese Aufgabe benötigen wir den Satz des Pythagoras: $a^2+b^2=c^2$. Diesen müssen wir nur entsprechend umstellen und dann die Gleichung lösen: $c=\sqrt{a^2+b^2}$; $a=\sqrt{c^2-b^2}$; $b=\sqrt{c^2-a^2}$ (◘ Tab. 1.2).

◘ **Tab. 1.2.** Lösung 3

Kathete a	3	9,80	7	16,52	12
Kathete b	10	5	10,95	4	14,73
Hypotenuse c	10,44	10	13	17	19

Aufgabe 4. Wenn man ein 5 kg schweres Anatomiebuch auf ein Schreibpult mit dem Steigungswinkel 30° legt, wie groß sind dann die Hangabtriebskraft F_H und die Anpresskraft F_N? Aufgabe 4

Lösung 4. Es handelt sich beim Schreibpult um eine schiefe Ebene. Hier ist die Skizze wichtig, da man sonst leicht den Überblick verliert (Abb. 1.14). Wir nutzen wieder Sinus und Cosinus von α:

$$\sin\alpha = F_H/\vec{F}_G \rightarrow F_H = \sin\alpha \cdot \vec{F}_G = 2{,}5\ \text{N};$$
$$\cos\alpha = F_N/\vec{F}_G \rightarrow F_N = \cos\alpha \cdot \vec{F}_G = 4{,}3\ \text{N}$$

Alles klar!

Die richtige Rampe

Eine Rollstuhlrampe ist einfach eine schiefe Ebene. Je steiler sie ist, desto größer ist die Kraft, die den Rollstuhl hinunterrollen lässt. Möchte ein Rollstuhlfahrer die Rampe hinauf, muss er diese Kraft überwinden. Ist der Steigungswinkel der Rampe zu groß, reicht die Muskelkraft dafür nicht mehr aus und der Rollstuhlfahrer ist auf Hilfe angewiesen – und selbst diese kann bei einem großen Winkel vielleicht nicht mehr ausreichen.

Aber auch beim Hinunterfahren ist eine große Steigung ungünstig, da der Rollstuhl hierbei zu schnell werden kann und sich evtl. nicht mehr abbremsen lässt. Darum sind kurze, platzsparende Rollstuhlrampen nicht zweckmäßig, da sie meist zu steil sind und sich nur schwer überwinden lassen. Eine Rollstuhlrampe sollte immer so flach wie möglich und dafür gern ein bisschen länger sein.

1.4 Potenzen und Potenzfunktionen

Annekathrin Drensek

- Potenzen
- Potenzgesetze
- Potenzfunktionen
- Wachstums- und Zerfallsgesetz
- Exponenzialfunktion und Logarithmusfunktion

Wie jetzt?

Radioaktiver Zerfall – ein Patientenfall

Sie verabreichen einem Patienten ein radioaktives Medikament. Dieser möchte nach seiner Entlassung gerne so schnell wie möglich seine frischgeborene Enkeltochter sehen. Bei einem Gespräch mit Ihnen fragt er, ab wann sich das Medikament so weit abgebaut hat, dass er seine Enkeltochter nicht mehr gefährdet! Obwohl selbstverständlich die Dosis so gering wie notwendig gewählt wurde und dadurch die Strahlenbelastung für die Umgebung des Patienten minimal ist, möchten Sie den Patienten mit einer einfachen Rechnung beruhigen, die ihm zeigt, ab wann die durch das Medikament zusätzlich auftretende radioaktive Strahlung unter die natürliche Umgebungsstrahlung abgefallen ist. Aber wie geht das noch mal mit dem radioaktiven Zerfallsgesetz?
Sie versprechen, ihm bei der nächsten Visite Bescheid zu sagen.

Im folgenden Kapitel beschäftigen wir uns mit der mathematischen Potenz und Potenzfunktionen.

1.4.1 Potenzen

In der Mathematik versteht man unter der Potenz das Multiplizieren einer Zahl mit sich selbst. Dies sieht folgendermaßen aus:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \text{ also n-mal der Faktor a.}$$

► Potenz: Multiplikation einer Zahl mit sich selbst. Dabei gilt: a=Basis, n=Exponent.

a nennt man die **Basis** und **n** den **Exponent** der Potenz.

Dabei ist a eine beliebige Zahl, mit Ausnahme der Zahl 0, und n ist Element der natürlichen Zahlen, also ergibt sich z. B. für die Basis a=2 und den Exponenten n=5:

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

► Quadrat bei n=2; Kubikzahl bei n=3

Wenn n=2 ist, so spricht man auch vom Quadrat einer Zahl, also »a im Quadrat« und für n=3 spricht man vom Kubus oder der Kubikzahl.

► n=0 → a^0=1; n=1 → a^1=a

Es gibt einige **Sonderfälle bei den Potenzen**, diese sollten Sie sich gut einprägen, denn sie machen manche fast unlösbare Aufgabe ganz einfach!

- Wenn n=0 ist, denn gilt a^0=1, egal für welche Zahl a in diesem Fall steht.
- Für n=1 verwendet man immer die abkürzende Schreibweise: a^1=a.

Des weiteren gibt es noch Umformungen, die Ihnen auch geläufig sein sollten:

Für negative Exponenten gilt: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ und natürlich umgekehrt $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

Eine weitere wichtige Umformung ist die **Umformung einer Potenz in eine Wurzel**. Ist der Exponent einer Potenz ein Bruch mit positivem Vorzeichen, so kann man nach folgendem Gesetz aus einer Potenz eine Wurzel machen:

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n} \text{ und speziell für n=1 gilt: } a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}$$

Unter Anwendung der bisher aufgeführten Umformungen lassen sich auch etwas kompliziertere Ausdrücke vereinfachen und berechnen. Beispiele:

$$8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{8^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8^1}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{6}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{6}\right)^3$$

1.4.2 Potenzgesetze

Für das Rechnen mit Potenzen gibt es verschiedene Regeln, die zu beachten sind. Leider ist dies wieder so eine Sache, bei der nur ein Satz bleibt: Lernen Sie sie auswendig!

► Potenzgesetze sind auswendig zu lernen!

1. Multipliziert man Potenzen, die die gleiche Basis und verschiedene Exponenten haben, so bleibt die Basis erhalten und die Exponenten addieren sich:

$$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$$

2. Multipliziert man Potenzen, die unterschiedliche Basen, aber gleiche Exponenten haben, so bleibt der Exponent erhalten und die Basen werden multipliziert:

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

3. Dividiert man Potenzen, die die gleiche Basis, aber unterschiedliche Exponenten haben, so bleibt die Basis erhalten und die Exponenten werden voneinander subtrahiert:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$$

4. Dividiert man Potenzen, die unterschiedliche Basen, aber gleiche Exponenten haben, so bleibt der Exponent erhalten und die Basen werden dividiert:

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

5. Potenziert man eine Potenz, so bleibt die Basis erhalten und die Exponenten werden multipliziert:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} = (a^n)^m$$

1.4.3 Potenzfunktionen

Unter einer Potenzfunktion versteht man eine der Funktion der Form: $y = f(x) = x^n$ (n ist hierbei ein Element der natürlicher Zahlen 1,2,3,…).

Man spricht also von einer Potenzfunktion, wenn die Basis einer Potenz eine Variable ist, hier x.

Grundlegende Eigenschaften dieser Funktionen lassen sich am Besten anhand einer Abbildung klar machen (◘ Abb. 1.16).

Die Graphen bezeichnet man als Parabeln n-ten Grades, für n=4 erhalten wir also eine Parabel 4. Grades. Wie die Abbildung zeigt, sind Parabeln mit geradem Exponenten symmetrisch zur y-Achse, während Parabeln mit ungeradem Exponenten symmetrisch zum Koordinatenursprung (x=0;y=0) sind.

Und wie verhält es sich mit negativen Exponenten? **Potenzfunktionen der Form $y = f(x) = x^{-n}$ werden Hyperbeln genannt.** In ◘ Abb. 1.17 sind die Hyperbeln bis zum 2. Grad dargestellt.

Die Graphen der Hyperbeln teilen sich in 2 Hyperbeläste auf, die am Punkt für x=0 getrennt sind.

Denn für x=0 sind Hyperbeln nicht definiert, $x^{-n} = \frac{1}{x^n} = \frac{1}{0}$ und die Division durch 0 ist nicht definiert.

Das Symmetrieverhalten der Hyperbeln entspricht dem der Parabeln:

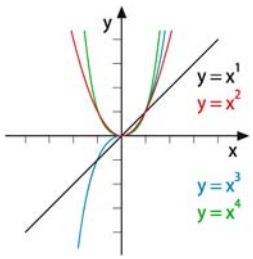
- Mit geradem Grad sind sie symmetrisch zur y-Achse und
- mit ungeradem Grad sind sie punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.

Eine wichtige Eigenschaft der Hyperbeln sei noch erwähnt. Sie nähern sich für große x-Werte (positive und negative) an die x-Achse an, ohne diese jedoch jemals zu erreichen, und für kleine Werte von x, also $x \to 0$, nähern sie sich der y-Achse an, ohne auch diese jemals zu berühren. Dieses Annähern bezeichnet man als **asymptotisches Verhalten**.

Umkehrfunktionen von Potenzfunktionen

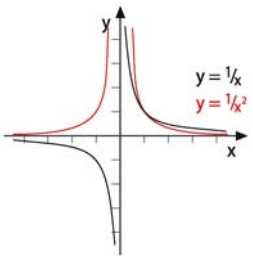
Bei den bislang betrachteten Potenzfunktionen wird jedem x-Wert eindeutig ein Funktionswert $y = f(x)$ zugeordnet. Was ist zu tun, wenn wir aus gegebenen Funktionswerten y die zugehörigen x-Werte berechnen sollen? Wir suchen somit eine **Funktion f^{-1}, die Umkehrfuntion zu** f, die jedem y eindeutig ein x zuordnet. In der Notation deutet man dies wie folgt an

$$x = f^{-1}(y)$$



◘ **Abb. 1.16.** Parabeln zum Grad n=1 bis n=4

► Potenzfunktion: $y=f(x)=x^n$



◘ **Abb. 1.17.** Hyperbeln vom Grad n=1 und n=2

► Hyperbel ist eine Potenzfunktion der Form $y=f(x)=x^{-n}$

► Hyperbeln zeigen ein asymptotisches Verhalten. Für große x-Werte nähern sie sich der x-Achse an (erreichen sie aber nie) und für kleine x-Werte nähern sie sich der y-Achse an (erreichen sie aber nie).

► f^{-1}=Umkehrfunktion zu f

Es ist offensichtlich, dass es eine eindeutige Umkehrfunktion nur dann geben kann, wenn f jedem x-Wert genau einen y-Wert $y = f(x)$ zuordnet. Eine solche Funktion wird als **eineindeutig** bezeichnet.

Untersuchen wir die oben genannten Parabeln und Hyperbeln, so stellen wir Folgendes fest: **Für ungerade Exponenten handelt es sich um eineindeutige Funktionen, während für gerade Exponenten jeder Funktionswert für zwei verschiedene x-Werte angenommen wird.** Dies bietet uns die Möglichkeit, diese Funktionen in zwei Bereiche zu unterteilen, einmal für positive x-Werte und einmal für negative x-Werte. In diesen Bereichen ergeben sich wieder eineindeutige Zuordnungen zwischen den x- und y- Werten.

Unter Anwendung der Potenzgesetze ergibt sich jeweils für den Wertebereich, in dem eine eineindeutige Zuordnung gegeben ist, eine einfache Darstellung der Umkehrfunktionen für die Potenzfunktionen.

Für $y = f(x) = x^n$ erhält man die Umkehrfunktion $x = f^{-1}(y) = y^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{y}$

Die Umkehrfunktionen zu den Potenzfunktionen sind also die Wurzelfunktionen.

1.4.4 Wachstums- und Zerfallsgesetz

Um nun von der grauen Theorie in die farbige Anwendung zu kommen, besprechen wir im nächsten Abschnitt die Wachstums- und Zerfallsfunktionen. Das sind zwei Begriffe, die Sie nicht erschrecken dürfen, denn alles Wichtige dazu haben Sie bereits auf den vorangegangenen Seiten gelesen und hoffentlich verstanden. Wachstums- und Zerfallsfunktionen sind nämlich nichts anderes, als dass im Unterschied zu den Potenzfunktionen die variable Größe im Exponent einer Potenz steht. Also tief durchatmen, es kommt kein erschlagender Packen neuer Theorie.

1.4.4.1 Wachstumsgesetz

► Wachstumsgesetz: $N=2^n \cdot N_0$

Zunächst zum Wachstumsgesetz. Dieses findet z. B. in der Biologie Anwendung, wenn man rausfinden will, wie viele Bakterien sich aus einem Stamm nach einer gewissen Zeit gebildet haben. Und wenn wir schon bei einem Beispiel sind, erkläre ich Ihnen doch einfach alles gleich an diesem Beispiel:

Wir nehmen an, dass Sie einen Bakterienstamm mit 125 Bakterien als Grundstock vorfinden. Des Weiteren ist bekannt, dass sich die Bakterien alle 2 h teilen, also aus eins mach zwei. Die Aufgabe besteht nun darin zu berechnen, wie sich die Anzahl der Bakterien im Verlauf der nächsten Stunden entwickelt. Ziel könnte die Frage sein, nach wie vielen Stunden die Bakterienzahl auf 256.000 Bakterien angestiegen ist – der Anzahl, die für weiterführende Untersuchungen benötigt wird.

Die Entwicklung der Anzahl an Bakterien lässt sich wie folgt beschreiben: Ausgehend von einer Anfangszahl N_0 haben wir nach einer Teilung $2 \cdot N_0$ Bakterien, nach einer weiteren Teilung bereits $2 \cdot 2 \cdot N_0$. Unter Anwendung der Potenzschreibweise erhalten wir für die Anzahl N nach n Teilungen:

$$N=2^n \cdot N_0$$

Diesen Zusammenhang bezeichnet man als Wachstumsgesetz. Graphisch ist der Zusammenhang zwischen N und N_0 in ◘ Abb. 1.18 dargestellt.

1.4.4.2 Zerfallsgesetz

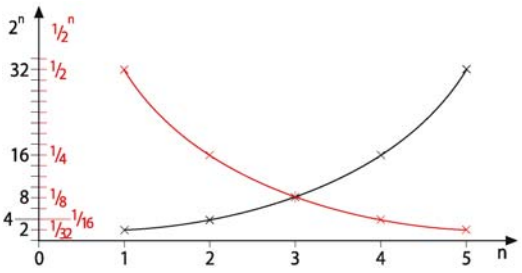
► Zerfallsgesetz: $N = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot N_0$

Eine weitere wichtige Anwendungsformel ist das Zerfallsgesetz. Es beschreibt den Vorgang, bei dem ausgehend von einem Anfangswert sich die noch vorhandene Anzahl nach einer bestimmten Zeit T (Halbwertszeit) halbiert, also:

$$N = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot N_0$$

N_0 steht auch hier für den Ausgangswert. Die 1/2 kommt hier nicht von der Verdopplung, sondern eben durch die Halbierung des Ausgangswerts in einer bestimmten Zeit (◘ Abb. 1.18).

Mit den beiden Gesetzen lässt sich also die Entwicklung einer Population beschreiben, bei der sich in bestimmten Abständen die Anzahl verdoppelt bzw. halbiert.



◘ **Abb. 1.18.** Wachstumsgesetz und Zerfallsgesetz. Dargestellt sind nur die Faktoren 2^n bzw. $(1/2)^n$

Stellt sich die Frage: Wie viele Verdopplungs- bzw. Halbierungsabstände muss man warten, um eine bestimmte gewünschte Populationszahl zu erzielen? Also wie berechnet sich bei vorgegebenen Werten N und N_0 die Anzahl n?

Die einfachste Lösung ist ausprobieren; also abzählen bis $2^n > \left(\frac{N}{N_0}\right)$ ist bzw. $\left(\frac{1}{2}\right)^n > \left(\frac{N}{N_0}\right)$ ist.

Die Potenzen von 2 für steigendes n kennt ja wohl jeder: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, ….

Die mathematische Lösung der Aufgabe führt uns allerdings auf den Logarithmus.

1.4.4.3 Logarithmus

Der Logarithmus ist der Exponent, mit dem man eine vorgegebene Zahl (die Basis) potenzieren muss, um eine bestimmte andere Zahl (den Numerus) zu erhalten.

Mit dem Satz sind Sie immer noch nicht schlauer? Kein Problem! Ein Beispiel zum Verdeutlichen folgt sofort: Wir wissen $10^3=1000$. In diesem Beispiel ist der Logarithmus von 1000 zur Basis 10 die Zahl 3.

► Logarithmus von 1000 zur Basis 10 ist 3: $10^3=1000$.

Der Logarithmus ist also der Exponent, mit dem man die gegebene Basis 10 potenzieren muss, um den gegebenen Numerus 1000 zu erhalten. Die folgende Gleichung zeigt allgemein, wie mit dem Logarithmus der Exponent einer Potenz bestimmt werden kann:

Die Gleichung $a^c = b$ aufgelöst nach c ergibt $c = \log_a(b)$.

Man spricht: c ist der Logarithmus von b zur Basis a.

Auch beim Logarithmus bleiben Ihnen die **Sonderformen** nicht erspart. Die folgenden Umformungen sollten Sie im Kopf haben, denn auch sie können einem das Leben enorm vereinfachen:

► Sonderformen beachten!

- Der Logarithmus einer Zahl a zur Basis a ist immer eins: $\log_a(a) = 1$
- Der Logarithmus von eins zu einer beliebigen Basis a ist immer 0: $\log_a(1) = 0$

Von besonderem Interesse sind die Logarithmen zu besonderen Basen, denn bei der Beschreibung von Wachstums- bzw. Zerfallsprozessen verwendet man meist die Basis 2 (Verdopplung) oder die Basis 10 (Verzehnfachung).

► Basis 2: dyadischer Logarithmus, Basis 10: dekadischer Logarithmus, Basis e: natürlicher Logarithmus.

Den meisten von Ihnen wird der **dekadische Logarithmus**, also der Logarithmus zur Basis 10, bekannt sein. Für ihn verwendet man die spezielle Bezeichnung:

$$\log_{10}(b) = \lg(b)$$

Für die Basis 2 erhält man den so genannten **dyadischen Logarithmus**:

$$\log_2(b) = \mathrm{ld}(b)$$

Eine weitere besondere Basis stellt die Eulersche Zahl e dar. Die Eulersche Zahl e ist eine irrationale Zahl. Sie sieht folgendermaßen aus: e= 2,71828182845……. Sie wird zu Ehren des Schweizer Mathematikers Leonhard Euler als solche bezeichnet. Wird die Eulersche Zahl e als Basis verwendet, so spricht man vom **natürlichen Logarithmus**:

$$\log_e(b) = \ln(b)$$

Gesetze für das Rechnen mit Logarithmen

► Für das Rechnen mit Logarithmen gibt es bestimmte Gesetze.

Wie Sie bestimmt schon erwartet haben, gibt es auch für das Rechnen mit Logarithmen bestimmte Gesetze, die es einzuhalten gilt.

1. Gesetz. Der Logarithmus eines Produkts ergibt die Summe aus zwei Logarithmen:

$$\log_a(u \cdot v) = \log_a(u) + \log_a(v)$$

2. Gesetz. Der Logarithmus aus einem Bruch ergibt die Differenz aus zwei Logarithmen:

$$\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$$

3. Gesetz. Der Logarithmus einer Potenz ergibt den Exponent multipliziert mit dem Logarithmus der Basis:

$$\log_a(u^n) = n \cdot \log_a(u)$$

1.4.5 Exponenzial- und Logarithmusfunktionen

Nach den bisher gemachten Erkenntnissen rund um die Potenzen fehlt nur noch eine Betrachtung. Diese steht nun zum Schluss, nicht zuletzt weil sie sehr wichtig ist, sondern auch weil sie eben der anspruchsvollste Teil unserer Mathematik ist.

► Exponenzialfunktion: $y=f(x)=a^x$

Es handelt sich um den Fall, wenn die Variable x im Exponenten der Potenz auftaucht. Man spricht in diesem Fall von einer **Exponenzialfunktion**. Die allgemeine Form lautet:

$y = f(x) = a^x$ mit beliebiger Basis a.

Es ist also nichts anderes als die Erweiterung des Wachstums- (Basis a=2) bzw. Zerfallsgesetzes (Basis a=1/2), die wir uns eben angeschaut haben, auf die Variable x im Exponenten.

Nun ist Ihnen allen sicherlich **die** Exponenzialfunktion zur Basis e bekannt: $y = f(x) = e^x$, während Sie die Funktionen 2^x, 3^x wahrscheinlich nicht kennen, 10^x aber wiederum schon einmal gesehen haben. Denken wir nur an die verkürzende Schreibweise sehr großer oder kleiner Zahlen. Stellt sich die Frage: Wie verhält sich das mit den unterschiedlichen Basen? Ganz einfach! Es gibt eine Umformung, mit deren Hilfe jede beliebige Exponenzialfunktion auf die zur Basis e zurückgeführt werden kann. Kleine Herleitung für Interessierte:

Wie muss der Exponent z zur Basis e aussehen, damit gilt: $e^z = a^x$?

Wenden wir den Logarithmus zur Basis e auf beiden Seiten an, erhalten wir:

$$z = \log_e(a^x)$$

Unter Verwendung des 3. Logarithmengesetzes erhalten wir

$$z = x \cdot \log_e(a) = x \cdot \ln(a)$$

somit gilt:

$$e^{x \cdot \ln(a)} = a^x$$

Es genügt also wirklich, wenn wir uns die Eigenschaften *der* Exponenzialfuntion e^x näher anschauen, um alle Exponenzialfunktionen zu kennen.

Die Exponenzialfunktion e^x weist **drei Besonderheiten** auf, die Sie sich unbedingt merken sollten (Abb. 1.19):

1. Sie verläuft stets durch den Punkt (0/1) und für alle x sind die Funktionswerte f(x)>0.
2. Die Ableitung der e-Funktion ist immer die e-Funktion selbst.
3. Die Stammfunktion der e-Funktion ist auch stets $y=e^x$.

► Drei Besonderheiten der Exponenzialfunktion.

Die Umkehrfunktion zur e-Funktion ist die Funktion des natürlichen Logarithmus.

$y=\ln(x)$

Der Definitionsbereich einer Logarithmusfunktion erstreckt sich von $0<x<\infty$.
Der Wertebereich lautet: $-\infty<y<\infty$

Logarithmusfunktionen haben als einzige Nullstelle x=1, d. h., dass alle Logarithmusfunktionen durch den Punkt (1/0) verlaufen.

Der Graph der Funktion nähert sich asymptotisch der y-Achse für $x \to 0$.

Die Ableitungsfunktion des ln(x) lautet: $\frac{1}{x}$

Graphisch erhält man die Umkehrfunktion zur Exponenzialfunktion, indem man $y= e^x$ an der Geraden y=x spiegelt.

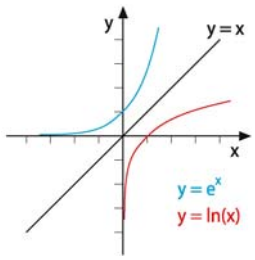
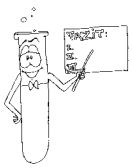


Abb. 1.19. Die Exponenzialfunktion e^x und ihre Umkehrfunktion, die Logarithmusfunktion ln (x). Graphisch findet man die Umkehrfunktion einfach durch Spiegelung an der Geraden y=x

► Die Umkehrfunktion der e-Funktion ist die Funktion des natürlichen Logarithmus!



kurz & knapp

- Beachten Sie beim Rechnen mit Potenzen die Potenzgesetze.
- Die Graphen der Potenzfunktionen nennt man Parabeln für gerade Exponenten und Hyperbeln für ungerade Exponenten.
- Die Umkehrfunktionen der Potenzfunktionen sind die Wurzelfunktionen.
- Beachten Sie beim Rechnen mit Logarithmen die Gesetze dazu.
- Wachstum und Zerfall lassen sich mittels Exponenzialfunktionen darstellen.
- Jede Exponenzialfunktionen mit beliebiger Basis lässt sich in **die** Exponentialfunktion e^x umrechnen.
- Die Basis **der** Exponenzialfunktion ist die Eulersche Zahl.
- Die Umkehrfunktion zur Exponenzialfunktion ist die Funktion des natürliche Logarithmus ln(x).

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1. Berechnen Sie: $10^3 \cdot 10^{-4}$; $10^3 \cdot (1/2)^3$; $10^{125}/10^{123}$

Lösung 1.

$10^3 \cdot 10^{-4} = 10^{(3-4)} = 10^{-1} = \frac{1}{10}$

$10^3 \cdot (1/2)^3 = (10 \cdot 1/2)^3 = 5^3 = 125$

$10^{125}/10^{123} = 10^{(125-123)} = 10^2$

Aufgabe 2

Aufgabe 2. Das Schwächungsgesetz für Röntgenstrahlung lautet: $I = I_0 \cdot 10^{-\mu \cdot d}$. Berechnen Sie die benötigte Schichtdicke d, wenn die Intensität durch Ihre Schutzweste um den Faktor 200 verringert werden soll. Der Schwächungskoeffizien sei $\mu = 250\ m^{-1}$

Lösung 2.

Auflösen der Gleichung nach d ergibt: $d = -\frac{1}{\mu} \cdot \lg\left(\frac{I}{I_0}\right)$

Einsetzen der Werte ergibt: d=0,009 m

Aufgabe 3

Aufgabe 3. Berechnen Sie den Wert für x in: $6^x = 216$

Lösung 3. Wenden Sie auf beiden Seiten den lg an und verwenden Sie die Logarithmengesetze:

$x \cdot \lg 6 = \lg 216$

$x = \lg(216)/\lg(6)$

$x = 3$

Alles klar!

Die Auskunft am nächsten Tag

Um Ihrem Patienten eine Antwort liefern zu können, müssen Sie das Zerfallsgesetz für radioaktive Stoffe anwenden. Details zum radioaktiven Zerfall finden Sie im ▶ Kap. 7. Die Strahlungsintensität I, die der Patient abgibt, klingt demnach exponenziell ab und lässt sich beschreiben mit

$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Dabei stellt I_0 die verabreichte Anfangsintensität dar. Den Unterlagen zum Medikament entnehmen Sie, dass die natürliche Umgebungsintensität ca. 0,1% der zu erwartenden Anfangsintensität direkt auf der Körperoberfläche ist und die typische Zerfallskonstante des Medikaments $\tau = 3$ h beträgt. Nun müssen Sie nur noch die Gleichung nach t = … umstellen und die bekannten Werte einsetzen. Also:

$I = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ | $:I_0$ und den ln angewendet ergibt

$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{t}{\tau}$ | nach t auflösen

$t = -\tau \cdot \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$ | Einsetzen der Werte

$t = -3h \cdot (-0,69) = 20,7h$

Sie können also also Ihrem Patienten bei der Visite am nächsten Tag sagen, dass die zusätzliche Belastung durch das Medikament bereits unter die natürliche Umgebungsbelastung abgeklungen ist.

1.5 Einfache Differenziale und Integrale

Anne McDougall

- Was ist ein Differenzial?
- Ableitungsregeln
- Ableitungen höherer Ordnung
- Extremwerte
- Was ist ein Integral?
- Integrationsregeln

Wie jetzt?

Bevölkerungswachstum

Exponentielles Bevölkerungswachstum – jedem von uns ist dieser Begriff geläufig. Mathematisch lässt sich dies bei einer Bevölkerung von ca. 6,5 Mrd. Menschen am 1.1.2006 und einer Steigerungsrate von 0,02 pro Jahr wie folgt beschreiben:

$N(t) = N_0 \cdot e^{(r \cdot t)}$

Dabei ist N_0=6,5 Mrd. Menschen und r=0,02/a (1/a meint pro Jahr).

Aber was bedeutet das eigentlich? Wie viele Menschen kommen eigentlich jedes Jahr (oder jeden Tag) momentan (1.1.2008) hinzu? Und wie hoch ist der jährliche Zuwachs in 30 Jahren?

1.5.1 Differenzialrechnung

Wie Sie wissen, ist eine Funktionsgleichung y=f(x) eine Zuordnungsvorschrift, die jedem x-Wert spezifisch einen y-Wert zuordnet, sie beschreibt also, wie sich y in Abhängigkeit von x verändert.

Ein Schaubild stellt diese Abhängigkeit bildlich dar (Abb. 1.20). Aus ihm lässt sich für jeden x-Wert der zugehörige y-Wert ablesen. **Die Differenzialrechnung dient nun dazu, die momentane Änderungsrate oder Steigung der Funktion an einem bestimmten Punkt zu ermitteln.** Im Schaubild entspricht die Änderungsrate an einem bestimmten Punkt x_0 der **Tangentensteigung** an diesem Punkt.

► Das Differenzial gibt die Änderungsrate bzw. Tangentensteigung an einem bestimmten Punkt wieder

Bei einer Geraden wird dies entsprechend einfach, denn eine Gerade steigt gleichmäßig, besitzt also an jeder Stelle x die gleiche Steigung bzw. Änderungsrate, oder anders ausgedrückt, die Tangente in einem Punkt an die Gerade ist die Gerade selbst.

Wie aus Schulzeiten bekannt, berechnet man die Steigung einer Geraden anhand eines beliebigen **Steigungsdreiecks** für zwei x-Werte x_1 und x_2. Die Steigung oder Ableitung f'(x) der Tangente, also der Geraden, berechnet sich dann als Differenzenquotient zu:

$$f' = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{(f(x_2) - f(x_1))}{(x_2 - x_1)}$$

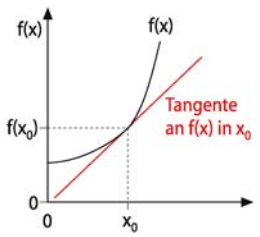


Abb. 1.20. Die Steigung der Funktion f(x) für den x-Wert x_0 ist gleich der Steigung der Tangente an die Funktion f(x) im Punkt x_0

Für Funktionen, deren Schaubild keine Gerade, sondern eine gekrümmte Kurve darstellt, lässt sich aus Funktionswerten allerdings nur eine mittlere Steigung errechnen, indem man eine Sekante als genähertes Steigungsdreieck anlegt (Abb. 1.21).

Diese mittlere Steigung gibt nun die eigentliche Steigung des Graphen (Schaubildes) an einem Punkt umso besser an, je kleiner das Steigungsdreieck ist. Denn dann geht die Sekante in die Tangente über. Die nächste Überlegung muss also lauten: was geschieht, wenn x_1 gegen x_0 geht? Um auf

► Die Steigung einer Funktion wird umso besser genähert, je kleiner das Steigungsdreieck ist

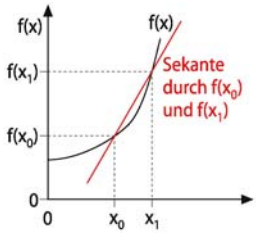


Abb. 1.21. Annäherung der Steigung einer Funktion im Punkt x_0 (Tangente) durch die Steigung einer Sekante durch x_0 und einen Hilfspunkt x_1

diese Weise das Differenzial, also die Ableitung zu bestimmen, müsste nun also eine Grenzwertbestimmung des Differenzenquotienten für $x_1 \rightarrow x_0$ erfolgen.

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{x_1 \to x_0} \frac{(f(x_1) - f(x_0))}{(x_1 - x_0)}$$

Mathematisch exakt müsste man sogar zeigen, dass der Wert für $f'(x_0)$ der gleiche ist, und zwar unabhängig davon, ob man x_1 von links oder von rechts an den Punkt x_0 nähert.

Bei einer gegebenen Funktion f(x) müsste man an jedem für uns interessanten Punkt x_0 die Steigung über diesen Grenzwert ermitteln. Dies bleibt uns glücklicherweise erspart, denn **die Steigung ist selbst wieder eine Funktion von x, f'(x).** Kennen wir diese, brauchen wir nur noch den uns interessierenden x-Wert einzusetzen und erhalten sofort die Steigung. Für viele Funktionen gibt es einfache Regeln, wie man auf die Ableitung f'(x) kommt oder sie sind tabelliert, wie in Tab. 1.3.

► Die Steigung ist eine Funktion von x, f'(x)

Ableitregeln

Ein konstanter Faktor c ergibt abgeleitet 0. Das ist klar, denn der Funktionswert ändert sich ja nicht, egal an welchem x-Punkt ich mich befinde.

$$f(x) = c \rightarrow f'(x) = 0$$

Die Potenzfunktion x^n leitet man ab, indem man die Hochzahl n als Faktor vor die Variable stellt und die Hochzahl um eins verringert, sodass man $n \cdot x^{n-1}$ erhält.

$$f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

Eine Übersicht über diese und andere Ableitregeln finden Sie in der folgenden Tab. 1.3.

Tab. 1.3. Übersicht der wichtigsten Ableitungen

f(x)	f'(x)	
$f(x)=c$	$f'(x)=0$	
$f(x)=x^n$	$f'(x)=n \cdot x^{n-1}$	
$f(x)=\sin x$	$f'(x)=\cos x$	
$f(x)=\cos x$	$f'(x)=-\sin x$	
$f(x)=\tan x$	$f'(x)=1/(\cos^2 x)$	
$f(x)=\log_a x$	$f'(x)=1/x \cdot \ln a$	für $x>0$
$f(x)=\ln x$	$f'(x)=1/x$	für $x>0$
$f(x)=a^x$	$f'(x)=a^x \cdot \ln a$	für $a>0$ und $a\neq 0$
$f(x)=e^{cx}$	$f'(x)=c \cdot e^{cx}$	
$f(x)=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$	$f'(x)=\frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	

Ableitungsregeln für zusammengesetzte Funktionen

So weit, so gut. Jetzt gibt es aber natürlich auch Funktionen, die es einem nicht so leicht machen, da sie sich aus mehreren der oben aufgeführten Bestandteile zusammensetzen. Hier hängen die Ableitungsregeln davon ab, in welcher Weise die Terme in der Funktionsgleichung miteinander verknüpft sind. So unterscheidet man für die beiden Funktionen u(x) und v(x) die drei Regeln entsprechend den einfachen Rechenoperationen Addition, Multiplikation und Division:

► Ableitungsregeln für zusammengesetzte Funktionen

1. Summenregel: $(u \pm v)'(x) = u'(x) \pm v'(x)$
2. Produktregel: $(u \cdot v)'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
3. Quotientenregel: $\left(\frac{u}{v}\right)'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$

Was bedeutet das?

1. Eine Funktion, die aus zwei Teilfunktionen u und v besteht, die zueinander addiert oder voneinander subtrahiert werden, wird also abgeleitet, indem man jede Teilfunktion für sich ableitet und sie anschließend wieder addiert oder subtrahiert.
2. Anders verhält es sich, wenn die Teilfunktionen als Faktoren, also durch Malzeichen, verknüpft sind. In diesem Fall multipliziert man die Ableitung der ersten Teilfunktion mit der zweiten Teilfunktion und addiert das Produkt aus der Ableitung der zweiten Teilfunktion und der ersten Teilfunktion.
3. Wiederum ein bisschen anders und auch noch ein wenig komplizierter sieht das Ganze bei einem Quotienten aus verschiedenen Teilfunktionen aus. In diesem Fall erhält man die Gesamt-Ableitung durch folgenden Prozess: Ableitung des Zählers mal Nenner minus Zähler mal Ableitung des Nenners und das Ganze dann geteilt durch das Quadrat des Nenners.

Hurra!! Wenn Sie in die Ableitungsgleichung nun Ihren x-Wert einsetzen, also die Stelle, für die Sie die momentane Änderungsrate wissen wollen, können Sie diese Änderungsrate an der Gleichung ablesen.

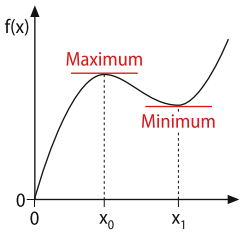


Abb. 1.22. Extremwerten einer Funktion. Bei x_0 befindet sich ein lokales Maximum, wenn die Tangente horizontal verläuft und die Steigung der Tangente sich dabei von + nach – ändert, also die 2. Ableitung f″ negativ ist. Für ein lokales Minimum bei x_0 ändert sich die Tangentensteigung von – nach +

Ableitungen höherer Ordnung

Da die Ableitung einer Funktion in der Regel wieder eine Funktion ist, die ihrerseits eine Steigung hat, lassen sich auch diese bereits einmal abgeleiteten Funktionen nochmals ableiten. Diese weiteren Ableitungen nennt man Ableitungen höherer Ordnung und für jedes weitere Mal, das Sie ableiten, kommt bei der Benennung ein weiterer Apostroph dazu.

► Ableitungen höherer Ordnung sind Ableitungen von bereits abgeleiteten Funktionen.

Diese Ableitungen höherer Ordnung sind von Bedeutung für die Berechnung von **Extremwerten**. **Unter Extremwerten versteht man Maxima und Minima einer Funktion.** Im Schaubild sind dies Stellen, an denen die Tangentensteigung und damit die **erste Ableitung gleich null** ist, weil an dieser Stelle, dem Maximum, die Steigung vom Positiven ins Negative übergeht oder umgekehrt am Minimum vom Negativen ins Positive. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 1.22 dargestellt.

► Extremstellen sind x-Werte, an denen die Steigung f' einer Funktion den Wert 0 annimmt

Um zu berechnen, wo sich eine Extremstelle befindet, setzt man also zunächst f'(x)=0. Trifft dies für eine Stelle x zu, ist schon einmal die erste Bedingung, die Tangente verläuft horizontal, erfüllt. Um die zweite zu überprüfen, bildet man die zweite Ableitung f":

- ist **f"(x)>0**, handelt es sich um ein **Minimum**,
- ist **f"(x)<0**, handelt es sich um ein **Maximum**.

1.5.2 Integrale

Neben dem Differenzieren stellt das Integrieren den zweiten wichtigen Zweig der Analyse dar. Deshalb wollen wir uns an dieser Stelle nun auch mit dem Thema Integrale auseinandersetzen. Einen Teil des Rechenvorgangs beim Integrieren, das so genannte Aufleiten, kann man als Gegenteil zum Ableiten beschreiben.

Wie schon bei den Differenzialen wollen wir uns die Problematik erst einmal in einem Schaubild betrachten (Abb. 1.23).

► Integral I = Flächeninhelt zwischen Funktion und x-Achse im Intervall [a;b]

Im Schaubild versteht man unter einem Integral den Flächeninhalt, den eine Funktion zusammen mit der x-Achse innerhalb eines Intervalls [a;b] einschließt. War man so schlau, sein Schaubild auf Karopapier zu zeichnen, hat man nun die Möglichkeit, einfach die entsprechenden Kästchen abzuzählen, um so auf einfache Art das Integral der Funktion zu erhalten. Ist diese Methode nicht genau

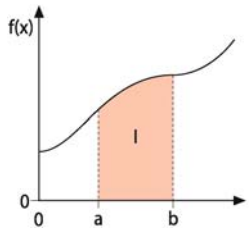


Abb. 1.23. Das Integral I über eine Funktion im Intervall [a;b] ist die Fläche zwischen der Funktion und der x-Achse, begrenzt durch die Senkrechten im Punkt a und b

genug, oder ist es zu kompliziert die Kästchen zu zählen, muss man sich überlegen, wie man stattdessen vorgehen könnte.

Theoretisch betrachtet funktioniert Integrieren nun nach dem Prinzip, dass man sich besagte Fläche zwischen Funktion und x-Achse in Rechtecke, sozusagen Streifen unterteilt. Es handelt sich jedoch nur annähernd um Rechtecke, da die meisten Funktionen ja Rundungen aufweisen, und sich durch ihre Steigung nicht in wirkliche Rechtecke teilen lassen. Hat man die Fläche also nur in wenige Rechtecke unterteilt, ist das Ganze ziemlich ungenau. Teilt man aber in immer mehr, immer schmaler werdende Rechtecke, so erhält man in immer besserer Näherung das entsprechende Integral. Wie genau es sich damit verhält, ist für unsere Zwecke allerdings eher zweitrangig. Hauptsache ist, Sie wissen über die graphische Bedeutung Bescheid und können Integrale berechnen.

Wie also berechnet man ein Integral?
Das Integral von f(x) im Intervall [a;b] schreibt man: $I = \int_a^b f(x)dx$.

► Integral von f(x) im Intervall [a;b]:
$I = \int_a^b f(x)dx$.

Um ein Integral zu berechnen, benötigt man seine Stammfunktion F(x). Eine Stammfunktion ist das Gegenteil einer Ableitung und man erhält sie, analog zum Ableiten, durch »Aufleiten«. Wir suchen also eine Funktion F(x), für die gilt: F'(x)=f(x). Man erhält eine Stammfunktion demnach, indem man die oben aufgeführten Ableitungsregeln (Tab. 1.3) »rückwärts« anwendet:

► »Aufleiten« ist sozusagen das Gegenteil von Ableiten.

Aus $f(x)=x^n$ ergibt sich also $F(x)=\frac{1}{n+1}\cdot x^{(n+1)}$, aus f(x)=sin x bekommt man F(x)=-cos x usw.

Ist die Stammfunktion aufgestellt, erhält man das Integral, indem man zunächst die obere Intervallgrenze in die Stammfunktion einsetzt und anschließend davon die Stammfunktion mit der unteren Intervallgrenze subtrahiert:

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Auch für bestimmte Integrale gelten **Regeln**, nach denen mit ihnen einfach gerechnet werden kann und darf. So gilt z. B.:

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

$$\int_a^b c \cdot f(x)dx = c \cdot \int_a^b f(x)dx$$

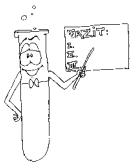
$$\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

Will man mithilfe des Integrals einen wirklichen Flächeninhalt angeben, ist darauf zu achten, ob die Funktion im entsprechenden Intervall über oder unter der x-Achse verläuft, oder diese sogar schneidet. Je nachdem, wie es sich verhält, muss man darauf achten, dass man bei einer Funktion unterhalb der x-Achse ein negatives Integral erhält, der Flächeninhalt aber nichtsdestotrotz positiv ist, da es keine negativen Flächen gibt. Schneidet die Funktion die x-Achse im entsprechenden Intervall, muss man das Intervall unter Verwendung der entsprechenden Nullstellen (f(x)=0) in kleinere Intervalle teilen und die einzelnen Flächen anschließend aufaddieren.

► Bei der Integralrechnung ist eine Skizze der gebenenen Funktionen von Vorteil!

Bei der Integralrechnung ist es immer von Vorteil, sich zumindest eine Skizze der gegebenen Funktion(en) anzufertigen, um einen besseren Überblick zu bekommen und nicht aus den Augen zu verlieren, was genau man jetzt eigentlich wie berechnen wollte bzw. sollte.

kurz & knapp



- Das Differenzial oder die Ableitung einer Funktion in einem Punkt ist die momentane Änderungsrate bzw. Tangentensteigung an dem Punkt.
- Berechnet wird die Ableitung durch Ableiten (Differenzieren) und Einsetzen des x-Wertes.
- Die Ableitungen vieler Funktionen entnimmt man Tabellen.
- Das Integral über eine Funktion entspricht dem Flächeninhalt zwischen Funktion und der x-Achse.
- Das bestimmte Integral einer Funktion über einem Intervall berechnet man durch Aufleiten (Integrieren) und Einsetzen der Intervallgrenzen.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1. Leiten Sie ab! Aufgabe 1

a) $f(x)=x^3-\sqrt{x}$

b) $f(x)=e^x \sin x$

c) $f(x)=\frac{x^5}{\cos x}$

Lösung 1.

a) $f'(x)=3x^2-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

b) $f'(x)=e^x \cdot \sin x + e^x \cdot \cos x$

c) $f'(x)=\frac{5x^4 \cdot \cos x - x^5 \cdot (-\sin x)}{(\cos x)^2}$

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Tangentensteigung von $f(x)=x^2$ an der Stelle x=7. Aufgabe 2

Lösung 2. $f'(x)=2x \rightarrow f'(7)=14$

Aufgabe 3. Berechnen Sie alle Extremwerte der Funktion $f(x)=x^2-2x$. Aufgabe 3

Lösung 3.

- $f'(x)=2x-2$; $f''(x)=2>0 \rightarrow$ Minimum
- $f'(x)=0$
- $2x-2=0$
- $x=1 \rightarrow f(1)=-1$
- Minimum an (1/-1)

Aufgabe 4. Berechnen Sie das Integral der Funktion $f(x)=x^2+2$ im Intervall [2;5] Aufgabe 4

Lösung 4.

$$\int_2^5 (x^2+2)dx = \left[\frac{x^3}{3}+2x\right]_2^5 = \left(\frac{5^3}{3}+10\right)-\left(\frac{2^3}{3}+4\right) = 45$$

Alles klar!

12,3 Mrd. Menschen in 30 Jahren

Wie groß ist nun der jährliche bzw. der tägliche Bevölkerungszuwachs auf unserer Erde am 1.1.2008? Die Änderungsrate ist, wie wir jetzt wissen, nichts anderes als der Wert der Ableitung, an dem für uns interessanten Zeitpunkt. Also müssen wir nichts anderes tun als die Funktion

$$N(t) = N_0 \cdot e^{(r \cdot t)}$$

nach der Zeit t differenzieren und die entsprechenden Werte einsetzen. Hierbei hilft uns ◘ Tab. 1.3 und wir erhalten das Ergebnis:

$$\frac{dN(t)}{dt}(t) = N_0 \cdot r \cdot e^{(rt)}$$

Einsetzen unserer Werte, also N_0=6,5 Mrd. Menschen und r=0,02/a sowie t=2 a (Jahr) für die vergangene Zeit seit dem 1.1.2006, ergibt demnach eine Steigerungsrate am 1.1.2008 von 0,135 Mrd. oder 135 Mio Menschen pro Jahr, entsprechend 370.000 pro Tag.

30 Jahre später, also am 1.1.2038 (t=32 a) erhalten wir eine Zuwachsrate von ca. 247 Mio Menschen pro Jahr. Die Weltbevölkerung beträgt dann bereits 12,3 Mrd. Menschen.

1.6 Messen und Messunsicherheiten – Statistik

Ann-Kathrin Hartmann

- Verteilung von Messergebnissen
  - Systematische Fehler
  - Statistische Fehler
- Charakteristische Größen von Messwertverteilungen
  - Mittelwert
  - Standardabweichung
  - Messunsicherheit
- Fehlerfortpflanzung

Wie jetzt?

HochGRADiges Durcheinander

Sie haben während Ihres Krankenpflegedienstes die Aufgabe bekommen, bei den Patienten Fieber zu messen. Sie finden diesen Job zwar nicht super, wollen ihn aber dennoch gewissenhaft erledigen. Bei einem der Patienten messen Sie eine Temperatur von 39,7°C. Der Patient fühlt sich allerdings sehr gut und hatte auch sonst nie Fieber, darum messen Sie vorsichtshalber noch einmal nach. Diesmal beträgt die Temperatur nur 36,9°C. Dieser Wert scheint Ihnen eher wahrscheinlich. Aber ganz nach dem Motto: Aller guten Dinge sind drei, zücken Sie noch 2-mal das Thermometer und erhalten damit 37,4°C und 37,3°C. Der Patient hat wahrscheinlich also kein Fieber. Aber welchen Wert tragen Sie in die Fieberkurve ein? Welcher ist der »wahre Wert«?

In der Medizin werden oft bestimmte Werte gemessen. Seien es Blutdruck, Körpertemperatur, Puls, Blutwerte oder irgendwelche anderen. Die ermittelten Werte geben Aufschluss über das Befinden eines Patienten und man verlässt sich auf ihre Richtigkeit. Allerdings sollte einem bewusst sein, dass

Messwerte nie mit dem »wahren Wert« einer Messgröße übereinstimmen, sondern sich ihm nur mehr oder minder gut annähern.

Im Folgenden wollen wir klären, was zu tun ist, wenn identische Messungen fast nie identische Ergebnisse bringen und wie man mit den erhaltenen Messwerten umgehen kann, um dem tatsächlichen Wert der zu messenden Größe trotzdem möglichst nahe zu kommen.

► Normalverteilung von Messwerten – Gauß'sche Glockenkurve

Für viele Messungen von physikalischen Größen lässt sich die Verteilung der einzelnen Messwerte mittels der **Normalverteilung oder auch Gauß'schen Glockenkurve** darstellen. Diese würde sich ergeben, wenn man sehr sehr viele Einzelmessungen durchführen würde. In der graphischen Darstellung (Abb. 1.24) ist die Häufigkeit h(x) eines Messwerts über den Messwerten x aufgetragen. Formelmäßig lässt sich die Form wiedergegeben durch einen funktionalen Zusammenhang mit nur 2 Parametern, und zwar

$$h(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

►μ: Mittelwert; σ: Standardabweichung. μ+σ und μ-σ geben die x-Position der Wendepunkte der Glockenkurve an.

Die beiden Parameter: **μ, der Mittelwert**, und **σ, die Standardabweichung**, werden wir uns im Folgenden näher anschauen. Der Vorfaktor ergibt sich aus der Forderung nach Normierung, d. h.: integriert über alle x muss sich der Wert 1 ergeben. Zur Standardabweichung sei aber bereits an dieser Stelle erwähnt, dass durch die beiden Werte μ+σ und μ-σ gerade die x-Position der Wendepunkte der Glockenkurve gegeben sind.

1.6.1 Messfehler

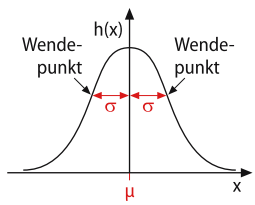


Abb. 1.24. Normalverteilung oder Gauß'sche Glockenkurve

Jeder hat Folgendes bestimmt schon einmal in der einen oder anderen Form erlebt: Man führt in einem Praktikum ein Experiment durch und misst dabei eine bestimmte Größe. Um einen herum führen mehrere andere Leute genau das gleiche Experiment durch. Am Schluss vergleichen alle Gruppen ihre Ergebnisse und stellen fest, dass jede Gruppe einen anderen Messwert ermittelt hat. Man hat vielleicht sogar vorher schon theoretisch den zu erwartenden »wahren Wert« ermittelt, aber keines der Messergebnisse stimmt mit ihm überein. Es wäre ungerecht davon auszugehen, dass jede der Gruppen grobe Fehler gemacht hat, die das Ergebnis verfälscht haben. Woran liegt es also, dass keiner der Messwerte mit dem errechneten »wahren Wert« übereinstimmt?

► Achtung vor systematischen Fehlern

Die Antwort ist ganz einfach: **Bei Messungen jeder Art treten immer Fehler auf, die das Messergebnis verfälschen!** Diese Fehler haben sehr unterschiedliche Ursachen und lassen sich grob in zwei Klassen unterscheiden: **systematische und statistische (zufällige) Fehler.**

Systematische Fehler

► Systematische Fehler verändern das Ergebnis stets um einen bestimmten Faktor/Betrag.

Systematische Fehler entstehen durch z. B. Unzulänglichkeiten des gewählten Messverfahrens, ein fehlerhaftes Messinstrument oder falsche Benutzung der Messanordnung. Sie sind prinzipiell vermeidbar, aber oft nur schwer erkennbar. Systematische Fehler verfälschen einen Messwert immer in die gleiche Richtung, also um einen bestimmten Faktor oder einen festen Betrag.

Ein **Beispiel** für einen systematischen Fehler ist der so genannte **Parallaxenfehler** beim Ablesen von Skalen. Lesen wir z. B. die Temperatur an der Höhe eines Flüssigkeitsspiegels ab, indem wir diese Höhe auf einer dahinter liegenden Skala ablesen, so hängt der Messwert von unserer Blickrichtung ab. Schauen wir immer von oben auf das Thermometer, so ist der abgelesene Wert zu klein, schauen wir immer von unten darauf, so ist er zu hoch.

Einen systematischen Fehler begeht man auch beim Umfüllen bei der Messung einer Flüssigkeit, bevor man das Volumen bestimmt hat (Abb. 1.25).

Statistische Fehler

► Statistische Fehler können das Ergebnis um unterschiedliche Beträge verändern.

Statistische Fehler entstehen z. B. durch äußere Störeffekte auf den Messprozess, die unvermeidbar sind. Sie können einen Messwert um unterschiedliche Beträge vergrößern oder verkleinern. Bei mehrmaligen Messungen erhält man die so genannte Streuung der Messwerte.

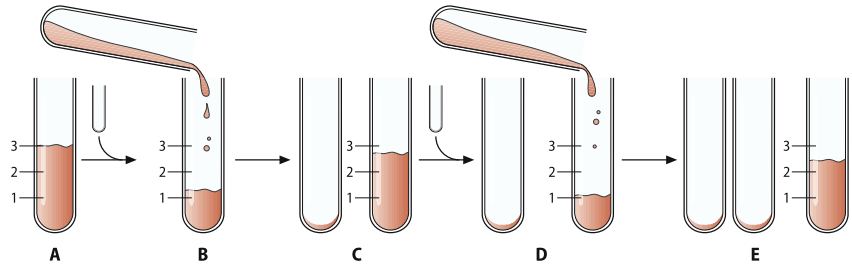


Abb. 1.25. Gießt man eine Flüssigkeit von einem Reagenzglas in ein anderes, so bleibt eine bestimmte Menge der Flüssigkeit zurück. Wiederholt man den Vorgang, so bleibt wieder die gleiche Menge der Flüssigkeit im nächsten Reagenzglas zurück. Das Volumen der Flüssigkeit wird also immer kleiner

Wenn wir eine Größe messen, tun wir dies natürlich in der Absicht, ihren »wahren Wert« zu bestimmen. Da wir aber gelernt haben, dass wir diesen durch Messungen nie erhalten, lernen wir im Folgenden Methoden kennen, mit deren Hilfe wir ihm, dem wahren Wert, durch unsere Messwerte nahe kommen können und die zudem die fehlerbedingten Schwankungen bei der Angabe unserer Ergebnisse berücksichtigen.

1.6.2 Mittelwert, Standardabweichung, Messunsicherheit

1.6.2.1 Mittelwert

Haben wir durch mehrmaliges Messen in einer so genannten Messreihe mehrere Messwerte ermittelt, so lässt sich mithilfe des arithmetischen Mittels ein Wert berechnen, der dem tatsächlichen Wert der Messgröße nahe kommt, der so genannte **Mittelwert oder Bestwert**. **Der Mittelwert ist der Quotient aus Summe und Anzahl der Messwerte** und berechnet sich:

► Mittelwert $\bar{x}$ ist eine Schätzung für den wahren Mittelwert μ.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i-1}^{n} x_i = \frac{1}{n} \cdot (x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$$

dabei ist:

- $\bar{x}$ der Mittelwert oder Bestwert
- n die Anzahl der Messwerte
- $\sum$ die Anweisung alle Einzelwerte zu addieren
- x_i der Messwert bei der i-ten Messung

► Der Mittelwert ist umso zuverlässiger, je höher die Anzahl der Messwerte ist und je weniger die Einzelwerte streuen.

Dieser Mittelwert $\bar{x}$ ist eine Schätzung für den wahren Mittelwert μ der Normalverteilung. Wie nahe der Mittelwert wirklich an den »wahren Wert« heranreicht, lässt sich nicht exakt bestimmen. Da wir die Anzahl der Messungen selbst bestimmen können, hängt die Genauigkeit des Mittelwerts also auch von dem Aufwand ab, den wir bereit sind zu investieren.

Durch die Bildung des Mittelwerts mehrerer Messwerte heben sich die statistischen Abweichungen der einzelnen Messwerte auf. Dies ist also eine Methode, um statistische Fehler zu korrigieren. Er sagt aber nichts über die Stärke der Streuung der Messwerte aus. Um diese bei der Angabe der Messwerte mit zu berücksichtigen, gibt es die **Standardabweichung** und die **Messunsicherheit**.

1.6.2.1 Standardabweichung

Die Standardabweichung zeigt, wie weit die Messwerte einer Messreihe im Schnitt um ihren Mittelwert streuen. Dadurch ist sie ein **Maß für die Qualität des Messverfahrens**. Je kleiner die Standardabweichung, desto besser das Verfahren.

Die Standardabweichung berechnet sich folgendermaßen:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Wir können erkennen, dass die Standardabweichung hauptsächlich von der Abweichung der Messwerte vom Mittelwert ($x_i - \bar{x}$) abhängt und nicht von der Anzahl der Messungen n. Erhöhen wir nämlich n, so wachsen sowohl der Zähler (Summe aus n Werten) als auch der Nenner (n – 1) des Bruchs. **Die Standardabweichung kann also nicht durch eine Erhöhung der Anzahl der Einzelmessungen verringert werden.** Sie ist ein Schätzwert für die wahre Streuung σ der normalverteilten Messwerte.

► Die Standardabweichung ist ein Schätzwert für die wahre Streuung σ der normalverteilten Messwerte.

Die oben dargestellte Größe wird als **absolute Standardabweichung** bezeichnet. Alternativ kann man auch die **relative Standardabweichung** f_x angeben, indem man s_x auf den Mittelwert $\bar{x}$ bezieht:

$$f_x = \frac{s_x}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Mit der Standardabweichung ist folgende statistische Aussage verknüpft: **Bilden wir das Intervall Bestwert ± Standardabweichung, so erhalten wir einen Bereich in dem, statistisch gesehen, 68,3% aller Messwerte liegen.** Das heißt, wenn wir nach Ermittlung einer Standardabweichung eine weitere Messung unter den gleichen Bedingungen durchführen, so liegt deren Wert mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% in diesem Intervall.

Aus diesem Grund sagt die Standardabweichung jedoch nichts über die Zuverlässigkeit des Mittelwerts. Das heißt wir wissen nicht, wie gut er mit dem »wahren Wert« übereinstimmt. Um dies zu erfahren, brauchen wir die so genannte Messunsicherheit.

1.6.2.3 Messunsicherheit

Die Messunsicherheit ist die Standardabweichung des Mittelwerts und gibt als solche Auskunft über die Qualität der Messung. Sie hängt von der Qualität des Messverfahrens und der Anzahl der Einzelmessungen ab. Die Messunsicherheit berechnet sich aus der Standardabweichung wie folgt:

► Die Messunsicherheit gibt Auskunft über die Qualität der Messung.

$$u_x = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$$

Wie wir an der Formel erkennen können, **lässt sich die Messunsicherheit durch Erhöhung der Anzahl der Messungen verringern.** Je mehr Messwerte wir also haben, desto näher liegt der Mittelwert einer Messung an ihrem »wahren Wert«. Die Statistik sagt uns sogar, dass **der »wahre Wert« einer Messung mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% in dem Intervall Mittelwert ± Messunsicherheit liegt.**

Neben der **absoluten Messunsicherheit** können wir auch die **relative Messunsicherheit** ε_x angeben, die sich auf den Mittelwert $\bar{x}$ bezieht:

$$\varepsilon_x = \frac{u_x}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Warum begnügt man sich eigentlich mit diesen 68,3% an Wahrscheinlichkeit?

Wie schon gesagt, ist σ einer der Parameter, mit denen die Normalverteilung einfach zu beschreiben ist und man kann sich auch Folgendes einfach merken, was für alle Normalverteilungen gilt. Im Intervall $\bar{x} \pm 2\sigma$ beträgt die Wahrscheinlichkeit bereits 95,4% und für das Intervall $\bar{x} \pm 3\sigma$ sogar 99,7%. Dies gilt sowohl für die Anzahl der Messwerte bei der Standardabweichung als auch für die Sicherheit des Mittelwerts.

Wollen wir das **Ergebnis einer Messreihe korrekt angeben**, so sagt die **DIN** (Deutsches Institut für Normung e.V.), dass dies durch die Angabe des Mittelwerts und der zugehörigen Messunsicherheit erfolgen muss. Also lautet das Ergebenis einer Messreihe:

► Ergebnisse einer Messreihe werden immer angegeben mit Bestwert ± Messunsicherheit

Mittelwert ± Messunsicherheit

Dabei ist es uns freigestellt, ob wir die absolute oder die relative Messunsicheheit verwenden. **Allerdings dürfen wir nicht vergessen, dass sowohl die Standardabweichung als auch die Messunsicher-**

► Standardabweichung und Messunsicherheit berücksichtigen nur statistische Fehler, nicht systematische.

heit nur statistische Fehler berücksichtigen, nicht jedoch systematische Fehler. Diese sollten bei Messungen immer so weit wie möglich vermieden werden.

Bei der Angabe ist noch darauf zu achten, dass für den Mittelwert und die Messunsicherheit gleich viele gültige Stellen angegeben werden. Diese Anzahl orientiert sich v. a. an dem Wert der Messunsicherheit. Als Orientierung gilt: **Es werden so viele Stellen angegeben, wie sie durch die Messunsicherheit als gesichert angesehen werden können.** Dabei ist die Messunsicherheit immer zum größeren Wert zu runden, wenn Stellen weggelassen werden (!), der Mittelwert aber mathematisch zu runden.

Beispiel: Für die mittlere Körpertemperatur eines Patienten erhalten wir aus mehreren Messungen einen Wert von 36,5842°C und eine Messunsicherheit von 0,2735°C. Die Ergebnisangabe für die Messreihe mit $T_{Körper}$=36,5842°C ± 0,2735°C ist zwar korrekt (!), aber wegen der doch großen Ungenauigkeit nicht unbedingt sinnvoll, da der wahre Wert ja mit 68,3% Wahrscheinlichkeit zwischen 36,3107°C und 36,8577°C liegt. In diesem Fall genügt es sicherlich, die Messunsicherheit zu 0,28°C anzugeben und damit den Mittelwert mit 36,58°C (mathematisches Runden!). Also:

$$T_{Körper}=36{,}58°C \pm 0{,}28°C.$$

Das Intervall wird dann zu 36,30°C bis 36,86°C also etwas größer.

Dies sind natürlich nützliche Formeln für den Umgang mit Messreihen (oder Stichproben), aber wie müssen wir uns verhalten, wenn es nicht möglich ist, eine aufwendige Messreihe mit vielen Messwerten aufzunehmen? Rein rechnerisch kann ja ab n=2 gerechnet werden. Es ist aber leicht einzusehen, dass dann die Gefahr besteht, ausgerechnet 2 Werte auf einer Seite der Normalverteilung erwischt zu haben und somit einen völlig falschen Mittelwert und eine zu kleine Standardabweichung zu ermitteln. Deshalb ist es üblich, die Statistik erst anzuwenden, wenn die Stichprobengröße n vergleichbar oder größer als 10 ist. Außerdem sollte die Stichprobengröße immer mit erwähnt werden.

Messunsicherheit bei kleinen Stichprobengrößen

Bei kleinen Stichprobengrößen oder wenn wir sogar nur einmal messen können, gibt es zwei Möglichkeiten eine Messunsicherheit anzugeben:

- Entweder wir ziehen die Betriebsanleitung des Messgeräts zu Rate, in der die Messunsicherheit angegeben ist. Dieser Wert wird vom Hersteller in aufwendigen Tests ermittelt und sicherlich so angegeben, dass er immer auf der »sicheren Seite« ist.
- Oder wir müssen durch kritisches Betrachten des Messverfahrens einen Wert für die Messunsicherheit abschätzen.

► Bei Geräten mit Digitalanzeige ist der Digitalisierungsfehler zu beachten.

An dieser Stelle sei noch auf eine Besonderheit bei der Messung mit heutzutage üblichen Geräten mit Digitalanzeige hingewiesen. Entsprechend den mathematischen Rundungsregeln impliziert die letzte angezeigte Stelle, dass der Wert innerhalb der halben Stelle nach oben oder unten abweichen kann. also bei angezeigten 36,9 °C liegt der Messwert zwischen 36,85°C und 36,95°C. Dies nennt man den **Digitalisierungsfehler**.

1.6.3 Fehlerfortpflanzung

► Fehlerfortpflanzung: Die Fehler (bzw. Messunsicherheiten) werden an die von ihnen abgeleitete Größe weitergegeben.

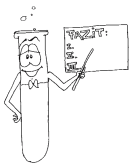
Oft verwenden wir Messergebnisse verschiedener Größen, um daraus eine abgeleitete Größe zu berechnen. Wie wir wissen, sind gemessene Werte aber immer fehlerbehaftet. Diese Fehler – oder besser die Messunsicherheiten der Größen – werden an die abgeleitete Größe weitergegeben. Bei der Berechnung des Fehlers für die abgeleitete Größe spricht man von der **Fehlerfortpflanzung.** Da die zugrunde liegende Statistik mathematisch recht kompliziert ist, werden wir uns nur mit zwei grundlegenden einfachen Fällen beschäftigen. Außerdem handelt es sich dabei um eine einfache größzügige Abschätzung, eben eine **Größtfehlerabschätzung**.

1. Wenn wir Messwerte addieren oder subtrahieren um eine abgeleitete Größe zu erhalten, so addieren sich die absoluten Messunsicherheiten der einfließenden Größen. Natürlich ist es theoretisch möglich, dass sich Messfehler zum Teil ausgleichen, wenn z. B. der eine Messwert zu groß und der andere zu klein ist. Da wir aber den »wahren Wert« nicht kennen, müssen wir damit rechnen, dass sich die Fehler addieren, müssen wir also die Messunsicherheit durch Addition abschätzen. Im Prinzip gehen wir bei der Fehlerfortpflanzung also immer vom Schlimmsten aus. Daher verwundert es auch nicht, dass wir teilweise sehr hohe Unsicherheiten erhalten, z. B. dann, wenn die abgeleitete Größe nur eine kleine Differenz zweier Messwerte ist. Wir dürfen uns dabei nicht von den großen Messunsicherheiten verunsichern lassen, sondern müssen im Kopf behalten, dass wir ein »worst-case-Szenario« berechnet haben.

2. Wenn wir Messwerte multiplizieren oder dividieren müssen, um die abgeleitete Größe zu erhalten, so addieren sich die relativen Messunsicherheiten. Im Gegensatz zur ersten Regel ist diese nicht sofort offensichtlich. Ihre Herleitung ist aufwendig und muss uns nicht weiter interessieren. Für uns ist wichtig, dass die Regel näherungsweise für kleine Unsicherheiten gilt, mit denen wir es meistens zu tun haben.

Berechnet sich die zu ermittelnde Größe mittels komplizierterer Zusammenhänge als Addition oder Multiplikation, z. B. durch einen Sinus oder Logarithmus, so spielen die Ableitung der Berechnungsformel für die Fehlerfortpflanzung eine Rolle. Meist genügen aber die zwei besprochenen Fälle.

kurz & knapp



- Messwerte sind immer fehlerbehaftet.
- Der »wahre Wert« einer Größe lässt sich durch eine Messung nicht bestimmen.
- Systematische Fehler verfälschen einen Messwert immer in die gleiche Richtung und um den gleichen Betrag.
- Statistische Fehler können einen Messwert um unterschiedliche Beträge vergrößern oder verkleinern und erzeugen bei mehrmaligen Messungen eine so genannte Streuung der Messwerte.
- Der Mittelwert ist der Quotient aus Summe und Anzahl der Messwerte.
- Der Mittelwert ist aber umso zuverlässiger, je höher die Anzahl der Messwerte ist.
- Die Standardabweichung ist ein Maß für die Qualität des Messverfahrens.
- Die Standardabweichung kann nicht durch eine Erhöhung der Anzahl der Einzelmessungen verringert werden.
- Im Intervall Bestwert ± Standardabweichung liegen 68,3% aller Messwerte.
- Die Messunsicherheit ist ein Maß für die Qualität der Messung. Sie kann durch Erhöhung der Anzahl der Messungen verringert werden.
- Der »wahre Wert« einer Messung liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% im Intervall Mittelwert ± Messunsicherheit.
- Sowohl die Standardabweichung als auch die Messunsicherheit berücksichtigen nur statistische Fehler, nicht jedoch systematische.
- Werden Messwerte addiert/subtrahiert, addieren sich die absoluten Messunsicherheiten.
- Werden Messwerte multipliziert/dividiert, addieren sich die relativen Messunsicherheiten.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1. Sie haben bei einem Experiment folgende pH-Wert-Messreihe ermittelt. Berechnen Sie – nur zur Übung an der kleinen Stichprobe – den Mittelwert, die Standardabweichung und die Messunsicherheit der Werte (Tab. 1.4).

Aufgabe 1

Aufgabe 2

Tab. 1.4. Aufgabe 1

i	pH
1	6,3
2	6,7
3	5,9
4	6,6
5	7,1

Aufgabe 2. Sie haben in den letzten Monaten waghalsige und zeitraubende Experimente beim Bungeejumping gemacht. Nun möchten Sie herausfinden, welche Kraft dabei wirkt. Sie haben folgende Daten ermittelt:

- Der Bungeejumper hat die Masse von $m = 77{,}0\,\text{kg} \pm 0{,}5\,\text{kg}$
- Die Beschleunigung während des Falls beträgt $a = (5{,}00 \pm 0{,}03)\frac{m}{s^2}$

Außerdem wissen Sie dass die Kraft folgendermaßen definiert ist: $F = m \cdot a$. Wie groß ist also die Kraft, die der Bungeejumper erfährt und mit welcher Messunsicherheit ist sie behaftet?

Lösungen

Lösung 1. Der Mittelwert lässt sich ganz einfach berechnen. Wir addieren alle Messwerte und teilen sie durch ihre Anzahl.

$$\overline{pH} = \frac{1}{n}\sum_{i-1}^{n} pH_i = \frac{1}{5}(6{,}3 + 6{,}7 + 5{,}9 + 6{,}6 + 7{,}1) = 6{,}52$$

Bei der Standardabweichung müssen wir ein bisschen Vorarbeit leisten. Zuerst berechnen wir für jeden Messwert die Differenz zum Mittelwert ($pH_i - \overline{pH}$). Danach berechnen wir die Quadrate aus diesen Werten $(pH_i - \overline{pH})^2$. Diese Quadrate addieren wir anschließend und setzen alles in die Gleichung der Standardabweichung (Tab. 1.5).

Tab. 1.5. Lösung 1

i	$(pH_i - \overline{pH})$	$(pH_i - \overline{pH})^2$
1	-0,22	0,0484
2	0,18	0,0324
3	-0,62	0,3844
4	0,08	0,0064
5	0,58	0,3364
		$\Sigma = 0,808$

$$s_{pH} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(pH_i - \overline{pH})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0{,}808}{4}} \approx 0{,}45$$

$$f_{pH} = \frac{s_{pH}}{\overline{pH}} \cdot 100\% = 6{,}9\%$$

Die Messunsicherheit lässt sich mithilfe der Standardabweichung leicht berechnen, indem wir die Werte einfach in die Gleichung einsetzen.

$$u_{pH} = \frac{s_{pH}}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}45}{\sqrt{5}} = 0{,}20$$

$$\varepsilon_{pH} = \frac{u_{pH}}{\overline{pH}} \cdot 100\% = 3{,}1\%$$

Lösung 2. Die Kraft berechnet sich durch eine Multiplikation aus Masse und Beschleunigung. Wir müssen also die relativen Messunsicherheiten der Messwerte addieren. Zuerst berechnen wir jedoch die Kraft ohne Messunsicherheiten:

$$F = m \cdot a = 77\text{kg} \cdot 5\frac{m}{s^2} = 385\text{N}$$

Die relative Messunsicherheit der Kraft ist:

$$\varepsilon_F = \varepsilon_m + \varepsilon_a = \frac{u_m}{m} + \frac{u_a}{a} = 0{,}65\% + 0{,}6\% = 1{,}25\%$$

Die absolute Messunsicherheit ist also: $u_F = 0{,}0125 \cdot 385\text{N} = 4{,}8125\text{N}$
Da man immer versuchen sollte, sinnvolle Dezimalstellen anzugeben, ist unser Endergebnis also:

$$F = (385 \pm 5)\,\text{N}$$

Alles klar!

Alles im grünen Bereich

Es sieht wohl so aus, dass es sich beim ersten Messwert um einen groben Fehler handelt, dessen Ursache darin begründet sein könnte, dass das Flüssigkeitsthermometer kurz vor der Messung auf der Heizung lag und nicht lange genug gemessen wurde. Die drei übrigen Werte ergeben einen Mittelwert von 37,2°C als Schätzwert für die wahre Körpertemperatur. Da nur 3 Messungen gemacht wurden, macht die Angabe der Messunsicherheit hier keinen Sinn! Da alle drei Werte aber dicht beieinander lagen, kann die Genauigkeit aus der Betriebsanleitung entnommen werden.

Das Beste ist also, die Temperatur immer so gewissenhaft wie möglich zu messen, und dann den erhaltenen Wert zu nehmen.

1.7 Graphische Darstellung von Zusammenhängen

Philipp Wagner

- Vorteile von Diagrammen und Schaubildern
- Basics **vor** dem Zeichnen
- Material: **Das** braucht man unbedingt
- Dinge, die in einem Schaubild nie fehlen dürfen
- Messunsicherheit und Fehlerbalken
- Ausgleichskurve und -gerade

Wie jetzt?

Was heißt hier Zusammenhang?

Es ist 18:30 Uhr. Stationsarzt Dr. Clever ist gerade dabei, den Kittel an die Garderobe der infektiologischen Station zu hängen, da stürmt Oberarzt Dr. Konfus durch die Tür und schreit: »Ach gut, dass Sie noch da sind. Ich habe gerade neueste Messwerte unserer Studie bekommen und will sie morgen früh bei der Frühbesprechung vorstellen. Sie haben doch sicher noch etwas Zeit und können sich kurz einen Überblick über die Wirkung des neuen fiebersenkenden Medikaments machen.« Keine zwei Sekunden später ist der reizende Oberarzt wieder weg und Dr. Clever hält einen Schmierzettel mit einer Reihe Daten in der Hand (■ Abb. 1.26).

	0h	2h	4h	6h	8h
Pat 1	39,5	38,9	38,7	38,8	38,6
Pat 2	39,2	37,5	37,6	37,4	37,4
Pat 3	40,1	39,4	39,2	39,1	39,0
Pat 4	39,4	39,5	39,4	39,5	39,3
Pat 5	39,1	38,2	38,0	38,0	37,8

■ **Abb.1.26.** Notizzettel des Dr. Konfus – wie war das noch mal mit den Einheiten?

Was kann Dr. Clever jetzt machen, um zum einen den Oberarzt zufriedenzustellen und zweitens schnellstmöglich zu seiner neuen Freundin zu kommen? Wie werden die Daten für jeden Betrachter übersichtlich?

1.7.1 Warum überhaupt Schaubilder und Diagramme?

Wieso überträgt man eigentlich so oft Daten aus den schönsten und übersichtlichsten Tabellen in ein Diagramm? Eine Tabelle ist doch viel exakter, hier kann man den Wert auch auf ein Tausendstel genau angeben, was in einer Zeichnung nie möglich sein wird.

► In Diagrammen lässt sich der Zusammenhang zwischen zwei Größen darstellen.

Nun, die Vorteile von Diagrammen sind folgende: Hier ist es möglich, eine Größe in Abhängigkeit von einer anderen Größe anzugeben. So kann man beispielsweise den systolischen Blutdruck in Abhängigkeit vom Alter der Patienten oder die Anzahl der Geburten in Abhängigkeit von der Anzahl der beobachteten Störche (ja klar!) angeben. **Außerdem ist es natürlich so, dass ein Diagramm auf einen Blick einen sehr guten Eindruck von Zusammenhängen vermittelt.** Gerade die Zusammenhänge entgehen dem Betrachter bei einer Tabelle leicht (z. B. linearer oder exponenzieller Zusammenhang der Messdaten).

1.7.2 Gedanken vor dem Zeichnen eines Schaubildes

Unerlässlich beim Zeichnen eines Schaubildes ist es, sich **vorher** ein paar Gedanken dazu zu machen. So sollte man sich zu allererst überlegen, was genau man eigentlich darstellen will:

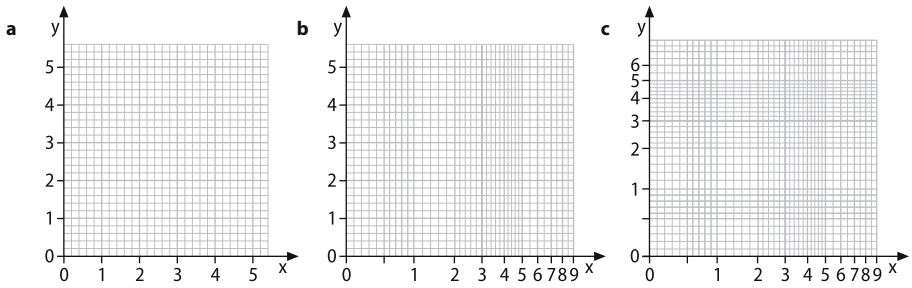
- Welcher Bereich ist interessant?
- Welche Parameter sollen dargestellt werden?
- Auf welcher Achse ist ein Parameter am sinnvollsten darzustellen?

Hier spielt sicher die Erfahrung auch eine große Rolle. Die Devise heißt also: Nicht gleich aufgeben!

► Aufteilung der Achsen: lineare Aufteilung oder logarithmische Skala.

► Material: Millimeterpapier, gespitzte Stifte, Lineal

Außerdem ist es wichtig, sich zu überlegen, wie man die Achsen aufteilt. Hat man z. B. alle Werte in einer ähnlichen Größenordnung, so sollte man eine **lineare (»normale«) Aufteilung** der Achsen verwenden. Unterscheiden sich die einzelnen Werte dagegen um einige Zehnerpotenzen, also z. B. von 10^0 bis 10^5, ist es ein riesiger Bereich und man kann die Verwendung einer **logarithmischen Zahlenskala** in Erwägung ziehen. **Die Aufteilung kann man für die x- und y-Achse unabhängig voneinander festlegen.** Es ist also z. B. auch möglich, auf der y-Achse eine logarithmische Zahlenskala zu verwenden und auf der x-Achse eine lineare. Ein Beispiel für eine solche Aufteilung zeigt ◘ Abb. 1.27b.



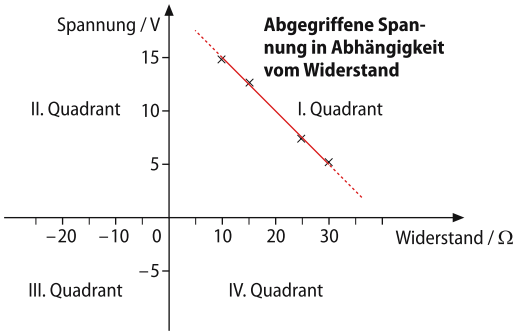
◘ **Abb. 1.27a–c.** **a** Lineare Aufteilung der Achsen, **b** Abgebildet ist ein halblogarithmisches Papier. Die x-Achse ist in diesem Fall logarithmisch aufgeteilt, die y-Achse linear. Man kann also auf der x-Achse einen wesentlich größeren Wertebereich darstellen. Man sollte sich hier besonders auch noch einmal die Aufteilung der x-Achse anschauen und darauf achten, wie schnell die Werte hier nach oben schießen (0, 1, 10, 100, 1000 usw.). **c** Logarithmische Aufteilung; diese ist sinnvoll, wenn beide Wertebereiche über mehrere Zehnerpotenzen reichen

1.7.3 Material

Grundsätzlich kann man jedes Schaubild auf kariertem Papier problemlos zeichnen. Auf **Millimeterpapier** kann man seine Werte aber sicher einfacher und v. a. genauer darstellen. **Millimeterpapier ist entweder mit linearer, halblogarithmischer oder logarithmischer Skalierung erhältlich** (◘ Abb. 1.27a–c). Auch gespitzte Bleistifte, Buntstifte und ein gutes Lineal sind für eine ordentliche Darstellung natürlich unverzichtbar.

1.7.4 Grundlagen

Zunächst einmal ist es sehr wichtig, sich von Anfang an anzugewöhnen, alle Abbildungen bzw. Schaubilder genau und sorgfältig zu **beschriften**. Sonst bekommt man diese spätestens bei der ersten Korrektur der Doktorarbeit von seinem Betreuer um die Ohren gehauen. Ein exemplarisches Beispiel für eine komplett beschriftetes Koordinatenystem zeigt ◘ Abb. 1.28.
Das darf also bei einem Schaubild auf keinen Fall fehlen:



◘ **Abb.1.28.** Die essenziellen Beschriftungen eines Schaubildes umfassen: Die Überschrift (welche sehr oft vergessen wird), die das »Thema« des Schaubildes enthält; die Achsenbeschriftungen mit gemessenem Parameter, dessen Einheit und eine sinnvollen Skalierung. Nur zur Information sind noch alle vier Quadranten im Schaubild eingezeichnet

1. **Überschrift:** Hier muss klar ersichtlich sein, welche Inhalte dargestellt sein sollen. Es ist wichtig, spätestens bei der letzten Durchsicht der Zeichnungen seinen Text noch einmal kritisch zu überprüfen. Man muss immer daran denken, dass der (hoffentlich interessierte) Leser der Abbildung in den allermeisten Fällen nicht so eingearbeitet ist wie man selbst. Und auch ihm soll schließlich klar werden, was gemeint ist. Dies ist zugegebenermaßen ein sehr schwieriger Schritt, den auch erfahrene Zeichner immer wieder nicht genügend beachten.
2. **Welche Quadranten** werden zur Darstellung gebracht? Hat man z. B. nur Messwerte im negativen Bereich, kann man den positiven Bereich evtl. nur andeuten. Dadurch spart man nicht nur Platz, sondern es wird möglich, den entscheidenden Bereich, in dem sich die meisten Werte befinden, »aufzudehnen«. Dadurch wird es möglich, evtl. nur kleine Unterschiede herauszuarbeiten. Am häufigsten wird, besonders im medizinischen Bereich, der 1. Quadrant benötigt (also für x- und y-Achse nur positive Werte).
3. **Anlegen des Achsenkreuzes:** Ein Achsenkreuz besteht aus zwei Achsen, einer waagerechten x-Achse, auch Abszisse genannt, und einer senkrechten y-Achse, welche auch Ordinate genannt wird. Wenn also, wie so oft, lediglich der 1. Quadrant im Diagramm ausreicht, zeichnet man die x-Achse an das untere Ende des Blatts und die y-Achse an das linke Ende.
4. **Achsenbeschriftung**: Ganz wichtig ist eine sorgfältige Achsenbeschriftung! Jeder Leser sollte den aufgetragenen Parameter der beiden Achsen sofort erkennen können. Ohne diese Information ist jede Abbildung wertlos! Zu einer vollständigen Achsenbeschriftung gehört immer der gemessene Parameter (z. B. die Körpergröße) und die Angabe, in welcher Einheit diese Werte aufgetragen sind (z. B. cm). So könnte man an die y-Achse schreiben: »Körpergröße/cm«. Diese Schreibweise ergibt sich ganz einfach aus der Definition für die Angabe eine physikalischen Größe: **Physikalische Größe = Maßzahl mal Einheit.** Dividiert man beide Seiten durch die Einheit, bleibt die Maßzahl!
5. **Skalierung**: Grundsatz: Den entscheidenden Bereich zentrieren und möglichst auf einen weiten Raum verteilen! Hier ist auch ein bisschen Fingerspitzengefühl gefragt. Es bringt also überhaupt nichts, einen einzelnen Ausreißer ins »Zentrum des Geschehens« zu rücken.
6. Sorgfältiges und genaues **Eintragen der Werte**: Nichts ist ärgerlicher, als hier einen Leichtsinns- oder Übertragungsfehler einzubauen! Man kennzeichnet normalerweise jedes Wertepaar (aus x- und y-Wert) mit einem kleinen Kreuz (+ oder ×).
7. **Legende**: Evtl. (und besonders in der Doktorarbeit bei jeder Abbildung ein Muss!) ist eine Legende sinnvoll. Hier können zusätzlich verwendete Zeichen und Abkürzungen erklärt werden. Au-

Wichtig für ein Schaubild sind:
- Überschrift,
- Wahl der Quadranten
- Anlegen des Achsenkreuzes: Abszisse: x-Achse; Ordinate: y-Achse
- Achsenbeschriftung
- Skalierung
- Eintragen der Werte
- Legende

ßerdem ist es hier möglich, andere wichtige Aussagen zur Abbildung zu erläutern, wie z. B. Eigenschaften des untersuchten Patientenkollektivs.

Hätten Sie's gewusst?

Richtlinien für eine optimale Skalierung der Achsen des Schaubildes:

- Die Skalierung der Achsen richtet sich jeweils (getrennt für x- und y-Achse) an den jeweiligen Minimal- und Maximalwerten. Schwierig wird dies nur dann, wenn man einen sehr großen Ausreißer in den Messwerten hat. Kann man hier keinen Fehler in der Messung entdecken, kann es manchmal trotzdem sinnvoll sein, im Schaubild anzudeuten, dass ein Messwert außerhalb des dargestellten Bereichs liegt.
- Das Diagramm sollte jeweils den gesamten zur Verfügung stehenden Platz ausnutzen. So ist eine größtmögliche Übersicht gewährt. Noch wichtiger ist dabei aber, dass die Achsen dann zweckmäßig unterteilt werden. Das heißt z. B., wenn man die Körpergröße auf der y-Achse aufträgt, dass man für jeweils 10 cm Körpergröße entsprechend einen cm auf der y-Achse vorsieht. Wenn man jedem cm auf der y-Achse dagegen 8,67 cm Körpergröße zuordnet, bringt man sich spätestens beim Zeichnen in große Nöte.
- Falls die Messwerte nicht bei Null beginnen, sollte auch die jeweilige Achse nicht bei Null beginnen. Auch hier sollte man einen zweckmäßig gewählten Wert auswählen. Wenn man z. B. nur Personen in der Messgruppe hat, die mindestens 157,5 cm groß sind, ist es sinnvoll bei 150 cm zu beginnen. Wählt man dagegen z. B. 157,5 cm als Nullpunkt, hat man es beim Zeichnen wiederum sehr schwer.

Bei allen Schaubildern müssen mindestens eine Überschrift und beschriftete Achsenkreuze vorhanden sein.

Dieselben Richtlinien der Übersichtlichkeit und Beschriftung sind natürlich auch für jede Tabelle wichtig. Auch hier sind ungenaue Bezeichnungen und fehlende Überschriften ein Ärgernis.

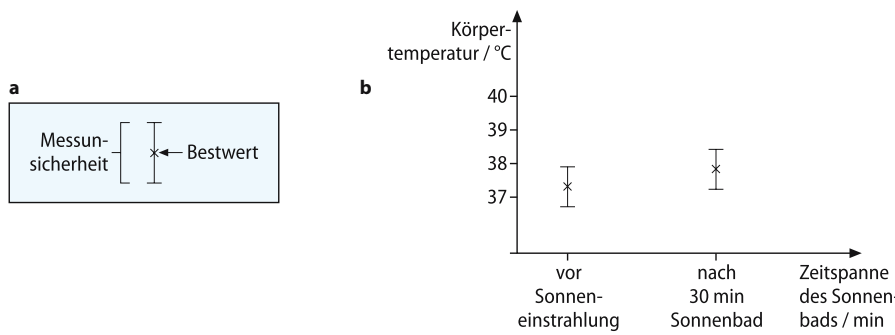
1.7.5 Messunsicherheiten

► Messunsicherheit: Standardabweichung des Mittelwerts

► Bestwert: Arithmetisches Mittel aller Einzelwerte

Sobald man in ein Diagramm nicht Einzelwerte, sondern Mittelwerte eintragen will (z. B. die durchschnittliche Erhöhung der Körpertemperatur von 100 Probanden vor und nach 30 min Sonnenbad), kann man jeweils die Messunsicherheit mit einzeichnen (► Kap. 1.6). Kein Messverfahren nämlich ist 100%ig genau und nicht alle Menschen reagieren gleich auf Sonneneinstrahlung (◘ Abb. 1.29a).

Die Messunsicherheit wird im Diagramm durch so genannte **Fehlerbalken** eingetragen (◘ Abb. 1.29a,b). Der wahre bzw. wirkliche Wert der gemessenen Größe liegt dann mit einer (statistisch errechneten) Wahrscheinlichkeit von 68,3% in dem Bereich **Bestwert (= Mittelwert)±Messunsicherheit.** Dabei ist der so genannte Bestwert das arithmetische Mittel aller Einzelwerte. Vergleiche hierzu auch ► Kap. 1.6.



◘ **Abb.1.29a,b.** **a** Beispiel eines Werts mit Messunsicherheit, **b** Beispiel vom durchschnittlichen Anstieg der Körpertemperatur vor und nach einem 30-minütigen Sonnenbad. Hier erkennt man, dass die Messunsicherheit nach dem Sonnenbad größer ist. Man hat nach dem Sonnenbad also, bei gleicher Stichprobengröße, eine größere Streuung der Messwerte

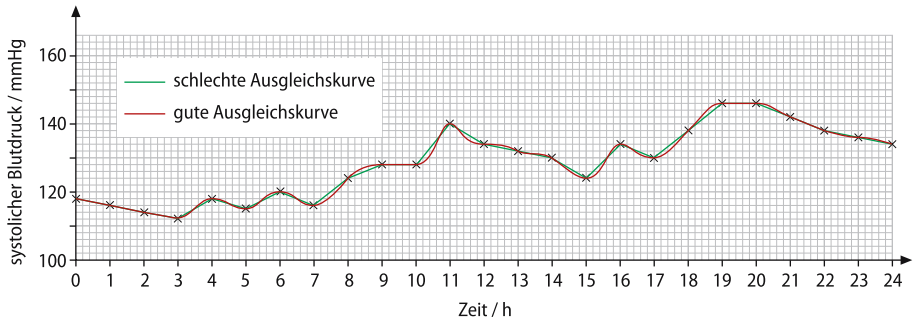
1.7.6 Ausgleichskurve

► Ausgleichkurve: Mittel zur Verbindung einzelner Messwerte, um einen möglichst realistischen Verlauf des Messwerts nachzuahmen.

Angenommen, man misst bei Patienten den systolischen Blutdruck im Tagesverlauf alle 3 h, so erhält man je nach Person, Tätigkeit oder Stress unterschiedlich hohe Werte über den Tag verteilt. Physiologisch ist z. B., dass unser Blutdruck nachts absinkt. Hier liegt der Körper schließlich flach und ruhig. In ◘ Abb. 1.30 sieht man beispielhaft diesen Verlauf.

Nun ist es allerdings so, dass der Mensch ja immer einen Blutdruck hat, nicht nur zu den Messungen. Die Messwerte entsprechen also nur **Momentaufnahmen** von einem sich **kontinuierlich** änderndem Blutdruck. Natürlich ist die Änderung mal ganz gering, mal sehr stark (z. B. wenn man anfängt, körperlich zu arbeiten). Deswegen ist es nicht sinnvoll, die einzelnen Punkte durch gerade Linien zu verbinden (also einer Art Zickzack). Vielmehr sollte man versuchen, die Punkte »harmonisch« miteinander zu verbinden, sodass in der **Ausgleichskurve** keine Ecken und Knicke entstehen. Dies entspricht viel mehr einer physiologischen Änderung der Blutdruckwerte. Je mehr Messpunkte man zur Verfügung hat, desto genauer und wirklichkeitsgetreuer kann man dann eine solche Ausgleichsgerade zeichnen.

Das Extrembeispiel dazu wäre, den Blutdruck ständig zu bestimmen (wie dies z. B. durch eine arterielle Messung möglich wäre). In diesem Fall bekommt man schon durch die unendlich vielen einzelnen Messpunkte seine »Ausgleichskurve«. Ein Beispiel für eine solche Ausgleichskurve zeigt ◘ Abb. 1.30. **Eine Ausgleichskurve verbindet die einzelnen Messwerte und sollte möglichst harmonisch gezeichnet werden, also ohne Ecken und Kanten.**



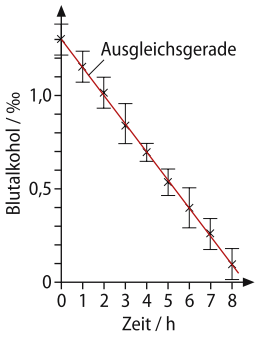
◘ **Abb. 1.30.** Die rote Ausgleichskurve ist dabei ein Beispiel, wie man es nicht machen sollte, die grüne Kurve dagegen ist ein gutes Beispiel für eine gelungene Ausgleichskurve

1.7.7 Lineare Zusammenhänge

► Bei einem linearen Zusammenhang lässt sich der Zusammenhang der Messgrößen mittels einer Geraden darstellen.

Ein Sonderfall einer Ausgleichskurve besteht dann, wenn ein linearer Zusammenhang zwischen den Messgrößen besteht (Ausgleichs**gerade**). **Linear bedeutet dabei, dass die aufgetragene Änderung der beiden Messgrößen (die auf der x- und y-Achse aufgetragen sind) proportional zueinander verlaufen.** Ist also z. B. x doppelt so groß wie der Ausgangswert, so ist es auch y. Wenn sich also verschiedene Werte im Rahmen der Messunsicherheit mit einer Geraden vebinden lassen, liegt ein linearer Zusammenhang vor (◘ Abb. 1.31). Dass dabei manche Werte etwas über und manche etwas unter der Geraden liegen, hängt mit der **statistischen Streuung** der Werte zusammen.

Steigungsdreieck. An jede Gerade kann man ein Steigungsdreieck anlegen. Dadurch lässt sich, wie der Name sicher schon vermuten lässt, die Steigung der Geraden berechnen. Außerdem kann ein Steigungsdreieck manchmal auch hilfreich sein, wenn man den Überblick über die Einheiten verloren hat.



◘ **Abb. 1.31**

◘ **Abb. 1.31.** Abbau der Blutalkoholkonzentration eines Probanden über die Zeit. Hier erkennt man sofort den linearen Zusammenhang. Egal wie hoch der Alkoholspiegel ist, baut der Körper immer die gleiche Menge Alkohol pro Stunde ab! Ein betrunkener Mensch in der Ausnüchterungszelle der Polizei mit 3,5‰ wird also erst nach ca. 25–35 h nüchtern sein. Es ist also bedenklich, nach einer durchzechten Nacht am Morgen wieder Auto zu fahren!

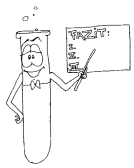
Hätten Sie's gewusst?

Die Steigung m einer Geraden lässt sich berechnen durch:

$m = \Delta y / \Delta x$

Die Einheit von m lässt sich ebenfalls durch die gleiche Formel »berechnen«:

[Einheit von m] = [Einheit von y]/[Einheit von x]



kurz & knapp

- Zum perfekten Schaubild benötigt man lineares, halbloagrithmisches oder logarithmisches Millimeterpapier.
- Ein Schaubild hat viele Vorteile, insbesondere die gute Übersichtlichkeit.
- Nie vergessen darf man die komplette Beschriftung eines Schaubildes.
- Ausgleichskurven haben keine Ecken und Kanten.
- Mit einem Steigungsdreieck lässt sich nicht nur die Steigung einer Geraden bestimmen, sondern auch die resultierende Einheit.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1. Sie bekommen die Werte in der Gewichtsentwicklung eines Mannes mit einer Körpergröße von 180 cm im Alter von 20–40 Jahren (Tab. 1.6). Stellen Sie diese formal korrekt und übersichtlich dar.

Tab. 1.6. Gewichtsentwicklung Patient X im Alter von 20–40 Jahren in [kg]

Alter/Jahre	Gewicht/kg
20	75
22	75
24	76
26	75
28	77
30	78
32	80
34	81
36	80
38	82
40	83

Lösung 1. In Abb. 1.32a,b werden die Unterschiede zwischen einer eindeutigen Beschriftung und Darstellung und einer unzureichenden deutlich.

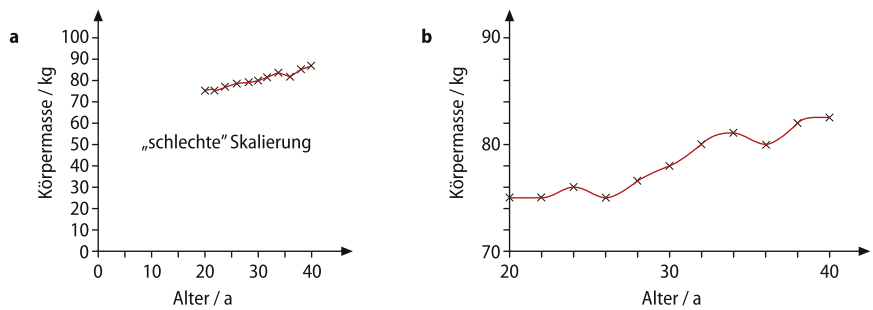


Abb.1.32a,b. Übersichtliche Darstellung von Daten. **a** So sollte es **nicht** aussehen! Zum einen ist hier die Skalierung der Achsen falsch gewählt. Man muss nicht unbedingt bei beiden Achsen bei Null anfangen, wenn es in diesem Bereich überhaupt keine Messwerte gibt. Außerdem sind die Achsen nicht beschriftet. So kann keiner nachvollziehen, was eigentlich gemessen wurde. Auch eine eindeutige Überschrift fehlt. **b** So sollte ein gutes Schaubild aussehen. Die Skalierung ist sinnvoll gemacht (d. h. kein Platz verschenkt wie in **a**, das Wesentliche dafür größer dargestellt), die Achsen sind beschriftet und das Schaubild verfügt über einen eingängigen und leicht verständlichen Titel. So werden die Unterschiede in der Gewichtsentwicklung viel besser deutlich

Alles klar!

Fiebersenkendes Mittel oder Reinfall?

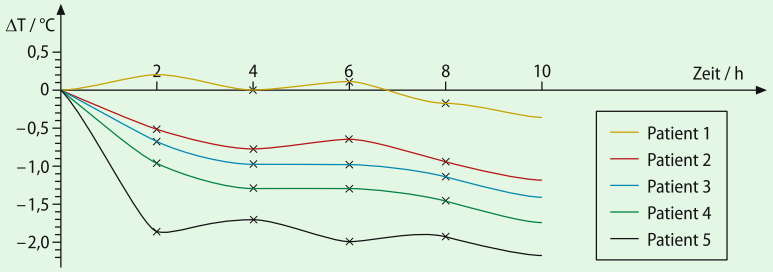
Hier kann Dr. Clever seine Fähigkeiten voll und ganz ausspielen. Zunächst gestaltet er die Tabelle neu, ergänzt v. a. die fehlenden formalen Angaben und berechnet die **entscheidenden Größen** (▫ Tab. 1.7). Die entscheidende Größe ist bei einem fiebersenkenden Medikament schließlich nicht die absolute Körpertemeratur, sondern die Angabe, um wieviele °C die Temperatur jedes Patienten nach Behandlung abfiel.

▫ **Tab.1.7.** Fiebersenkende Wirkung des neuen Medikaments xy. ΔT gibt die Temperaturdifferenz relativ zur Ausgangstemperatur T_0 bei dem Medikamentengabe an. Alle Angaben in °C

Patient:	T_0	nach 2 h	ΔT (2 h)	nach 4 h	ΔT (4 h)	nach 6 h	ΔT (6 h)	nach 8 h	ΔT (8 h)
Pat. 1	39,5	38,9	–0,6	38,7	–0,8	38,8	–0,7	38,6	–0,9
Pat. 2	39,2	37,5	–1,7	37,6	–1,6	37,4	–1,8	37,4	–1,8
Pat. 3	40,1	39,4	–0,7	39,2	–0,9	39,1	–1,0	39,0	–1,1
Pat. 4	39,4	39,5	+0,1	39,4	±0	39,5	+0,1	39,3	–0,1
Pat. 5	39,1	38,2	–0,9	38,0	–1,1	38,0	–1,1	37,8	–1,3

Wichtig sind wie bei jeder Tabelle eine klare Überschrift und die sinnvolle Anordnung der Daten. Außerdem muss auch immer genau bezeichnet werden, welche Einheiten verwendet und wichtige Größen errechnet werden (wie hier z. B. die Temperaturdifferenz ΔT).

Anschließend kann Dr. Clever sich und dem Oberarzt nun leicht einen ersten Überblick über die Wirksamkeit des Medikaments verschaffen, indem er die errechneten Werte für jeden Patienten in ein Diagramm einträgt (▫ Abb. 1.33).



▫ **Abb. 1.33.** In diesem Schaubild ist nun der Abfall der Körpertemperatur der 5 Patienten über die Zeit aufgetragen. Dabei wurde der Wert bei Einnahme des Medikaments als Nullpunkt festgelegt. Dann wird der fiebersenkende Effekt nach 2, 4, 6 und 8 h eingetragen (ΔT). Man könnte natürlich auch den absoluten Verlauf der Körpertemperatur darstellen (also ausgehend vom jeweiligen Startwert des Patienten). Dies ist immer auch eine Frage des persönlichen Geschmacks und v.a. eine Frage danach, was genau man eigentlich darstellen will

Hier lässt sich nun leicht erkennen, dass das neue Mittel einen guten, langanhaltenden fiebersenkenden Effekt besitzt, dass es aber auf der anderen Seite bei dieser kleinen Patientengruppe auch einen Ausreißer gab (oberste Linie), welcher überhaupt nicht auf das Medikament angesprochen hat. Freilich ist für ein wirklich aussagekräftiges Ergebnis eine viel größere Patientengruppe notwendig (▶ Kap. 1.6, Statistik)! Aber mit dieser ersten Auswertung wird Dr. Clever am nächsten Morgen garantiert Pluspunkte beim Oberarzt einheimsen!

2 Naturwissenschaftliche Grundlagen

2.1 SI-Einheiten – 48
Annekathrin Drensek
2.1.1 Angabe physikalische Größen - Messvorgang – 48
2.1.2 Einführung der SI-Einheiten – 49
2.1.3 Abgeleitete und zusammengesetzte Einheiten – 49
2.1.4 SI-Präfixe – 51
2.1.5 »Exotische Einheiten« – 51

2.2 Atombau, Bohrsches Atommodell – 53
Annekathrin Drensek
2.2.1 Atombau – 53
2.2.2 Das Bohrsche Atommodell – 54

2.3 Stoffe & Co. – 55
Ann-Kathrin Hartmann
2.3.1 Stoffe – 56
2.3.2 Reinstoffe – 56
2.3.3 Gemische – 57
2.3.4 Und was sind eigentlich Ionen? – 59

2.4 Masse, Stoffmenge, Dichte und Konzentration – 61
Philipp Wagner
2.4.1 Masse m – 61
2.4.2 Konzentration c – 63
2.4.3 Stoffmenge n – 63
2.4.4 Dichte – 63

2.5 Stöchiometrisches Rechnen – 65
Anne McDougall
2.5.1 Bedeutung des Stöchiometrischen Rechnens – 66
2.5.2 Allgemeine chemische Gesetze – 66
2.5.3 Vorgehen bei stöchiometrischen Berechnungen – 66

2.1 SI-Einheiten

Annekathrin Drensek

- Angabe physikalischer Größen – Messvorgang
- 7 Grundeinheiten
- abgeleitete Einheiten
- Präfixe
- »Exotische Einheiten«

Wie jetzt?

Ein Patientenfall

Ein Patient muss nach einem Motorradunfall operiert werden. Der Anästhesist versucht die Narkose einzuleiten. Als der Patient beim Rückwärtszählen ab 100 bei 20 immer noch nicht schläft, wird der Anästhesist langsam unruhig: »Irgend etwas kann hier nicht stimmen!« denkt er. Als er noch ins Grübeln versunken ist, kommt der PJ'ler vorbei. Gemeinsam überlegen sie: »Warum schläft der Patient nicht ein?«

2.1.1 Angabe physikalische Größen – Messvorgang

► Physikalische Größe = Maßzahl mal Einheit

Wie uns allen aus dem täglichen Leben bekannt ist, werden Größen immer angegeben, indem man den Betrag, also die Maßzahl, und eine der Größe zugehörige Einheit angibt. In der Wetterkarte wird die Temperatur z. B. mit 15°C angegeben, die Flugentfernung an unseren Urlaubsort ist 6.500 km, usw.

In der naturwissenschaftlichen Beschreibung von Größen ist, wie sollte es auch anders sein, diese Angabe eindeutig geregelt. Es ist vereinbart, dass eine physikalische **Größe X** immer anzugeben ist als

$$X = \{X\} \cdot [X]$$

Dabei ist X die Abkürzung für die physikalische Größe, z. B T für die Temperatur, p für den Druck und l für eine Länge, {X} ist die **Maßzahl** und [X] ist die zugehörige **Einheit**. Im Falle der angegebenen Temperatur T in der Wetterkarte, ist also {X}=15 und [X] =°C.

Nun ist auch klar, dass nicht jeder seine eigenen Einheiten kreieren kann. Diese Problematik ist also so alt wie die Geschichte der naturwissenschaftlichen Beschreibung unserer Umwelt, also des Messens. **Denn ein Messvorgang ist ja nichts anderes als der Vergleich der vorhandenen Menge einer physikalischen Größe mit einer Einheitsmenge dieser physikalischen Größe, kurz der Einheit.**

► Das SI-System ist das weltweit verwendete einheitliche Maßsystem in Wissenschaft und Technik.

In der Geschichte des Messens gab es mehrere unterschiedliche Einheitensysteme, wie z. B. das 1799 eingeführte MKS-System (Meter-Kilogramm-Sekunde) der Französischen Akademie der Wissenschaften, das im täglichen Gebrauch sehr lange angewendet wurde. Im Jahre 1960 einigte man sich auf der »11th General Conference on Weights and Measures«, kurz CGPM, auf das heute verwendete **SI-System** (Le **S**ystème **I**nternational d'Unités). Es ist das weltweit angewandte, einheitliche Maßsystem in der Wissenschaft und Technik. Seit dem 1.1.1978 ist in der Bundesrepublik Deutschland die Verwendung des SI-Einheitensystems im amtlichen und geschäftlichen Verkehr gesetzlich vorgeschrieben.

2.1.2 Einführung der SI-Einheiten

Das SI-System basiert auf 7 Basiseinheiten. Diese sind in der folgenden ◘ Tab. 2.1 aufgelistet. Dort finden Sie die Angaben der Bezeichnung, der Einheit und eine kurze Definition.

► 7 Basiseinheiten im SI-System: Länge, Masse, Zeit, elektrische Stromstärke, thermodynamische Temperatur, Substanzmenge, Lichtstärke

◘ Tab. 2.1. Die Basiseinheiten des SI-Systems

Physikalische Größe	Symbol	SI-Einheit	Definition
Länge	m	Meter	Strecke, die Licht im Vakuum in 1/299.792.458 s zurücklegt
Masse	kg	Kilogramm	Standard-Kilogramm (Urkilogramm) aus Platin (Pt) und Iridium (Ir). Wird in Paris aufbewahrt.
Zeit	s	Sekunde	9.192.631.770 Perioden eines bestimmten Strahlungsübergangs von ^{133}Cs (Cäsium- oder Atomuhr)
Elektrische Stromstärke	A	Ampere	Definiert über die Kraftwirkung zwischen zwei parallelen, von einem Ampere durchflossenen Leitern
Thermodynamische Temperatur	K	Kelvin	1/273,16 der Temperatur des Tripelpunkts von Wasser
Substanzmenge	mol	Mol	Anzahl von Atomen in 12 g Kohlenstoff ^{12}C. (Avogadrokonstante: 6,022… 10^{23} mol^{-1})
Lichtstärke	cd	Candela	Definiert über die von einer speziellen Lichtquelle in einem bestimmten Raumwinkel abgestrahlte Leistung.

Aber nicht nur die Definition für Basiseinheiten ist international geregelt, auch für die Bezeichnungen und die Angabe von Einheiten wurden Regeln festgelegt.

Regeln zur Anwendung der Einheiten:

1. Leitet sich der Name der Einheit von einem Forscher ab, so beginnt die Abkürzung mit einem Großbuchstaben: Bsp. K für Kelvin, aber s für Sekunde.
2. Es gibt keine Mehrzahl: 1 Meter, 2 Meter und nicht 2 Meters.
3. Nach der Abkürzung steht kein Punkt: 1 m und nicht 1 m., außer am Satzende.
4. Schreiben Sie immer ein Leerzeichen zwischen Zahl und Einheit: 1 s und nicht 1s.
5. Wenn Sie mehrere Einheiten hintereinander benötigen, so trennen Sie diese stets durch ein Leerzeichen: 1 N m und nicht 1 Nm.
6. Der Exponent -1 steht für pro: m s^{-1} entspricht Meter pro Sekunde.
7. Vorsilbe und Einheit ergeben ein Wort: 1 Femtosekunde und nicht 1 femto Sekunde.
8. Es wird keine Kombination von Vorsilben verwendet: Mikrometer und nicht Millimillimeter.

2.1.3 Abgeleitete und zusammengesetzte Einheiten

Bestimmt sind Ihnen aus dem Alltag viele weitere Einheiten bekannt. Die meisten der sonst noch üblichen Einheiten lassen sich jedoch aus den 7 Basiseinheiten des SI-Systems zusammensetzen. Die wichtigsten zusammengesetzten und abgeleiteten Einheiten sind in ◘ Tab. 2.2 aufgeführt. Auch wenn Sie die folgende Tabelle für völlig unnötig halten, so brauchen Sie die Umrechnungen spätestens im Physikum und einige Einheiten werden Ihnen auch in der Klinik erhalten bleiben.

► Die wichtigsten zusammengesetzten Einheiten sind: Hertz, Newton, Pascal, Joule, Watt, Coulomb, Volt, Ohm, Becquerel, Gray

Tab. 2.2. Abgeleitete Einheiten im SI-System

Physikalische Größe	Symbol	Einheit	Name der Einheit	in SI-Einheiten
Frequenz	f	Hz	Hertz	Hz = 1/s
Kraft	F	N	Newton	N = m kg/s^2
Druck, mech. Spannung	p, σ	Pa	Pascal	Pa = N/m^2 = kg/m s^2
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, A, Q	J	Joule	J = N m = m^2 kg/s^2
Leistung	P	W	Watt	W = J/s = m^2 kg/s^3
Elektrische Ladung	q	C	Coulomb	C = A s
Elektrische Spannung	U	V	Volt	V = W/A = m^2 kg/s^3 A
Kapazität	C	F	Farad	F = C/V = s^4 A^2/m^2 kg
Elektrischer Widerstand	R	Ω	Ohm	Ω = V/A = m^2 kg/s^3 A^2
Elektrischer Leitwert	G	S	Siemens	S = A/V = s^3 A^2/m^2 kg
Magnetischer Fluss	Φ	Wb	Weber	Wb = V s = m^2 kg/s^2 A
Magnetische Induktion	B	T	Tesla	T = Wb/m^2 = kg/s^2 A
Induktivität	L	H	Henry	H = Wb/A = m^2 kg/s^2 A^2
Lichtstrom	Φ	lm	Lumen	lm = cd sr
Beleuchtungsstärke	E	lx	Lux	lx = lm/m^2 = cd sr/m^2
Radioaktivität	A	Bq	Becquerel	Bq = 1/s
Absorbierte (Strahlen-) Dosis	D	Gy	Gray	Gy = J/kg = m^2/s^2
Dynamische Viskosität	η	Pa s	Pascal- Sekunde	Pa s = kg/m s
Drehmoment	M	N m	Newton Meter	N m = m^2 kg/s^2
Oberflächenspannung	σ	N/m	Newton pro Meter	N/m = kg/s^2
Wärmeflussdichte	j	W/m^2	Watt pro m^2	W/m^2 = kg/s^3
Wärmekapazität, Entropie	C, S	J/K	Joule pro Kelvin	J/K = m^2 kg/s^2 K
Spezifische Wärmekapazität	c_m	J/kg K	Joule pro Kilogramm und Kelvin	J/kg K = m^2/s^2 K
Spezifische Energie		J/kg	Joule pro Kilogramm	J/kg = m^2/s^2
Thermische Leitfähigkeit	λ	W/m K	Watt pro Meter Kelvin	W/m K = m kg/s^3 K
Energiedichte		J/m^3	Joule pro m^3	J/m^3 = kg/m s^2
Elektrische Feldstärke	E	V/m	Volt pro Meter	V/m = m kg/s^3 A
Elektrische Ladungsdichte		C/m^3	Coulomb pro m^3	C/m^3 = A s/m^3
Elektrische Flussdichte		C/m^2	Coulomb pro m^2	C/m^2 = A s/m^2
Influenz		F/m	Farad pro Meter	F/m = s^4 A^2/m^3 kg
Permeabilität	μ	H/m	Henry pro Meter	H/m = m kg/s^2 A^2
Molare Energie		J/mol	Joule pro Mol	J/mol = m^2 kg/s^2 mol
Molare Entropie, molare Wärmekapazität		J/mol K	Joule pro Mol Kelvin	J/mol K = m^2 kg/s^2 K mol
Exposition		C/kg	Coulomb pro Kilogramm	C/kg = s A/kg
Absorbierte Dosisrate	Ḋ	Gy/s	Gray pro Sekunde	Gy/s = m^2/s^3

2.1.4 SI-Präfixe

Wendet man die oben eingeführten SI-Einheiten systematisch an, so steht man bald vor einem Problem: man muss mit sehr kleinen bzw. sehr großen Zahlen arbeiten. Um diese Arbeit zu »erleichtern«, gibt es die so genannten SI-Präfixe. **SI-Präfixe sind Vorsilben, die einem jeweils die Nullen hinter oder vor der eigentlichen Zahl angeben.**

Verwirrung komplett? Kein Problem, hier ein **Beispiel**: Elementare Reaktionsschritte in der Chemie können sehr schnell ablaufen. Es gibt Reaktionsschritte mit einer Dauer von: 0,000.000.000.000.001 s. Wenn Sie nun die Stellen hinter dem Komma abzählen, so kommen Sie auf 15 Stellen hinter dem Komma. Um diese winzige Zahl etwas handlicher zu gestalten, können Sie, unter Anwendung der Potenzgesetze, einfach auch 10^{-15} s schreiben. Oder, um es noch einfacher zu machen, kommen nun unsere Präfixe ins Spiel, denn – wenn Sie die folgende Tab. 2.3 auswendig gelernt haben – wissen Sie, dass 10^{-15} s einer Femtosekunde (1 fs) entspricht.

► Beispiel für ein SI-Präfix: 10^{-15} s oder 1 fs

Tab. 2.3. Präfixe im SI-System

Name	Abkürzungen	Größe	Faktor
Yotta	Y	1.000.000.000.000.000.000.000.000	10^{24}
Zeta	Z	1.000.000.000.000.000.000.000	10^{21}
Exa	E	1.000.000.000.000.000.000	10^{18}
Peta	P	1.000.000.000.000.000	10^{15}
Tera	T	1.000.000.000.000	10^{12}
Giga	G	1.000.000.000	10^{9}
Mega	M	1.000.000	10^{6}
kilo	k	1.000	10^{3}
hecto	h	100	10^{2}
deka	da	10	10^{1}
		1	10^{0}
deci	d	0,1	10^{-1}
centi	c	0,01	10^{-2}
milli	m	0,001	10^{-3}
micro	µ	0,000.001	10^{-6}
nano	n	0,000.000.001	10^{-9}
pico	p	0,000.000.000.001	10^{-12}
femto	f	0,000.000.000.000.001	10^{-15}
atto	a	0,000.000.000.000.000.001	10^{-18}
zepto	z	0,000.000.000.000.000.000.001	10^{-21}
yocto	y	0,000.000.000.000.000.000.000.001	10^{-24}

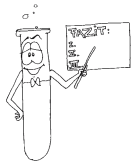
2.1.5 »Exotische Einheiten«

Nachdem wir uns ja nun mit dem SI-Einheitensystem inklusive Präfixen auskennen, werden Sie sicherlich feststellen, dass hier noch ein paar bekannte Einheiten fehlen. Stimmt! Dies erklärt sich dadurch, dass es aus den Zeiten vor dem SI-Einheitensystem häufig gebrauchte und aus dem täglichen Umgang kaum mehr wegzudenkende Einheiten gibt, die trotz der geforderten ausschließlichen Verwendung der SI-Einheiten weiterhin benutzt werden.

► Heute sind noch manche Einheiten gebräuchlich, die vor Einführung des SI-Systems entstanden, z B. mmHg für die Höhe des Blutdrucks.

Als **Beispiel** sei hier die Angabe des Blutdrucks genannt. Wir alle wissen aus dem täglichen Leben, dass der »normale« Blutdruck bei 120 zu 80 liegt. Nachgefragt nach der Einheit – die bei dieser Angabe einfach weggelassen wird – erfährt man, dass es sich um mm Hg (lies Millimeter Quecksilbersäule) oder auch Torr handelt. Natürlich kann man diese Druckwerte auch in SI-Einheiten angeben, es gilt nämlich: **1 Torr=1 mm Hg=1,33 hPa.** Somit wäre der Blutdruck anzugeben als 160 hPa zu 110 hPa. Wie wir wissen, lässt der Mediziner gerne die Einheiten weg, also 160 zu 110!

Aus diesem Grunde belassen es die Mediziner bei der Angabe des Blutdrucks in der gewohnten, »weggelassenen« Einheit mm Hg.



kurz & knapp

- Beim Messen vergleicht man die zu messende Menge einer physikalischen Größe mit ihrer Einheit.
- Die Maßzahl ist das Verhältnis der zu messenden Menge einer Größe relativ zur Einheit der Größe.
- Eine physikalische Größe wird immer angegeben durch **Maßzahl mal Einheit.**
- Es gilt das **SI-Einheitensystem** mit 7 Basiseinheiten.
- Fast alle anderen Einheiten setzen sich aus diesen Basiseinheiten zusammen, man nennt sie abgeleitete Einheiten.
- Die Vorsilbe »Präfix« bestimmt die Größe der Zahl, dadurch werden sehr große und sehr kleine Werte schreibbar.
- Achtung mit »exotischen« Einheiten, wie z. B. mm Hg für den Blutdruck.

Übungsaufgaben

Verweis für die Lösungen: Die Potenzregeln finden Sie in ► Kap. 1.4.

Aufgabe 1

Aufgabe 1. Rechnen Sie in die angegebene Einheit um!

a) 500 cl in ml
b) 12 mm in nm
c) 0,2 m s^{-1} in km h^{-1}
d) 200 l in m^3

Lösung 1.

a) 1 cl=1 · 10^{-2} l
1 l=10^3 ml
1 cl=1 · 10^{-2} · 10^3 ml=1 · 10^1 ml=10 ml
500 cl=500 · 10 ml=5000 ml

b) 1 mm=1 · 10^{-3} m ; 1 m=1 · 10^9 nm → 1 mm=1 · 10^6 m
12 mm=12 · 10^{-6} µm

c) 1 m=10^{-3} km ; 1 s=1/3600 h
0,2 m/s=0,2 · ((10^{-3} km)/(1/3600 h))=0,2 · 3,6 km h^{-1}=7,2 km/h

► Interessant fürs Autofahren:
1 m/s=3,6 km/h

d) 1 l=1 dm^3=1/10 m^3=10^{-1} m^3
200 l=200 · 10^{-1} m^3=20 m^3

Aufgabe 2

Aufgabe 2. Sie leiten bei einem Patienten ein EKG ab. Dabei ermitteln Sie, dass sein Herz pro Minute 96-mal schlägt. Welche Frequenz hat der Herzschlag des Patienten?

Lösung 2.

1/min = 1 / 60 s
96/min = 96 / 60 s = 1,6 s^{-1}

Aufgabe 3. Ein Patient kommt in die Notaufnahme und gibt folgende Daten über sich an: Er ist 1790 mm groß, er wiegt 0,0852 t und er hat eine Herzfrequenz von 1,5 Schlägen pro Sekunde. Um den Patienten bei deinem Oberarzt vorzustellen, müssen Sie seine Angaben in gebräuchliche Einheiten umrechnen (Größe in m, Gewicht in kg und Puls in Schlägen pro Minute)! Zusatzfrage: Welche der umgerechneten Einheiten entspricht nicht den Basiseinheiten des SI-Systems?

Aufgabe 3

Lösung 3.

$1790\ \text{mm} = 1790 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 1{,}79\ \text{m}$
$1\ \text{t} = 1 \cdot 10^{3}\ \text{kg}$
$0{,}0852\ \text{t} = 0{,}0852 \cdot 103\ \text{kg} = 85{,}2\ \text{kg}$
$1/\text{s} = 1 \cdot 60/\text{min}$
$1{,}5\ \text{s}^{-1} = 1{,}5 \cdot 60\ \text{min}^{-1} = 90\ \text{min}^{-1}$

(Hierbei war die Frequenz bereits in SI-Einheiten angegeben. Die Umrechung erfolgt also abweichend von den SI-Einheiten, sie entspricht aber dem klinischen Gebrauch.)

Alles klar!

Maßeinheiten und Umrechnung beachten!
Nach einigem Überlegen haben Anästhesist und PJ'ler den Fehler gefunden. Die Angaben der Konzentration auf der Verpackung des Narkosemittels hatten sich geändert und der Anästhesist hat den falschen Umrechnungsfaktor gewählt. Deshalb war die Konzentration zu gering, um eine Narkose einzuleiten.

2.2 Atombau, Bohrsches Atommodell

Annekathrin Drensek

- Das Atom
- Bohrsches Atommodell

Wie jetzt?

Typische Frage in einer mündlichen Prüfung: α-Strahlung geht beinahe ungehindert durch eine sehr dünne Materieschicht. Wie geht das?

Uns ist sofort klar, dass wir diese Frage sicher nur beantworten könnten, wenn wir wissen, wie Materie aus einzelnen Atomen aufgebaut ist. Aber was sind eigentlich Atome?

2.2.1 Atombau

Bevor wir uns mit dem Aufbau eines Atoms beschäftigen, soll zunächst eine Definition dazu folgen, um was es sich bei einem Atom eigentlich handelt: **Atome sind die kleinsten chemischen Einheiten, in die Materie zerlegt werden kann.** Sie bestehen aus einem Kern und einer Hülle (Abb. 2.1). Atome sind elektrisch neutral.

► Ein Atom besteht aus Kern und Hülle; sie sind elektrisch neutral.

Physikalisch gesehen bestehen Atome aus Elementarteilchen:

- Protonen
- Neutronen
- Elektronen.

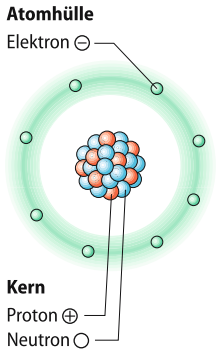


Abb. 2.1. Die klassische Vorstellung vom Aufbau eines Atoms

► Der Atomkern besteht aus positiven Protonen und Neutronen, er ist positiv geladen.

► Im Kern sitzt fast die gesamte Masse eines Atoms

Diese verteilen sich spezifisch auf die **Hülle** und den **Kern** des Atoms. Ein stabiles Atom kann man nur mithilfe physikalischer Methoden, wie z. B. dem Beschuss mit anderen Teilchen aus einem Teilchenbeschleuniger, in diese Elementarteilchen zerlegen.

Spezifische Verteilung der Elementarteilchen

Der Atomkern ist positiv geladen und besteht nur aus positiven Protonen und Neutronen. Nach der **Protonenzahl, auch Ordnungszahl**, werden die vorkommenden unterschiedlichen Atome, Elemente genannt, im Periodensystem der Elemente **PSE** geordnet. Aber dazu soll das Wort die Chemie haben: ► Kap. 8.2, ► Kap. 9.

Die Anzahl der Neutronen in einem Atomkern kann variieren. Sie haben, wie ihr Name schon verrät, keine Ladung. Haben zwei Elemente die gleiche Anzahl an Protonen, aber eine unterschiedliche Anzahl an Neutronen im Kern, so spricht man von **Isotopen.**

Der Kern ist im Verhältnis zur Schale sehr klein, der Durchmesser beträgt nur in etwa das 10^{-4}-fache des Atomdurchmessers, bestimmt aber die Masse des Atoms (ca. 99,9% der Atommasse, wobei Protonen und Neutronen ungefähr gleich schwer sind). Die Masse der Hülle ist so gering, dass man sie bei der Masse des gesamten Atoms fast vernachlässigen kann.

In der Atomhülle befinden sich die oben erwähnten, relativ zu den Protonen und Neutronen fast masselosen Elektronen. Diese sind negativ geladen. Da das Atom insgesamt neutral ist und die Neutronen keine Ladung haben, benötigen wir also gleich viele Elektronen in der Hülle wie Protonen im Kern.

Die Atomhülle hat eine besondere Bedeutung in der Chemie. Denn in ihr spielen sich die chemischen Reaktionen ab, sie bestimmen somit die chemischen Eigenschaften des Atoms. In der Geschichte der Naturforschung waren es diese unterschiedlichen Eigenschaften verschiedener Elemente, die letztendlich zur Erstellung des PSE führten.

Damit Sie sich das nun alles etwas besser vorstellen könnt, schauen wir uns im Folgenden das Bohrsche Atommodell an.

2.2.2 Das Bohrsche Atommodell

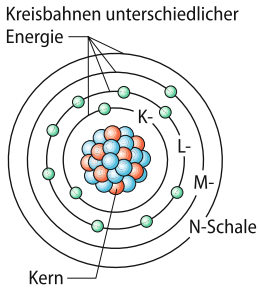


Abb. 2.2. Bohrsches Atommodell

► Beim Übergang eines Elektrons von einer äußeren Kreisbahn auf eine innere sendet es einen Lichtquant aus.

► Grundzustand der Elektronen: innerste Kreisbahnen sind besetzt. Angeregter Zustand: Elektronen besetzen mehr äußere Kreisbahnen.

Bohr formulierte 1913 das Bohrsche Atommodell (Abb. 2.2). Bohr stellte fest, dass die Elektronen der Atomhülle nur Licht als Quanten mit bestimmten Energiebeträgen abgeben können. Er zog aus dieser Beobachtung die Schlussfolgerung, dass die Elektronen nur bestimmte Energiezustände in der Hülle einnehmen können und sich auf festgeschriebenen Kreisbahnen in der Hülle um den Kern bewegen, dass also die Elektronen nicht einfach frei und bunt durcheinander durch die Hülle schwirren. Dass sich die Elektronen in der Hülle bewegen, galt zu Forschungszeiten von Nils Bohr bereits als relativ gesichert, gestritten hat sich die Fachwelt nur, wie sie sich bewegen.

Mit diesen Kreisbahnen in Abb. 2.2 erklärte Bohr die Lichtquanten folgendermaßen: Elektronen senden nur dann Lichtquanten aus, wenn sie von einem höheren Energieniveau (großer Radius der Kreisbahn) in ein niedriges (kleinerer Radius) übergehen. Im Zeitraum dieses Übergangs entsteht der Lichtquant, welcher dann ausgesendet wird.

Des Weiteren ging Bohr davon aus, dass die Elektronen in einem bestimmten **Grundzustand** verweilen. In diesem energetisch günstigsten Zustand des Atoms sind die innersten Kreisbahnen besetzt.

Führt man nun dem System Energie zu, so gehen die Elektronen in den so genannten **angeregten Zustand** über, ein Zustand höherer Energie. Dort verweilen die Elektronen jedoch nicht lange, da sie das Bedürfnis haben, in ihren Grundzustand zurückzufallen. Bei diesem Zurückfallen in den Grundzustand wird Lichtenergie ausgesandt. Die Menge der freigesetzten Energie sollte laut Bohr der Energiedifferenz zwischen angeregtem Zustand und Grundzustand entsprechen.

Man könnte annehmen, dass alle Elektronen sich somit auf der innersten Kreisbahn sammeln werden. Die Beobachtungen zeigten aber etwas anderes, nämlich das so genannte **Pauli-Prinzip oder Pauli-Verbot: Die einzelnen Bahnen können immer nur durch eine bestimmte maximale Anzahl von Elektronen besetzt werden.**

Auch wenn sich schon bald erwies, dass Bohr mit seiner Vorstellung nicht so ganz ins Schwarze getroffen hat, ist es ein gängiges Modell für den Atomaufbau, mit dem man sich viel veranschaulichen kann. Die heutige Beschreibung führt in die Welt der Quantenphysik und der Quantenchemie, die an dieser Stelle für unser Verständnis zu weit führen würden.

Im Chemieteil ▶ Kap. 8.2, ▶ Kap. 9 wird auf bestimmte Aspekte näher eingegangen werden, insbesondere wird dort das PSE (und was dahinter steckt) erläutert. Hier finden sich auch entsprechende Übungsaufgaben.

kurz & knapp

- Atome bestehen aus Kern und Hülle.
- Im Kern befinden sich Neutronen und Protonen, in der Hülle Elektronen.
- Der Kern ist ca. 10^{-4}-fach kleiner als das Atom.
- Im Kern befindet sich fast die gesamte Masse des Atoms (ca. 99,9%).
- Das Bohrsche Atommodell ist nur ein **Modell**, erklärt aber auf einfache Weise grundlegende Beobachtungen.
- Bessere Modelle führen in die Welt der Quantenphysik und der Quantenchemie.

Alles klar!

Die großen Lücken zwischen den kleinen Atomkernen

Wie wir nun wissen, bestehen Atome weitgehend aus nichts und somit Materie aus Atomen mit weit auseinander liegenden Atomkernen. Die kleinen α-Teilchen, bei denen es sich ja um sehr kleine Kerne des Heliumatoms handelt, können ziemlich ungehindert durch die dünne Folie fliegen, da die Wahrscheinlichkeit sehr gering ist, ausgerechnet einen Kern zu treffen.

2.3 Stoffe & Co.

Ann-Kathrin Hartmann

- Stoffe
- Reinstoffe
- Gemische
- Elemente
- Ionen
- Isotope

Wie jetzt?

Verstrahlt?

Während Ihres Krankenpflegedienstes erleben Sie folgenden Fall: Bei einer älteren Dame wurde ein Schilddrüsenkarzinom festgestellt. Als Therapie ist eine Behandlung mit Iod-131 vorgesehen.
Als die Patientin erfährt, dass es sich dabei um einen radioaktiven Stoff handelt, ist sie sehr verstört. Sie hören, wie sie ängstlich den Arzt fragt: »Sie wollen mich verstrahlen, aber warum denn?« Ihrer Meinung nach ist das eine berechtigte Frage.

2.3.1 Stoffe

► Stoff = Überbegriff für alle Materie

Wir sind ständig von vielen Dingen umgeben. All diese Dinge bestehen aus Materie oder einfacher ausgedrückt: aus **Stoffen**. Sie kommen in allen **drei Aggregatzuständen** vor, können also fest, flüssig oder gasförmig sein.

Jeder Stoff besitzt charakteristische Eigenschaften, die ihn von anderen Stoffen unterscheiden. Eigenschaften, die wir sehr leicht erkennen können, sind dabei z. B.: Aussehen (Farbe, Oberfläche), Verformbarkeit (spröde, biegsam, elastisch, viskös), Geruch und Geschmack. Nicht so leicht erkennbar, dafür aber messbar und dadurch eindeutig, sind beispielsweise Schmelz- und Siedetemperatur, Dichte und Löslichkeit in einem bestimmten Lösungsmittel. **Ein Stoff wird dabei nicht durch eine einzige Eigenschaft charakterisiert, sondern hat mindestens eine für ihn typische Eigenschaftskombination.** So ist z. B. Schwefel ein gelber Feststoff unter vielen. Aber nur er brennt mit blauer Flamme und hat sein spezifisches Verhalten beim Erhitzen. Diese Eigenschaften unterscheiden ihn von allen anderen Stoffen und kennzeichnen ihn somit eindeutig.

► Eine bestimmte Kombination von Eigenschaften kennzeichnet einen Stoff eindeutig.

Welche Eigenschaften wir herausfinden müssen, um einen Stoff eindeutig bestimmen zu können, ist von Fall zu Fall verschieden. Manchmal reichen zwei leicht ermittelbare Eigenschaften aus und manchmal bedarf es vieler komplizierter Experimente und Messungen.

Stoffe können in andere Stoffe umgewandelt werden. Hierbei spricht man von **chemischen Reaktionen,** die man anhand eines Reaktionsschemas angeben kann (► Kap. 8.1.2).
Grundsätzlich können Stoffe in zwei verschiedenen Formen auftreten:

- als Reinstoffe oder
- als Gemische.

2.3.2 Reinstoffe

► Teilchen = Atome, Moleküle, Ionen

Reinstoffe sind einheitliche Stoffe, die nur aus einer einzigen »Teilchenart« bestehen. Sie können mit physikalischen Methoden nicht in weitere unterschiedliche Bestandteile zerlegt werden. Ihre chemischen und physikalischen Eigenschaften sind konstant, weshalb man Reinstoffe wie oben beschrieben auch anhand ihrer Eigenschaften charakterisieren kann. Die Reinstoffe werden allerdings noch unterteilt in

- Elemente und
- Verbindungen.

Elemente

► Elemente sind nur aus einer Atomart aufgebaut; ihre Atome verhalten sich chemisch gleich.

Elemente sind Reinstoffe, die aus nur einer Atomart aufgebaut sind. Die Atome eines Elements haben alle die gleiche Anzahl Protonen im Kern und damit eine gleiche Anzahl an Elektronen in der Hülle. Sie verhalten sich also alle chemisch gleich. Darum lassen sich Elemente auch nicht durch chemische Methoden in weitere Bestandteile zerlegen. Allerdings können sich die Atome in ihrem physikalischen Verhalten unterscheiden. So zählt man beispielsweise Atome mit gleicher Protonen- aber unterschiedlicher Neutronenzahl zum selben Element, obwohl sie eine andere Masse haben. Diese so genannten **Isotope** haben auch oft ein unterschiedliches Verhalten bei nuklearen Reaktionen.

► Die Atome einer Art von Element können sich physikalisch unterschiedlich verhalten→Isotope

Zur Zeit sind über 100 Elemente bekannt. Sie werden anhand ihrer Kernladungszahl und ihrer Elektronenkonfiguration im Periodensystem der Elemente (PSE; ► Kap. 9) in Gruppen und Perioden geordnet. Jedes Element besitzt als Abkürzung ein Elementsymbol, das meist vom lateinischen Namen des Elements abgeleitet wird (Bsp: Fe (Ferrum) = Eisen).

Isotope. Unter Isotopen eines Elements versteht man Atome, die die gleiche Kernladungszahl haben, sich aber in ihrer Massenzahl unterscheiden. Sind einzelne Isotope eines Elements instabil und neigen zum spontanen Zerfall, so bezeichnet man sie als **Radioisotope**, also als radioaktive Stoffe.

► Kernladungszahl = Protonenzahl; Massenzahl = Nukleonenzahl

Neben einer bestimmten Protonen- und Neutronenanzahl wird ein Radioisotop auch durch seine spezifischen Zerfallseigenschaften charakterisiert. Obwohl in ► Kap. 7 hierauf im Detail eingegangen wird, sollen hier bereits ein paar Anmerkungen zu radioaktiver Strahlung folgen.

Beim Kernzerfall von radioaktiven Atomen entsteht radioaktive Strahlung aus dem Kern, die wie folgt unterteilt wird:

- **α-Strahlen**: positiv geladene Heliumkerne (2 Protonen und 2 Neutronen)
- **β-Strahlen**: Elektronen oder Positronen
- **γ-Strahlen**: elektromagnetische Strahlen

Jede dieser Strahlungsarten kann Moleküle schädigen. Deshalb ist radioaktive Strahlung immer gefährlich. **Es gilt, dass eine Strahlung umso größeren Schaden anrichtet, je energiereicher sie ist.** Die Reichweite der Strahlung ist begrenzt: α-Strahlen haben die geringste Reichweite, γ-Strahlen die größte. Trotzdem sind α- und β-Strahlen für den menschlichen Körper gefährlicher als γ-Strahlen.

Durch den Zerfall der Atome, zuletzt in stabile Elemente, werden es immer weniger Radioisotope und die Strahlung nimmt mit der Zeit ab. Dieser Vorgang wird durch die für das Radioisotop charakteristische **Halbwertszeit ($t_{1/2}$)** beschrieben. **Die Halbwertszeit gibt an, nach welcher Zeit nur noch die Hälfte des Stoffs übrig, d. h. noch nicht zerfallen, ist.** Halbwertszeiten können Sekunden, aber auch Jahre betragen, je nachdem wie instabil der betreffende Stoff ist.

► Radioisotope zerfallen mit einer für sie charakteristischen Halbwertszeit.

Einige in der Medizin eingesetzte Radiosotope sind ^{131}I, ^{99}Tc, ^{11}C. In der modernen Medizin werden Radioisotope häufig zur Diagnostik oder Therapie eingesetzt, man spricht hierbei von **Nuklearmedizin**. Radioisotope eignen sich für die Medizin u. a. deshalb, weil der Körper normalerweise keine Unterschiede zwischen den Isotopen eines Elements macht. Gibt man einem Patienten also statt normalem Iod das Radioisotop ^{131}I, wird dieses normal verstoffwechselt. Man kann dann durch bildgebende Verfahren (z. B. PET; SPECT), die die Strahlung des Isotops registrieren, das Isotop abbilden und seine Verteilung im Körper verfolgen.

Man macht sich in der Medizin sogar die schädigende Wirkung der Strahlung zunutze, indem man sie zum Abtöten entarteter Zellen (Tumore) einsetzt. Wir sollten aber bei allen Möglichkeiten die sie bieten, die Gefahren im Umgang mit radioaktiven Materialien nicht vergessen. **Radioaktive Stoffe können schwere Schäden verursachen und müssen daher immer mit Vorsicht behandelt werden.**

► 4A-Regel zum Strahlenschutz:
Abstand – möglichst groß,
Aufenthalt – so kurz wie möglich,
Abschirmung – möglichst gut,
Aktivität – so wenig wie möglich

Verbindungen

Lässt sich ein Reinstoff chemisch in weitere Bestandteile zerlegen, sprechen wir von einer chemischen Verbindung. Verbindungen bestehen aus mindestens zwei elementaren Atomen (z. B. H_2O).

Fast alle Elemente können chemische Verbindungen eingehen, bei denen Moleküle entstehen. Die verschiedenen Bindungsmöglichkeiten werden in ► Kap. 8.2 behandelt.

► Verbindungen bestehen aus mindestens zwei chemisch zerlegbaren elementaren Atomen.

2.3.3 Gemische

Die meisten Stoffe in der Natur sind aus verschiedenen Reinstoffen zusammengesetzte Gemische. Betrachten wir z. B. eine Backmischung, so erkennen wir schon mit bloßem Auge unterschiedliche Bestandteile. Die einzelnen Körner haben unterschiedliche Farben und Oberflächen. Sie ist also ein aus vielen verschiedenen Reinstoffen bestehendes Gemisch.

► Gemische sind Stoffe, die aus verschiedenen Reinstoffen zusammengesetzt sind.

Die Reinstoffe eines Gemischs lassen sich durch physikalische Methoden voneinander trennen, da sie im Gemisch ihre charakteristischen Eigenschaften behalten. Die Zusammensetzung eines Gemischs, d. h. das Mischungsverhältnis der beteiligten Reinstoffe, bestimmt seine spezifischen Eigenschaften.

Wie oben bereits erwähnt, treten Stoffe in drei Aggregatzuständen auf: fest, flüssig und gasförmig. Anhand der Aggregatzustände der vermischten Stoffe lassen sich verschiedene Arten von Gemischen unterscheiden, welche zwei Gruppen zugeordnet werden können

- den **homogenen** und
- **heterogenen** Gemischen.

► Es gibt homogene und heterogene Gemische.

Homogene Gemische sind auf molekularer Ebene, d. h. bis zu den kleinsten Teilchen, miteinander vermischt, was ihnen ein einheitliches Aussehen verleiht. Die einzelnen Reinstoffe lassen sich dabei

nicht mehr voneinander unterscheiden. Die folgende Tab. 2.4 zeigt die den homogenen zugehörigen Arten von Gemischen:

Tab. 2.4. Homogene Gemische

Name	Zusammensetzung	Beispiel
Legierung	fest in fest	Amalgam
Lösung	fest in flüssig	Kochsalzlösung
	flüssig in flüssig	Weinbrand
	gasförmig in flüssig	Sprudel
Gasgemisch	gasförmig in gasförmig	Luft

Im Gegensatz zu den homogenen Gemischen sind die Reinstoffe bei heterogenen Gemischen nicht vollständig miteinander vermischt und lassen sich mit bloßem Auge oder mit optischen Hilfsmitteln (Mikroskop, Lupe) voneinander unterscheiden, wie z. B. bei der Backmischung. Die heterogenen Gemischarten lauten wie in Tab. 2.5 aufgeführt.

Tab. 2.5. Heterogene Gemische

Name	Zusammensetzung	Besipiel
Gemenge	fest in fest	Sand; Granit
Schaumstoff	gasförmig in fest	Styropor
Suspension	fest in flüssig	naturtrüber Saft
Emulsion	flüssig in flüssig	Milch
Schaum	gasförmig in flüssig	Bierschaum
Rauch	fest in gasförmig	Rußteilchen in Luft
Nebel	flüssig in gasförmig	Wasser in Luft

Wie schon zuvor erwähnt, kann man die Reinstoffe, aus denen ein Gemisch besteht, durch physikalische Methoden voneinander trennen. Tab. 2.6 zeigt einige häufig angewandte Trennverfahren:

Tab. 2.6. Verfahren zur Trennung von Gemischen

Trennverfahren	Genutzte Stoffeigenschaft	Art des Gemischs	Beschreibung des Verfahrens
Sedimentieren und **Dekantieren**	Dichte	Suspension Emulsion	Man wartet, bis sich der Stoff mit der größeren Dichte absetzt und gießt dann den leichteren Stoff vorsichtig ab.
Zentrifugieren	Dichte	Suspension Emulsion	Das Gemisch wird in einer **Zentrifuge** sehr schnell im Kreis gedreht. Dabei wirkt die so genannte **Zentrifugalkraft** nach außen. Die Stoffe bilden aufgrund ihrer unterschiedlichen Dichte Banden, die man dann trennen kann.
Filtrieren	Teilchengröße	Suspension Rauch	Das Gemisch wird durch einen **Filter** geleitet, in dem die Feststoffe hängen bleiben. Gas/Flüssigkeit sammelt sich als **Filtrat**.
Eindampfen ▼	Siedetemperatur	Lösungen	Man erhitzt die Lösung solange, bis die Flüssigkeit verdampft ist. Der Feststoff bleibt zurück.

Tab. 2.6. Fortsetzung

Trennverfahren	Genutzte Stoffeigenschaft	Art des Gemischs	Beschreibung des Verfahrens
Destillieren	Siedetemperatur	Lösungen	Die Lösung wird erhitzt. Der Stoff mit der niedrigeren Siedetemperatur verdampft zuerst und wird an einem **Kühler** wieder kondensiert. Der andere Stoff bleibt zurück.
Extrahieren	Löslichkeit	Gemenge	Man löst einen oder mehrere der Stoffe in einem geeigneten Lösungsmittel.
Chromatographie	Löslichkeit Haftfestigkeit	Lösungen	Die Lösung läuft über eine poröse Oberfläche. Je nachdem, wie gut Stoffe gelöst sind oder wie sehr sie an der Oberfläche haften bleiben, laufen sie unterschiedlich schnell und werden so getrennt.

Wir haben bis jetzt gelernt, dass es Reinstoffe und Stoffgemische gibt. Wir wissen auch, dass sich Reinstoffe in Elemente und Verbindungen unterteilen lassen. Wir wollen jetzt den **Elementbegriff** genauer betrachten. Die chemischen Verbindungen werden später im Buch behandelt und werden daher im Folgenden nur kurz erwähnt.

2.3.4 Und was sind eigentlich Ionen?

Ionen sind elektrisch geladene Teilchen. Ihre elektrische Ladung erhalten sie durch eine unterschiedliche Anzahl an Protonen und Elektronen. Gekennzeichnet werden diese Ladungen durch ein + oder – rechts oben neben dem Stoffsymbol (z. B. Na^+). Eine höhere Ladung wird durch eine Zahl angegeben (z. B. Fe^{3+}).

► Unterschiedliche Ladungen ziehen sich an, gleiche Ladungen stoßen sich ab

Gibt ein Atom Elektronen ab, ist das Ion durch den resultierenden Protonenüberschuss positiv geladen. **Positv geladene Ionen nennt man Kationen**, da sie im elektrischen Feld zur Kathode (Minuspol) wandern.

Wenn ein Atom Elektronen aufnimmt, entsteht ein Elektronenüberschuss, das Ion ist also negativ geladen. **Negativ geladene Ionen nennt man Anionen**, da sie im elektrischen Feld zur Anode (Pluspol) wandern.

► Oktettregel: Alle Elemente streben nach einer voll besetzten Außenschale mit 8 Elektronen, da dieser Zustand energetisch am günstigsten ist.

Durch die Oktettregel können wir voraussagen, welche Elemente eher Elektronen aufnehmen und welche Elektronen abgeben. Jedes Element strebt danach, 8 Elektronen in der äußeren Schale zu haben. Es ist logisch, dass die Elemente der ersten drei Hauptgruppen dies leichter erreichen, wenn sie Elektronen abgeben. Elemente der Hauptgruppen V–VII erreichen diesen Zustand schneller, wenn sie Elektronen aufnehmen. Da wir auch wissen, dass die ersten drei Hauptgruppen überwiegend aus Metallen bestehen, ist auch folgende Aussage logisch: **Metallionen sind normalerweise Kationen, Nichtmetallionen Anionen.**

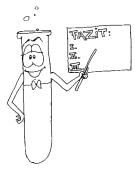
Ionen können in folgenden Formen auftreten:

- **Einfache Ionen** leiten sich von Elementen ab, z. B. Na^+; Cl^-.
- **Zusammengesetzte Ionen** leiten sich von Molekülen ab, z. B. SO_4^{2-}.
- **Zwitterionen** kommen bei Molekülen mit mindestens zwei funktionellen Gruppen vor. Das Molekül hat eine positiv und eine negativ geladene Gruppe und ist insgesamt neutral.

► Salze = aus Ionen aufgebaute Stoffe

Ionen unterschiedlicher Ladungen können miteinander Ionenbindungen eingehen. Aus Ionenbindungen aufgebaute Stoffe nennt man Salze (► Kap. 8.2).

Lösungen, die frei bewegliche Ionen enthalten, werden Elektrolyte genannt und leiten den elektrischen Strom. Elektrolyte spielen im menschlichen Körper und in der Medizin (z. B. Kochsalzlösung) eine wichtige Rolle.



kurz & knapp

- Jeder Stoff besitzt charakteristische Eigenschaften, die ihn von anderen Stoffen unterscheiden.
- Reinstoffe bestehen nur aus einer einzigen Teilchenart.
- Gemische sind aus verschiedenen Reinstoffen zusammengesetzt.
- Es gibt homogene und heterogene Gemische.
- Zur Trennung von Gemischen macht man sich die unterschiedlichen physikalischen Eigenschaften ihrer Reinstoffe zunutze.
- Elemente sind Reinstoffe, die aus Atomen mit der gleiche Protonenzahl aufegbaut sind.
- Verbindungen bestehen aus mindestens zwei elementaren Atomen.
- Ionen sind elektrisch geladene Teilchen.
- Kationen sind postiv, Anionen negativ geladen.
- Salze sind aus Ionen aufgebaute Stoffe.
- Elektrolyte sind ionenhaltige Flüssigkeiten, die Strom leiten.
- Isotope sind Atome, die die gleiche Kernladungszahl haben, sich aber in ihrer Massenzahl unterscheiden.
- Radioisotope sind instabile Atome, die bei ihrem Zerfall Alpha-, Beta- oder Gammastrahlen abgeben.
- Die Reichweite der radioaktiven Strahlen nimmt von α nach γ zu.
- Die Halbwertszeit eines Stoffs gibt an, nach welcher Zeit die Hälfte des Stoffs zerfallen ist.
- Beim Umgang mit radioaktiven Stoffen ist immer höchste Vorsicht geboten.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1. Blut ist ein Stoffgemisch. Um was für eine Art Gemisch handelt es sich?

Lösung 1. Das Blut ist ein heterogenes Gemisch. Zwar liegen im Blut Stoffe in Lösung vor (z. B. Salze, Kohlenstoffdioxid usw.), allerdings sind in dieser Lösung auch nichtgelöste Feststoffe zu finden (Erythrozyten, Leukozyten usw.). Das Blut lässt sich also am ehesten als Suspension beschreiben.

Aufgabe 2

Aufgabe 2. Welche Ladung lässt sich bei einem Ca-Ion aufgrund seiner Position im PSE voraussagen und warum ist dies so?

Lösung 2. Calcium ist ein Element der zweiten Hauptgruppe hat also zwei Elektronen in der äußeren Hülle. Nach der Oktettregel strebt das Calcium aber danach acht Elektronen in der äußeren Hülle zu haben. Dieses Ziel kann es leichter erreichen, wenn es zwei Elektronen abgibt, anstatt zu versuchen sechs Elektronen aufzunehmen. Calciumionen sind also in der Regel zweifach positiv geladen (Ca^{2+}).

Aufgabe 3

Aufgabe 3. Das in der Medizin oft eingesetzte Radiosotop Tc-99m hat eine Halbwertszeit von $t_{1/2}$=6 h. Wie viel Prozent des Stoffs sind demnach nach 12 h noch nicht zerfallen?

Lösung 3. Die Halbwertszeit besagt, das nach der angebenen Zeit die Hälfte des Stoffs noch nicht zerfallen ist. Tc-99m hat eine Halbwertszeit von 6 h. Nach 6 h ist also noch die Hälfte des Stoffs übrig. Nach 12 h sind demnach noch 25% des Isotops vorhanden.

Haben wir beispielsweise 100 Atome von Tc-99m, dann sind nach 6 h noch 50 Atome übrig, nach weiteren 6 h, sind wieder die Hälfte der Atome zerfallen. Es sind nach 12 h also noch 25 Atome vorhanden.

Alles klar!

Strahlung im grünen Bereich

Bei einem Schilddrüsenkarzinom sind Schilddrüsenzellen unkontrolliert gewuchert. Diese Zellen sind bösartig, d. h. sie schädigen den Körper und müssen daher entfernt werden. In der Schilddrüse werden im normalen Stoffwechsel iodhaltige Hormone gebildet und gespeichert. Diese Eigenschaft macht man sich bei der Krebstherapie zunutze. Der Körper macht beim Stoffwechsel keinen Unterschied zwischen den Isotopen eines Elements. Für ihn ist das radioaktive Iod-131 nicht anders als die nichtradioaktiven Isotope des Iods.

Bei der Therapie mit Iod-131 wird dem Patienten eine Kapsel des so genannten Radiopharmakons oral verabreicht. Das Iod wird von den hormonprodzuierenden Schilddrüsenzellen aufgenommen und zerfällt dort. Dabei sendet es radioaktive Strahlen aus, die das umliegende Gewebe schädigen. Da Krebszellen eine besonders hohe Aktivität aufweisen, wird dort besonders viel des Radioisotops eingelagert. Es werden hauptsächlich Krebszellen abgetötet.

Die Patientin wird bei dieser Therapie also tatsächlich »verstrahlt«. Allerdings beträgt die Reichweite der vom Iod ausgestrahlten Betastrahlung im Gewebe nur wenige Millimeter. Die Strahlung kann also ganz gezielt auf die Krebszellen wirken und das gesunde Gewebe wird geschont. Die Radioiodtherapie ist eine risikoarme, bewährte Behandlungsmethode, deren Strahlenbelastung ungefähr der eines Computertomogramms (CT) entspricht.

2.4 Masse, Stoffmenge, Dichte und Konzentration

Philipp Wagner

- Definition von Masse
- Messung von Massen
- Konzentrationen
- Stoffmengen
- Dichten

Wie jetzt?

Wie viel jetzt wo rein?

Der erste Tag als PJler auf einer internistischen Station. Es herrscht Hektik. Die Station ist überbelegt. Geduldig macht man sich in einer Ecke klein und wartet, bis man beachtet oder gar begrüßt wird. Es passiert nichts. Also fragt man einfach mal die Oberschwester, ob man was helfen kann. Nach einem mürrischen »Ganzkörper-Musterungsblick« sagt diese, die Patientin in Zimmer 11 braucht noch eine Infusionslösung zur Ausschwemmung ihrer Ödeme. Sie sollen eine Dosierung von 50 mg/kg Körpergewicht (KG) in die angeschlossene Infusionsflasche spritzen. Der Kurve entnehmen Sie das aktuelle Gewicht der Patientin von 75 kg. Das zu verabreichende Medikament zur Erhöhung der Urinausscheidung liegt in einer Konzentration von 500 mg/ml vor. Die Packungsgröße ist dabei 3 ml. Wie viel des Medikaments benötigen Sie?

2.4.1 Masse m

Das Wort »Masse« ist jedem geläufig und wird im Sinne einer »großen Menge« oder einer »großen Anzahl« benutzt. Aber soll man Masse physikalisch definieren, ist das überhaupt nicht so einfach.

2.4.1.1 Definition

Die **Masse m** beschreibt zwei Eigenschaften jedes Körpers:

1. Masse setzt jeder Bewegungsänderung einen Widerstand entgegen. Man benötigt also Kraft, um diesen Körper zu bewegen.
2. Massen ziehen sich gegenseitig an, so wie z. B. Erde und Mond.

► Das Urkilogramm besteht aus 90% Platin und 10% Iridium und lagert in einem Tresor des Internationalen Büros für Maß und Gewicht in der Nähe von Paris.

Die SI-Basiseinheit (► Kap. 2.1) ist dabei das Kilogramm [m]=kg. Die Masse ist in sofern eine besondere SI-Einheit, da es die einzige ist, die lediglich durch einen Vergleichsgegenstand festgelegt ist, dem **Urkilogramm**.

Das Kilogramm [kg] ist die SI-Einheit der Masse m. Es gilt 1 kg=1000 g. Es ist die einzige SI-Einheit, die lediglich durch einen Vergleichsgegenstand festgelegt ist.

Dieses Urkilogramm lagert in einem Tresor bei Paris. Jedes Land, welches dem metrischen System beigetreten ist, besitzt eine genaue Kopie dieses Urkilogramms. Wenn sich das betreffende Land »sorgt«, dass sich seine Kopie verändert haben könnte, können diese Staaten jederzeit nach Paris fahren und das Gewicht exakt vergleichen lassen. Und ob man es glaubt oder nicht, dies wird immer wieder in Anspruch genommen! Beispiele für ganz unterschiedlich kleine und große Massen gibt die folgende ◘ Tab. 2.7.

◘ **Tab. 2.7.** Verschiedene Größenordnungen von Massen

Körper	Masse
Elektron	$9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg
Grippevirus	$6 \cdot 10^{-19}$ kg
Bakterie	$1 \cdot 10^{-12}$ kg
Menschliches Herz	0,25 kg bis 0,35 kg
Masse von 1 l Wasser (bei ca. 4°C)	1 kg
Menschliches Herz	0,25 kg bis 0,35 kg
PKW	Ungefähr 1 t=1000 kg
Erde	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg
Sonne	$1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg

2.4.1.2 Messung

► Gravitationsfeld: Dies ist der Raum, in dem ein sehr schwerer Körper andere Massen anzieht.

Prinzipiell wird die Masse m eines Körpers bestimmt, indem man den Gegenstand mit einer Referenzmasse vergleicht. **Zwei Massen sind dann gleich, wenn sie die gleiche Gewichtskraft im gleichstarken Gravitationsfeld erfahren.**

Genaueres zur Gewichtskraft wird in ► Kap. 3 erklärt. Man kann so z. B. die Masse eines Apfels bestimmen, indem man diesen auf die Wägeschale einer Balkenwaage legt. Nun kann man auf die andere Seite so lange eine Referrenzmasse nach der anderen hinzulegen (z. B. immer 10 g schwere Referenzmassen), bis die Waage im Gleichgewicht ist. Anschließend zählt man die Nennwerte der einzelnen Referrenzmassen zusammen und erhält so die Masse des Apfels. Wie oben schon erwähnt, muss darauf geachtet werden, dass beide Massen, also die Referenzmasse und der zu bestimmende Körper, dem gleich starken Gravitationsfeld ausgesetzt sind.

Bei einer Balkenwaage ist dies freilich kein Problem. Die Masse ist natürlich immer die gleiche, aber die Gewichtskraft, über die die Masse bestimmt wird, ist z. B. auf dem Mond viel geringer als auf der Erde. Dies liegt an der unterschiedlichen Schwere- bzw Gewichtsbeschleunigung von 1,62 m/s^2 auf dem Mond gegenüber 9,81 m/s^2 auf der Erde.

2.4.2 Konzentration c

► Die Konzentration eines Stoffs lässt sich als Massenkonzentration, Volumenprozent/-anteil, Massenprozent oder Molarität angeben.

Die Konzentration c eines Stoffs kann man auf unterschiedliche Weise angeben – je nachdem, was am geschicktesten ist. So ist es möglich, eine Konzentration als Masse pro Volumeneinheit anzugeben (z. B. g/l), die so genannte **Massenkonzentration**. Aber auch die Angabe in Volumen pro Volumeneinheit (so genannte **Volumenprozent** oder Volumenanteil) oder in Masse pro Masseneinheit (**Massenprozent** oder Massenanteil) sind gängige Formen der Konzentrationsangabe. Außerdem ist es möglich, die Konzentration in Stoffmenge n pro Volumen (**Molarität**, ► Kap. 2.4.3) oder mol pro Masseneinheit anzugeben.

Die Konzentration eines Stoffs lässt sich berechnen aus:

- Massenkonzentration: $c=m/V$
- Volumenprozent: $c=V_x/V_y$
- Massenprozent: $c=m_x/m_y$
- Molarität: $c=n/V$

Beim Angeben einer Konzentration sollte man sich also immer gleich überlegen, wie man sie angibt. So kann man spätere »Umrechnungsorgien« vermeiden.

2.4.3 Stoffmenge n

► mol: Einheit der Stoffmenge; Mol: Einheit der Molarität eines Stoffs, also ein Maß der Konzentration mol/l

Die Stoffmenge n bezeichnet eine quantitative Mengenangabe für Stoffe (besonders in der Chemie) und wird mit der SI-Einheit mol angegeben. Ein Mol eines Stoffs enthält gemäß der Avogadro-Konstante $6{,}0221367(36) \cdot 10^{23}$ Atome.

Hier gibt es noch einen wichtigen Unterschied: Normalerweise bezeichnen x **mol** einer Substanz die Stoffmenge. Wenn aber von x **Mol** (also den ersten Buchstaben großgeschrieben) die Rede ist, ist eine **Konzentration** gemeint (also dann x mol/l). Eine solche Lösung nennt man dann z. B. eine 0,5 molare Flüssigkeit. Hier gilt es also immer aufzupassen, ob die Stoffmenge oder die Konzentration gemeint ist. In den folgenden Abschnitten wird deshab nur noch die Einheit mol für die Stoffmenge und die Einheit mol/l für die Konzentration bzw. Molarität verwendet.

Mit der Stoffmenge n eines Stoffes ergeben sich weitere wichtige Größen:

- Molmasse M: $M=m/n$; $[M]=g/mol$
- Molvolumen V_{mol}: $V_{mol}=V/n$; $[V_{mol}]=l/mol$
- Teilchenzahl N: $N=n \cdot N_A$; $[N]=1$
- Molarität c_m: $c_m=n/V$; $[c_m]=mol/l$

Dabei gilt: Masse m in g, Molmasse M in g/mol, Volumen des Stoffs V in l, Molvolumen V_{mol} in l/mol, Teilchenzahl N des Stoffs, Avogadrozahl N_A $[=6{,}022 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}]$ und der Molarität c_m des Stoffs in mol/l.

2.4.4 Dichte

Die Dichte φ eines Körpers ist definiert als Masse pro Volumen. Anders ausgedrückt kann man auch sagen, die Dichte beschreibt, wie viele Moleküle sich in einem bestimmten Volumen befinden. Deshalb ist es auch leicht verständlich, dass z. B. Wasserdampf in einem Behälter eine geringere Dichte hat als Wasser im selben Behälter. Denn beim Wasserdampf sind die einzelnen H_20-Moleküle viel weiter auseinander als dies beim flüssigen Wasser der Fall ist. Hier sind die H_20-Moleküle dicht gedrängt!

Die Berechnung der Dichte ρ eines Körpers erfolgt über die Gleichung:

Dichte = Masse/Volumen

$\rho=m/V$; $[\rho] = kg\ m^{-3}$

► Die Dichte hängt u. a. von der Temperatur ab.

Dabei hängt die Dichte u. a. von der Temperatur ab. So ist z. B. die Dichte des Wassers bei 3,98°C (rund 4°C) am größten. Das ist auch der Grund dafür, warum man insbesondere keine mit Wasser gefüllten Glasflaschen in den Gefrierschrank legen sollte. Kühlt das Wasser nämlich weiter ab, sinkt die Dichte φ wieder. Sinkende Dichte heißt nach obigen Grundsatz, dass die einzelnen Moleküle jeweils einen etwas weiteren Abstand zueinander haben. Und da es in einer gefüllten Glasflasche ja Milliarden von Molekülen gibt, macht es insgesamt schon ein paar Millimeter aus, wenn jedes ein winziges Stück vom anderen wegrückt. Die gleiche Wassermenge braucht also ein größeres Volumen. Folge ist meistens ein »Explodieren« der unflexibllen Glasflasche.

Tab. 2.8 zeigt einige Dichtebeispiele von gasförmigen, flüssigen und festen Materialien.

Tab. 2.8. Dichtebeispiele von gasförmigen, flüssigen und festen Stoffen

Stoff	Dichte/kg m^{-3}
gasförmig:	
Wasserstoff (H_2)	0,090
Wasserdampf (H_20)	0,880
Luft (bei 20°C)	1,204
Kohlenstoffdioxid (CO_2)	1,977
flüssig:	
Benzin	750
Wasser (bei 3,98°C)	999,975
Meerwasser	1.025
Essigsäure	1.049
Schwefelsäure	1.834
fest:	
Eis (bei 0°C)	917
Glas	2500–2600
Stahl	7900

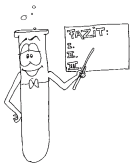
► Besonders bei Gasen hängt die Dichte auch vom Druck ab.

Insbesondere bei Gasen hängt die Dichte auch vom **Druck** ab. Ein komprimiertes Gas hat demzufolge eine höhere Dichte. Nur durch Druck ist es z. B. möglich, Atemluft für einen zweistündigen Tauchgang in eine Pressluftflasche zu bekommen. Formt man die Gleichung $\rho=m/V$ nach m um ($m=\rho \cdot V$), so wird auch klar, warum eine volle Pressluftflasche so verdammt schwer ist, denn man hat zwar ein relativ kleines Volumen, aber eine sehr hohe Dichte des Gases. Es sind also x-fach mehr Moleküle in der Flasche und diese muss man schließlich alle tragen.

Prinzip von Archimedes

Nach dem Archimedes-Prinzip erfährt ein Körper in einer Flüssigkeit genau so viel Auftriebskraft, wie die von seinem Volumen verdrängte Flüssigkeit an Gewichtskraft ausüben würde. Noch heute wird durch dieses Verfahren eine direkte Dichtebestimmung durchgeführt (Genaueres dazu wird in ► Kap. 3 erklärt).

kurz & knapp



- Die Masse m wird durch die SI-Einheit *kg* bestimmt.
- Verfahren zur Bestimmung der Masse m (=wiegen) messen oder vergleichen die Gewichtskraft
- Die Konzentration c von Stoffen lässt sich in Massen- und Volumenprozent, aber auch als Molarität oder Massenkonzentration angeben
- Die Stoffmenge n ist eine quantitative Mengenangabe für Stoffe und kann ebenfalls aus Masse, Volumen, Molarität und Teilchenzahl berechnet werden
- Die Dichte ρ eines Stoffes sagt etwas über die Masse pro Volumeneinheit aus
- Die Dichte ist anhängig von Material, Temperatur und Druck

Übungsaufgaben

Aufgabe 1. Es soll eine 1,5 molare Kochsalzlösung hergestellt werden. Wie viel Gramm Kochsalz werden für 2 l dieser Lösung benötigt?

Aufgabe 1

Lösung 1. Zur Lösung dieser Aufgabe muss man zunächst wissen, daß Kochsalz die chemische Formel NaCl hat. Im zweiten Schritt sucht man sich nun im Periodensystem der Elemente die relativen Atommassen heraus. Dies ist für Na^+ ungefähr 23 g/mol und für Cl^- ungefähr 35,5 g/mol. Daraus folgt, dass man für 1 Mol einer Kochsalzlösung 23 g+35,5 g=58,5 g NaCl benötigt. Will man nun 2 l einer 1,5 molaren Lösung herstellen, benötigt man also 58,5 g/mol · 1,5 mol/l · 2 l=175,5 g.

Insgesamt wird 175,5 g NaCl benötigt.

Alles klar!

Bei der Dosierung darf man sich nie verrechnen!

Zunächst errechnen Sie die benötigte Gesamtmenge des Medikaments bei der 75 kg schweren Patientin aus Zimmer 11:

Gesamtmenge=75 kg · 50 mg kg^{-1}=3750 mg

Im zweiten Schritt kann nun berechnet werden, wie viel ml des Arzneimittels benötigt werden:

3750 mg⁄500 mg ml^{-1}=7,5 ml

Es werden also 2,5 Packungen des Medikaments à 3 ml benötigt.
Nun steht der baldigen Genesung der Patientin nichts mehr im Wege!

2.5 Stöchiometrisches Rechnen

Anne McDougall

- Der Begriff Stöchiometrie
- Allgemeine Gesetze der Chemie
- Stöchiometrisches Rechnen

Wie jetzt?

Dextrose als Energielieferant – wie genau läuft der Verbrennungsprozess ab?
Unser menschlicher Körper benötigt ständig Energie, um seine Funktionen aufrechtzuhalten. Jedem Sportler ist klar, dass – wenn er kurzfristig Energie benötigt – es am Besten ist, Traubenzucker oder auch Dextrose bzw. D-Glucose genannt, zu sich zu nehmen. Dieser wird in unserem Körper mit Sauerstoff O_2 zu Kohlendioxid CO_2 und Wasser H_2O verbrannt. Aber wie lautet nun eigentlich die stöchiometrisch richtige Gleichung für diesen Verbrennungsprozess?

2.5.1 Bedeutung des Stöchiometrischen Rechnens

► Mittels der Stöchiometrie lassen sich Mengenverhältnisse bei chemischen Reaktionen benennen.

Der Begriff **Stöchiometrie** stammt aus dem Griechischen und setzt sich zusammen aus den Wörtern »stoicheion« für Grundstoff und »metrein« für messen. **Unter der Stöchiometrie versteht man im Grunde ein mathematisches Hilfsmittel in der Chemie, das sich mit den Mengenverhältnissen bei chemischen Reaktionen beschäftigt.** Mithilfe der Stöchiometrie lässt sich sagen, wie viel an Edukt(en) man einsetzen muss, um eine bestimmte Menge an Produkt(en) zu erhalten bzw. umgekehrt, wie viel Produkt man aus einer gegebenen Menge an Edukt(en) erhält.

Um diesbezüglich eine Aussage machen zu können, ist es sinnvoll, sich Schritt für Schritt heranzuarbeiten.

2.5.2 Allgemeine chemische Gesetze

Aber zunächst sollte man sich ein paar wichtige allgemeine chemische Gesetze bewusst machen:

- **Das Gesetz der konstanten Proportionen** besagt, dass das Mengenverhältnis der Ausgangsstoffe zueinander für eine bestimmte chemische Verbindung immer unveränderlich bleibt. Das wohl bekannteste Beispiel dürfte an dieser Stelle Wasser, also H_2O, sein, das sich immer aus 2 Wasserstoffatomen und 1 Sauerstoffatom, d. h. zwei Teilen Wasserstoff und einem Teil Sauerstoff, zusammensetzt.
- **Das Gesetz der multiplen Proportionen** besagt, dass sich Stoffe nur in ganzzahligen Vielfachen voneinander miteinander verbinden, es reagieren keine halben Atome. Neben Wasser kann aus Wasserstoff und Sauerstoff auch noch Wasserstoffperoxid (H_2O_2) entstehen, aber auch hier ist das Massenverhältnis ganzzahlig.
- **Das Gesetz der konstanten Gesamtmasse** besagt, dass die Gesamtmasse der an einer chemischen Reaktion beteiligten Stoffe konstant bleibt. Gleichzeitig muss auf beiden Seiten einer Reaktionsgleichung immer dieselbe Menge der jeweiligen Atome vorhanden sein.

2.5.3 Vorgehen bei stöchiometrischen Berechnungen

Nun aber zurück zu unserer Berechnung. Um das Ganze etwas anschaulicher zu gestalten, gehen wir die Sache gleich an einem Beispiel durch. **Wie gesagt: es geht hier um die Rechentechnik, nicht um die Chemie!**

Beispiel für stöchiometrisches Rechnen

Frage: Wie viel Gramm Natriumhydroxid entstehen bei der Reaktion von 1 g Natrium mit Wasser?

► Was reagiert wozu?

Zuerst heißt es überlegen, welche Stoffe miteinander reagieren, und welche Produkte dabei entstehen:

$$\text{Natrium} + \text{Wasser} \rightarrow \text{Wasserstoff} + \text{Natriumhydroxid}$$

In chemischen Symbolen geschrieben ergibt das:

$$Na+H_2O \rightarrow H_2+NaOH$$

► Reaktionsgleichungen müssen ausgeglichen sein

Wie oben erwähnt, muss auf beiden Seiten der Gleichung dieselbe Menge an Atomen vorhanden sein. Betrachten wir uns das doch einmal an unserem Beispiel:

Dort finden wir ein Na-Atom bei den Edukten, ein Na-Atom bei den Produkten, was soweit in Ordnung ist. Bei den H-Atomen sieht es jedoch anders aus, dort stehen bei den Edukten 2 Atome, bei den Produkten aber 3. Jetzt ist also Ausgleichen angesagt, um die Reaktionsgleichung auch quantitativ korrekt wiederzugeben. Wir erhalten dann also:

$$2\ Na+2\ H_2O \rightarrow H_2+2\ NaOH$$

Wie bei den meisten Dingen im Leben, ist es auch in der Chemie so, dass ein größerer Einsatz auch einen größeren Gewinn hervorbringt. Das weitere Vorgehen folgt denn nun auch dem Prinzip der Proportionalität, also der Verhältnismäßigkeit.

► Masse der reagierenden Moleküle bestimmen

Überlegen wir uns also einmal, welche Massen die Reaktionspartner haben. Die molare Masse M eines Atoms in g/mol lässt sich dem Periodensystem entnehmen (► hintere Umschlaginnenseite).

$$2 \cdot M\,(Na)=2 \cdot 23\ g/mol=46\ g/mol$$
$$2 \cdot M\,(H_2O)=2 \cdot [2\ M\,(H)+M\,(O)]=2 \cdot [2 \cdot 1\ g/mol+16\ g/mol]=36\ g/mol$$
$$M\,(H_2)=2\ g/mol$$
$$2 \cdot M\,(NaOH)=2 \cdot [M\,(Na)+M\,(O)+M\,(H)]=2 \cdot [23\ g/mol+16\ g/mol+1\ g/mol]=80\ g/mol$$

► Die Proportionalität macht's

Wir wissen nun also, dass bei Einsatz von 46 g Natrium 80 g Natriumhydroxid entstehen. Das Mengenverhältnis der Stoffe zueinander beträgt also 46:80 bzw. 23:40. Dieses Verhältnis gilt für diese Reaktion für jede beliebige eingesetzte Stoffmenge, sodass sich der letzte Teil der Aufgabe nun auf verschiedene Weise berechnen lässt. Die **erste Möglichkeit** bietet folgende Gleichung, die Folgendes beschreibt:

Die molare Masse NaOH verhält sich zur molaren Masse Na wie 80:46 bzw. 40:23, auch unsere Unbekannte x (die Menge NaOH die man bei Einsatz von 1 g Na erhält) verhält sich also zu 1 g Natrium ebenso.

$$\frac{M(NaOH)}{M(Na)} = \frac{80g \cdot mol^{-1}}{46g \cdot mol^{-1}} = \frac{x}{1g}$$

Nach x aufgelöst ergibt sich daraus:

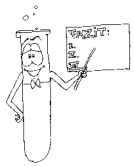
$$x=80/46 \cdot 1\ g \approx 1{,}74\ g$$

Eine **andere Möglichkeit** wäre die schlichte Überlegung (Zweisatz bzw. Dreisatz):

$$46\ g\ Na \rightarrow 80\ g\ NaOH$$
$$1\ g\ Na \rightarrow 80/46\ g\ NaOH \approx 1{,}74\ g$$

Welche Lösungsmöglichkeit man auch bevorzugt, am Ende steht doch fest: bei einem Einsatz von 1 g Natrium erhält man bei der Reaktion mit Wasser rund 1,74 g Natriumhydroxid.

Angenommen, wir wollten wissen, was man für 3 g Natrium erhält, würden wir obiges Ergebnis einfach »mal 3« nehmen (Dreisatz).



kurz & knapp

- Bei Stöchiometrie geht es um Mengenverhältnisse.
- Es gelten die allgemeinen chemischen Gesetze.
- Mithilfe einer Reaktionsgleichung und der molaren Massen (Periodensystem) lassen sich spezifische Mengenverhältnisse bestimmen.
- Diese Verhältnisse sind für »ihre« Reaktion konstant, sodass sich aus einer gegebenen Menge Edukt(e) über die Proportionalität die jeweilige Menge an Produkt(en) und umgekehrt bestimmen lässt.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1.

a) Wie viel Gramm Wasserstoff entstehen unter Einsatz von 1 g Na bei der Reaktion mit Wasser?

b) Wie viel Gramm Wasserstoff entstehen unter Einsatz von 3 g Kalium bei der Reaktion mit Wasser?

Lösung 1.

a) Erster Teilschritt (siehe Beispielaufgabe)

$$\frac{M(\text{Wasserstoff})}{M(\text{Natrium})} = \frac{2\,g \cdot mol^{-1}}{46\,g \cdot mol^{-1}} = \frac{x}{1\,g}$$

$x = 2/46 \cdot 1\,g = 1/23\,g \approx 0{,}04\,g$

b) Kalium+Wasser→Wasserstoff+Kaliumhydroxid

$K + H_2O \rightarrow H_2 + KOH$

$2K + 2\,H_2O \rightarrow H_2 + 2\,KOH$

$2 \cdot M(K) = 2 \cdot 39\,g/mol = 78\,g/mol$

$2 \cdot M(H_2O) = 2 \cdot [2\,M(H) + M(O)] = 2 \cdot [2 \cdot 1\,g/mol + 16\,g/mo]\,l = 36\,g/mol$

$M(H_2) = 2\,g/mol$

$2 \cdot M(KOH) = 2 \cdot [M(K) + M(O) + M(H)] = 2 \cdot [39\,g/mol + 16\,g/mol + 1\,g/mol] = 112\,g/mol$

$$\frac{M(H)}{M(K)} = \frac{2\,g \cdot mol^{-1}}{78\,g \cdot mol^{-1}} = \frac{x}{3\,g}$$

$x = 2/78 \cdot 3\,g = 6/78\,g \approx 0{,}077\,g$

Oder als Dreisatz: 78 g K→2 g H

1 g K→2/78 g H

3 g K→3 · 2/78 g H=6/78 g H≈0,077 g H

Aufgabe 2

Aufgabe 2. Wie viel Gramm Na_2SO_4 entstehen unter Einsatz von 1 g NaCl bei der Reaktion mit Schwefelsäure?

Lösung 2.

$NaCl + H_2SO_4 \rightarrow HCl + Na_2SO_4$

$2\,NaCl + H_2SO_4 \rightarrow 2\,HCl + Na_2SO_4$

$2 \cdot M(NaCl) = 2 \cdot [M(Na) + M(Cl)] = 2 \cdot [23\,g/mol + 35{,}5\,g/mol] = 117\,g/mol$

$M(H_2SO_4) = 2 \cdot M(H) + M(S) + 4 \cdot M(O) = 2 \cdot 1\,g/mol + 32\,g/mol + 4 \cdot 16\,g/mol = 98\,g/mol$

$2 \cdot M(HCl) = 2 \cdot [M(H) + M(Cl)] = 2 \cdot [1\,g/mol + 35{,}5\,g/mol] = 73\,g/mol$

$M(Na_2SO_4) = 2 \cdot M(Na) + M(S) + 4 \cdot M(O) = 2 \cdot 23\,g/mol + 32\,g/mol + 4 \cdot 16\,g/mol = 142\,g/mol$

$$\frac{M(Na_2SO_4)}{M(NaCl)} = \frac{142\,g \cdot mol^{-1}}{117\,g \cdot mol^{-1}} = \frac{x}{1\,g}$$

$x = 142/117 \cdot 1\,g \approx 1{,}21\,g$

Alles klar!

Die stöchiometrische Formel für die Energielieferung

Zunächst müssen wir uns die chemische Formel für Traubenzucker besorgen. Diese lautet $C_6H_{12}O_6$. Somit können wir uns die stöchiometrische Gleichung aufstellen mit den unbekannten Vielfachen a für Sauerstoff, b für das Kohlendioxid und c für das Wasser.

$$C_6H_{12}O_6+a\ O_2=b\ CO_2+c\ H_2O$$

Die Forderung der Ausgeglichenheit in dieser Gleichung liefert uns sofort die Lösungen für die beiden Werte b und c, da der Kohlenstoff C und der Wasserstoff H links und rechts jeweils nur einmal vorkommt. 6 C im Traubenzucker bedingen 6 CO_2 Moleküle rechts, also b=6. 12 H in der Glucose fordern 12 H im Wasser rechts, also 6 Moleküle Wasser und somit c=6. Fehlt zu guter Letzt die Anzahl der benötigten Sauerstoffmoleküle a: Einfaches einsetzen von b und c liefert das Ergebnis a=6. Die vollständige Reaktionsgleichung für den Traubenzuckerumsatz lautet also:

$$C_6H_{12}O_6+6\ O_2=6\ CO_2+6\ H_2O$$

Ist doch gar nicht so schwer, oder?

II Physik

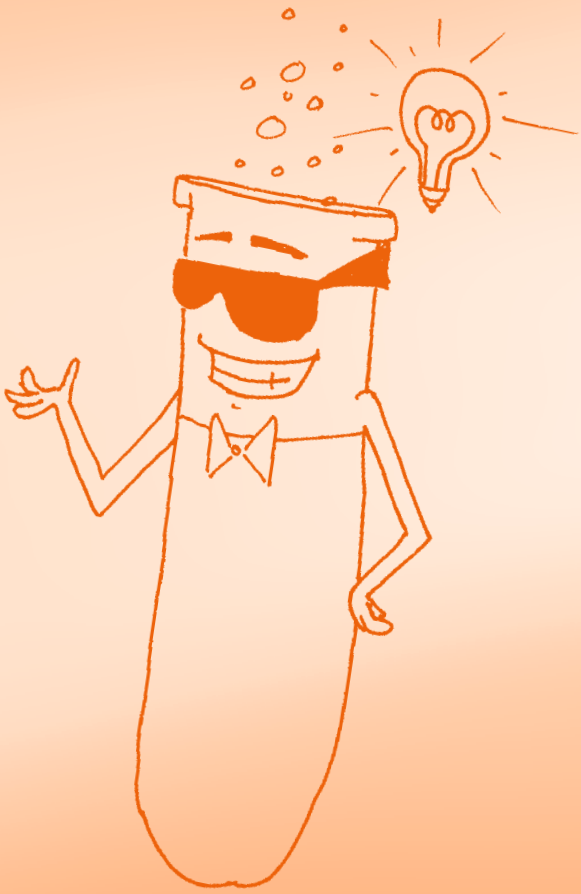
3 Mechanik – 73

4 Wärmelehre – 153

5 Elektrizität – 193

6 Optik – 241

7 Ionisierende Strahlung – 283



3 Mechanik

3.1 Physik der starren Körper – 74
Lisa Schiefele
3.1.1 Grundgrößen der Mechanik: Länge, Zeit und Masse – 74
3.1.2 Bewegungen und Geschwindigkeit – 76
3.1.3 Kräfte – 79
3.1.4 Drehmoment und Hebelgesetze – 85
3.1.5 Periodische Bewegungen – 87
3.1.6 Die Kreisbewegung – 87
3.1.7 Arbeit, Leistung und Energie – 89

3.2 Verformbare Körper (Blutkreislauf) – 104
Stefanie Bohn
3.2.1 Verformung fester Körper – Elastizität – 105
3.2.2 Druck – 107
3.2.3 Kräfte an Grenzflächen – 114
3.2.4 Strömungen in Flüssigkeiten – 116

3.3 Mechanische Schwingungen und Wellen – 128
Simon Sachs
3.3.1 Mechanische Schwingungen – 129
3.3.2 Wellen – 134
3.3.3 Schall und Ultraschall – 144

3.1 Physik der starren Körper

Lisa Schiefele

- Masse, Länge, Zeit
- Geschwindigkeit und Beschleunigung
- Newtonsche Axiome
- Reibung
- Gravitation
- Auftrieb
- Drehmomente und Hebelgesetze
- Periodische Bewegungen
- Kreisbewegung
- Arbeit, Energie und Leistung
- Impuls, Drehimpuls und Impulserhaltung

Wie jetzt?

Ein kleiner Auffahrunfall und nur Blechschaden
Ein kleiner Auffahrunfall....welche Kräfte wirken?

Nach einem kleinen Auffahrunfall, der nur Blechschaden verursachte, stellen sich einen Tag später leichte Schmerzen im Bereich der Halswirbelsäule ein. Sicherlich war die Belastung zum Zeitpunkt des Aufpralls doch größer als angenommen. Der Autofahrer hat die rote Ampel zu spät gesehen und ist mit ca. 36 km/h auf den vor ihm bereits stehenden Transporter aufgefahren, der sich dadurch kaum bewegt hat. Die Knautschzone hat zwar die gesamte Energie seines ca. 1 t schweren PKW aufgenommen, aber er selbst wurde auch auf einem Weg von ca. 1 m auf 0 km/h abgebremst. Aber welche Energien waren da überhaupt im Spiel und welche Kräfte wirkten da eigentlich auf seine Halswirbelsäule, die ja sicherlich für die Beschwerden verantwortlich sind?

Die Mechanik ist das Gebiet der Physik, das uns im Alltag ständig begegnet und beeinflusst. Im Gegensatz zur Berechnung von Halbwertszeiten radioaktiver Elemente oder der Wellenlängen verschiedenfarbigen Lichts beschäftigen wir uns doch recht häufig mit Geschwindigkeit und Kraft. So sind uns viele Dinge der Mechanik nicht mehr völlig fremd. In der Physik werden die Dinge meist differenzierter und genauer betrachtet und dargestellt als wir das im Alltag tun. Die einzelnen Teilgebiete der Mechanik sind sehr stark miteinander verknüpft, sodass man den Überblick erst bekommt, wenn man sich mit der gesamten Materie befasst hat.

3.1.1 Grundgrößen der Mechanik: Länge, Zeit und Masse

► Grundgrößen der Mechanik: Länge l, Zeit t und Masse m

Am Anfang sollten wir uns mit den drei wichtigsten Größen der Mechanik auseinandersetzen, der **Länge**, der **Zeit** und der **Masse.** **Alle Größen der Mechanik lassen sich auf diese drei Größen zurückführen, man hat jedoch zur Vereinfachung zusätzlich abgeleitete Größen eingeführt.** Die ◘ Tab. 3.1. gibt einen Überblick über die besprochenen Größen der Mechanik und deren Einheiten sowie die Umformungen in die Grundgrößen, was bei vielen Berechnungen hilfreich ist.

Beginnen wir mit der Länge: Die **Länge l** kennt jeder und weiß, dass die Länge l in Metern angegeben wird, [l]=m. Ebenso geläufig ist uns die **Zeit t** (= time), die in Sekunden oder Stunden angegeben wird, [t]=s. Die **Masse m** ist uns nicht ganz so vertraut, obwohl wir ebenso häufig unbewusst

damit umgehen. Die Masse ist ein Maß für die Substanz- oder Stoffmenge eines Körpers und wird in Gramm g angegeben, [m]=g. Gemessen wird die Masse durchs Wiegen. Fragt man im Alltag nach dem »Gewicht« eines Körpers, bekommt man die Antwort »so und so viel Gramm oder Kilogramm«. Man erfährt also eigentlich die Masse des Körpers und nicht die Gewichtskraft.

Die Physik unterscheidet zwischen der Masse m eines Körpers und der auf ihn wirkenden Gewichtskraft F_G ganz eindeutig: Die Masse gibt die Stoff**menge** eines Körpers an, die Gewichtskraft hingegen ist eine **Kraft**. Sie gibt an, wie stark ein Körper von einem Planeten angezogen wird, bei uns eben von der Erde. Dabei ist die Gewichtskraft eines Körpers auf der Erde anders als auf dem Mond, da die Anziehungskraft v. a. von der Masse und dem Radius des Planeten abhängt. Die Masse eines Körpers dagegen ist auf Mond und Erde **gleich** groß, sie ist also unabhängig vom Ort.

► Masse = Stoffmenge eines Körpers (unabhängig vom Ort)
Gewichtskraft = Kraft (Angabe der Anziehungskraft von einem Planeten)

Masse und Gewichtskraft werden vielleicht auch deswegen so leicht durcheinander geworfen, weil es einen engen Zusammenhang gibt: aus der Masse lässt sich die Gewichtskraft berechnen

$$F_G = m \cdot OF$$

OF steht hier für einen Ortsfaktor, in dem die Eigenschaften des die Anziehung verursachenden Planeten zusammengefasst sind. Übrigens, die Masse m eines Körpers kann berechnet werden, wenn man **Dichte ρ** und **Volumen V** des Körpers kennt (► Kap. 2.4):

$$m = \rho V$$

Um mit den Größen in der Mechanik ohne Probleme zurecht zu kommen, prägt man sich die Grundgrößen Länge, Masse und Zeit mit den zugehörigen Einheiten gut ein, da der Rest der Größen aus diesen drei zusammengebastelt wird, z. B. ist die Einheit für eine Kraft ein Newton: $1\ N = 1\ kg\ m/s^2$.

Bei vielen Berechnungen ist es unumgänglich, die Einheiten in die Grundgrößen umformen zu können, um zu einem verwertbaren Ergebnis zu kommen. Ebenso sollte man milli-, mikro- oder kilo-Angaben bei Bedarf ineinander umformen können. Tab. 3.1 gibt einen Überblick über die Größen, deren Einheiten und die Umformungsmöglichkeiten.

Achtung! Unterscheide zwischen der Bezeichnung der physikalischen Größe und der Abkürzung für die Einheit

Tab. 3.1. Übersicht der mechanischen Größen, deren Einheiten und Umformungen

Größe	Bezeichnung	Einheit	Abkürzung	Umformungen
Masse	m	Gramm	g	
Zeit	t	Sekunde	s	1 h=3600 s
Weg	s	Meter	m	
Beschleunigung	a		$m\ s^{-2}$	
Kraft	F	Newton	N	$kg\ m\ s^{-2}$
Impuls	P		N s	$kg\ m\ s^{-1}$
Drehmoment	M		N m	$kg\ m^2\ s^{-2}$
Arbeit	W	Joule	J	N m
Energie	W	Joule	J	N m
Leistung	P	Watt	W	$N\ m\ s^{-1}$, $J\ s^{-1}$
Trägheitsmoment	I		$kg\ m^2$	
Drehimpuls	L		$kg\ m^2\ s^{-1}$	

3.1.2 Bewegungen und Geschwindigkeit

Geschwindigkeit

► Geschwindigkeit = zurückgelegter Weg pro Zeit

Die **Geschwindigkeit** gibt an, in welcher Zeit ein bestimmter Weg zurückgelegt wird und besitzt daher die Einheit [v]=m s^{-1} bzw. [v]=km h^{-1}.

► Δ bedeutet immer »Änderung«

Schon in der Mittelstufe bekommt man eingebläut, wie man die Geschwindigkeit berechnen kann: v=Δs/Δt. (Δ bedeutet immer »Änderung«, z. B. Änderung der Strecke Δs oder zurückgelegte Strecke, und Änderung der Zeit Δt oder dafür benötigte Zeit). Mit dieser Formel können wir in zwei Fällen die Geschwindigkeit berechnen:

- die Durchschnittsgeschwindigkeit
- gleichförmige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit

► Durchschnittsgeschwindigkeit = Mittelwert der Geschwindigkeiten auf einer bestimmten Strecke

Durchschnittsgeschwindigkeit. Diese gibt die durchschnittliche Geschwindigkeit, also den Mittelwert der Geschwindigkeiten auf einer bestimmten Strecke an. Braucht ein Auto also eine Stunde, um die Strecke von 100 km zurück zu legen, errechnen wir die durchschnittliche Geschwindigkeit wie folgt:

Δs= zurückgelegter Weg =100 km
Δt= dafür benötigte Zeit =1 h
v=Δs/Δt=100 km/1 h=100 km h^{-1}

Jetzt wissen wir, dass das Auto diese Strecke mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 100 km h^{-1} zurückgelegt hat, können aber nicht sagen, ob das Auto auf der Strecke zeitweise schneller, z. B. 120 km h^{-1}, und dann wieder langsamer, z. B. 80 km/h, gefahren ist. Dazu müssen wir die **Momentanwerte** der Geschwindigkeit an bestimmten Punkten auf dem Weg kennen.

Um diese herauszufinden, müssten wir entweder ständig die Geschwindigkeit des Autos aufzeichnen und an der entsprechenden Stelle der Aufzeichnung nachsehen, oder der Fahrer muss an der gefragten Stelle auf den Tacho schauen. Die **Momentangeschwindigkeit** gibt also an, wie groß die Geschwindigkeit an einem bestimmten Punkt der Strecke ist. Berechnen lässt sie sich, indem man in der Formel für die Durchschnittsgeschwindigkeit die beobachtete Wegstrecke Δs immer kleiner macht, also gegen 0 gehen lässt und somit die Steigung der Orts-Zeit-Kurve am interessierenden Ort bestimmt (► Kap. 1.5 und 1.7).

► Momentangeschwindigkeit = Geschwindigkeit an einem bestimmten Ort der Strecke.

Neben der Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit können wir die Formel v=Δs/Δt auch bei der **gleichförmigen Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit** verwenden. Bei dieser Bewegung bewegt sich der Gegenstand mit konstanter, also immer gleicher, Geschwindigkeit geradeaus. Die zurückgelegte Strecke wird also pro vergangene Zeiteinheit immer länger: bei doppelter Fahrzeit doppelter Weg, bei dreifacher Zeit dreimal so langer Weg, …. Verhalten sich zwei Größen so zu einander, wird das als **proportional** bezeichnet und durch dieses Zeichen ~ dargestellt. In unserem Beispiel: s~t. **Sind zwei Dinge proportional zueinander, ergibt der Quotient aus beiden Werten eine Konstante, die Proportionalitätskonstante, also Δs/Δt= konst.** Die Proportionalitätskonstante des Quotienten aus Weg und Zeit v=Δs/Δt ist die Geschwindigkeit.

► Bei gleichförmiger Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit verhalten sich Zeit und Weg proportional zueinander.

Weg-/Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm bei einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit

Da der Physiker Erscheinungen gerne in Bildern betrachtet, wollen wir die Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit in Diagrammen darstellen. Zuerst folgt das **Weg-Zeit-Diagramm** (s-t-Diagramm) (Abb. 3.1). Hier stellt sich die Bewegung als Gerade dar. Weg und Zeit können an den Achsen abgelesen werden, die Geschwindigkeit entspricht der Steigung m dieser Geraden. Die Steigung einer Geraden ist Δy/Δx, was bei diesem Diagramm Δs/Δt entspricht, was bekanntlich die Geschwindigkeit ist. Die Beschleunigung (s. u.) entspricht hier der zweiten Ableitung, die in diesem Fall 0 ist.

► Im Weg-Zeit-Diagramm einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit entspricht die Steigung der Geraden der Geschwindigkeit.

Im **Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm** (v-t-Diagramm) (Abb. 3.1) entspricht die Bewegung einer Geraden parallel zur Zeitachse, da die Geschwindigkeit konstant ist. Die zurückgelegte Strecke entspricht in diesem Diagramm der Fläche unter dem Graphen, die mittels Integralrechnung bzw.

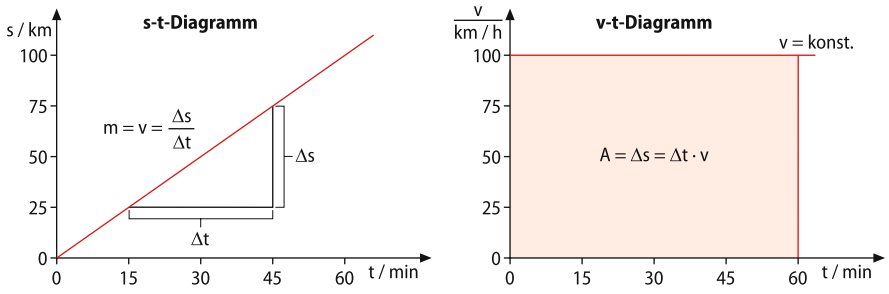


Abb. 3.1. Orts-Zeit-Diagramm (s-t-Diagramm) und Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm (v-t-Diagramm) einer gleichförmigen Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit

geometrischer Berechnung der Fläche ermittelt werden kann: entweder durch das Integral von 0 bis t von f(x) bzw. A= Betrag von t · Betrag von v.

Um das Diagramm komplett zu erläutern, muss man hinzufügen, dass die Beschleunigung (s. u.) die Steigung der Geraden ist, die in diesem jedoch Null ist.

Hätten Sie's gewusst?

Leitungsgeschwindigkeit einer Nervenfaser

Die Ausbreitung des Aktionspotenzials an einem myelinisierten Axon ist auch eine gleichförmige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit, sodass man die Geschwindigkeit mit der Formel v=s/t berechnen kann. Die Bestimmung der Leitungsgeschwindigkeit hat neben dem physiologischen Interesse, wie schnell dies funktioniert, auch große Bedeutung in der Neurologie und Orthopädie. So ist z. B. bei einem Bandscheibenvorfall die Leitungsgeschwindigkeit eine wichtige Entscheidungshilfe bei der Frage, ob der Patient operiert werden sollte oder nicht.

Bestimmt wird die Leitungsgeschwindigkeit, indem man zwei Elektroden an den Nerven »anschließt«, mit der einen den Nerv elektrisch reizt und die Zeit misst, bis dieser Reiz die zweite Elektrode erreicht. Dann wird der Abstand zwischen den Elektroden als Weg und die gemessene Zeit zur Berechnung der Geschwindigkeit verwendet.

Man hat herausgefunden, dass die schnellsten Nerven in unserem Körper es schaffen, einen Reiz mit bis zu 120 m s^{-1} (entspricht 432 km h^{-1}!) fortzuleiten – also ganz schön fix!

Die Beschleunigung

Viel häufiger ändert sich während der Bewegung die Geschwindigkeit. Die Änderung der Geschwindigkeit pro Zeiteinheit wird als **Beschleunigung a** bezeichnet, mathematisch ausgedrückt also $a=\Delta v/\Delta t$, was bereits die Einheit der Beschleunigung erkennen lässt, $[a]=m\ s^{-2}$.

► Beschleunigung = Geschwindigkeitsänderung pro Zeit

Wir verstehen im Allgemeinen unter »beschleunigen«, dass wir einen Körper, z. B. ein Auto schneller machen. In der Physik ist aber auch das Bremsen eine Form der Beschleunigung, da sich ja auch beim Bremsen die Geschwindigkeit des Körpers ändert. Es wird häufig als negative Beschleunigung bezeichnet.

► Bremsen = negative Beschleunigung

Geschwindigkeits-/Beschleunigungs-Zeit-Diagramm bei konstanter Beschleunigung

Betrachten wir die **Bewegung mit konstanter Beschleunigung**, z. B. ein Auto, das ständig mit konstanter Beschleunigung beschleunigt wird. Je länger das Auto beschleunigt wird, desto größer wird seine Geschwindigkeit, diesmal ist also die Zeit proportional zur Geschwindigkeit, $\Delta t \sim \Delta v$. Auch hier wollen wir uns die Bewegung in Diagrammen veranschaulichen.

Im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm (v-t-Diagramm) (Abb. 3.2) entspricht die Beschleunigung der Steigung der Geraden. Im Beschleunigungs-Zeit-Diagramm (a-t-Diagramm) sehen wir wieder eine Gerade parallel zur Zeitachse. Hier entspricht die Fläche unter dem Graphen der Geschwindigkeit des Körpers, die wieder mittels Integral- oder geometrischer Flächenbrechung bestimmt werden kann.

► Im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm einer Bewegung mit konstanter Beschleunigung entspricht die Steigung der Geraden der Beschleunigung.

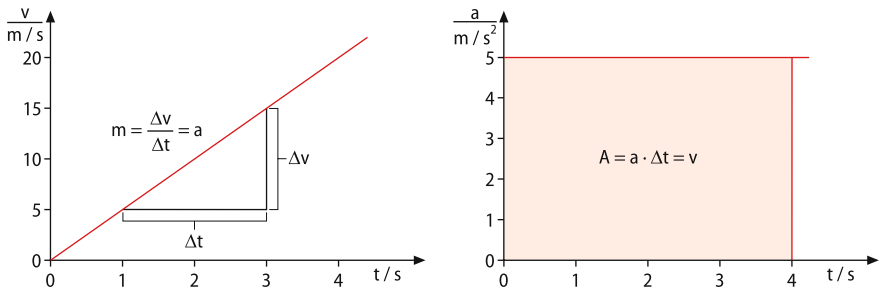


Abb. 3.2. Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm (v-t-Diagramm) und Beschleunigungs-Zeit-Diagramm (a-t-Diagramm) einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung

Berechnung der einzelnen Größen bei konstanter Beschleunigung

Häufig soll nicht die Beschleunigung bestimmt werden, sondern die aktuelle Geschwindigkeit oder der zurückgelegte Weg bei vorgegebener Beschleunigung. Durch Umformen der Gleichung $a = \frac{v}{t}$ erhält man die Formeln zur Berechnung der einzelnen Größen bei der gleichförmigen Bewegung mit konstanter Beschleunigung.

Geschwindigkeit: $v = a \cdot t$

Besitzt der sich bewegende Körper bereits vor der Beschleunigung eine gewisse Geschwindigkeit v_0, wird diese einfach addiert: $\mathbf{v = a \cdot t + v_0}$.

Strecke: $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$

Auch hier kann eine bereits vor der Beschleunigung zurückgelegte Strecke s_0 einfach addiert werden, ebenso der zurückgelegte Weg, der sich aus einer anfänglich vorhandenen Geschwindigkeit v_0 ergibt, sodass sich allgemein $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ ergibt.

Ist der Weg s bekannt, auf dem der Körper aus dem Stand (s_0=0 und v_0=0) konstant beschleunigt wird, kann man die Geschwindigkeit, die der Körper am Ende der Strecke s hat, durch Elimination der Zeit t mit folgender Formel berechnen:

$v^2 = 2 \cdot a \cdot s$ bzw. $v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$

Mathematischer Zusammenhang von Beschleunigung, Geschwindigkeit, Weg und Zeit

Mathematisch betrachtet hängen die vier Größen Beschleunigung, Geschwindigkeit, Weg und Zeit folgendermaßen zusammen:

► Geschwindigkeit = Ableitung des Wegs nach der Zeit.

Die Geschwindigkeit ist die Ableitung des Wegs nach der Zeit.

$$v = \dot{s} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

► Beschleunigung = zweite Ableitung des Wegs nach der Zeit.

Die Beschleunigung wiederum ist die Ableitung der Geschwindigkeit, und somit die zweite Ableitung des Wegs nach der Zeit.

$$a = \dot{v} = \ddot{s}$$

Für viele ist die Umrechnung von km/h in m/s und umgekehrt schwierig. Da man es aber so häufig braucht, soll sie hier einmal gezeigt werden:

$$1 \frac{km}{h} = \frac{1000 m}{60 min} = \frac{1000 m}{60 \cdot 60 s} = \frac{1000 m}{3600 s} = \frac{1 m}{3{,}6 s} = \frac{1}{3{,}6} \cdot \frac{m}{s}$$

Um also eine in km/h angegebene Geschwindigkeit in m s^{-1} umzurechnen, muss man einfach den Zahlenwert durch 3,6 teilen: fährt ein Auto mit 72 km h^{-1}, entspricht das einer Geschwindigkeit von 20 m s^{-1}, da 72/3,6=20.

Umgekehrt muss man bei der Umrechnung von m s^{-1} in km h^{-1} einfach die angegebene Geschwindigkeit mal 3,6 rechnen, da

$$1\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\frac{1}{1000}\text{km}}{\frac{1}{3600}\text{h}} = \frac{3600\text{km}}{1000\text{h}} = \frac{3{,}6\text{km}}{1\text{h}} = 3{,}6\frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Man **merkt** sich also am einfachsten: **Bei der Umwandlung von m/s in die »größere« Einheit km/h den Zahlenwert mal 3,6 rechnen, bei der umgekehrten Umwandlung in die »kleinere« Einheit, geteilt durch 3,6!**

► Umwandlung m/s→km/h: mal 3,6
Umwandlung km/h in m/s: geteilt durch 3,6

3.1.3 Kräfte

Auch der Begriff der Kraft $\vec{F}$ ist uns nicht völlig fremd – sollen wir aber genau beschreiben, was eine Kraft denn eigentlich ist, wird es schwierig, da Kräfte etwas sehr Abstraktes sind. Die Kraft selbst kann man nicht sehen, man kann sie nur an ihrer Wirkung erkennen. Dieses Merkmal ist so kennzeichnend, dass sie so definiert wird: **Jede Einwirkung auf einen Körper, die dessen Bewegungszustand (Geschwindigkeit und/oder Richtung) oder dessen Form ändert, bezeichnet man als Kraft F.** Die Einheit der Kraft ist Newton, [F]=N. 1 N wurde so definiert, dass es genau diejenige Kraft ist, die einen Körper mit der Masse 1 kg aus der Ruhe in 1 s auf die Geschwindigkeit 1 m/s beschleunigt, also: 1 N entspricht also 1 kg m s^{-2} (Tab. 3.1).

Die Kraft ist ein Vektor. Das bedeutet, dass wir, um eine Kraft genau zu beschreiben, drei Dinge angeben müssen: Die Richtung, in der sie wirkt, die Größe und den Angriffspunkt. Diese drei Dinge sind entscheidend für die Wirkung der Kräfte, da zwei Kräfte mit der gleichen Größe und verschiedenen Richtungen auf einen Körper völlig unterschiedliche Wirkungen erzielen. Ziehen sie z. B. in die gleiche Richtung, wird sich der Körper in diese Richtung bewegen, ziehen sie in entgegengesetzte Richtungen, wird sich ihre Wirkung aufheben (Abb. 3.3a).

► Die Kraft ist ein Vektor

► Vektoren geben Angriffspunkt, Richtung und Größe der Kraft an.

Die Kräfte werden als Vektoren, also als Pfeile dargestellt, die die Richtung und den Angriffspunkt zeigen (► Kap. 1.2). Die Länge des Vektors gibt die Größe der Kraft an, z. B. 1 N=1 cm. Dann würde der Pfeil einer Kraft von 3 N also 3 cm lang gezeichnet.

Ebenso wichtig ist der Angriffspunkt der Kraft: zieht man z. B. an einer Stange mit der Kraft von 3 N einmal in der Mitte und einmal an einem Ende der Stange in dieselbe Richtung, erhält man nicht die gleiche neue Position, sondern zwei verschiedene (Abb. 3.3b). Die Größe des Vektors wird durch die Länge des Pfeils dargestellt (z. B. 1 N=1 cm).

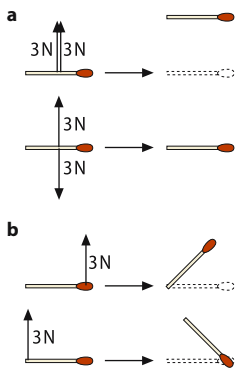


Abb. 3.3a,b. Die Wirkung einer Kraft auf einen Körper (Masse m) ist abhängig von ihrer Richtung und ihrem Angriffspunkt

Gemessen wird die Kraft an ihrer Wirkung: Wenn zwei Kräfte die gleiche Wirkung erzielen, sind sie gleich groß. Dabei kann man »verschiedene Wirkungen« zum Vergleich heranziehen. Man kann schauen, wie stark die Kräfte beschleunigen, oder wie stark die Kräfte es schaffen, eine Feder zu dehnen oder einen Körper zu verformen. Schaffen es zwei Kräfte, eine Feder gleich weit zu dehnen, sind sie gleich groß. So funktionieren z. B. die herkömmlichen Kraftmesser. Sie wurden vorher geeicht und markiert, welche Kraft welche Dehnung hervorruft, sodass man bei der entsprechenden Dehnung die Größe der Kraft ablesen kann.

Mittels der **Kräftegleichheit** kann man also die Kraft bestimmen. Neben der Kräftegleichheit gibt es auch die **Kräftevielfachheit**: Ist eine Kraft doppelt, dreifach, vierfach,… n-fach so groß, beschleunigt sie einen Körper doppelt, dreifach, vierfach, … n-fach so stark.

Wirkt eine Kraft genau entgegengesetzt einer anderen Kraft, kann dies durch ein Minuszeichen dargestellt werden: Die Kraft $\vec{F}_1$ ist gleich groß wie die Kraft $\vec{F}_2$, aber wirkt in die entgegengesetzte Richtung, also ist $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Einfacher kann man die beiden als $\vec{F}$ und $-\vec{F}$ bezeichnen.

► Kräftegleichheit und Kräftevielfachheit

► Kräftegleichgewicht→ Bewegungszustand ändert sich nicht

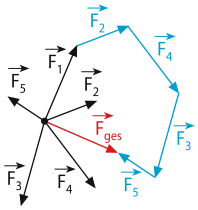


Abb. 3.4. Zeichnerische Addition mehrerer Kräfte zu einer Gesamtkraft $\vec{F}_{Ges} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5$

Da Kräfte Vektoren sind, kann man sie addieren (► Kap. 1.2) oder auch subtrahieren (Abb. 3.4). Der Summenvektor aller Kräfte an einem Körper zeigt, welchen Effekt die Kräfte auf den Körper haben werden.

Ergibt die Summe aller Vektoren, die an einem Körper angreifen, Null, spricht man von einem **Kräftegleichgewicht**. **Im Kräftegleichgewicht bleibt der Körper in seinem bisherigen Bewegungszustand.**

Die Newtonschen Axiome

Der große Wissenschaftler Isaac Newton (1643–1727) hat sich mit vielen verschiedenen Dingen im Bereich der Naturwissenschaften und Philosophie beschäftigt. Unter anderem hat er drei Gesetze formuliert, die als **Newtonsche Axiome** bezeichnet werden und grundlegende Erscheinungen der Mechanik beschreiben.

► Die Newtonschen Axiome

1. Newtonsches Axiom: der Trägheitssatz

► Trägheitssatz: jeder Körper zeigt das Bestreben, seinen Bewegungszustand beizubehalten.

Fährt man mit dem Auto aus dem Stand an, hat man über die ersten Meter das Gefühl, in den Sitz gepresst zu werden. Umgekehrt wird man beim Abbremsen des Wagens nach vorne geschoben. Man hat das Gefühl, zu träge zu sein, um sich sofort mit dem neuen Bewegungszustand anfreunden zu können. Man würde eigentlich gerne in der alten Bewegung bleiben. Newton hat ebenfalls beobachtet, dass Körper eine gewisse Unwilligkeit zeigen, wenn sich deren Bewegung ändert und es als »Trägheit« bezeichnet.

Diese Beobachtung hat er im Trägheitssatz formuliert: Jeder Körper zeigt das Bestreben, einen Bewegungszustand beizubehalten. Nur Kräfte können ihn abhalten, dies zu tun. Wirkt auf einen Körper keine Kraft, bleibt er in Ruhe oder er bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit fort. Sobald ein Körper also schneller oder langsamer wird oder eine Kurve fährt, wirkt eine Kraft auf ihn. Diese muss seine Trägheit, also sein Bestreben im momentanen Bewegungszustand zu verweilen, überwinden.

Die Größe der Trägheit hängt von der Masse des Körpers ab: **je größer die Masse, desto größer ist die Trägheit, weshalb man sie auch als Massenträgheit bezeichnet.**

2. Newtonsches Axiom: Newtonsches Grundgesetz

► Die Beschleunigung eines Körpers ist zu der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional.

Beschleunigt man einen Körper mit einer bestimmten Kraft, z. B. einen Zug durch zwei Lokomotiven, nimmt dessen Geschwindigkeit zu. Würde nur eine Lokomotive den Zug ziehen (mit derselben Kraft wie zuvor, also mit insgesamt halber Kraft), würde der Zug nur halb so stark beschleunigt werden. Die Beschleunigung, die ein Körper erfährt, ist somit zu der an ihm angreifenden Kraft proportional, also **F~a**.

► Die zur Beschleunigung nötige Kraft ist zur Masse des beschleunigten Körpers proportional.

Ein anderes Experiment kann dies auch verdeutlichen: Wollen wir einen Wagen mit der Masse m ziehen, brauchen wir eine bestimmte Kraft. Packen wir auf den Wagen zusätzlich ein paar Kisten, wird der Wagen immer schwerer, je mehr Kisten wir aufladen. Je schwerer der Wagen wird, desto mehr Kraft brauchen wir, um den Wagen zu bewegen. Dabei ist es völlig egal, ob wir z. B. vier kleine Bleiblöcke aufladen, die kaum Volumen haben oder vier große Pakete, die zwar genauso viel wiegen wie die kleinen Blöcke, aber mehr Volumen besitzen – die Masse entscheidet, wie viel schwerer es wird, den Wagen zu beschleunigen. Die Kraft, die wir zur Beschleunigung brauchen, ist also auch proportional zur Masse des Körpers, den wir beschleunigen wollen, **F~m**.

► Die pro Masse wirkende Kraft ist proportional zur Beschleunigung.

Ziehen wir den Wagen immer mit der gleichen Kraft und packen dabei immer mehr auf, wird die durch die Kraft erreichbare Beschleunigung immer kleiner. Die Kraft, die pro Masse wirkt (F/m), ist also auch proportional zur Beschleunigung: je kleiner die Kraft pro Masse, desto kleiner auch die erreichte Geschwindigkeit. **F/m~a**.

Diese Beobachtungen sind so grundlegend für das Verständnis und die Anwendung der Mechanik, dass sie Newton im **Grundgesetz der Mechanik** zusammengefasst hat: **$F = m \cdot a$**.

3. Newtonsches Axiom: Actio = Reactio

Das kann man sich wegen des einprägsamen Namens am besten merken – Actio = Reactio beschreibt eine Erscheinung, die nicht unbedingt offensichtlich ist: **Jede Kraft ruft eine Gegenkraft hervor,** eben

actio = reactio. Ein Beispiel: Wir hängen eine Lampe an einen Haken an der Decke: Die Lampe wird von ihrer Gewichtskraft $\vec{F}_G$ in Richtung Boden gezogen, fällt aber nicht herunter. Ist etwas in Ruhe, wirkt entweder keine Kraft, oder die wirkenden Kräfte sind im Gleichgewicht. Da wir wissen, dass die Gewichtskraft wirkt, muss eine gleich große Kraft in die Gegenrichtung wirken, da die Lampe ja an der Decke hängt und nicht herunterfällt (Abb. 3.5). Diese Kraft $\vec{F}$ muss so groß wie die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ sein und genau entgegengesetzt wirken, also $\vec{F} = -\vec{F}_G$.

Am folgenden **Beispiel** kann man die Wirkung der Gegenkraft auch sehen: Zwei Kinder, Anna und Noah, stehen sich mit Inlineskates gegenüber und halten beide ein Ende eines Seils (Abb. 3.6). Die beiden Kinder sind gleich schwer ($m_{Anna}=m_{Noah}$). Sie werden also durch gleich große Kräfte gleich schnell beschleunigt. Zieht Noah mit der Kraft $\vec{F}_{Noah}$ am Seil, rollt Anna auf ihn zu. Aber auch er fängt im selben Moment an, sich auf Anna zuzubewegen – es muss also eine Kraft geben, die Noah in Richtung Anna zieht. Anna zieht nicht an dem Seil, sie hält es nur fest – die Kraft, mit der Noah zieht, muss also eine Gegenkraft hervorrufen, die ihn auf Anna zubewegt.

Würde man messen, wie schnell sich die beiden jeweils bewegen, würde man feststellen, dass sie sich mit gleicher Geschwindigkeit nur in entgegengesetzte Richtung bewegen, und da sie gleich schwer sind, müssen die wirkenden Kräfte gleich groß sein ($\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, und die beiden sind gleich schwer). Auch hier bewirkt also die Kraft eine Gegenkraft, die gleich groß ist und in die entgegengesetzte Richtung wirkt, $\vec{F}_{Noah} = -\vec{F}_{Anna}$.

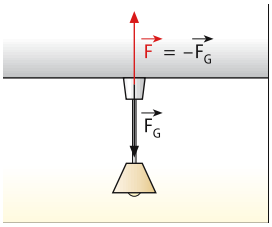


Abb. 3.5. Der Gewichtskraft $\vec{F}_G$ einer Lampe wirkt die Kraft $\vec{F} = -\vec{F}_G$ in der Aufhängung entgegen

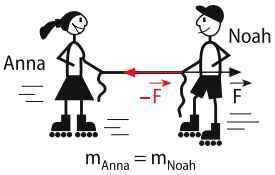


Abb. 3.6. Wirkt ein Körper A (Noah) mit einer Kraft $\vec{F}_{Noah}$ auf einen anderen Körper B (Anna), zeigt sich, dass der Körper B auf den Körper A mit einer Kraft $\vec{F}_{Anna}$ wirkt, die gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet ist, d. h. $\vec{F}_{Noah} = -\vec{F}_{Anna}$. Das besagt das 3. Newtonsche Axiom actio = reactio

Gravitation und Gewichtskraft

Stellen wir uns vor, alle Gegenstände auf der Erde würden wie im Weltraum wild umherfliegen – dann wäre das Leben manchmal ganz schön schwer. Alle Körper besitzen auf der Erde also eine gewisse »Schwere«, die sie am Erdboden festhält. Auch hiermit hat sich Newton beschäftigt, und angeblich kam ihm die Erklärung für diese Schwere, als er im Garten saß und einen Apfel vom Baum fallen sah. Er erkannte, dass sich Massen anziehen. **Die Anziehung zwischen Massen wird als Gravitation bezeichnet**. Sie hängt von zwei Dingen ab:

- von der Größe der Massen und
- von dem Abstand der Massen.

Je größer die Masse, desto stärker ist einerseits die von ihr ausgehende Gravitationskraft. Andererseits gilt: je größer der Abstand zwischen den Massenschwerpunkten ist, desto kleiner ist die Anziehungskraft zwischen den Massen. Also haben wir auch hier eine proportionale Beziehung, die wir in eine Formel packen können: Der Betrag der Anziehungskraft zwischen zwei Körpern A und B mit der Masse m_A und m_B, deren Massenschwerpunkte einen Abstand r haben, beträgt nach dem Gravitationsgesetz:

$$F = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r^2}$$

G ist die Gravitationskonstante und beträgt $G=6{,}673 \cdot 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$. Die Formel wird nach ihrem Erstbeschreiber **Newtonsches Gravitationsgesetz** genannt.

Die Gravitationskraft greift am (Massen-)**Schwerpunkt** an und zeigt (Richtung des Kraftvektors) von einem Schwerpunkt zum anderen. Körper verhalten sich, als wäre ihr gesamtes Gewicht in einem Punkt gesammelt. Dieser Punkt ist der Schwerpunkt. Der Schwerpunkt ist eine Art »Gleichgewichtspunkt«: hält man Körper an diesem Punkt fest, so wird der Körper nicht gedreht oder wackelt, sondern bleibt in Ruhe.

Den Schwerpunkt eines Körpers zu bestimmen ist nicht immer leicht. Manchmal kann man ihn aber recht leicht erkennen, z. B. bei einem Quadrat (Abb. 3.7, Fig. 1). Bei »unförmigeren« Körpern wird es schwieriger (Abb. 3.7, Fig. 2). Um hier den Schwerpunkt zu bestimmen, hängt man diesen Körper nacheinander an zwei verschiedenen Punkten auf, zeichnet jeweils die Lotlinie ein, die man mithilfe eines Lots bestimmt, das am selben Punkt aufgehängt wird. Im Schnittpunkt der beiden Lotgeraden befindet sich der Schwerpunkt S.

► Gravitation = Anziehung zwischen Massen

► Je größer die Masse, desto stärker ihre Gravitationskraft, und: je größer der Abstand zwischen Massen, desto kleiner die gegenseitige Anziehungskraft.

► Gravitationsgesetz

$$F = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r^2}$$

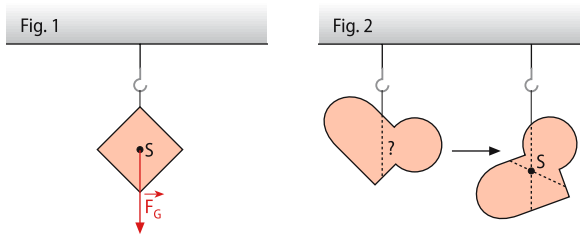


Abb. 3.7. Praktische Schwerpunktsbestimmung. Hängt man einen Körper an einer beliebigen Stelle auf, kommt der Körper zur Ruhe, wenn der Schwerpunkt genau unter dem Aufhängepunkt liegt.
Figur 1: Bei symmetrischen Körpern genügt ein Aufhängepunkt.
Figur 2: Bei unregelmäßigen Körpern benötigt man 2 verschiedene Aufhängepunkte

Hätten Sie's gewusst?

Der Schwerpunkt des menschlichen Körpers und seine Bedeutung

Der Schwerpunkt des menschlichen Körpers ist relativ schwer zu bestimmen, aber er befindet sich im Rumpf des Körpers. Bei allen Bewegungen müssen wir durch die entsprechenden Gelenkstellungen und Muskelan- und -entspannungen versuchen, den Schwerpunkt so zu halten, dass wir nicht umkippen. Schon allein das Aufstehen aus dem Sitzen ist eine kleine Balanceübung, bei der der Schwerpunkt immer weiter verlagert wird und jedes Mal neu stabilisiert werden muss, damit wir nicht umkippen. Man kann jedoch die Verlagerung des Schwerpunkts auch nutzen – Sprinter z. B. neigen sich nach vorn, verlagern damit den Schwerpunkt nach vorne, was sie zu schnellerem Laufen animiert, damit sie nicht umkippen.

Die Abb. 3.8 links zeigt einige Positionen und die Lage des Schwerpunkts. Solange der Schwerpunkt über der Standfläche liegt, bleiben wir stehen – stabiles Gleichgewicht. Kann der Halteapparat den Körper nicht mehr stabilisieren, müssen wir auch auf andere Hilfsmittel, wie z. B. einen Stock zurückgreifen (Abb. 3.8 rechts).

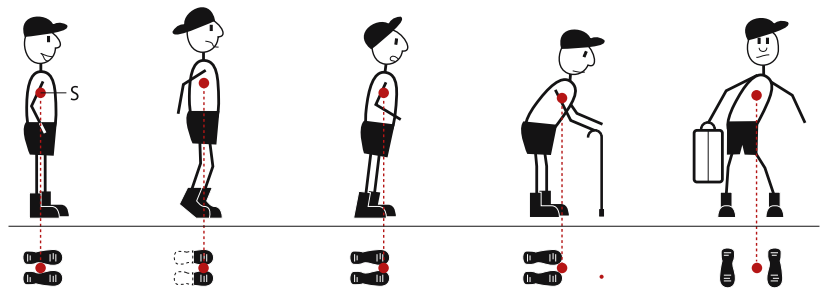


Abb. 3.8. Zum Schwerpunkt des menschlichen Körpers

Erdanziehungskraft

Gravitationskräfte wirken zwischen allen Körpern. Sie sind jedoch so gering, dass es eine große Masse braucht, um tatsächlich eine Kraftwirkung erkennen zu können. Zwei Tanker von jeweils 10^5 t z. B., deren Massenschwerpunkte (wie im Hafen) etwa 100 m voneinander entfernt sind, ziehen sich gerade einmal mit der Kraft von

$$F = 6{,}673 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot \frac{10^5 t \cdot 10^5 t}{(100m)^2} = 66N \text{ an.}$$

Diese Kraft ist so gering, dass sie keinerlei erkennbare Wirkung auf die beiden Tanker ausübt. Dafür bedarf es schon eines Körpers wie der Erde – mit richtig viel Masse, um die Wirkung der

Kräfte erkennen zu können. Als Beispiel wollen wir die Anziehungskraft zwischen Erde und Mond berechnen (Abb. 3.9): Die Erde besitzt eine Masse $m_{Erde}=5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg, die des Mondes $m_{Mond=}7{,}348 \cdot 10^{22}$ kg. Der Abstand von Erde und Mond ist 384.401 km. Somit ergibt sich für die Gravitationskraft F:

► Gravitationskraft F zwischen Erde und Mond: $1{,}98 \cdot 10^{20}$N

$$F = G \cdot \frac{m_{Erde} \cdot m_{Mond}}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot \frac{5{,}974 \cdot 10^{24}\,kg \cdot 7{,}348 \cdot 10^{22}\,kg}{(384401km)^2} = 1{,}98 \cdot 10^{20}\,N$$

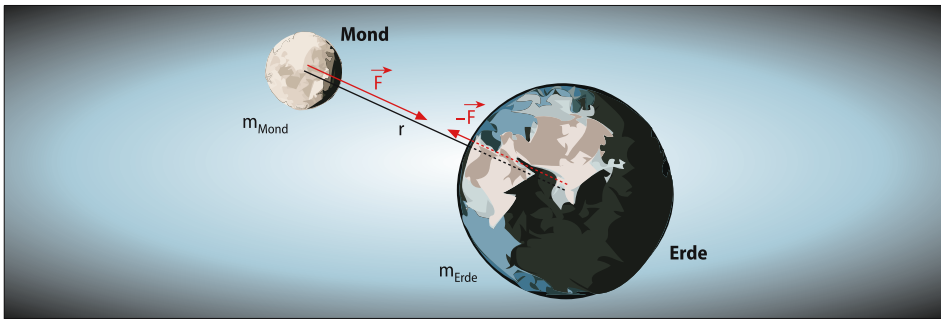


Abb. 3.9. Die gegenseitige Anziehungskraft zwischen Erde und Mond bewirkt, dass der Mond seine Kreise um die Erde zieht, da diese ihn immer wieder nach innen beschleunigt, sodass sich die Kreisbewegung ergibt

Auch zwischen der Erde und jedem Körper auf der Erde wirken die Gravitationskräfte. Da aber die Erde durch ihre große Masse entscheidend zur Anziehungskraft zwischen Erde und den Dingen auf der Erde beiträgt, wird diese Gravitationskraft auch **Erdanziehungskraft** genannt.

Die Erdanziehungskraft, die in Richtung der Erdoberfläche wirkt, haben wir bereits als Gewichtskraft $\vec{F}_G$ kennen gelernt. Sie ist abhängig von der Masse – je größer die Masse, desto größer auch die Gewichtskraft. Durch viele Messungen von Gewicht und Masse hat man diese Konstante ermittelt, die die Gewichtskraft und die Masse verbindet, die **Erdbeschleunigung $\vec{g}; = |\vec{g}| = 9{,}81\ m\ s^{-2}$**. Mit der Erdbeschleunigung kann man die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ aus der Masse m mit der Formel berechnen (2. Newtonsches Axiom):

$$\vec{F}_G = m \cdot g$$

Die Gewichtskraft greift im Schwerpunkt an.

Fazit: Masse versus Gewicht

Wie am Anfang bereits erwähnt, sind Masse und Gewichtskraft in der Physik zwei verschiedene Dinge. Wir verwenden v. a. den Begriff »Gewicht« im Alltag anders, was zu Missverständnissen führen könnte. Deshalb folgt hier noch einmal die genaue physikalische Unterscheidung: die Masse gibt die Stoffmenge eines Körpers an und wird in Kilogramm angegeben und ist völlig unabhängig davon, wo sich der Körper befindet. Wenn man das »Gewicht«, eines Patienten bestimmt, gibt man es in Kilogramm an, man bestimmt also eigentlich die Masse! **Die Physiker verstehen unter dem »Gewicht« aber die Kraft, mit der ein Körper von einem Planeten angezogen wird, also die Gewichtskraft.** Die Gewichtskraft hat die Einheit der Kraft, also Newton.

► »Gewicht« eines Menschen = Masse in kg; Physikalisches Gewicht = Gewichtskraft in N

Der Auftrieb

Auftriebskräfte: Warum schwimmen manche Körper im Wasser und manche nicht? Ein Gegenstand wird auch im Wasser von der Erde angezogen, also mit seiner Gewichtskraft F_G nach unten gezogen. Dabei verdrängt er so viel Wasser, wie von seinem Volumen unterhalb der Wasseroberfläche liegt. Dieses verdrängte Wasser besitzt ebenfalls eine Gewichtskraft, und wird daher ebenfalls von der Erde angezogen. Es versucht wieder an seinen »alten Platz« zu gelangen und versucht den

► Auftriebskraft F_A = -Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit

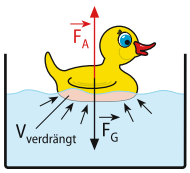


Abb. 3.10. Unsere Badewannenente schwimmt, wenn ihre Gewichtskraft $\vec{F}_G$ durch die Auftriebskraft $\vec{F}_A$ kompensiert wird. Die Auftriebskraft wird durch das von der Ente verdrängte Wasser bewirkt und entspricht der Gewichtskraft der verdrängten Wassermenge

ins Wasser gelegten Körper nach oben zu drücken. Diese Kraft heißt **Auftriebskraft F_A** oder nur **Auftrieb** (Abb. 3.10).

F_A lässt sich ganz einfach **berechnen**: wir kennen die Dichte ρ von Wasser: $\rho_{H_2O} = 1\ g\ cm^{-3}$. Das verdrängte Wasservolumen versucht mit der Kraft seines Gewichts zurückzudrängen. Also berechnen wir aus der Dichte des Wasser und des verdrängten Volumens $V_{verdrängt}$ die Masse des verdrängten Wassers wie folgt:

$$m_{H_2O\ verdrängt} = V_{verdrängt} \cdot \rho_{H_2O}$$

Die Auftriebskraft ist so groß wie die Gewichtskraft des verdrängten Wassers, also:

$$F_A = m_{H_2O\ verdrängt} \cdot g = V_{verdrängt} \cdot \rho_{H_2O} \cdot g$$

Je nachdem, welche Kraft größer ist – die Auftriebskraft $\vec{F}_A$ oder die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ – schwimmt der Körper oder nicht: Ist die Gewichtskraft des Körpers größer, sinkt dieser auf den Boden, ist der Auftrieb größer, schwimmt der Körper. Sind Gewichtskraft und Auftrieb gleich groß, schwebt der Körper.

Ob ein Körper sinkt oder schwimmt, hängt von der mittleren Dichte ab. Da die Masse, und damit die Gewichtskraft von der Dichte abhängig ist, sinken alle Körper, die eine höhere mittlere Dichte als Wasser besitzen. Besitzen sie eine geringere mittlere Dichte als Wasser, schwimmen sie. Mittels der Form kann man einen Körper ebenfalls zum Schwimmen bringen: Eine Bleikugel würde sofort im Wasser versinken, da Blei sehr viel dichter ist als Wasser. Hat die Kugel jedoch eine ausreichend große Kammer mit Luft, kann sie schwimmen, da auch die Luft in der Kugel Wasser verdrängt, jedoch viel leichter ist als Wasser. Es kommt also auf die **mittlere Dichte** ρ_m des betrachteten Körpers an. Diese berechnet sich aus der Gesamtmasse des Körpers m_g und dem gesamten verdrängten Volumen V_g zu:

► Ob ein Körper sinkt oder schwimmt, hängt von mittlerer Dichte ρ_m ab.

$$\rho_m = \frac{m_g}{V_g}$$

Auch in anderen Flüssigkeiten erfahren Körper Auftrieb. Abhängig von der Dichte der Flüssigkeit ist dieser größer oder kleiner als bei Wasser. Das Wasser des Toten Meeres hat aufgrund seines hohen Salzgehalts eine wesentlich höhere Dichte als destilliertes Wasser, weshalb der Auftrieb hier viel größer ist.

Die Federkraft

► Hookescher Bereich: F=konst. · s
F= an der Feder ziehende Kraft, s= Dehnung der Feder

Zur Mechanik gehört auch die ausführliche Behandlung der Feder. Da diese für Mediziner nur bedingt interessant ist, werden wir den Teil kurz fassen. Federn besitzen die Eigenschaft, in ihre Ausgangsform zurückkehren zu können, wenn man sie auseinanderzieht oder zusammendrückt. Während der Dehnung oder Stauchung entwickeln sie eine Kraft, die sie in die Ausgangslänge zurückführen möchte, die Federkraft. **Die Federkraft ist genauso groß wie die Kraft, die an der Feder wirkt.** Deshalb werden Federn in der Physik u. a. auch zur Kräftemessung genutzt. Hierfür sind sie besonders gut geeignet, da die Dehnung s der Feder zur daran ziehenden Kraft F in einem bestimmten Bereich **proportional** ist**: F~s.**

► Im Hookeschen Bereich ist die Federhärte D=F/s konstant.

Der Quotient F/s wird **Federhärte D** genannt. Den Bereich, in dem diese für eine Feder konstant ist, nennt man **Hookeschen Bereich, also F=D · s**.

Die gewisse »Elastitzität« der Feder hat jedoch auch Grenzen. Ist die Kraft, mit der gezogen oder gedrückt wird, so stark, dass die Feder sich nicht mehr elastisch dehnt, sondern sozusagen »verbogen« wird, gilt das Hookesche Gesetz nicht mehr und die Feder ist kaputt.

3.1.4 Drehmoment und Hebelgesetze

Eine Stange, die um eine feste Achse im Punkt D drehbar ist, nennt man einen **Hebel.** Abb. 3.11 zeigt einen zweiseitigen Hebel, da er zwei Hebelarme in verschiedene Richtungen besitzt. Greift am linken Arm eine Kraft F_1 an, dreht sich der Hebel in Richtung der Kraft. **Den Abstand zwischen dem Angriffspunkt der Kraft F_1 und dem Drehpunkt D bezeichnet man als Hebelarm oder Kraftarm a_1.**

► Hebel = um eine feste Achse im Punkt D drehbare Stange D = Drehpunkt; M = Drehmoment (Kraft F · Kraftarm a_1)

Wie stark der Hebel durch die Kraft gedreht wird, hängt von der Größe der Kraft, ihrer Richtung relativ zum Kraftarm und der Länge des Kraftarms ab. Betrachten wir zunächst nur senkrecht zum Kraftarm wirkende Kräfte. Je größer die beiden sind, desto größer ist auch die Drehfähigkeit an diesem Hebel, das so genannte **Drehmoment M**. **Das Drehmoment M ist das Produkt aus Kraft und Kraftarm, M=F · a.**

Das Drehmoment hat die **Einheit N m** oder N cm und besitzt eine Richtung. Wirken mehrere Kräfte an einem Hebel, werden die Drehmomente in die gleiche Richtung addiert, wobei wir die Vorzeichen der Drehmomente (Abb. 3.11), also deren Richtung beachten müssen. Wir bilden also die Summe aller nach links drehenden Drehmomente M_{links} (gegen den Uhrzeigersinn) und die Summe aller nach rechts drehenden Drehmomente M_{rechts} (im Uhrzeigersinn).

Der Hebel ist dann im Gleichgewicht, wenn gilt: $M_{links} = M_{rechts}$.

► Drehmomentengleichgewicht $M_{links} = M_{rechts}$

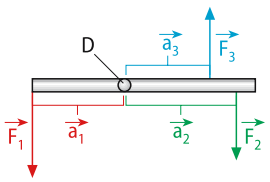


Abb. 3.11. Jede an einem Hebel angreifende Kraft bewirkt ein eigenes Drehmoment, dabei ist die Richtung der Kraft entscheidend dafür, ob der Hebel nach links ($F_1 \cdot a_1$ und $F_3 \cdot a_3$) oder rechts ($F_2 \cdot a_2$) gedreht wird. Ist die Summe aller nach links drehenden Momente gleich groß der Summe aller nach rechts drehenden Momente, ist der Hebel im Drehmomentengleichgewicht

Denken wir uns eine **dritte Kraft F_3** an unserem Hebel, die nach oben zieht, entwickelt diese Kraft ein Drehmoment, das dem Drehmoment der Kraft F_2 entgegen wirkt. Nun kann man das Drehmoment entweder mit einem negativen Vorzeichen versehen, also $-M_3$ und zu den Drehmomenten am linken Hebelarm rechnen. Oder man kann ein positives Vorzeichen lassen, dann muss man es allerdings zum Drehmoment der Kraft F_1 addieren, da diese die gleiche Richtung besitzen. Also besitzen auch die Drehmomente wie Kräfte eine Richtung, die für die Wirkung entscheidend ist. Sobald ein Gesamtdrehmoment größer ist als das andere, dreht sich der Hebel. Dass das Drehmoment von der Größe der Kraft und der Länge des Hebelarms abhängt, macht uns das Leben häufig sehr viel einfacher.

► Drehmomente besitzen wie Kräfte eine Richtung

Abb. 3.12 zeigt ein **Beispiel**: ohne weitere Hilfsmittel ist es eher schwierig für die schlanke Person, den deutlich kräftigeren Kollegen in die Luft zu heben. Da dieser aber zum Glück auf einer Wippe sitzt – einem Hebel, geht es doch recht einfach: Je länger unsere schlanke Person den Hebelarm macht, desto weniger Kraft benötigt sie, den Wipppartner anzuheben. Das **Hebelgesetz** erfasst diese Beobachtung: **Am n-fachen Hebelarm braucht man nur die 1/n-fache Kraft, um ein bestimmtes Drehmoment zu erzeugen.** Wenn die Summe der Drehmomente an einem Hebel im Uhrzeigersinn und gegen den Uhrzeigersinn gleich groß sind, ist der Hebel im Gleichgewicht.

► Hebelgesetz: Am n-fachen Hebelarm ist zur Erzeugung eines bestimmten Drehmoments nur die 1/n-fache Kraft nötig.

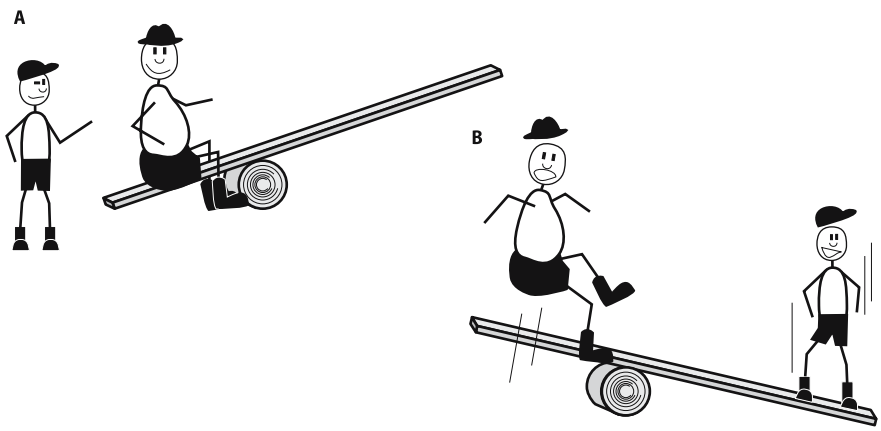


Abb. 3.12. Mittels eines Hebels gelingt es der schlankeren Person auch ohne Trick, die deutlich kräftigere Person hochzuheben

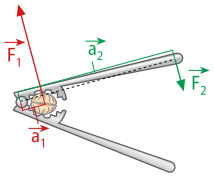


Abb. 3.13. Der einseitige Hebel: hier ein normaler Nussknacker

Ein Hebel muss aber nicht immer zwei verschiedene Arme haben, es gibt auch **einseitige Hebel**, z. B. den Nussknacker (vgl. Abb. 3.13).

Hätten Sie's gewusst?

Aus Sicht der Hebelgesetze sind einige unserer Gelenke sehr schlecht konzipiert, da unsere Muskulatur mit einem sehr kurzen Hebelarm ansetzt. Das Gewicht dagegen hat einen relativ langen Hebelarm, wenn wir uns das Ellenbogengelenk anschauen:

Der Bizeps greift nahe am Drehpunkt des Gelenks an, sodass der Hebelarm kurz ist (Abb. 3.14). Wenn wir etwas in die Hand nehmen, ist der Hebelarm von der Hand zum Gelenk ziemlich lang. Der M. biceps muss also viel Kraft entwickeln, um ein relativ kleines Gewicht zu heben. Aber es wäre doch recht ungeschickt, wenn bei jedem Beugen des Arms der Muskel sich diagonal zwischen Hand und Schulter aufspannen würde – die Pullis, die wir dann tragen müssten, sähen doch recht komisch aus…

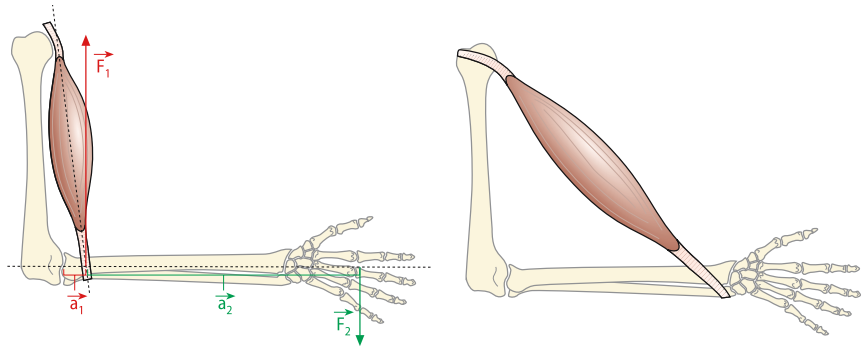


Abb. 3.14. Muskulatur am Oberarm: links die Realität und rechts die aus Drehmomentsgründen günstigere Variante. Naja...

► Nur der senkrecht am Hebel wirkende Teil einer Kraft trägt zum Drehmoment bei.

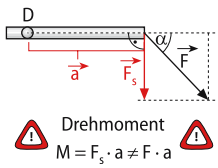


Abb. 3.15. Greift eine Kraft $\vec{F}$ unter dem Winkel α an einem Hebelarm $\vec{a}$ an, bewirkt nur die senkrecht zum Hebel wirkende Kraft $\vec{F}_s$ ein Drehmoment bezüglich des Drehpunkts D. Es gilt für die Beiträge $F_s = F \cdot \sin(\alpha)$

Beim Berechnen von Drehmomenten muss man beachten, dass nur der Teil der am Hebel wirkenden Kraft zum Drehmoment beiträgt, der senkrecht zum Hebelarm wirkt. Wirkt eine Kraft schräg am Hebelarm, muss man diese zerlegen, und nur der Teil $\vec{F}_s$, der tatsächlich senkrecht zum Hebelarm $\vec{a}$ wirkt, geht in das Drehmoment ein (Abb. 3.15). Hierzu erinnern wir uns an die Vektorzerlegung (► Kap. 1.2) und die Trigonometrie (► Kap. 1.3); so erhalten wir für den Betrag des Drehmoments M:

$$M = a \cdot F_s$$

oder

$$M = a \cdot F \cdot \sin(\alpha)$$

Dabei ist α der Winkel zwischen dem Hebelarm und der angreifenden Kraft.

Drehmomente wirken nicht nur an Hebeln. An allen Körpern, die sich drehen, wirken Drehmomente – also auch an Rädern oder Kreisen. Dabei entspricht auch der Abstand zwischen Ansatzpunkt der Kraft und Drehpunkt dem Kraftarm, und das Drehmoment ist das Produkt aus Kraft und Kraftarm.

3.1.5 Periodische Bewegungen

Setzt sich eine Bewegung aus immer gleichen, sich wiederholenden Bewegungen zusammen, ist es eine periodische Bewegung. Beispiele hierfür sind ein schwingendes Uhrpendel, unsere Herzkontraktionen oder unsere Atemzüge.

► Periodische Bewegungen werden beschrieben durch die Frequenz oder Periodendauer

Eine dieser Wiederholungen heißt **Periode**. Beim Pendel entspricht einer Periode das Schwingen des Pendels von links nach rechts und zurück, bis es zum Startpunkt zurückgekehrt ist. Die Zeit, die für diese Periode gebraucht wird, nennt man **Periodendauer T,** die in Sekunden gemessen wird, also [T]=s. Auch beim Herzen gibt es die Periodendauer, die einem gesamten Herzzyklus entspricht. Man misst im Alltag jedoch nie die Dauer eines Herzzyklus, sondern gibt immer die Herz**frequenz** an. Die **Frequenz f** gibt die Anzahl der Perioden pro Zeit an:

► Frequenz f = Anzahl der Perioden pro Zeit

$$f = \text{Perioden/Zeit}$$

Beim Herz verwendet man üblicherweise Schläge pro Minute. Bei einem gesunden Menschen sind dies in Ruhe ca. 70 Schläge pro Minute. So kann man durch die Periodendauer T die Frequenz f berechnen:

$$f = 1/T$$

Die Frequenz besitzt die Einheit Hertz Hz, die 1/s entspricht. **Hertz darf also nicht anstelle von 1/min oder 1/h verwendet werden, sondern steht nur für 1/s.**

Der normale Herzschlag von 70 Schlägen pro Minute entspricht also einer Herzfrequenz von 1,16 Hz.

3.1.6 Die Kreisbewegung

Auch die Kreisbewegung kann man zu den periodischen Bewegung zählen. Stellen wir uns ein Kind vor, das ein Jojo im Kreis neben sich bewegt (Abb. 3.16). Das Kind bewegt das Jojo die ganze Zeit mit gleicher Geschwindigkeit und es beschreibt immer wieder den gleichen Weg, einen Kreis – es ist also eine gleichförmige Bewegung. Die Zeit, die ein Körper, hier das Jojo, für eine Kreisrunde braucht, wird **Umlaufdauer T** genannt (wie auch die Erde um die Sonne eine Umlaufdauer von 365 Tagen hat). Der zurückgelegte Weg Δs bei einem Umlauf entspricht dem Umfang des Kreises, der wie folgt berechnet wird:

► Kreisbewegung gehört zu periodischen Bewegungen

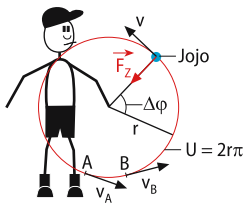


Abb. 3.16. Die Kreisbewegung eines an einem Faden der Länge r aufgehängten Jojo kann als eine periodische Bewegung aufgefasst werden. Details im Text

$$\Delta s = 2\pi \cdot r$$

r ist der Radius des Kreises. Bei der Kreisbewegung wird die Geschwindigkeit **Bahngeschwindigkeit v** genannt. Diese hat immer die Richtung tangential zur Kreisbewegung und ihr Betrag ergibt sich zu:

$$v = \Delta s/\Delta t = 2\pi \cdot r \cdot 1/T$$

Neben der Bahngeschwindigkeit wird auch die **Winkelgeschwindigkeit** ω angegeben. Bewegt sich ein Körper auf einem Kreis, kann man anstelle des zurückgelegten Wegs auch den überschriebenen Winkel Δφ heranziehen. (Abb. 3.16). Die Winkelgeschwindigkeit ω wird dann berechnet durch:

$$\omega = \Delta\varphi/\Delta t$$

Zu beachten ist hierbei, dass der **Winkel Δφ** nicht in Grad (360° sind eine volle Umdrehung) angegeben wird, sondern im so genannten Bogenmaß. **Das Bogenmaß ist die Länge der zurückge-**

► Bei Kreisbewegungen entspricht der zurückgelegte Weg dem überschriebenen Winkel Δφ; dieser wird im Einheitskreis im Bogenmaß angegeben (360° entsprechen einer Strecke von 2 π)

legten Strecke auf dem Umfang des Einheitskreises. Demnach entsprechen 360° einer Strecke von 2 π. Somit ergibt sich der einfache Zusammenhang zwischen der Frequenz f und der Winkelgeschwindigkeit ω:

$$\omega = 2\,\pi\,f$$

Für eine Kreisumdrehung ist $\Delta\varphi = 2\,\pi$, für die der Körper die Periodendauer T benötigt, also gilt:

$$\omega = \Delta\varphi/\Delta t = 2\,\pi/T.$$

Zentripetalkraft

► Die Zentripetalkraft hält den Körper auf seiner Kreisbahn

Schauen wir uns die Bewegung genauer an: das Jojo ändert ständig die Richtung – auf das Jojo muss ständig eine Kraft in Richtung des Kreismittelpunkts wirken. Diese Kraft nennt man **Zentripetalkraft** $\mathbf{F_Z}$. Diese Kraft wirkt immer senkrecht zur Richtung der momentanen Bewegungsrichtung und »zieht« das Jojo immer wieder zur Mitte, sodass die Kreisbewegung entsteht. Physikalisch ausgedrückt wird das Jojo ständig zur Mitte hin beschleunigt.

Eine **Zentripetalbeschleunigung** $\mathbf{a_Z}$ führt also dazu, dass das Jojo immer wieder ein kleines Stück zur Mitte hin abgelenkt wird. Betrachten wir zwei Punkte A und B auf dem Kreis und die Änderung der Richtung des Geschwindigkeitsvektors $\Delta v = v_B - v_A$ zwischen den beiden Punkten, können wir ablesen, wie groß die Zentripetalbeschleunigung auf diesem Kreisabschnitt war. Machen wir nun den Abstand zwischen den beiden Punkten ganz klein, nähern wir uns immer mehr der an einem Punkt wirkenden Beschleunigung. Mithilfe der Differenzialrechnung erhalten wir für die Beschleunigung folgende Formel:

$$a_Z = v^2/r$$

Da auch hier das 2. Newtonsche Axiom gilt, lässt sich die Zentripetalkraft F_Z aus der Zentripetalbeschleunigung und der Masse berechnen:

$$\mathbf{F_Z = m \cdot a_Z = m \cdot v^2/r}$$

► Die Zentrifugalkraft ist eine »Scheinkraft«; sie ist Ausdruck der Trägheit des kreisenden Körpers.

Die meisten verbinden die **Zentrifugalkraft** oder **Fliehkraft** und nicht die Zentripetalkraft als erstes mit der Kreisbewegung. Dabei ist die Zentrifugalkraft nur eine »Scheinkraft«: Wenn wir in einem Karussell sitzen, haben wir das Gefühl nach außen gezogen zu werden. Also meinen wir, da müsste tatsächlich eine Kraft ziehen, die uns nach außen zieht. **Die Zentrifugalkraft existiert in Wirklichkeit nicht, sie ist vielmehr die Trägheit des kreisenden Körpers**: Der Körper möchte sich eigentlich aufgrund seiner Trägheit immer in der momentanen Richtung des Geschwindigkeitsvektors fortbewegen. Durch die Zentripetalkraft wird man aber immer wieder zur Kreismitte hin abgelenkt. Sitzt man im Karussell, wird der Sitz immer zur Mitte abgelenkt, durch die eigene Trägheit rutscht man im Sitz immer weiter nach außen, was den Eindruck einer nach außen ziehenden Kraft erweckt.

Sedimentation und Zentrifuge

► Die Zentrifugalbeschleunigung wirkt beim Auftrennen von Gemischen in einer Zentrifuge.

Dennoch kann man die »Zentrifugalkraft« oder besser die Zentrifugalbeschleunigung nutzen. Man nutzt diesen Effekt in der Zentrifuge, die heute nicht mehr aus den Laboren wegzudenken ist: **Die Zentrifugalbeschleunigung wirkt ja immer nach außen und addiert sich vektoriell zur Erdbeschleunigung.**

Das zu trennende Gemisch befindet sich also in einem sehr hohen »Schwerefeld«. Durch den Auftrieb wandern die Teilchen mit einer höheren Dichte in den Gefäßen in der Zentrifuge nach außen bzw. unten. Durch hohe Drehfrequenz und lange Drehdauer können somit unterschiedlich dichte Substanzen aus einem Flüssigkeitsgemisch, einer Suspension oder einem Gasgemisch aufgetrennt werden. Ohne Zentrifuge geht das auch, dauert aber erheblich länger – denken wir an die Bestimmung der Blutsenkung.

3.1.7 Arbeit, Leistung und Energie

Reibung

Wir wollen eine Box (ohne Rollen) auf einer Fläche ziehen. Wir ziehen zunächst mit wenig Kraft $\vec{F}_{Zug}$ parallel zur Oberfläche: es passiert nichts (Abb. 3.17). Dann ziehen wir immer fester an der Box, bis sie sich irgendwann ruckartig in Bewegung setzt. Am Anfang hält scheinbar eine Kraft die Box am Boden fest, die so genannte **Haftkraft F_H**. (Es gibt keine Oberfläche, die perfekt glatt ist; deshalb können sich raue Stellen immer ineinander »verhakeln«, was dann zur Haftkraft führt.)

Die Haftkraft wirkt der Zugkraft entgegen. Sobald die Zugkraft größer wird als die maximale Haftkraft, setzt sich die Box in Bewegung. Auch beim Gleiten der Box gibt es eine der Zugkraft entgegengesetzte Kraft, die **(Gleit-) Reibungskraft F_R**. Diese Reibungskraft ist etwas kleiner als die maximale Haftkraft F_H, bremst die Box aber trotzdem immer etwas ab.

Wie groß die Reibungskraft ist, hängt von zwei Dingen ab:

- zum einen davon, wie stark die Box senkrecht auf die Oberfläche drückt, also von der so genannten **Normalkraft F_N**,
- zum anderen von der **Gleitreibungszahl μ_R**

Die **Normalkraft** ist die Kraft, die senkrecht zur Oberfläche wirkt. Ist die Oberfläche waagerecht, ist sie so groß wie die Gewichtskraft, ist der Untergrund schräg, ist es der Teil der Gewichtskraft, der senkrecht zur Oberfläche wirkt.

Die **Gleitreibungszahl μ_R** ist spezifisch für die Kombination von zwei Materialen und je höher diese ist, desto größer ist die Reibung. Die **Reibungskraft F_R** ist also (Abb. 3.27):

$$F_R = F_N \cdot \mu_R$$

Entsprechend hängt die Haftkraft F_H von der Normalkraft F_N und der Haftreibungskonstanten μ_H ab, die größer ist als μ_R: $F_H = \mu_H \cdot F_N$.

Reibung tritt immer auf. Sie entsteht, wenn zwei Oberflächen aufeinander reiben, ein Körper rollt oder sich ein Körper in einer Materie fortbewegt, z. B. etwas, das im Wasser sinkt. **Es gibt auf der Erde also praktisch keine Bewegung, die völlig reibungsfrei abläuft.** Man versucht jedoch meist, die Reibung so gering wie möglich zu halten, da Reibung Energieverlust bedeutet, ohne dass man tatsächlichen Nutzen davon hat.

Möchte man seine Muskeln aufbauen, kann man die Reibung nutzen: Bei den Heimtrainer-Rädern wird die Reibung am Rad vergrößert, je höher man den Gang schaltet. Dadurch muss mehr Kraft aufgewendet werden um das Rad zu drehen, wodurch sich ein stärkerer Trainingseffekt erreichen lässt.

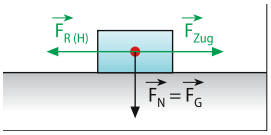


Abb. 3.17. Um einen Körper über eine Fläche zu ziehen, benötigt man die Zugkraft $\vec{F}_{Zug}$, die parallel zur Oberfläche wirken muss. Diese muss gleich groß sein wie die Reibungskraft F_R, die versucht den Körper zu bremsen. F_R berechnet sich aus der Normalkraft F_N (bei ebener Auflage gleich der Gewichtskraft F_G) und dem Reibungskoeffizienten $_\mu R$

► Die Haftkraft $\vec{F}_H$ hält Dinge am Boden fest und wirkt der Zugkraft $\vec{F}_{Zug}$ entgegen.

► Die Reibungskraft bremst sich bewegende Dinge ab.

► Die Normalkraft ist die senkrecht zur Oberfläche wirkende Kraft.

► Die Größe der Reibungskraft berechnet sich aus der senkrecht zur Auflage wirkenden Normalkraft und der Gleitreibungszahl.

Energie und Arbeit

Ohne Energie wäre kein Leben und keine Bewegung möglich, gäbe es keine Wärme und wäre überhaupt alles sehr ruhig. Denn um etwas zu bewegen oder zu verändern, braucht man **Energie**. **Durch Arbeit W (work) wird Energie übertragen, die dadurch etwas bewegen oder verändern kann.** Die Energie wird durch eine Kraft F entlang eines Wegs s übertragen, die Arbeit ist also:

$$W = F \cdot s$$

Die Einheit der Arbeit [W]=N m. Ein N m entspricht 1 J [Joule]. Für Rechnungen ist die Umformung der Einheit Joule häufig unumgänglich: $1\ J = 1\ N \cdot m = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ (Tab. 3.1). Die Kraft muss in Richtung des Wegs wirken, ist dies nicht der Fall, verrichtet nur der Teil der Kraft mechanische Arbeit an dem System, der parallel zum Weg gerichtet ist. **Die zum Weg senkrechte Komponente der Kraft hingegen verrichtet keine Arbeit am System.**

► Mechanische Arbeit = Kraft mal Weg
Wichtig: Die Kraft muss in Richtung des Wegs zeigen

Beispiel. Verschieben wir einen Körper mit der Kraft von 10 N um 1 m, verrichten wir eine Arbeit W=10 N · 1 m=10 N · m. Tragen wir dagegen eine Aktentasche, deren Gewichtskraft G=20 N in Richtung Boden zieht, über eine Strecke von 10 m (Abb. 3.18), ist das Tragen der Tasche keine Arbeit, da die Kraft nicht entlang des Wegs wirkt. Dagegen ist das Anheben der Tasche vom Boden schon Arbeit, da hier die Kraft in Richtung des Wegs wirkt.

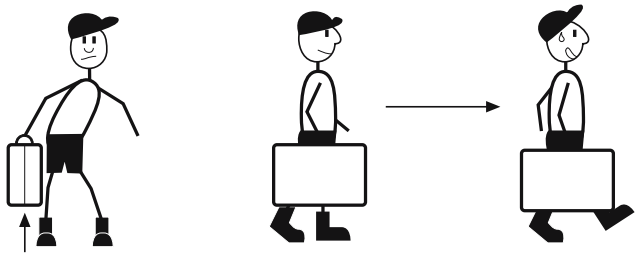


Abb. 3.18. Nur wer an dem Koffer eine Kraft in Richtung der Bewegung ausübt, verrichtet auch Arbeit an dem Koffer. Also gilt: wer ihn hochhebt, steckt Arbeit in das System; wer den Koffer nur in konstanter Höhe mit konstanter Geschwindigkeit wegträgt, verrichtet keine Arbeit an dem Koffer

Für den Fall, dass die Kraft sich entlang des Wegs ändert, müssen wir die verrichtete Arbeit durch eine Integration ermitteln. Allgemein gilt:

$$A = \int_{s_1}^{s_2} F_{||} \cdot ds$$

$F_{||}$ ist dabei die am Ort s in Bewegungsrichtung wirkende Kraftkomponente.

Verschiedene Formen von Energie und Arbeit

Es gibt verschiedene Formen von Energie und Arbeit, die wir im Folgenden besprechen wollen. Wie wir schon wissen, ist **Energie E** die Fähigkeit Arbeit zu verrichten. **Diese Energie ist in Körpern in verschiedenen Formen gespeichert.** Die Einheit der Energie ist wie die der Arbeit Joule J. Die verschiedenen Formen der Energie sind:

- Höhenenergie (Lageenergie, potenzielle Energie)
- Spannenergie
- kinetische Energie
- thermische Energie (Wärmeenergie)
- mechanische Energie
- elektrische Energie

► Die Höhenenergie hängt ab von der Höhe h, auf der der Körper liegt, und dessen Gewichtskraft F_G.

Die **Höhenenergie E_H** (Synonyme: Lageenergie oder **potenzielle Energie**): Etwas Schweres hochzuheben und nach oben zu stellen, kann manchmal ganz schön schwierig sein – das kostet einen schon manchmal Einiges an Kraft und Arbeit. Die aufgebrachte Arbeit nimmt der angehobene Körper auf. Dabei ist es wesentlich anstrengender, einen schweren Körper anzuheben als einen leichten. Die Höhenenergie E_H ist also von der Höhe h, auf der der Körper liegt, und dessen Gewichtskraft F_G abhängig:

$$\mathbf{E_H = F_G \cdot h = m \cdot g \cdot h}$$

► Die Spannenergie einer Feder ist umso größer, je mehr die Feder gedehnt wird.

Spannenergie E_{Sp} wird durch folgende Gleichung berechnet:

$$\mathbf{E_{Sp} = 1/2 \cdot D \cdot s^2}$$

Je stärker die Feder gedehnt oder gestaucht wird, desto mehr Energie enthält sie also. Das ist gut nachvollziehbar, da man, je weiter man eine Feder spannt, eine umso größere Kraft benötigt und so

eine größere Arbeit verrichtet wird, die die Feder speichert. Für die Feder gilt bei einer Auslenkung um s aus der Ruhelage:

$$F = D \cdot s$$

D ist dabei die Federkonstante. Damit lässt sich die allgemeine Definition für die verrichtete Arbeit anwenden und man erhält für die in einer Feder gespeicherte Arbeit bei einer Längenänderung um s:

$$A = \int_0^s F_{\parallel} \cdot ds = \int_0^s D \cdot s \cdot ds = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$$

Auch andere elastische Körper können Energie durch Formänderung speichern und beim Zurückgehen in die alte Form wieder abgeben, z. B. ein Gummiseil oder Gummihandschuh.

► Die kinetische Energie eines Körpers hängt von dessen Geschwindigkeit und Masse ab.

Kinetische Energie E_{Kin}: Die Bewegungsenergie E_{Kin} ist die Energie von sich bewegenden Körpern. Sie ist abhängig von der Geschwindigkeit des Körpers – je größer diese Energie ist, desto größer ist auch die Bewegungsenergie. Außerdem spielt die Masse eine Rolle, da – wie wir wissen – mehr Energie nötig ist, um einen schweren Körper in Bewegung zu bringen als einen leichten. Die kinetische Energie, die in einem Körper der Masse m steckt, der sich mit der Geschwindigkeit v bewegt, berechnet sich zu:

$$\mathbf{E_{Kin} = 1/2 \cdot m \cdot v^2}$$

► Je wärmer ein Körper ist, desto schneller bewegen sich »seine« Atome und Moleküle, desto mehr (innere) Energie besitzen sie also.

Thermische Energie. Die thermische Energie, umgangssprachlich **Wärmeenergie** oder nur Wärme genannt, ist die Energie der ungeordneten oder geordneten Bewegung der Moleküle und/oder Atome eines Stoffs (► Kap. 4 Wärmelehre). Je wärmer ein Körper ist, desto höher ist die Geschwindigkeit, mit der sich »seine« Atome und Moleküle bewegen, sie besitzen also mehr Energie. Die Energie, die in dieser Bewegung der Teilchen gespeichert wird, ist von außen nicht zu erkennen, weshalb man sie auch als **innere Energie** bezeichnet.

Die Wärmeenergie ist eine Form der Energie, die für uns nur in wenigen Fällen nutzbar gemacht werden kann. Bei sehr vielen Energieübertragungen und Umwandlungen wird ein Teil der übertragenen Energie in Wärme überführt, die dann nicht mehr nutzbar ist, z. B. beim Motor. Deshalb wird die in Wärme umgewandelte Energie häufig als »verlorene« Energie bezeichnet.

Die Summe aus Höhen-, Spannungs- und kinetischer Energie wird mechanische Energie E_{mech} genannt, $E_{mech}=E_H+E_{Sp}+E_{Kin}$.

Es gibt auch noch die **elektrische Energie**, die bei der Elektrizitätslehre genauer besprochen wird (► Kap. 5).

Verschiedene Formen von Arbeit

► Die verschiedenen Formen der Arbeit sind Hubarbeit, Beschleunigungsarbeit und Reibungsarbeit.

Da **Arbeit** wie bereits erwähnt die Übertragung von Energie zwischen Körpern ist, gibt es auch verschiedene Formen von Arbeit. Dabei kann eine Energieform in eine andere umgewandelt oder einfach nur übertragen werden. Um die einzelnen Arten der Arbeit zu berechnen, greift man immer wieder auf die Formel der **mechanischen Arbeit W=F · s** zurück. Für den Fall, dass die wirkende Kraft F immer in Richtung des Wegs s wirkt, ergeben sich einfache Formeln:

Hubarbeit W_H: Durch Hubarbeit erhöht man die Höhenenergie eines Körpers, indem man ihn anhebt. Die Größe der Arbeit hängt von der angehobenen Höhe h und der Gewichtskraft des Körpers G ab:

$$\mathbf{W_H = G \cdot h = m \cdot g \cdot h}$$

► Hubarbeit wird ohne Verlust vom Körper aufgenommen (→Lageenergie ↑)

Die Hubarbeit wird ohne Verlust vom Körper aufgenommen, sodass dessen Lageenergie um den Betrag der verrichteten Hubarbeit zunimmt.

Beschleunigungsarbeit W_B: Mit der Beschleunigungsarbeit kann man, wie man am Wort schon erkennen kann, einen Körper (gegen die Trägheit) beschleunigen. Wird der Körper über einen Weg s mit einer konstanten Kraft F_B beschleunigt, ist die Beschleunigungsarbeit:

$$W_B = F_B \cdot s$$

Reibungsarbeit W_R: Diese muss im Zusammenhang mit Beschleunigungsarbeit und kinetischer Energie genannt werden, da jeder sich bewegende Körper die Reibung überwinden muss. Dies tut er mittels der Reibungsarbeit:

$$W_R = F_Z \cdot s$$

F_z ist dabei die Zugkraft, mit der der Körper gerade mit konstanter Geschwindigkeit gezogen werden kann, und die sich aus der **Reibungskonstante μ_R** und der **Normalkraft** des Körpers **F_N** berechnet:

$$F_Z = F_N \cdot \mu_R$$

► Reibungsarbeit geht nicht in mechanische Energie des Körpers über, sondern in innere Energie (Wärme).

Das Besondere der Reibungsarbeit ist, dass diese nicht in die mechanische Energie des Körpers eingeht, sondern in Wärme umgewandelt wird. Denken wir z. B. an das Händereiben, wenn es kalt ist – dabei wird die Reibungsarbeit, die wir durch Aneinanderreiben der Hände aufwenden, in Wärme umgewandelt, die unsere Hände wärmt. Reibung geht also in innere Energie über.

Die Energieerhaltung

► In einem abgeschlossenen System bleibt die Energie erhalten.

Obwohl das Wort »Energieverbrauch« überall zu hören ist, beschreibt es etwas, was es gar nicht gibt: **Energie kann eigentlich nicht verbraucht werden – ebenso wenig, wie sie erzeugt werden kann.**

Beispiel: Rollende Kugel

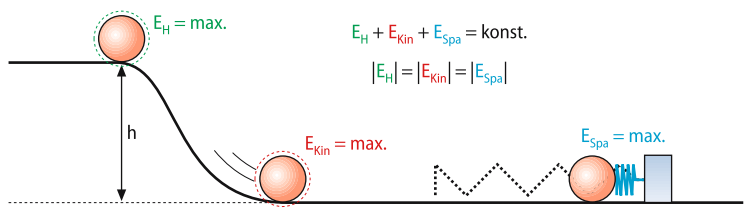
Betrachten wir die Situation, wie sie in ◘ Abb. 3.19 dargestellt ist. Wir gehen davon aus, dass es bei diesem Experiment keine Reibung gibt. Die Kugel mit der Masse m liegt auf einer Höhe h, besitzt also die Höhenenergie $E_H = m \cdot g \cdot h$. Lässt das Kind die Kugel los, rollt diese die Schräge hinunter. Dabei wird die Kugel immer schneller: die Höhenenergie wird immer geringer und die kinetische Energie wird um diesen Betrag größer, sodass im »Tal« die kinetische Energie E_{kin} der Kugel gleich groß der Höhenenergie am Anfang des Experiments ist, die Höhenenergie in diesem Moment jedoch gleich 0 ist.

Trifft die Kugel nun auf die Feder, wird die Feder zusammengepresst und dabei die Kugel abgebremst. Die kinetische Energie E_{kin} wird dabei in Spannenergie E_{Sp} umgewandelt. Wenn die Feder wieder in ihre entspannte Position zurückdrängt, schiebt sie die Kugel zurück, die dadurch wieder beschleunigt wird und den Berg nach oben rollt. Ohne Reibung rollt die Kugel bis zum Ausgangspunkt zurück und hat wieder die Anfangshöhenenergie E_H.

► Energie wird von einer Form in eine andere umgewandelt, bleibt aber gleich groß.

In diesem Beispiel kann man erkennen, dass die Energie immer gleich groß bleibt und nur von einer Form in eine andere umgewandelt wird.

Würden wir das Experiment in der **Realität** ausprobieren, würde die Kugel nicht mehr bis zum Ausgangpunkt zurückrollen können, da ein Teil der Energie zur Bewältigung der Reibung benötigt wird. (Die Kugel würde ein paar Mal hin und her pendeln und irgendwann liegen bleiben, weil die Gesamtenergie für die Reibungsarbeit verwendet wurde.) Aber auch dann ist die Energie nicht ver-



◘ Abb. 3.19. Energieerhaltung an einer reibungsfrei rollenden Kugel

schwunden, da Reibungsarbeit die Energie in Wärme umwandelt. Sie existiert also nach wie vor, kann aber für das Rollen der Kugel nicht mehr verwendet werden. Somit ist die für unsere Zwecke nutzbare Form der Energie »verbraucht«, die Energie an sich aber ist nach wie vor vorhanden!

Der **Energieerhaltungssatz** fasst dies zusammen: **Energie kann weder aus dem Nichts entstehen noch ins Nichts verschwinden. Alle verschiedenen Formen der Energie können aber ineinander umgewandelt werden. In einem abgeschlossenen System bleibt die Summe aller Energien immer gleich groß.**

Beispiel: Schwingendes Pendel

Das Pendel stellt auch ein hervorragendes **Beispiel** zur Erklärung des Energieerhaltungssatzes dar (Abb. 3.20). In der Position 1 hat die Kugel am Pendel die Höhenenergie $E_H = m \cdot g \cdot h$. Lässt man es los, wird es immer schneller, bis es am Scheitelpunkt S seine maximale Geschwindigkeit, also auch die maximale kinetische Energie $E_{kin} = 1/2 \cdot m \cdot v^2$, erreicht und denselben Betrag hat wie die Höhenenergie an Position 1. Beim Weiterschwingen wird es wieder langsamer, bis es an Position 2 die Ausganghöhe h erreicht und die gleiche Höhenenergie E_H wie am Anfang und keine kinetische Energie mehr besitzt. Die Summe aus kinetischer Energie und Höhenenergie ist dabei an allen Punkten gleich. Gäbe es keine Reibung, würde das Pendel immer weiter schwingen, es ginge also keine Energie verloren, sie wird nur immer wieder in eine andere Form umgewandelt.

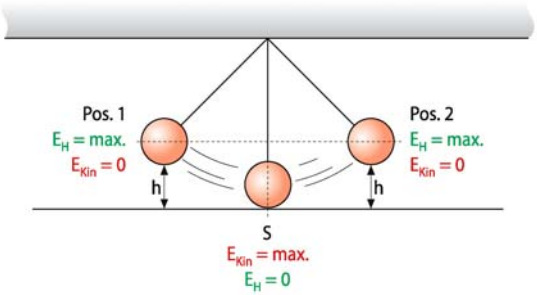


Abb. 3.20. Energieerhaltung am Pendel

Beispiel: Freier Fall

Auch beim freien Fall kann man eine Energieumwandlung erkennen: Die Höhenenergie wird während des Falls in kinetische Energie umgewandelt. Die kinetische Energie ist beim Aufprall auf dem Boden gleich groß wie die Höhenenergie zu Beginn des Falls, und während des Falls ist an allen Punkten die Summe der einzelnen Energien gleich groß, eben E_{ges} = konstant.

Die Leistung

► Leistung ist Arbeit pro Zeit!

»Gute Leistung!« heißt in unserem täglichen Sprachgebrauch, dass jemand eine gute Arbeit vollbracht hat. Auch in der Physik hängen Arbeit und Leistung zusammen: **Leistung P (power) ist die pro Zeit t verrichtete Arbeit W.** Die Leistung wird in Watt W angegeben (Tab. 3.1).

$$P = \frac{W}{t}$$

Auch bei der Leistung interessieren in vielen Fällen **Momentanwerte** und **Mittelwerte**:

- die Momentanwerte geben die Leistung in einem bestimmten Moment an,
- der Mittelwert gibt die im Mittel über einen längeren Zeitraum aufgebrachte Leistung an.

Vor allem in der Sportmedizin ist die Leistung eine wichtige Größe zur Bestimmung der Fitness und Leistungsfähigkeit. Die Leistung lässt sich auf einem Fahrradergometer bestimmen. Auch zur Einschätzung der Belastungsfähigkeit des Herzens wird beim Belastungs-EKG vom Patienten eine be-

stimmte Leistung erbracht und dabei beobachtet, wie das Herz mit dieser Belastung zurechtkommt bzw. ob der Kreislauf in der Lage ist, eine bestimmte Leistung zu erbringen.

Auch der **Wirkungsgrad** sollte in diesem Zusammenhang erwähnt werden: **Der Wirkungsgrad η (Eta) gibt an, wie viel Prozent der aufgewendeten oder investierten Energie nutzbar wieder abgegeben wird.** Ein klassisches Beispiel hierfür ist der **Verbrennungsmotor**: In Form von Benzin oder Diesel wird Energie $E_{aufgewendet}$ in die Maschine investiert. Die Energie, die dann z. B. zum Bewegen der Räder eines Autos genutzt werden kann, ist die nutzbare Energie E_{nutz}. Das Verhältnis $\mathbf{E_{nutz}/E_{aufgewendet}}$ entspricht dem Wirkungsgrad η des Motors (Abb. 3.21). Dieser Wirkungsgrad ist natürlich immer kleiner als eins, wenn wir den Motor als abgeschlossenes System betrachten:

► Wirkungsgrad η = Verhältnis zwischen der nutzbaren Energie und der einem System zugeführten Energie
η ist immer <1, weil Energie verloren geht.

$$\eta = \frac{E_{nutz}}{E_{aufgewendet}}$$

Der Rest der aufgewendeten Energie geht im Fall des Verbrennungsmotors als Wärme verloren, die nicht für die gewünschten Zwecke genutzt werden kann. Je höher der Wirkungsgrad einer Maschine ist, desto besser ist sie, da man für einen großen Nutzen weniger Energie aufwenden muss.

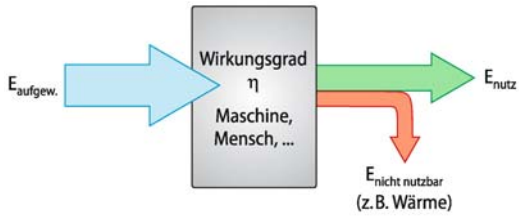


Abb. 3.21. Der Wirkungsgrad η einer Maschine ist definiert als das Verhältnis zwischen der nutzbaren Energie E_{nutz} und der dem System zugeführten Energie $E_{zugeführt}$

Impuls und Impulserhaltung

► Unterscheide: elastischer Stoß (z. B. zwei Kugeln) und unelastischer Stoß (z. B. Autounfall

Der Kraftstoß ist das Produkt aus einer wirkenden Kraft F und der Zeit Δt, während der die Kraft wirkt, also gilt: Kraftstoß =F · Δt.

Bevor wir zum Impuls selbst kommen, ist es gut, den Unterschied zwischen elastischem und unelastischem (Kraft-)Stoß zu erklären. Stoßen zwei Körper, z. B. Billardkugeln aufeinander, behalten sie ihre Form. Dies wird als **elastischer Stoß** bezeichnet. Die Körper besitzen also eine Elastizität, sodass sie nach dem Stoß wieder ihre alte Form besitzen.

Beim **unelastischen Stoß** wird die Form der aufeinander prallenden Kugeln oder Körper verändert, sie werden deformiert. Dabei wird Energie für die Verformung dieser Körper aufgewendet, wenn z. B. zwei Autos zusammenprallen. Beide werden bei dem Zusammenstoß mehr oder weniger verdellt und diese Verformung löst sich (leider) nicht mehr von alleine.

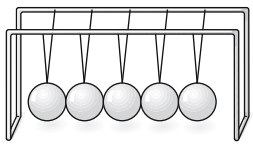


Abb. 3.22. Ein faszinierendes Spielzeug. Egal wie viele Kugeln man auf der einen Seite auslenkt – nach dem Stoß fliegen genauso viele Kugeln davon. Zur Erklärung benötigen wir den Energie- und den Impulserhaltungssatz

Beispiel: Kugelreihe

Die meisten kennen das faszinierende Spiel, wie es in Abb. 3.22 abgebildet ist. Lässt man die linke Kugel oder auch zwei der Kugeln auf einer Seite auf die anderen prallen, werden auf der anderen Seite der Kugelreihe ebenso viele Kugel auf die (fast) gleiche Höhe ausgelenkt. Die Energie muss wohl irgendwie ohne Verluste durch die anderen Kugeln hindurch übertragen werden (wenn wir uns die Reibung wieder wegdenken).

Wir vereinfachen uns dieses Spiel erst einmal und betrachten nur zwei Kugeln A und B (Abb. 3.23). Beide besitzen die gleiche Masse, also $m_A=m_B$. Heben wir die Kugel A um die Höhe h an und lassen sie fallen, stößt sie auf die Kugel B, sodass diese dann auf die Fallhöhe h der Kugel A ausschlägt. Die Erklärung des Phänomens ist nun relativ mathematisch, was aber nicht abschrecken soll, da die einzelnen Schritte sehr ausführlich und genau beschrieben werden, sodass man die Erklärung gut nachvollziehen kann.

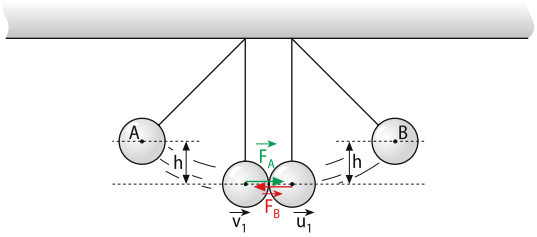


Abb. 3.23. Elastischer Stoß zwischen zwei Kugeln

Die Kugel A wird auf die Höhe h ausgelenkt und dann losgelassen, sodass sie auf die Kugel B trifft. Unmittelbar bevor die Kugel A auf die Kugel B trifft, hat sie die Geschwindigkeit v (v kann man aus der Formel $1/2 \cdot m \cdot v = m \cdot g \cdot h$ berechnen, wobei h die Loslasshöhe ist, da die Höhenenergie in kinetische Energie verwandelt wird – Energieerhaltungssatz.).

Die Geschwindigkeit der Kugel B vor dem Aufprall ist 0. Prallt die Kugel A nun auf die Kugel B, stoppt die Kugel A, die Geschwindigkeit der Kugel A ist dann v'=0. Die Kugel B aber fängt an sich zu bewegen, und zwar mit der Geschwindigkeit u. In dem Moment, in dem die Kugeln aufeinanderprallen, wirken die zwei Kräfte F_A und F_B, die gleich groß sind, aber in entgegengesetzte Richtungen wirken, also $F_A = -F_B$ (actio = reactio).

► Beim Aufprall der Kugeln wirken zwei gleich große Kräfte in entgegengesetzte Richtung: actio = reactio ($F_A = -F_B$)

Die Geschwindigkeitsänderung der Kugel A ist:

$$\Delta v_A = v - 0,$$

Die Geschwindigkeitsänderung der Kugel B ist:

$$\Delta v_B = u - 0.$$

Das waren die Grundlagen, nun müssen wir eigentlich nur noch umformen. In jedem Augenblick Δt des Stoßes gilt:

$$F_A = -F_B$$

Und mit $F = m \cdot a$ ergibt sich: $m_A \cdot a_A = m_B \cdot a_B$

Die **Beschleunigung** ist ja die Änderung der Geschwindigkeit pro Zeit, also $a = \Delta v / \Delta t$ und somit gilt für jedes kleinste Zeitintervall Δt:

$$m_A \cdot \Delta v_A / \Delta t = m_B \cdot \Delta v_B / \Delta t$$

Betrachtet man nun den gesamten Stoßvorgang, so müssen wir über die gesamte Stoßzeit integrieren, um die **Geschwindigkeitsänderungen** zu erhalten. Dies führt in unserem Beispiel auf

$$m_A \cdot \Delta v_A = m_B \cdot \Delta v_B$$

oder

$$m_A \cdot v = m_B \cdot u$$

Das Produkt **m · v** nennt man **Impuls p**:

$$p = m \cdot v$$

► Mit dem Stoß wird der gesamte Impuls p der einen Kugel auf die andere übertragen; $p = m \cdot v$.

Mittels des Stoßes oder Aufpralls wurde also der gesamte Impuls der Kugel A auf die Kugel B übertragen. Der Impuls hat die Einheit $\mathbf{[p] = 1\ kg \cdot m \cdot s^{-1}}$ oder Ns. Auch der Impuls trägt wie die

Kraft eine Richtung. **Der Impuls p ist also auch ein Vektor**. Dies ist auch einfach zu erkennen, da die Geschwindigkeit ein Vektor ist, während die Masse eines Körpers einfach ein Skalar ist.

Impulserhaltungssatz

Wie für die Energie gilt auch für den Impuls ein Erhaltungssatz, der **Impulserhaltungssatz**: **Die Vektorsumme des Gesamtimpulses p_{Gesamt} bleibt in einem abgeschlossenen System konstant.**

Elastischer Stoß. Um das zu verstehen, stellt man sich zwei Billardkugeln vor, die gleich schwer sind und sich mit der gleichen Geschwindigkeit aufeinanderzubewegen: Die Impulse der beiden Kugeln wirken also in entgegengesetzter Richtung, $\mathbf{p_1=-p_2}$. Somit beträgt der Gesamtimpuls $\mathbf{p=p_1+(-p_2)=0}$.

Wenn die beiden Kugeln aufeinander treffen, kommen sie beide zum Stehen, haben dann also jeweils die Geschwindigkeit v=0. Der Impuls $p_1'=m \cdot v=0$ und $p_2'=m \cdot v=0$. Somit gilt:

Gesamtimpuls $p=p_1'+p_2'=0$ und konstant.

Neben der betragsmäßigen Impulserhaltung kann man an diesem Beispiel auch deutlich erkennen, dass die Richtung des Impulses mitentscheidend ist.

► Kraftstoß bewirkt Beschleunigung und ändert den Impuls eines Körpers.

Unelastischer Stoß. Auch beim unelastischen Stoß gilt der Impulserhaltungssatz.

Mittels eines Kraftstoßes $F \cdot \Delta t$, der ja über $F=m \cdot a$ eine Beschleunigung a bewirkt, kann man also den Impuls eines Körpers ändern.

Der Drehimpuls

► Drehimpuls = Impuls eines rotierenden Körpers

Abschließend müssen wir uns zu diesem Thema noch mit dem Drehimpuls befassen. Welchen Impuls kann man einem rotierenden Körper zuordnen? Um diesen zu verstehen, brauchen wir das **Trägheitsmoment I**.

Betrachten wir einen rotierenden Körper, z. B. einen Kinderkreisel, und bestimmen seine Rotationsenergie E_{rot}. Dazu unterteilen wir den Kreisel in kleine Massenstücke und bestimmen deren **kinetische** Energie (Abb. 3.24).

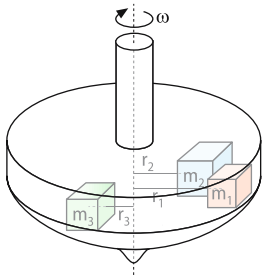


Abb. 3.24. Zum Trägheitsmoment I eines rotierenden Körpers

Die Geschwindigkeit eines Massenpunkts hängt von seinem Abstand r von der Rotationsachse und der Winkelgeschwindigkeit ω ab. Das Massenstück mit der Masse m_1 und dem Abstand r_1 von der Drehachse besitzt die **Geschwindigkeit**

$$v_1=\omega \cdot r_1$$

Es besitzt also eine **kinetische Energie** von

$$E_{kin}=1/2 \cdot m_1 \cdot v_1^2=1/2 \cdot m_1 \cdot (\omega \cdot r_1)^2=1/2 \cdot \omega^2 \cdot (m_1 \cdot r_1^2) \text{ (vgl. Kreisbewegung).}$$

Auch die anderen Massenstücke besitzen Energie, weshalb man die Energie aller Massenstücke des sich drehenden Körpers addieren muss, um die **Gesamtenergie** zu bestimmen:

$$E_{rot} = \frac{1}{2}\omega^2(m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + m_3 \cdot r_3^2 + ...m_x \cdot r_x^2) = \frac{1}{2}\omega^2 \sum_1^i m_i \cdot r_i^2$$

Die Winkelgeschwindigkeit ω ist für alle Massestücke gleich und kann somit ausgeklammert werden. Es bleibt also ein Produkt mit der Summe:

$$\sum_1^i m_i \cdot r_i^2$$

► Trägheitsmoment des Körpers $I = \sum_1^i m_i \cdot r_i^2$

Diese Summe bezeichnet man als das Trägheitsmoment I des Körpers. Einheit [I]=kg m².

Die **Rotationsenergie** ergibt sich dann formal ähnlich zur linearen kinetischen Energie ($E=1/2\ m\ v^2$):

$$\mathbf{E_{Rot}=1/2 \cdot I \cdot \omega^2}$$

Ähnlich wie im linearen Fall, bei dem das Produkt aus m und v den Impuls ergibt, kann man im Fall der Rotation eines Körpers das Produkt aus I und ω bilden und erhält den **Drehimpuls:**

$\mathbf{L=I \cdot \omega}$ mit der Einheit $[L]=kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$.

► Drehimpuls $L=I \cdot \omega$

Wie genau man auf die Formel zur Berechnung des Drehimpulses kommt, ist für den Mediziner nicht unbedingt von Bedeutung und sehr aufwendig, weshalb ich Interessierte auf ausführlichere Lehrbücher verweisen möchte. Durch Umformungen erhält man eine Formel für den Impuls, mit der man vielleicht besser zurechtkommt:

$$\mathbf{L=p \cdot d}$$

Dabei ist p der Impuls $m \cdot v$ und d der Dreharm.

► Alternative Berechnung für den Drehimpuls: $L=p \cdot d$ (mit $p=m \cdot v$).

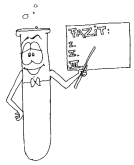
Auch für den Drehimpuls gilt der Impulserhaltungssatz.

Hätten Sie's gewusst?

Der Drehimpuls beim Eiskunstlauf

Der Drehimpuls klingt sehr abstrakt und man weiß nicht so genau, was man damit anfangen soll. Es braucht einen bestimmten Impuls, um eine Rotationsbewegung auszulösen und aufrecht zu erhalten. Aber betrachten wir nur einmal die Pirouette einer Eiskunstläuferin. In ihrer Rotation besitzt sie einen bestimmten Drehimpuls L. Am Anfang hat sie die Arme noch ausgebreitet, d. h. der Dreharm d ist relativ lang. Was passiert nun, wenn die Eiskunstläuferin die Arme zum Körper hin zieht? Der Dreharm verkürzt sich, aber der Drehimpuls muss erhalten bleiben. Betrachten wir die Formel $L=m \cdot v \cdot d$: wenn d kleiner wird, der Drehimpuls L ebenso wie die Masse m gleich bleiben, muss die Drehgeschwindigkeit v größer werden. Genau das passiert auch auf dem Eis. Die Eiskunstläuferin rotiert viel schneller, bis sie die Arme wieder ausbreitet und dadurch langsamer wird.

Auch in anderen Bereichen, z. B. bei Autoreifen oder Drehbewegungen in Gelenken, wirkt der Drehimpuls, sodass er in vielen Bereichen eine Rolle spielt. Für den Mediziner sollte es jedoch reichen, die Formel zu kennen, um den Drehimpuls berechnen zu können und eine grobe Vorstellung davon zu haben, welche Rolle er spielt.



kurz & knapp

- Die **Grundgrößen der Mechanik** sind die **Länge l**, die **Zeit t** und die **Masse m**.
- Die **Durchschnittsgeschwindigkeit** gibt die im Mittel gefahrene Geschwindigkeit über eine bestimmte Strecke Δs an und kann mit der Formel **$v=\Delta s/\Delta t$** berechnet werden.
- Die **Momentangeschwindigkeit** gibt die Geschwindigkeit an einer bestimmten Stelle oder einem Streckenabschnitt an.
- Bei der **gleichförmigen Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit** ist die Geschwindigkeit $v=\Delta s/\Delta t$ konstant, die Beschleunigung ist 0.
- **$v=v_0+at$** gibt die Geschwindigkeit bei einer **Bewegung mit konstanter Beschleunigung a** an.
- Jede Einwirkung auf einen Körper, die dessen Bewegungszustand (Geschwindigkeit oder Richtung) oder dessen Form ändert, bezeichnet man als **Kraft F**. Kräfte tragen die Einheit **Newton**, $[F]=N=kg \cdot m \cdot s^{-2}$.
- **Kräfte** sind **Vektoren**, deren Richtung, Größe und Angriffspunkt entscheidend für die Wirkung ist.
- Ergibt die Summe aller Kraftvektoren, die an einem Körper angreifen, Null, spricht man von **Kräftegleichgewicht**.
- Die **Newtonschen Axiome**:
  - **1. Newtonsches Axiom: der Trägheitssatz**
    Jeder Körper zeigt das Bestreben einen Bewegungszustand beizubehalten, was als Trägheit bezeichnet wird. Nur Kräfte können ihn abhalten, dies zu tun. Je größer die Masse, desto größer ist auch die Trägheit, weshalb sie auch als Massenträgheit bezeichnet wird.
  - **2. Newtonsches Axiom: Newtonsches Grundgesetz**
    $F=m \cdot a$
    Jede Kraft F, die auf einen Körper der Masse m wirkt, führt zu einer Beschleunigung a des Körpers.
- **3. Newtonsches Axiom: Actio = Reactio**
  Jede Kraft ruft eine Gegenkraft hervor, die gleich groß ist und in die entgegengesetzte Richtung wirkt, F=-F.
- Die Anziehung zwischen Massen A und B wird als **Gravitation F** bezeichnet. Sie hängt von der Größe und dem Abstand der Massen ab. Die Gravitationskraft setzt im Schwerpunkt eines Körpers an. Die Gravitationskraft berechnet sich mit der Gravitationskonstanten G zu:
  $$F = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r^2}$$
- Die **Auftriebskraft F_A** oder nur **Auftrieb** ist die Kraft, die einen Körper in Flüssigkeiten nach oben drückt. **Sie ist so groß wie das Gewicht der durch den Körper verdrängten Flüssigkeit.**
- Das **Hookesche Gesetz, $F=D \cdot s$** gibt den linearen Zusammenhang zwischen der Federkraft, der Federdehnung und die Federhärte wieder.
- Das **Drehmoment M** an einem Hebel errechnet sich aus der ansetzenden Kraft F und dem Hebelarm a, **$M=F_s \cdot a$**, wobei F_s die zum Hebel a senkrecht wirkende Komponente der Kraft F ist!
- Sind rechtsdrehendes und linksdrehendes Drehmoment am Hebel gleich groß, ist der Hebel im **Gleichgewicht**.
- **Periodische Bewegungen** setzen sich aus immer wiederholenden, gleichen Bewegungsabläufen, so genannten **Perioden**, zusammen. Die Dauer einer solchen Teilbewegung heißt **Periodendauer T**, die Anzahl der Perioden pro Zeit ist die **Frequenz f**.
  - Die **Umlaufdauer T** bei der **Kreisbewegung** gibt die Zeit für eine Umrundung an. Die Geschwindigkeit des sich drehenden Körpers heißt **Bahngeschwindigkeit** $v = \frac{2\pi r}{T}$. Die **Drehfrequenz f** gibt die Umrundungen pro Zeit an.

▼

- Die **Zentripetalkraft** ist die Ursache für die **Zentripetalbeschleunigung a_Z** zur Kreismitte hin, wodurch die Kreisbewegung zustande kommt.
- Wenn Oberflächen aufeinander reiben, kommt es zwischen ihnen zur **Reibung**. Die **Reibungskraft F_R** muss für ein Aufeinandergleiten überwunden werden.
- **Energie E** ist die Fähigkeit Arbeit zu verrichten. Die Einheit der Energie ist **Joule J**=N · m=kg · m² · s⁻².
- Die **Arbeit W** ist die Übertragung von Energie. Sie ist so groß wie die entlang der Strecke s wirkende Kraft F, also **W=F · s**.
- **Energieerhaltungssatz. Energie kann weder aus dem Nichts entstehen noch ins Nichts verschwinden. Alle verschiedenen Formen der Energie können aber ineinander umgewandelt werden. In einem abgeschlossenen System bleibt die Summer aller Energien immer gleich groß.**
- **Leistung P** (power) ist die pro Zeit verrichtete Arbeit**, P=W/t.**
- Das Produkt **m · v** nennt man **Impuls p.** der Impuls ist ebenfalls eine Erhaltungsgröße.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1

a) Ein Rennradfahrer fährt in 75 min eine Strecke von 55 km. Dabei benötigt er für die ersten 50 km genau 60 min und für die restlichen 5 km den Rest der Zeit, da er bergan fahren muss. Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit auf der gesamten Strecke und die Momentangeschwindigkeiten in km/h und m/s auf den Teilstrecken und zeichnen Sie ein s-t- und ein v-t-Diagramm dieser Bewegung.

b) Auf dem Berg angekommen, kann er sich ein steiles Stück herunterrollen lassen. Er wird dabei konstant beschleunigt, sodass er nach 15 min – am Fuße angekommen – eine Geschwindigkeit von 81 km/h erreicht hat. Bestimmen Sie die Beschleunigung und zeichnen Sie ein v-t- und ein a-t-Diagramm.

Lösung 1

Abb. 3.25

a) Die Durchschnittsgeschwindigkeit kann man einfach mittels $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ bestimmen, wobei Δs die insgesamt zurückgelegte Strecke ist, also Δs=55 km und Δt die benötigte Zeit, Δt=90 min. Also:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{55\text{km}}{75\text{min}} = \frac{55\text{km}}{1\frac{1}{4}\text{h}} = \frac{55\text{km}}{\frac{5}{4}\text{h}} = \frac{55\text{km} \cdot 4}{5\text{h}} = 44\text{km/h}$$

Die Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt 44 km/h.
Die Momentangeschwindigkeit auf der ersten Teilstrecke beträgt: Δs=50 km, Δt=60 min:

$$v_1 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{50\text{km}}{60\text{min}} = \frac{50\text{km}}{1\text{h}} = 50\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Die Momentangeschwindigkeit auf der zweiten Teilstrecke beträgt: Δs=5 km, Δt=15 min:

$$v_2 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5\text{km}}{15\text{min}} = \frac{5\text{km}}{\frac{1}{4}\text{h}} = 20\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) Der Fahrradfahrer wird aus dem Stand konstant beschleunigt, sodass wir zur Berechnung der Beschleunigung die Formel v=a · t verwenden. Der Radfahrer wird beim Bergabfahren über die Zeit von Δt=15 min auf die Geschwindigkeit v=81 km/h beschleunigt.

$$v = a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v}{t} = \frac{81\frac{km}{h}}{15min} = \frac{81\frac{km}{h}}{\frac{1}{4}h} = 324\frac{km}{h^2} = 324\frac{1000m}{(3600s)^2} = \frac{324000m}{3600^2 s^2} =$$

$$= \frac{1}{40} \cdot \frac{m}{s^2} = 0{,}025\frac{m}{s^2}$$

Die Beschleunigung ist also 0,025 m s^{-2} bzw. 324 km h^{-2}.
Dabei legt er einen Weg von

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 324\frac{km}{h^2} \cdot (\frac{1}{4}h)^2 = 162\frac{km}{h^2} \cdot \frac{1}{16}h^2 = 10\frac{1}{8}km = 10{,}125km$$

zurück.

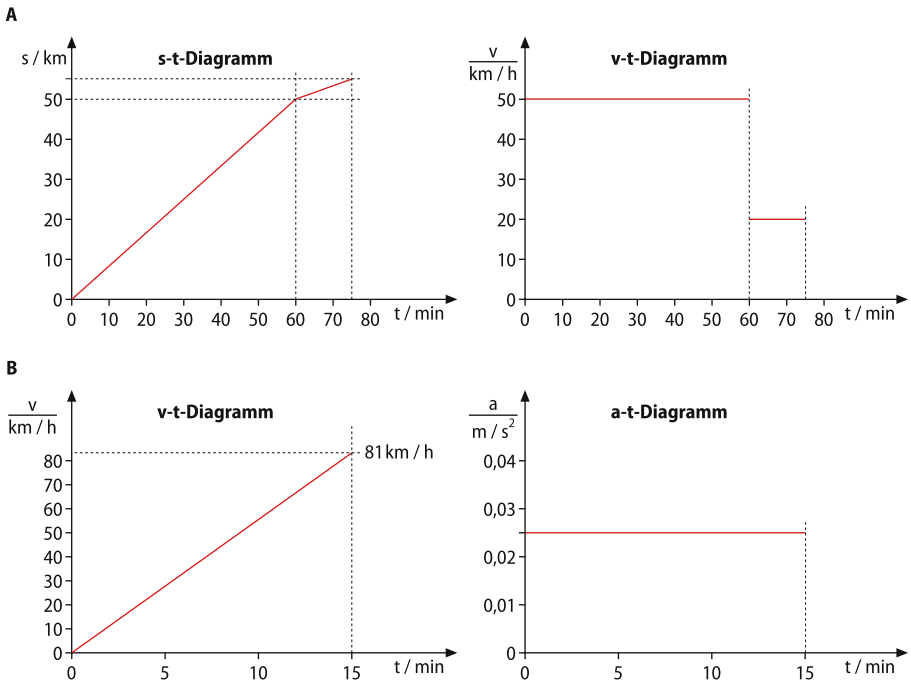


Abb. 3.25. Lösungsdiagramme zu Aufgabe 1

Aufgabe 2

Aufgabe 2 Berechnen Sie die Gewichtskraft G eines 75 kg schweren Menschen auf der Erde.

Lösung 2 Man muss einfach nur die Masse von 75 kg in die Formel $F_G = m \cdot g$ einsetzen:

$$F_G = m \cdot g = 75kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} = 735{,}75\frac{kg \cdot m}{s^2} \approx 736N$$

Aufgabe 3

Aufgabe 3 Berechnen Sie den Auftrieb eines Menschen in normalem Wasser (ρ_{H2O}=1 g cm^{-3}) und im Salzwasser (mit dem Gehalt an Salz einer gesättigten Kochsalzlösung, $\rho_{Salzwasser}$=1,12 g cm^{-3}) und geben Sie an, ob der Mensch untergeht oder nicht. Der Körper des Menschen hat ein Volumen von 80 dm^3 und die Dichte des Körpers beträgt etwa ρ_M=1,05 g cm^{-3}.

Lösung 3

Auftrieb: Die Gewichtskraft F_G des Menschen berechnen wir aus der Dichte ρ_M, dem Volumen seines Körpers V_M und der Gravitationskonstanten g:

$$F_G = m \cdot g = \rho_M \cdot V_M \cdot g = 1{,}05\frac{g}{cm^3} \cdot 80dm^3 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} = 1{,}05\frac{g}{cm^3} \cdot 80000cm^3 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} =$$
$$= 84000g \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} = 84kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} = 842{,}04\frac{kg \cdot m}{s^2} = 842N$$

Auftrieb im Wasser: Die Auftriebskraft F_A entspricht ja der Gewichtskraft des verdrängten Wassers. Diese Gewichtskraft berechnet sich analog der Gewichtskraft des Menschen, nur dass wir die Dichte des Wassers verwenden müssen. Das Volumen $V_{verdrängt}$ sind ebenfalls 80 dm^3, da diese Menge Wasser verdrängt wird:

$$F_A = \rho_{H_2O} \cdot V_{verdrängt} \cdot g = 1\frac{g}{cm^3} \cdot 80dm^3 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} = 784{,}8N \approx 785N$$

Die Auftriebskraft F_A=785 N ist also geringer als die Gewichtskraft des im Wasser liegenden Menschen, sodass der Mensch »sinken«, also untergehen würde, wenn er nicht anfängt zu schwimmen.

Und im **Salzwasser**: Hier müssen wir die Dichte $\rho_{Salzwasser}$=1,12 g cm^{-3} zur Berechnung der Auftriebskraft A verwenden:

$$F_A = \rho_{Salzwasser} \cdot V_{verdrängt} \cdot g = 1{,}12\frac{g}{cm^3} \cdot 80dm^3 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} = 878{,}98N \approx 879N$$

Hier ist die Auftriebskraft größer als die Gewichtskraft des Menschen, sodass der Mensch schwimmt. Das ist auch der Grund, warum man sich im Toten Meer ohne Schwimmen über Wasser halten kann.

Aufgabe 4 (Abb. 3.26a,b)

a) Welche Kraft F_2 muss wirken, damit der Hebel im Gleichgewicht ist?
b) Welche Kraft muss der Muskel F_M aufbringen, um den Gegenstand anzuheben?

Aufgabe 4

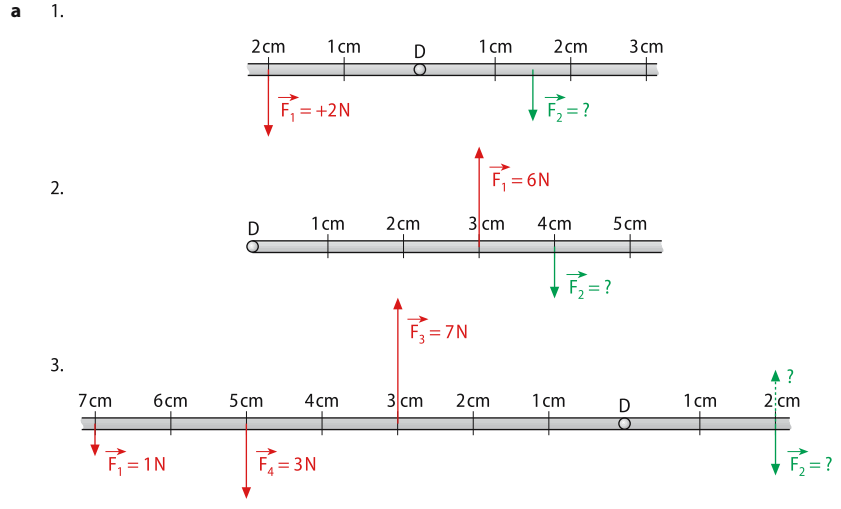
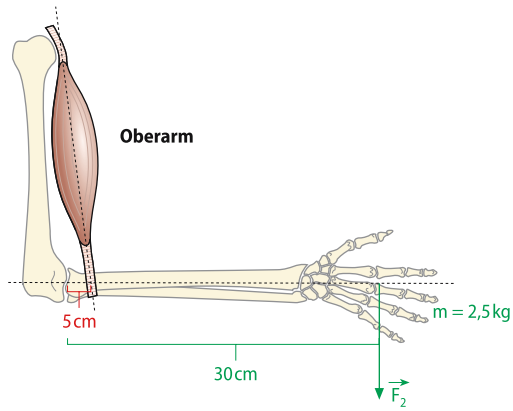


Abb. 3.26a,b. Aufgaben zum Hebelgesetz: **a** 1. zweiseitiger Hebel, 2. einseitiger Hebel, 3. gemischte Aufgabe; **b** Oberarm

Abb. 3.26a,b Fortsetzung

b



Lösung 4

a) 1. Hier haben wir einen zweiseitigen Hebel. Im Gleichgewicht muss M_2=M_1 sein:

$$M_1 = M_2$$

$$F_1 \cdot a_1 = F_2 \cdot a_2$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{F_1 \cdot a_1}{a_2} = \frac{2\text{N} \cdot 0{,}02\text{m}}{0{,}025\text{m}} = -1{,}6\text{N}$$

Die Kraft F_2 muss in die gleiche Richtung wie F_1 wirken.

2. Auch am einseitigen Hebel müssen die Drehmomente gleich groß sein, M_2=M_1:

$$M_1 = M_2$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{F_1 \cdot a_1}{a_2} = \frac{6\text{N} \cdot 0{,}03\text{m}}{0{,}04\text{m}} = 4{,}5\text{N}$$

Die Kraft F_1 muss in die entgegengesetzte Richtung zur Kraft F_2 wirken.

3. Wir müssen hier die Summe der Drehmomente in dieselbe Richtung addieren: F_1 und F_4 wirken in dieselbe Richtung und wollen den Hebel gegen den Uhrzeigersinn drehen (= linksdrehend) M_{li}. Die Kraft F_3 dreht den Hebel dem Uhrzeigersinn (= rechtsdrehend) M_{re}. Für ein Gleichgewicht müssen die beiden Drehmomente gleich groß sind. Wenn mehrere Kräfte beteiligt sind, muss man sich auch überlegen, in welche Richtung nachher die angreifende Kraft wirken muss. Deshalb schauen wir erst einmal, wie groß die Drehmomente in die beiden Richtungen sind, um zu erkennen, welches kleiner ist und somit noch »Unterstützung« braucht, um ein Gleichgewicht herzustellen:

$$M_{li} = F_1 \cdot a_1 + F_4 \cdot a_4 = 1\text{N} \cdot 0{,}07\text{m} + 3\text{N} \cdot 0{,}05\text{m} = 0{,}85\text{Nm}$$

$$M_{re} = F_3 \cdot a_3 = 7\text{N} \cdot 0{,}03\text{m} = 0{,}21\text{Nm}$$

Das rechtsdrehende Drehmoment M_{re} ist kleiner als das linksdrehende, weshalb eine Kraft wirken muss, die das rechtsdrehende Drehmoment unterstützt. Sie muss also am Hebel in Richtung rechts drehen, also in Richtung der Kraft F_1 gerichtet sein. Die Größe der Kraft bestimmen wir durch Gleichsetzen der beiden Drehmomente:

$$M_{li} = M_{re}$$

$$F_1 \cdot a_1 + F_4.a_4 = F_3 \cdot a_3 + F_2 \cdot a_2$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{M_{li} - F_3 \cdot a_3}{a_2} = \frac{0{,}85\text{Nm} - 0{,}21\text{Nm}}{0{,}02\text{m}} = 32\text{N}$$

Die Kraft F_2 muss also 32 N groß sein und in Richtung der Kraft F_a wirken.

b) Der M. biceps muss dasselbe Drehmoment M_{bi} erzeugen wie das Gewicht in der Hand M_{ha}. Der M. biceps hat einen Hebelarm a_{bi}=5 cm, nämlich den Abstand vom Ansatz seiner Sehnen bis zum Drehpunkt im Ellenbogengelenk. Das Gewicht in der Hand hat einen Hebelarm vom Drehpunkt im Ellenbogengelenk bis zur Hand, a_{ha}=30 cm.

$$M_{bi} = M_{ha}$$

$$F_{bi} \cdot a_{bi} = F_{ha} \cdot a_{ha}$$

$$F_{bi} = \frac{F_{ha} \cdot a_{ha}}{a_{bi}} = \frac{m \cdot g \cdot a_{ha}}{a_{bi}} = \frac{2{,}5\text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}3\text{m}}{0{,}05\text{m}} = \frac{24{,}5\text{N} \cdot 0{,}3\text{m}}{0{,}05\text{m}} = 147\text{N}$$

Wenn wir ein 2,5 kg schweres Gewicht aufnehmen wollen, muss unsere Muskulatur also immerhin 147 N aufbringen!

Alles klar!

Welche Energie wurde nun bei dem Auffahrunfall »vernichtet« und wie groß war die Kraft, die auf die Halswirbelsäule einwirkte?

Zunächst zur Energie, diese Frage ist jetzt leicht zu beantworten. Der PKW besaß kurz vor dem Aufprall nur kinetische Energie. Diese können wir einfach berechnen mit der Formel:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

Also gilt für unseren PKW mit der Masse m=1 t=1000 kg und der Geschwindigkeit

$$v_0 = 36\frac{\text{km}}{\text{h}} = 36\frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot 1000\text{kg} \cdot \left(10\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 10^2}{2} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$E_{kin} = 5 \cdot 10^4 \cdot \text{N} \cdot \text{m} = 50\,\text{kJ}$$

Hier ein kleiner Vergleich: Diese Energie hätte der PKW auch gehabt, wenn er aus einer Höhe h=5 m heruntergefallen wäre (einfache Anwendung des Energiesatzes).

Nun zur Kraft auf die Halswirbelsäule.

Unser Kopf hat ungefähr eine Masse von m=4 kg. Durch die beim Aufprall wirkende Verzögerung a, die wir einmal der Einfachheit halber als konstant annehmen wollen, wirkte wegen des 2. Newton'schen Axioms eine Kraft von

$$F = m \cdot a$$

Wie groß war aber die Verzögerung a?

Wir wissen zum einen, dass das Fahrzeug auf dem Weg s=1 m zum Stillstand kam, mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0=10 m/s zu Beginn der Verzögerung a und der Verzögerungszeit t

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Zum anderen wurde in der Zeit t die Geschwindigkeit von v_0 auf v=0 m/s reduziert.

$$\dot{v} = v_0 - a \cdot t$$

▼

Wir haben also 2 Gleichungen mit zwei unbekannten a und t. Formen wir die 2. Gleichung nach t um

$$t = \frac{v_0 - v}{a}$$

und eliminieren damit t in der oberen Gleichung, erhalten wir

$$s = v_0 \cdot \frac{v_0 - v}{a} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v_0 - v}{a}\right)^2$$

oder für die Beschleunigung

$$a = \frac{{v_0}^2 - v^2}{2s}.$$

Als Zahlenwert erhalten wir also eine Beschleunigung von a=100 m/s^2. Oftmals werden Beschleunigungen auch als das Vielfache der Erdbeschleunigung g=10 m/s^2 angegeben, demnach wirkte hier eine Verzögerung von **10 g.**

Nebenbei bemerkt können wir jetzt sofort die Zeit berechnen, in der der PKW zum Stillstand kam, und zwar dauerte der Unfall nur ganze **t=0,1 s.**
Die Kraft, mit der die Halswirbelsäule den Kopf halten musste, ergibt sich nun zu

$$F = m \cdot \frac{{v_0}^2 - v^2}{2s}.$$

Also gilt: **F=400 N.** Dies entspricht dem 10-Fachen der eigenen Gewichtskraft. Wen wundert es bei der 10-fachen Erdbeschleunigung bei der Verzögerung!

3.2 Verformbare Körper (Blutkreislauf)

Stefanie Bohn

- Festkörper:
  - Dehnung, Spannung, Elastizitätsmodul, Hookesches Gesetz, Biegung, Scherung, Torsion, Viskoelastizität
- Flüssigkeiten:
  - Druck, Druckmessung, Manometer
  - Stempeldruck, Schweredruck in Flüssigkeiten, atmosphärischer Luftdruck, Kompressibilität, Boyle-Mariotte-Gesetz, Windkessel, Auftrieb, Archimedisches Prinzip
  - Kohäsion, Adhäsion, Oberflächenspannung, Grenzflächenspannung, Kapillarwirkung
  - Volumenstromstärke, Strömungstypen, Newtonsche Flüssigkeit, Nicht Newtonsche Flüssigkeit, Bernoullische Gleichung, Strömungswiderstand, Hagen-Poiseuillesches Gesetz, Reihen- und Parallelschaltung von Kapillaren, Kirchhoffsche Gesetze

Wie jetzt?

Blutdruckmessung – welche physikalischen Mechanismen stecken dahinter?

Puls (= Herzfrequenz) und arterieller Blutdruck gehören wohl zu den Parametern unseres Körpers, die am häufigsten gemessen und kontrolliert werden. Grund dafür ist, dass sie entscheidende Rückschlüsse für die Beurteilung von Zustand und Regulation des Kreislaufs erlauben. So kann der Puls in viele Pulsqualitäten eingeteilt werden:

- Frequenz (Pulsus frequens oder rarus),
- Rhythmus (Pulsus regularis oder irregularis),
- Spannung (Pulsus durus oder Pulsus mollis),
- Amplitude (Pulsus magnus oder parvus) oder
- Steilheit (Pulsus celer oder tardus).

Die traditionelle chinesische Medizin unterscheidet sogar zwischen über 40 verschiedenen Pulsqualitäten.

Der Blutdruck lässt sich auf vielfältige Weise bestimmen: entweder direkt intraarteriell, indem ein Kathetermanometer oder eine mit einem Manometer verbundene Kanüle in eine Arterie geschoben wird, oder indirekt, indem auskultatorisch (durch Strömungsgeräusche), palpatorisch (fühlend) oder oszillatorisch (die Nadel des Manometers »springt«) der Blutdruck bestimmt wird.

Wie ist die Vorgehensweise bei der Blutdruckmessung nach Riva-Rocci? Auf welchen physikalischen Gesetzen und physiologischen Mechanismen beruht sie? Was ist bei der Blutdruckmessung zu beachten, um falsche Messergebnisse zu vermeiden?

3.2.1 Verformung fester Körper – Elastizität

► Elastische Verformungen sind reversibel; plastische Verformungen sind irreversibel.

Wirken auf einen Festkörper äußere Kräfte ein, so hält er diesen zunächst aufgrund seiner besonderen Struktur und seiner inneren Bindungen stand. Ab einer bestimmten Krafteinwirkung verformt sich der Festkörper. Hier unterscheidet man eine elastische von einer plastischen Verformung:

- Nimmt der Körper wieder seine ursprüngliche Form an, wenn die Kräfte nicht mehr auf ihn wirken, spricht man von einer **elastischen, reversiblen Verformung**.
- Kehrt der Körper nicht mehr in seine Ausgangsform zurück, handelt es sich um eine **plastische** und **irreversible Verformung**.

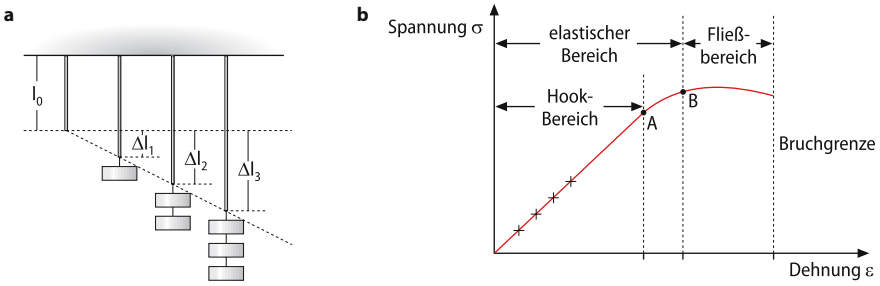


Abb. 3.27a,b. Dehnung eines Drahts durch Anhängen von Massestücken (**a**) und zugehörige Spannungsdehnungskurve (**b**)

Zugspannung (Dehnung)

Zur Veranschaulichung betrachten wir einen Draht, der unter Zug gedehnt wird (Abb. 3.27a): Gewichte unterschiedlicher Masse (zunehmende Anzahl gleicher Massestückchen) werden an den Draht gehängt und dessen jeweilige Längenänderung Δl gemessen. Wird das Gewicht wieder abgenommen, kann überprüft werden, ob die Verformung des Drahts reversibel oder irreversibel ist.

Der Zusammenhang zwischen der auf den Draht einwirkenden Kraft (Gewichtskraft der angehängten Massen) und der resultierenden Längenänderung wird üblicherweise graphisch dargestellt,

► Hookesches Gesetz:Dehnung ε ist proportional der mechanischen Spannung σ

indem man die **Spannung σ =F/A**, den Quotienten aus einwirkender Kraft F und Querschnittsfläche des Drahts A, gegen die **Dehnung ε = Δl/l_0** – oder **relative Längenänderung** – aufträgt. In ◘ Abb. 3.27b ist der typische Verlauf eines **Spannungsdehnungsdiagramm** von Metallen dargestellt, das bei einem solchen Versuch erhalten wurde. Wir erkennen zunächst einen linearen Bereich, der **das Hookesche Gesetz** beschreibt: **Die relative Längenänderung Δl/l_0, die so genannte Dehnung ε, ist der mechanischen Spannung σ proportional:**

$$\sigma = E \cdot (\Delta l / l_0)$$

► Hookescher Bereich: das Elastizitätsmodul ist eine Konstante

Die **Materialkonstante E wird Elastizitätsmodul** genannt und hat wie die mechanische Spannung σ die **Einheit N/m²** . Die Dehnung ε ist dimensionslos. Der **Kehrwert des Elastizitätsmoduls E** wird als **Elastizitätskoeffizient** bezeichnet. Wir können also die Formel umformen zu:

$$(F/A) = E \cdot (\Delta l / l_0)$$

Diese Form der Gleichung verdeutlicht, dass die Längenänderung Δl proportional zur angreifenden Kraft F und zur Ausgangslänge l_0 ist, während zur Querschnittsfläche A eine umgekehrte Proportionalität besteht.

► Proportionalitätsgrenze begrenzt die lineare (reversible) Verformung, ab der Elastizitätsgrenze beginnt die irreversible Verformung.

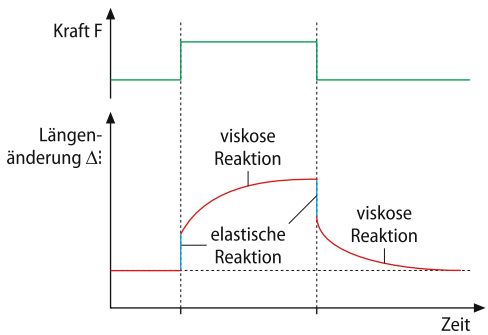
Geht die Dehnung über den Punkt A, die Proportionalitätsgrenze, hinaus, verformt sich der Draht nicht mehr linear, aber immer noch reversibel. Wird der Punkt B überschritten, der die Elastizitätsgrenze markiert, geht die Dehnung in eine irreversible plastische Verformung über.

Wir können uns die plastische Verformung folgendermaßen vorstellen: Die Gitterstruktur des Festkörpers ist nicht perfekt gebaut, sondern weist Fehl- und Leerstellen auf. In diese Leerstellen können Gitternachbarn hineinrutschen und zu einer Versetzung führen, was auch als Stufenversetzung bezeichnet wird. Die Plastizität hängt von der Temperatur ab, da diese die Beweglichkeit der Teilchen beeinflusst. Im **anschließenden Fließbereich** dehnt sich der Draht bei nur geringer Zunahme des Zugs sehr stark. An der **Bruch- und Zerreißgrenze** kann der Draht dem Zug nicht mehr standhalten und reißt.

Nicht alle Materialien folgen diesem Schema, sondern weisen Besonderheiten auf:

- Spröde Materialien wie Glas brechen bereits nach Überschreiten ihrer Elastizitätsgrenze.
- Plastische Materialien, z. B. viele Kunststoffe, haben einen stark ausgeprägten und großen Bereich, in dem sie sich irreversibel, plastisch verformen.
- Viskoelastische Materialien zeichnen sich dadurch aus, dass sie auf eine Druckeinwirkung oder einen Druckentzug oftmals zeitlich verzögert reagieren, wobei sie sowohl hochelastische als auch sehr viskose Eigenschaften zeigen.

In ◘ Abb. 3.28 ist das viskoelastische Verhalten eines Stabs idealisiert dargestellt. **Hochpolymere Kunststoffe, die menschliche Haut, Knorpel, Sehnen und Bänder zeigen viskoelastische Eigenschaften.**



◘ Abb. 3.28. Zeitliches Verhalten der Längenänderung bei viskoelastischen Materialien. (Nach Harten 2006)

Die Zugspannung haben wir bereits durch unsere Überlegungen mit dem Draht kennengelernt. **Bei der Zugspannung erfolgt die Formänderung durch Dehnung des Materials. Gleichzeitig erfolgt natürlich eine Verringerung des Querschnitts des Drahts. Trotz der Verringerung des Querschnitts zeigt sich für das Volumen des Drahts eine Vergrößerung.**

► Zugspannung dehnt das Material→Querschnitt↓, Volumen↑

Druckspannung (Stauchung) und Schubspannung (Scherung)

Neben der Zugspannung unterscheiden wir noch zwischen einer **Druck- und einer Schubspannung**.

Bei der **Druckspannung** wirkt eine **Kraft senkrecht zur Oberfläche** auf einen Körper ein. Es folgt eine Stauchung des Körpers, sein Volumen verkleinert sich. Die Beschreibung erfolgt mittels des Elastizitätsmoduls E. Dies ist die typische Belastung, der unsere Knochen ausgesetzt sind.

► Druckspannung (Stauchung) wirkt senkrecht zur Oberfläche des Körpers.

Die **Schubspannung** wird durch eine **tangential zur Oberfläche** angreifende Kraft charakterisiert. Wir sprechen bei dieser Formveränderung von einer **Scherung**, das Volumen bleibt gleich. Bei der Scherung gilt die allgemeine Form des Hookeschen Gesetzes: Die Verformung hängt linear von der Größe der einwirkenden Kraft ab. Ähnlich dem Elastizitätsmodul E sprechen wir in diesem Fall von einem **Scher-, Schub- oder Torsionsmodul G.**

► Schubspannung (Scherung) wirkt tangential zur Oberfläche eines Körpers.

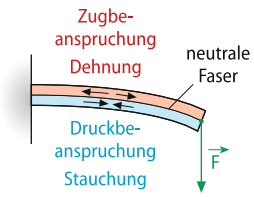
Schräg auf die Oberfläche wirkende Kräfte haben sowohl eine Druckspannungs- als auch eine Schubspannungskomponente. Die Lamellenbauweise unserer Knochen ist so ausgerichtet, dass sie diese Spannungen bis zu einem bestimmten Maß »auffangen« kann.

Biegung und Torsion

Es gibt neben der einfach zu beschreibenden Stauchung und Scherung noch weitere Formänderungen.

► Bei Biegung erfährt die neutrale Faser keine Verformung.

Biegung. In ◘ Abb. 3.29 sehen wir die Biegung eines Stabs. Auf der Druckseite wird das Material gestaucht, auf der Zugseite durch Dehnung beansprucht. Dazwischen befindet sich die so genannte **neutrale Faser,** deren Länge konstant bleibt und die keinen Beitrag zur Biegefestigkeit leistet. **Bei gleichem Materialaufwand bietet also eine Röhrenform die ideale Antwort auf Biegebeanspruchung gegenüber einer massiven Stabstruktur.** Dies wird in der Technik angewandt, aber auch die Natur macht sich dies zunutze, denken wir nur an die Röhrenknochen in unserem Körper. Wird jedoch die Elastizitätsgrenze auf der Druck- oder Zugseite überschritten, erfährt der Stab einen Knick oder bricht sogar ab.



◘ **Abb. 3.29.** Wie biegen sich die Balken?

Die **Torsion** können wir uns als Verdrillung eines Körpers mit kreisförmigem Querschnitt vorstellen. Eine genauere Betrachtung der Verdrillung zeigt, dass von der Seite betrachtet diese Deformation auch auf **Scherungen** zurückgeführt werden kann. Es handelt sich also nicht um etwas prinzipiell Neues, sondern die Torsion lässt sich mithilfe des oben behandelten Schermoduls G beschreiben. Auch hier gibt es einen Bereich, in dem die Verdrillung der angreifenden Kraft proportional ist, also einen **Hookeschen Bereich.**

3.2.2 Druck

► Druck = Kraft pro Fläche

$$p = \frac{F}{A}$$

Nach einem Autounfall bleibt eine kleine Delle als Zeuge des Vorfalls zurück, Schuhe mit hohem Absatz haben auch schon den einen oder anderen Parkettboden ruiniert und in der Obst- und Gemüseabteilung des Supermarkts wird die Ware sorgfältig auf Druckstellen hin untersucht – Druck kann uns das Leben ganz schön schwer machen. Andererseits erleichtert uns Druck auch vieles: Mit der Fernbedienung können wir auf Knopfdruck viele technische Geräte steuern, im Hochdruckkochtopf werden leckere Sachen zubereitet oder wir »drücken« unsere Verwandten und Freunde gerne mal. Druck ist überall gegenwärtig, was sehr wichtig ist, denn er hat noch eine zentrale Funktion für den Menschen: Der Druck ermöglicht uns ein kommunikatives Leben mit unserer Umwelt, da wir über Drucksensoren in unserer Haut oder über unser Gehör Druckqualitäten oder Druckveränderungen wahrnehmen, die uns Rückschlüsse auf unsere Umgebung erlauben, was uns außerdem eine Reaktion auf diesen Reiz ermöglicht.

Dabei spielen die **Druckintensität** (die Kraft, die aufgewendet wird) und die **Fläche** eine große Rolle: Eine sanfte Berührung (wenig Kraft) wird anders wahrgenommen und interpretiert als ein fester Schlag (viel Kraft), die Verletzung an einer Tischkante (geringe Fläche) ist meist tiefer und

kleinflächiger als eine Druckstelle, die durch einen zu engen Schuh verursacht wird (große Fläche). Es wird deutlich, dass der Druck mit der Kraft und der Fläche in enger Verbindung stehen muss: **Der Druck p ist der Quotient aus der Kraft F, die senkrecht auf die Angriffsfläche wirkt, und der Größe der Angriffsfläche A:**

$$p=F/A$$

► Einheit des Drucks ist Pa (Pascal). In der Medizin wird oft noch Torr oder mmHg verwendet.

Daraus ergibt sich die Einheit des Drucks zu $[p]=N/m^2$. Hierfür wurde eine eigene Einheit verwendet, die **SI-Einheit Pa (Pascal).** In der Medizin wird allerdings immer noch die ältere Einheit Torr oder mmHg (Millimeter Quecksilbersäule) angewandt. Um sich das Umrechnen zu erleichtern, lohnt es sich, sich folgende Zahlen gut einzuprägen:

1 Torr=1 mmHg=133 Pa
10^5 Pa=750 Torr=750 mmHg=1 bar

Bei großen Drücken verwendet man häufig die Einheit bar, 1 bar=10^5 Pa.

Druckmessung per Manometer

► Zur Druckmessung eignen sich Membran- oder Flüssigkeitsmanometer.

Zur Messung des Drucks werden **Manometer** eingesetzt. Man unterscheidet zwischen:
- Membranmanometern und
- Flüssigkeitsmanometern.

Membranmanometer verfügen, wie der Name schon sagt, über eine Membran, die sich bei einer Druckdifferenz zwischen beiden Seiten verbiegt, was mechanisch durch einen Zeiger oder in ein elektrisches Signal umgewandelt und dann digital angezeigt wird. Die Funktion der **Flüssigkeitsmanometer** basiert auf dem Schweredruck, wobei hauptsächlich Wasser (oder früher Quecksilber) als Flüssigkeit dient. In Abb. 3.30 ist der klassische Aufbau eines U-Rohr-Manometers abgebildet, das eine Flüssigkeit enthält.

U-Rohr Monometer

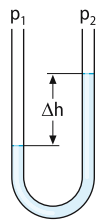


Abb. 3.30. U-Rohr-Manometer als Druckmessgerät

Auffällig in Abb. 3.30 ist, dass das Wasser im rechten Teil des Glases höher steht als im linken. Dies zeigt recht anschaulich, dass der Gasdruck p_1 auf die Flüssigkeitsoberfläche im linken Teil größer sein muss als der Druck p_2 auf der rechten Seite, um das Wasser im rechten Teil »nach oben« drücken zu können: Die Druckdifferenz $\Delta p=p_2-p_1$ muss dabei dem **Schweredruck** einer Wassersäule des Höhenunterschieds Δh entsprechen, die durch diesen höheren Druck hervorgerufen wird. Dabei gilt:

$$\Delta p=\rho \cdot g \cdot \Delta h.$$

Bei dieser Gleichung gibt es nun zwei Möglichkeiten: entweder hinnehmen und warten, bis sie beim Thema Schweredruck/hydrostatischer Druck erklärt wird, oder vorblättern und die Erklärung hinzuziehen.

Aber kommen wir wieder zum Manometer zurück: Der Druckunterschied hängt somit nicht nur vom Höhenunterschied Δh, sondern auch von der Dichte ρ der enthaltenen Flüssigkeit und der Fallbeschleunigung g ab. Wenn wir nun den rechten Teil des U-Rohrs evakuieren würden, also dort den umgebenden Luftdruck wegnehmen $p_2=0$, würde der auf der linken Seite wirkende normale Luftdruck (1013,25 mbar oder 760 Torr) das Wasser in dieser Konstruktion ca. 10 m hoch drücken.

Zum absoluten Messen des Luftdrucks ist ein Wassermanometer also schlecht geeignet. Um die Steighöhe zu reduzieren, muss eine Flüssigkeit mit großer Dichte gewählt werden. Quecksilber steigt im Vergleich zum Wasser »nur« etwa 760 mm, was nahezu »perfekt« für diese Messung wäre, wenn das Quecksilber selbst nicht so gesundheitsschädlich wäre. Dennoch hatte das Quecksilberbarometer eine steile Karriere und zudem an Bedeutung gewonnen, was sich heute noch in den Einheiten Torr bzw. mmHg widerspiegelt.

Stempeldruck und Schweredruck

► Wirkt Druck auf einen Festkörper, verformt er sich. Wirkt Druck auf eine Flüssigkeit, versucht diese auszuweichen.

Wie wir aus der täglichen Beobachtung wissen, reagieren Festkörper und Flüssigkeiten unterschiedlich, wenn Druck auf sie wirkt. Festkörper verformen sich bei weitgehender Formstabilität, während Flüssigkeiten versuchen davon zu fließen. Doch wie reagiert eine Flüssigkeit, wenn wir sie in einen fest vorgegebenen Raum einsperren und dann Druck auf sie ausüben? Denken wir nur an eine Spritze.

In dem geschlossenen Gefäß werden zwei Kräfte wirksam: Der Stempel (Kolben, Pumpe) drückt auf die Flüssigkeit, diese versucht auszuweichen. **Da die Flüssigkeit ihr Volumen nicht verkleinern kann, was man die Inkompressibilität von Flüssigkeiten nennt, gibt sie den Druck weiter, sodass an allen Stellen der Gefäßwand derselbe Druck, eben der Stempeldruck herrscht. Dies ist das Pascalsche Prinzip.** Außerdem wirkt natürlich das Eigengewicht der Flüssigkeit als Schweredruck auf die Gefäßwand, je nachdem in welcher Tiefe ich mich in dem Gefäß befinde. Stempel- und Schweredruck werden addiert und ergeben den Gesamtdruck auf die Gefäßwand:

► Gesamtdruck in einem Gefäß ergibt sich aus Stempeldruck und Schweredruck.

$$p_{gesamt}=p_{stempel}+p_{schwere}$$

Im Folgenden werden wir uns sowohl mit dem Stempeldruck als auch mit dem Schweredruck näher befassen.

Ein sehr anschauliches **Beispiel** für eine Anwendung des Stempeldrucks ist eine Spritze. Um den Inhalt der Spritze zu injizieren, muss auf den Kolben (=Stempel) eine (Muskel-)Kraft wirken. Der Kolben wiederum übt in der Spritze (=geschlossenes Gefäß) an allen Stellen der Spritzenwand den gleichen Stempeldruck aus. In einer kleinen Spritze können wir den Einfluss des Schweredrucks zunächst vernachlässigen.

► Eine hydraulische Presse verringert zwar die aufzuwendende Kraft, nicht aber die zu verrichtende Arbeit

Eine **technische Anwendung des Stempeldrucks** ist die **hydraulische Presse**, die wie in der Abb. 3.31 dargestellt, aus zwei Kolben besteht. Wird der kleine Kolben durch eine Kraft F_1 um die Strecke s_1 nach unten gedrückt, so wird das Volumen $V=A_1 \cdot s_1$ verdrängt und mit dem Druck $p=F_1/A_1$ auf die Seite des großen Kolbens gepumpt. Dieser steigt durch das zusätzliche Volumen etwas auf, wobei s_2 aufgrund der größeren Querschnittsfläche A_2 deutlich kleiner ist, denn aus $V=A_2 \cdot s_2$ folgt:

$$s_2=V/A_2$$

Der Druck p auf der rechten Seite bewirkt indes, dass die Fläche A_2 mit einer Kraft F_2 nach oben gedrückt wird, die sich einfach berechnen lässt zu

$$F_2 = p \cdot A_2 = \left(\frac{F_1}{A_1}\right) \cdot A_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

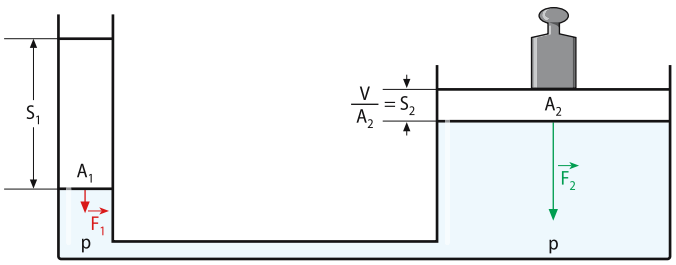


Abb. 3.31. Hydraulische Presse. (Aus Harten 2006)

Die Veränderung des Querschnitts bewirkt also eine proportionale Änderung der Kraft, was uns technisch in die Lage versetzt, mittels einer geringen Kraft schwere Lasten hochzuheben.

Arbeit einer hydraulischen Presse bzw. einer Pumpe

Betrachten wir die hydraulische Presse nun einmal in folgender Hinsicht: das Hochheben bedeutet natürlich die Verrichtung einer Arbeit gegen die Kraft F_2. Diese Arbeit konnte verrichtet werden,

indem wir das Volumen V gegen den Druck p von der linken Seite auf die rechte Seite transportiert haben. Es wird sofort deutlich, dass der Druck p in enger Verbindung mit dem Volumen V steht. Die erbrachte Arbeit ist dabei gegeben durch:

$$W = F_2 \cdot s_2$$

Für F_2 und der Druck p gilt $p = \frac{F_2}{A_2}$. Eingesetzt ergibt dies für die verrichtete Arbeit:

$$W = p \cdot A_2 \cdot s_2 = p \cdot V$$

► W=p · V mit der Einheit N m=J

Die Arbeit entspricht also einfach dem Produkt aus Volumen und Druck; sie wird deshalb als Volumenarbeit W_V bezeichnet. Als Einheit erhalten wir [W]=N m=J.

Eine unvorstellbare Volumenarbeit leistet das Herz Tag für Tag. Deshalb wird es oft mit einer Pumpe verglichen. Pumpen werden dazu eingesetzt, Flüssigkeiten oder Gase zu transportieren. Diese werden durch einen Unterdruck angesaugt und anschließend mittels Überdruck wieder herausgeschleudert, also beschleunigt. Um die Flüssigkeit beim Austritt aus der Pumpe zu beschleunigen, muss die Pumpe zusätzlich zur Volumenarbeit W_V die **Beschleunigungsarbeit W_b** verrichten. Die gesamte **Pumpleistung**, also die pro Zeitintervall Δt verrichtete Arbeit der Pumpe beträgt dann:

► Pumpleistung = pro Zeitintervall verrichtete Arbeit der Pumpe

$$P = \frac{W_V}{\Delta t} + \frac{W_b}{\Delta t}$$

Im Vergleich zur Volumenarbeit ist die Beschleunigungsarbeit relativ klein und wird aus diesem Grund oft vernachlässigt.

Hinsichtlich der technischen Ausgestaltung der Pumpen sind der Fantasie fast keine Grenzen gesetzt. Es gibt Kolben- und Membranpumpen, Kreiselpumpen, Rollerpumpen, Strahlpumpen, …, um mal die wichtigsten zu nennen. Da es sich hier um ein Lehrbuch »Physik für Mediziner« handelt, sei bei großem Interesse für die technischen Feinheiten auf Bücher der Physik, des Maschinenbaus, des Ingenieurwesens oder Ähnliches verwiesen. Empfehlenswert ist es aber auf jeden Fall, sich später mit dem Aufbau und der Wirkweise von Herzkreislaufmaschinen, Dialyseapparaten und Beatmungsgeräten näher auseinanderzusetzen, die aus solchen Pumpelementen aufgebaut sind.

Schweredruck

Die Formel des **Schweredrucks (= hydrostatischer Druck)** haben wir bereits bei der Funktionsweise des Flüssigkeitsmanometers kennengelernt.

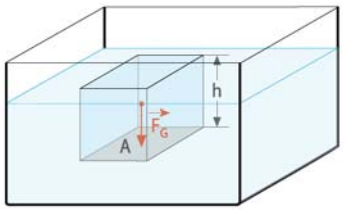


Abb. 3.32. Wie entsteht der Schweredruck?

Mithilfe der Abb. 3.32 wollen wir uns die Entstehung des Schweredrucks nochmals näher anschauen. Dargestellt ist ein offenes Gefäß, das mit einer Flüssigkeit gefüllt ist. Denken wir uns in der Tiefe h eine horizontale Querschnittsfläche A. Auf diese Fläche A wirkt von oben die Gewichtskraft F_G der über A befindlichen Flüssigkeitsmenge.

Aus dem Volumen V=A · h der Flüssigkeitssäule berechnet sich die Masse zu m=ρ · V=ρ · A · h, und letztendlich die Gewichtskraft der Flüssigkeitssäule:

$$F_G = g \cdot m = g \cdot \rho \cdot A \cdot h$$

Mit der Definition für den Druck folgt sogleich die Formel für den Schweredruck p_S in der Tiefe h:

$$p_S = \frac{F_G}{A} = g \cdot \rho \cdot h$$

Der Schweredruck steigt mit zunehmender Eintauchtiefe h linear an. Außerdem erkennt man sofort, dass der Druck in der Tiefe h auch völlig unabhängig ist von der Form des betrachteten Gefäßes. Dieses nennt man das hydrostatische Paradoxon.

► Der Schweredruck in der Tiefe ist unabhängig von der Form des betrachteten Gefäßes (hydrostatisches Paradoxon).

Hätten Sie's gewusst?

Schweredruck beim Tauchen

Der Schweredruck spielt eine große Rolle in und auf unseren Körper. Beim Tauchen und beim Bergsteigen muss sich der Körper auf diese Veränderungen einstellen, worauf Lehrbücher der Physiologie ausführlich eingehen. **Im Wasser nimmt der Schweredruck pro 10 m Wassertiefe linear um 10^5 Pa (1 bar) zu.** Auf einen Taucher wirkt in 30 m Wassertiefe also ein Druck von insgesamt 4 bar, denn der an der Oberfläche wirkende Luftdruck (im Normalfall eben 1 bar) kommt natürlich zum Schweredruck des Wassers über dem Taucher hinzu. Typische Frage im Physikum, also den Luftdruck nicht vergessen!

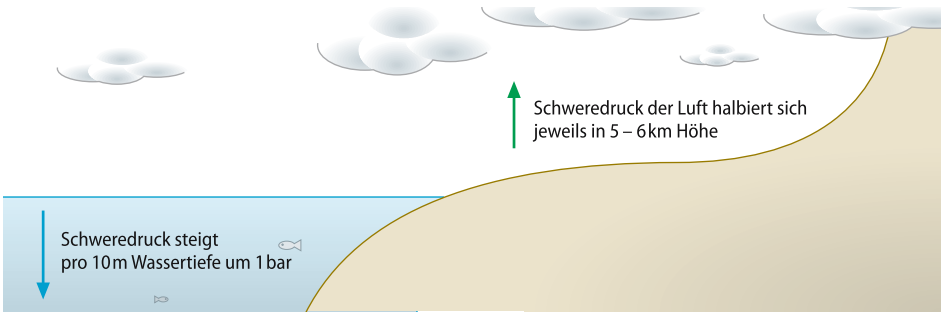


Abb. 3.33. Der Schweredruck von Gasen und Flüssigkeiten ändert sich unterschiedlich mit der Höhe!

Wie ändert sich eigentlich der Schweredruck in Gasen?

Wir können uns auch unsere Atmosphäre ungefähr als Lufthülle mit vielen einzelnen Luftschichten vorstellen, die jeweils auf die darunter liegenden Schichten einen Schweredruck ausüben. Eine exakte physikalische Rechnung liefert als Ergebnis: **Der Luftduck nimmt mit zunehmender Höhe nicht wie in einer Flüssigkeit linear, sondern exponenziell ab. Seine Halbwertshöhe liegt bei 5–6 km.**

Aber warum nimmt der Schweredruck bei zunehmender Höhe in Flüssigkeiten linear, in der Luft exponenziell ab (Abb. 3.33)? Der Unterschied liegt in ihrer **Kompressibilität,** also ihrer Fähigkeit unter Druck ihr Volumen zu verkleinern. Flüssigkeiten und Festkörper weisen eine geringe Kompressibilität auf, da zwischen ihren Molekülen kaum Platz besteht. Gasmoleküle hingegen haben viel Raum zur Verfügung und folglich auch eine hohe Kompressibilität. Dies führt dazu, dass mit steigender Höhe wegen des abnehmenden Drucks zusätzlich die Dichte des Gases abnimmt. Im Ergebnis erhält man dadurch eine exponenzielle Abnahme des Luftdrucks mit steigender Höhe.

► Weil Gase sehr kompressibel sind, nimmt der Schweredruck bei zunehmender Höhe in Gasen expotenziell ab.

Die Fähigkeit eines Körpers, sein Volumen unter Druck zu ändern, wird beschrieben mithilfe des Volumenelastizitätsmoduls Q. **Das Volumenelastizitätsmodul Q gibt an, mit welcher Volumenänderung ΔV das Ausgangsvolumen V auf eine Druckänderung Δp reagiert.**

$$Q = V \cdot (\Delta p / \Delta V)$$

► Kompressibilität k ist der Kehrwert des Volumenelastizitätsmodul Q: k=-1/Q

Der Kehrwert ist die so genannte **Kompressibilität k**=-1/Q des Körpers. Zu beachten ist das negative Vorzeichen. Dieses wird aber sofort klar, wenn man bedenkt, dass bei einer Druckerhöhung, also $\Delta p>0$, der Körper natürlich mit einer Volumenverkleinerung $\Delta v<0$ reagiert. Durch das Minuszeichen wird k wieder positiv.

Windkesselfunktion

► Ein Windkessel reduziert die Belastung in einem Rohrleitungssystem

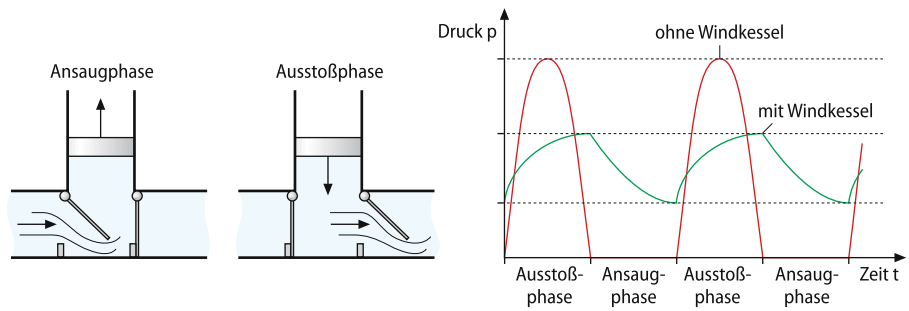
Doch zurück zum **Druck in Flüssigkeiten**, da der Gaszustand im ► Kap. 4.3 genauer beschrieben wird. Betrachten wir mit den bisher behandelten Aspekten einmal die Druckverhältnisse in unserem Körper, und zwar direkt nach dem Herz, wo unser Blut periodisch durch die Kontraktionen des Herzens in die Aorta gedrückt wird.

Hätten Sie's gewusst?

Windkesselfunktion der Aorta

Wie reagiert die Aorta auf diese wechselnde Belastung? Die Aorta hat die Funktion eines **Windkessels**. Während der Systole nimmt sie durch Dehnung (elastisches Verhalten) ihrer Gefäßwand einen großen Teil des Blutvolumens auf, indem sie dem Druck nachgibt und dadurch ihren Durchmesser und somit ihr Volumen vergrößert, und gibt das gespeicherte Volumen während der Diastole langsam ab. Dabei wird durch die elastische Dehnung ein bestimmter Druck aufrechterhalten, obwohl das Herz gerade keinen Druck erzeugt, sondern »Luft holt«. Man erhält einen kontinuierlichen Blutfluss trotz einer periodisch arbeitenden Pumpe.

Die Charakteristika des Windkessels sind in folgender ◘ Tab. 3.2 kurz zusammengefasst und in der ◘ Abb. 3.34 veranschaulicht.



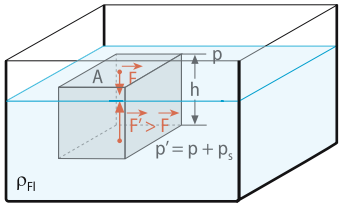
◘ **Abb. 3.34.** Vereinfachte Wirkungsweise einer periodisch arbeitenden Pumpe (Herz) und Einfluss des Windkessels Aorta auf den Druck p in unserem Blutkreislauf

◘ **Tab. 3.2.** Wirkungsweise eines Windkessels in einem Strömungskreislauf bei einer periodisch arbeitenden Pumpe (Herz und Aorta im Blutkreislauf)

Auswirkung auf	Ohne Windkessel	Mit Windkessel
Druckdifferenz zwischen Ausstoßphase und Luftholen	sehr groß	deutlich reduziert
Druckspitzenwert p_{max} in der Aorta	sehr hoch	gesenkt
Volumenstromstärke I	hoher Spitzenwert	Spitzenwert sinkt
Strömungsgeschwindigkeit v	während der Ansaugphase =0!	Strömung wird aufrechterhalten
Mittlerer Volumenstrom über mehrere Pumpperioden		kein Einfluss!
Strömungscharakteristik	turbulente Strömung	Die turbulente Strömung in der Aorta wird in Richtung Peripherie schnell laminar

Auftrieb

Zum Abschluss dieses Kapitels rund um den Druck widmen wir uns einem besonders spannenden Thema, dem **Archimedischen Prinzip**, auch als **Auftrieb** bekannt (▶ Kap. 3.1.3.3). Oder auch der Frage: Welche physikalischen Gegebenheiten helfen uns, dass wir uns auch im Wasser durch das Schwimmen fortbewegen können? ◘ Abb. 3.35 zeigt einen Körper, der in eine Flüssigkeit eintaucht.



◘ **Abb. 3.35.** Archimedisches Prinzip

Die **Auftriebskraft,** die dieser Körper erfährt, wird durch den Schweredruck hervorgerufen. Der Körper erhält von allen Seiten einen gewissen Druck, der aber an den verschiedenen Angriffsflächen unterschiedlich stark ausfällt. Denn der Druck $p'=p+p_S$ auf die Unterseite des Körpers ist wegen des Schweredrucks p_S in dieser Tiefe h größer als der Druck p auf dessen Oberseite. Bilden wir aus diesen beiden Drücken die Differenz der daraus resultierenden Kräfte F und F', erhalten wir die **Auftriebskraft F_a** (=F'-F), die der Gewichtskraft F_G des Körpers entgegenwirkt.

▶ Auftrieb entsteht, weil Flüssigkeit verdrängt wird

Die Rechnung, die jeder mit den bisher behandelten Formeln leicht selbst nachvollziehen kann, liefert folgendes Ergebnis: **Der Betrag der Auftriebskraft F_a eines Körpers entspricht der Gewichtskraft des von ihm verdrängten Volumens.** Die Auftriebskraft ist somit das Produkt aus dem eingetauchten Volumen des Körpers V_k, der Dichte der Flüssigkeit ρ_{fl} (beides zusammen bildet die Masse der verdrängten Flüssigkeit) und dem Ortsfaktor g:

▶ Auftriebskraft = Produkt aus dem eingetauchten Volumen des Körpers, der Dichte der Flüssigkeit und dem Ortsfaktor

$$F_a=g \cdot m_{fl}=\rho_{fl} \cdot V_k \cdot g$$

Es lassen sich nun 3 Situationen unterscheiden:

1. Die Gewichtskraft des Körpers ist größer als die Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit. Resultat: Der Körper sinkt.

   $F_a<F_G$
   $\rho_{fl} \cdot V_k \cdot g<\rho_K \cdot V_k \cdot g$
   $\boldsymbol{\rho_{fl}<\rho_K}$

   Ein Körper geht unter, wenn seine Dichte größer ist als die Flüssigkeit, in die er eintaucht.
2. Sind die Auftriebskraft und die Gewichtskraft gleich groß, gilt:

   $\boldsymbol{\rho_{fl}=\rho_K}$

   Der Körper schwebt.
3. Ist die Dichte des Körpers kleiner als die Dichte der Flüssigkeit, steigt der Körper auf, bis er an der Oberfläche schwimmt.

   $\boldsymbol{\rho_{fl}>\rho_K}$

   Der Körper steigt auf, bis er schwimmt.

Betrachten wir den letzten Fall noch etwas genauer. Was bedeutet: der Körper schwimmt? Dann muss ja die Auftriebskraft gleich groß sein wie seine Gewichtskraft. Ist das ein Widerspruch? Nein, denn

nur ein Teil des Körpers taucht jetzt in die Flüssigkeit ein, so wird das verdrängte Flüssigkeitsvolumen V_{Fl} kleiner. Wenn der Körper schwimmt, muss gelten:

$$F_A = F_G$$

$$g \cdot V_{Fl} \cdot \rho_{Fl} = g \cdot V_K \cdot \rho_K$$

Das Verhältnis des Körpervolumens V_K zum eingetauchten Volumen V_{Fl} ergibt sich:

$$\frac{V_K}{V_{Fl}} = \frac{\rho_K}{\rho_{Fl}}$$

3.2.3 Kräfte an Grenzflächen

► Kohäsion = zwischenmolekulare Kräfte im selben Stoff Adhäsion = Wirkung zwischenmolekularer Kräfte zwischen verschiedenen Stoffen (spezielle Form: Adsorption)

Im Zentrum dieses Kapitels werden die **zwischenmolekularen Kräfte** stehen, die nicht nur für viele chemische, sondern auch für interessante physikalische Phänomene verantwortlich sind:

- Die Wirkung zwischenmolekularer Kräfte im selben Stoff, z. B. einer Flüssigkeit, wird als **Kohäsion** bezeichnet.
- Wirken Kräfte zwischen Molekülen verschiedener Stoffe, z. B. zwischen einer Flüssigkeit und einem Festkörper, nennen wir dies **Adhäsion**. Eine spezielle Form der Adhäsion ist die **Adsorption**, bei der die Oberfläche eines Festkörpers sogar Gase oder Flüssigkeiten aufnimmt.

► Zwischen Molekülen gibt es anziehende und abstoßende Kräfte.

Bei den zwischenmolekularen Kräften unterscheiden wir zwischen **anziehenden** und **abstoßenden Kräften**:

- Bei den anziehenden Kräften handelt es sich insbesondere um van-der-Waals-Kräfte, wobei diese zur siebten Potenz des Abstandes eine umgekehrte Proportionalität aufweisen.
- Nähern sich aber zwei Atome oder Moleküle zu sehr an, werden elektrische, abstoßende Kräfte wirksam, die exponenziell mit zunehmendem Abstand abnehmen.

► Abstand r_0=Abstand zwischen zwei Molekülen, an dem sich die anziehenden und abstoßenden Kräfte aufheben.

Liegen zwei Moleküle in einem Abstand vor, an dem sich die anziehenden und die abstoßenden Kräfte gegenseitig aufheben, haben sie voneinander den **Abstand r_0**. Dies entspricht dem Zustand mit der geringsten Energie.

Oberflächenspannung

Im Folgenden werden wir die Wirkungsweise der Kohäsions- und Adhäsionskräfte näher beleuchten:

Die Kohäsionskräfte möchten eine Flüssigkeitsoberfläche so klein wie nur möglich halten. Sie ziehen Moleküle von der Oberfläche ins Innere der Flüssigkeit und wirken dort so gleichmäßig auf die Moleküle, dass sich diese in einem Kräftegleichgewicht befinden. Dabei strebt die Flüssigkeit eine kugelige Form an, da die Kugel im Verhältnis zu ihrem Volumen die kleinste Oberfläche aufweist. In der Oberfläche wirkt demnach eine Spannung, die materialspezifische **Oberflächenspannung** σ, die die Verkleinerung der Oberfläche bewirken will. **Physikalisch definiert wird die Oberflächenspannung über die Arbeit ΔE, die aufgewendet werden muss, um gegen die Kohäsionskräfte der Flüssigkeitsteilchen eine Vergrößerung der Oberfläche ΔA zu bewirken σ=ΔE/ΔA.**

► Oberflächenspannung→ Verkleinerung der Oberfläche.

Dieser doch nicht leicht verständlichen Definition der Oberflächenspannung wollen wir nun einen sehr praktischen Aspekt gegenüberstellen. In einem Tropfen einer Flüssigkeit mit dem Radius r bewirkt die Oberflächenspannung den Binnendruck

$$p = \frac{2 \cdot \sigma}{r}$$

► Der Binnendruck in einer Kugel bzw. Luftblase in Flüssigkeit ist reziprok abhängig von deren Radius.

Dies gilt sowohl für eine Flüssigkeitskugel als auch für eine Luftblase in einer Flüssigkeit. Diese reziproke Abhängigkeit des Binnendrucks vom Radius der Kugel spielt physiologisch eine große Bedeutung.

Hätten Sie's gewusst?

Surfactant als Retter in der Not

Das Laplace-Gesetz (p=T/r) zeigt, dass die Alveolen in unserer Lunge ein großes Problem bewältigen müssen. Sie haben einen sehr kleinen Radius, sodass die Oberflächenspannung an der Luft-Wasser-Grenze der Alveolen aufgrund der umgekehrten Proportionalität des Radius einen Druck erzeugen würde, der zum Zusammenfallen der Alveolen und terminalen Atemwege führt und einer Entfaltung der Alveolen entgegenwirkt. Das macht einen Gasaustausch unmöglich.

Da der Mensch aber auf Atmung angewiesen ist, hat sich sein Körper etwas einfallen lassen, um diese Kraft zu mindern: Typ-II-Alveolarzellen stellen Surfactant her, der aus Phospholipiden, Lecithinderivaten und Surfactant-assoziierten Proteinen besteht. Surfactant verteilt sich an der Wasser-Luft-Grenze der Alveolen und vermindert die Oberflächenspannung.

Außerdem zeigt Surfactant eine weitere Wirkung: Wenn sich eine Alveole verkleinert, steigt die Surfactant-Konzentration, sodass die Oberflächenspannung vermindert wird. Folglich verkleinert sich die Alveole nicht noch mehr. Im Gegensatz dazu haben große Alveolen eine geringere Oberflächenspannung als kleinere Alveolen und weisen eine niedrigere Surfactant-Konzentration auf, sodass ihre Oberflächenspannung vergrößert ist. Somit bewirkt Surfactant, dass sich eine mittlere Alveolengröße einstellt.

Da die Typ-II-Zellen erst ab der 30. Schwangerschaftswoche Surfactant herstellen können und diese Fähigkeit erst ab der 35. Schwangerschaftswoche vollständig ausgereift ist, leiden viele Frühgeborene aufgrund des Surfactantmangels an einem lebensbedrohlichen Atemnotsyndrom. Die Babys können durch die Gabe von Surfactant in die Atemwege behandelt werden. Bei drohender Frühgeburt erhalten Mütter ggf. Glukokortikoide, da diese die Lungenreife des Ungeborenen fördern.

Kapillarwirkung

Treffen eine Flüssigkeit und ein Festkörper aufeinander, treten die Kohäsionskräfte der Flüssigkeit und die **Adhäsionskräfte** zwischen der Flüssigkeit und dem Festkörper in einen Wettkampf ein. **Sind die Adhäsionskräfte stärker als die Kohäsionskräfte, sprechen wir von einer benetzenden Flüssigkeit. Überwiegt die Kohäsion zwischen den Flüssigkeitsteilchen, ist die Flüssigkeit nichtbenetzend.**

Abb. 3.36 zeigt, dass sich eine benetzende und eine nichtbenetzende Flüssigkeit an einer Gefäßwand charakteristisch verhalten: Die benetzende Flüssigkeit hat möglichst viel Kontakt mit der Gefäßwand, die nichtbenetzende Flüssigkeit hingegen versucht, die Gefäßwand zu meiden. Dieses Verhalten beobachten wir insbesondere an den abgebildeten Kapillaren, Rohre mit geringem Durchmesser r, wenn diese in eine Flüssigkeit eintauchen. **Ist die Flüssigkeit benetzend, steigt die Flüssigkeit in der Kapillare hoch,** die Oberfläche der Flüssigkeit in der Kapillare ist eingedellt. Wir beobachten eine so genannte Kapillaraszension.

► Kapillaraszension durch benetzende Flüssigkeiten (Adhäsionskräfte>Kohäsionskräfte)

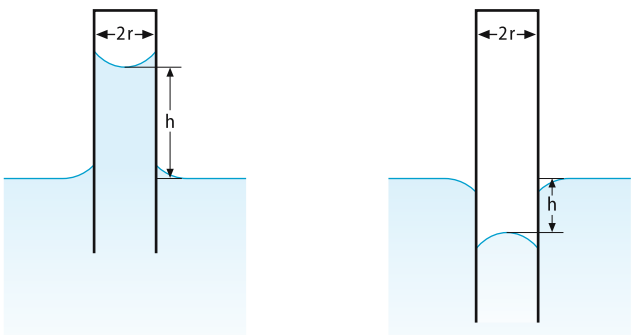


Abb. 3.36. Kapillaraszension (links) und -deszension. (Nach Harten 2006)

Die Steighöhe h zeigt dabei eine enge Beziehung zur Oberflächenspannung σ, dem Radius r der Kapillare, dem Ortsfaktor g und der Dichte ρ der Flüssigkeit und setzt sich aus dem von der Oberflächenspannung σ erzeugten Druck $p_{oberfläche}$ und dem Schweredruck $p_{schwere}$ der Flüssigkeit zusammen. Es gilt:

$$p_{Oberfläche}=(2\sigma)/r$$

und

$$p_{Schwere}=\rho \cdot g \cdot h$$

Die maximale Steighöhe h ist erreicht, wenn der Oberflächendruck und der Schweredruck gleich groß sind.

$$h=(2\sigma)/(r \cdot g \cdot \rho)$$

► Kapillardeszension durch nichtbenetzende Flüssigkeit (Kohäsionskräfte>Adhäsionskräfte)

Bei einer nichtbenetzenden Flüssigkeit tritt im Gegensatz dazu eine Kapillardeszension auf. Die Flüssigkeit steht innerhalb der Kapillare tiefer als außerhalb, ihre Oberfläche ist in der Kapillare halbkugelig. Kapillaraszension und -deszension sind in ◘ Abb. 3.36 dargestellt.

3.2.4 Strömungen in Flüssigkeiten

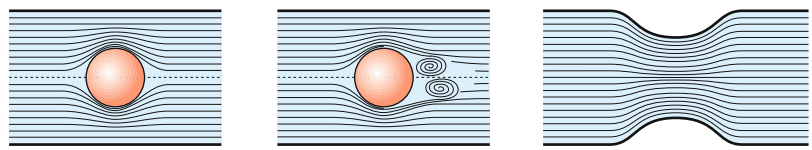
Strömungsarten

Bisher haben wir uns mit der Hydrostatik befasst, die die physikalischen Gesetzmäßigkeiten bei ruhenden Flüssigkeiten beschreibt. Mit der **Hydrodynamik** bringen wir etwas Bewegung ins Spiel, vielmehr in die Flüssigkeit. Wir widmen uns dabei einem sehr komplexen Thema, denn selbst der Altmeister der Hydrodynamik Horace Lamb sagte im Jahr 1932: » Wenn ich in den Himmel kommen sollte, erhoffe ich Aufklärung über zwei Dinge: Quantenelektrodynamik und Turbulenz. Was den ersten Wunsch betrifft, bin ich ziemlich zuversichtlich.« Nähern wir uns schrittweise einer gewissen Vorstellung.

Wir unterscheiden zwischen:

- stationärer Strömung
- nichtstationärer Strömung
- laminarer Strömung
- turbulenter Strömung

Während bei einer laminaren Strömung benachbarte Flüssigkeitsschichten parallel und undurchmischt aneinander vorbeigleiten, treten bei einer turbulenten Strömung Verwirbelungen auf (◘ Abb. 3.37).



◘ **Abb. 3.37.** Laminare Strömung durch eine Rohrverengung (rechts) sowie laminare und turbulente Umströmung eines Hindernisses (links, Mitte)

► In einer laminaren Strömung durchmischen sich benachbarte Flüssigkeitsschichten nicht.

In ◘ Abb. 3.37 sind beispielhaft drei Stromlinienbilder gezeichnet, die das charakteristische Strömungsverhalten einer Flüssigkeit wiedergeben. Die Richtung der einzelnen Stromlinien entspricht der Bewegungsrichtung der Flüssigkeitsteilchen, deren Geschwindigkeit durch die Stromliniendichte veranschaulicht wird.

So kann eine Strömung auch als Vektorenfeld beschrieben werden, das aus vielen Vektoren besteht, wobei jeder Vektor die Geschwindigkeit eines Strömungsteilchens angibt. Handelt es sich um ein zeitlich konstantes Feld und behalten die Stromlinien ihre Form bei, sprechen wir von einer **stationären Strömung**. Trifft dies nicht zu, ist die Strömung **nichtstationär**.

Die Stromlinien einer **laminaren Strömung** kreuzen sich selbst dann nicht, wenn sie ein Hindernis überwinden müssen. Bei einer **turbulenten Strömung** kreuzen sich die Stromlinien und Verwirbelungen sind deutlich zu erkennen, die den Strömungswiderstand erhöhen und zu Energieverlusten führen.

Reynoldszahl

► Übergang einer laminaren Strömung in eine turbulente Strömung durch ein Hindernis oder durch Überschreiten der kritischen Geschwindigkeit v_{krit}.

Eine laminare Strömung kann in eine turbulente Strömung übergehen, wenn die Stromlinie an einem Hindernis abreißt oder wenn die **kritische Geschwindigkeit v_{krit}** überschritten wird. Die kritische Geschwindigkeit v_{krit} berechnet sich aus der empirisch ermittelten **Reynoldszahl Re**, der Viskosität η, der Dichte ρ der Flüssigkeit und dem Radius r des Rohrs wie folgt:

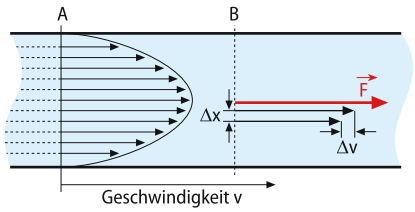
$$v_{krit} = \frac{Re \cdot \eta}{\rho \cdot r}$$

Umgekehrt ist allgemein die Reynoldszahl Re einer gegebenen Strömungssituation berechenbar aus der Dichte ρ, der mittleren Geschwindigkeit v, der Viskosität der Flüssigkeit η und einer charakteristischen Länge $l_{charakt}$, bei einer Rohrströmung mit dem Radius r:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot l_{charakt}}{\eta}$$

► Die Größe der Reynoldszahl einer Strömung gibt Auskunft darüber, ob die Strömung noch laminar ist

Die Reynoldszahl Re kann zur Bestimmung des Strömungsverhaltens herangezogen werden. Bei einer Strömung durch ein Rohr ist diese bei einer Reynoldszahl unter 1000 laminar (◘ Abb. 3.38), bei Reynoldszahlenwerten zwischen 1000 und 2000 können aber bereits Turbulenzen auftreten. Und bei Werten über 2000 kann man fast sicher sein, dass die Strömung bereits turbulent ist. **Allerdings gibt es keinen genauen Wert für die Reynoldszahl, ab der spontan ein Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung erfolgt, denn es spielen in der Realität auch andere Randbedingungen eine Rolle, wie z. B. die Beschaffenheit der Wandung.**



◘ **Abb. 3.38.** Geschwindigkeitsprofil einer laminaren Rohrströmung

Viskosität

► Bei laminarer Strömung bewegen sich benachbarte Flüssigkeitsschichten unterschiedlich schnell; die daraus folgende innere Reibung ist die Viskosität.

Um die **Viskosität** η besser zu verstehen, müssen wir uns etwas intensiver mit ihr auseinandersetzen. Dazu schauen wir uns zunächst in der ◘ Abb. 3.38 das Strömungsprofil einer laminaren Strömung in einer Röhre mit kreisförmigem Querschnitt an. An der Stelle A erkennen wir, dass die äußeren Flüssigkeitsschichten am Rand der Röhre eine kleinere Geschwindigkeit zeigen – am Rand haftet die erste Schicht sogar an der Wand, also v=0 – als die inneren Flüssigkeitsschichten. Verbinden wir die Spitzen der Strömungsvektoren, bildet sich eine Parabel.

Zwischen benachbarten Flüssigkeitsschichten tritt aufgrund der unterschiedlichen Geschwindigkeiten eine innere Reibung auf, die Viskosität η [Pa s]. Zur Überwindung dieser Reibung muss, wie am Punkt B dargestellt, eine tangentiale Schubspannung σ=F/A angreifen, wobei

$\Delta v/\Delta x$ der Geschwindigkeitsgradient quer zur Strömungsrichtung ist. Die Proportionalitätskonstante zwischen der Schubspannung und dem sich ergebenden Geschwindigkeitsgradienten ist die Viskosität:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \eta \cdot \left(\frac{\Delta v}{\Delta x}\right)$$

Für die Viskosität gilt dann:

$$\eta = \frac{F/A}{\Delta v/\Delta x}$$

Die Viskosität hat die Einheit Pa s.

Aber dies ist nur die Definition für die Viskosität η. Um mit dieser Größe etwas vertrauter zu werden, betrachten wir folgendes **Gedankenexperiment**: Lassen wir eine Kugel der Masse m und dem Radius r in ein mit einer Flüssigkeit gefülltes Gefäß nach unten fallen, wirken auf diese die Gewichts-, die Auftriebskräfte und wegen der Viskosität der den Körper umströmenden Flüssigkeit eine Reibungskraft zwischen der Kugel und der Flüssigkeit. Zunächst wird die Kugel durch die Kraft F_G-F_A beschleunigt, aber mit steigender Geschwindigkeit wird sie von der immer größer werdenden Reibungskraft abgebremst (die Reibungskraft ist in diesem Fall proportional zur Geschwindigkeit!), bis sich ein Kräftegleichgewicht einstellt und die Kugel mit konstanter Geschwindigkeit sinkt (Abb. 3.39).

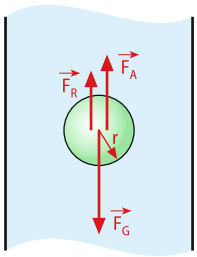


Abb. 3.39. Kräftegleichgewicht einer in der Flüssigkeit mit konstanter Geschwindigkeit fallenden Kugel

Die Gewichtskraft F_G und die Auftriebskraft F_A sind uns bereits bekannt, sodass wir sie direkt in unsere Gleichung für das Kräftegleichgewicht einsetzen können

$$F_G - F_A - F_R = 0$$

Die Gewichtskraft F_G entspricht dem Produkt aus der Masse m_K des Körpers und dem Ortsfaktor g. Die Masse der Kugel wiederum ist das Produkt aus dem Kugelvolumen V_K und der Kugeldichte ρ_K.

$$F_G = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_K \cdot g$$

Das Gewicht des verdrängten Flüssigkeitsvolumens berechnen wir mithilfe des Kugelvolumens V_K, der Dichte ρ_{fl} der Flüssigkeit und dem Ortsfaktor g und erhalten als Auftriebskraft der Kugel:

$$F_A = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{fl} \cdot g$$

► Nach dem Stokes-Gesetz berechnet sich die Reibungskraft F_R einer Kugel, die sich in einer ruhenden Flüssigkeit bewegt.

Nur die Reibungskraft F_R gibt uns Rätsel auf: des Rätsels Lösung finden wir durch das **Stokes-Gesetz: Bewegt sich eine Kugel des Radius r mit der Geschwindigkeit v in einer ruhenden Flüssigkeit mit der Viskosität η, so gilt für die Reibungskraft:**

$$F_R = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

Die Geschwindigkeit v der Kugel bestimmen wir mithilfe des Fallwegs Δs und der Fallzeit Δt:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Setzen wir diese drei Kräftegleichungen in unser Kräftegleichgewicht ein und lösen wir nach der Viskosität η auf, ergibt sich als Viskosität:

$$\eta = \frac{2 \cdot g \cdot r^2 \cdot (\rho_K - \rho_{fl})}{9 \cdot v}$$

Dieses Verfahren ist auch als **Viskositätsmessung nach dem Stokes-Gesetz** bekannt.

Hätten Sie's gewusst?

Viskosität bei der Blutkörperchen-Senkungsgeschwindigkeit

Eine medizinische Anwendung des Stokes-Gesetz ist die Messung der **Blutkörperchen-Senkungsgeschwindigkeit**: Die Erythrozyten einer Blutprobe sinken langsam ab, sodass sich ein Erythrozytenspiegel ausbildet. Dabei wird die Sedimentationsgeschwindigkeit gemessen, die Rückschlüsse auf den »Gesundheitszustand« unseres Bluts erlaubt. Bei Infektionen bilden die Erythrozyten Klumpen; da $v \sim r^2$ ist, erhöht sich die Senkungsgeschwindigkeit.

Die Viskosität aller Flüssigkeiten zeigt eine exponenzielle Temperaturabhängigkeit: Sie nimmt mit zunehmender Temperatur stark ab.

Außerdem verhalten sich nicht alle Flüssigkeiten so, wie wir es bis jetzt beschrieben haben. Flüssigkeiten, für die die Annahme, dass die Schubspannung über eine von der Geschwindigkeit unabhängige Konstante mit dem Geschwindigkeitsgradienten verknüpft ist gilt, nennt man **Newtonsche Flüssigkeiten**. Somit gilt die Berechnung des Stokesschen Kugelfallexperimentes eben nur in Newtonschen Flüssigkeiten.

► Berechnung nach Stokes gilt nur in Newtonschen Flüssigkeiten; Blut gehört zu den Nicht-Newtonschen Flüssigkeiten.

Sobald dieser lineare Zusammenhang nicht mehr gilt, spricht man von einer **Nicht-Newtonschen Flüssigkeit.** Unser Blut ist z. B. eine Nicht-Newtonsche Flüssigkeit. Wir werden etwas später nochmals auf diese Unterscheidung zurückkommen.

Hätten Sie's gewusst?

Was macht das Blut viskos?

Das Blut besteht aus Blutplasma und Blutzellen. Das Blutplasma, das näherungsweise als physiologische Kochsalzlösung (9 g auf 1 l) beschrieben werden kann, entspricht in seiner Zusammensetzung dem Interstititum (Ausnahme: Die Proteinkonzentration ist im Blutplasma höher). Interstitium und Plasma sind Flüssigkeiten, die außerhalb der Zellen liegen, sodass sie zusammen den Extrazellulärraum bilden. Die Viskosität des Plasmas hängt von der Konzentration der Plasmaproteine ab, die im Blut vielfältige Funktionen übernehmen: Sie transportieren hydrophobe Moleküle, haben Pufferfunktion und unterstützen sowohl die Blutgerinnung als auch die Abwehrfunktion.

Zu den Blutzellen werden die Erythrozyten, Leukozyten und Thrombozyten sowie deren Differenzierungen gezählt. Sie bestimmen den Hämatokrit des Bluts, der anzeigt, welchen relativen Anteil die Blutzellen am Gesamtvolumen des Bluts haben. Dabei spielen insbesondere die Erythrozyten eine große Rolle, da diese am häufigsten im Blut vorkommen, sodass häufig auch der Erythrokrit bestimmt wird.

Im Gegensatz zu einer Flüssigkeit mit Newton-Fließverhalten, deren Viskosität nur von der Temperatur abhängt, handelt es sich bei Blut um eine Flüssigkeit mit Nicht-Newton-Fließverhalten, da seine Viskosität von vielen weiteren Faktoren abhängig ist:

- Wenn der Hämatokrit größer wird, steigt auch die Viskosität an.
- Die Viskosität nimmt auch bei langsamer Strömungsgeschwindigkeit zu, da sich die Erythrozyten geldrollenartig aufreihen. Dieses Verhalten der Erythrozyten wird Aggregation genannt und ist reversibel.

▼

- Der Fahraeus-Lindquist-Effekt beschreibt, dass die Viskosität des Bluts auch vom Gefäßdurchmesser abhängt, was auf der Deformierbarkeit der Erythrozyten beruht: Kapillaren mit einem Innendurchmesser zwischen 5 und 8 µm weisen einen sehr niedrigen Wert für die Blutviskosität auf, da die Erythrozyten aufgrund ihrer Verformbarkeit in der Mitte der Blutströmung »schwimmen«, sodass um sie herum am Gefäßrand eine zellarme Strömung entsteht, die die Reibung minimiert. Bei kleineren Gefäßen nimmt die Viskosität wiederum zu, da der Platz nur für die Erythrozyten ausreicht und sich keine Schmierschicht mehr um die Erythrozyten bilden kann. In größeren Gefäßen erhöht sich die Viskosität, weil die Erythrozyten nicht mehr nur nacheinander, sondern auch nebeneinander »schwimmen« können, was die Reibung natürlich erhöht.

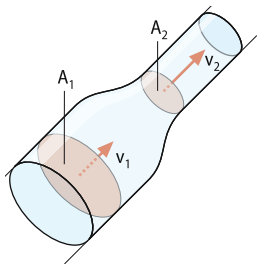


Abb. 3.40. Die Volumenstromstärke muss an allen Stellen einer unverzweigten Strömung gleich groß sein

Einfache Strömungsgesetze

Nachdem wir uns mit dem allgemeinen Strömungsverhalten von Flüssigkeiten und deren Eigenschaften beschäftigt haben, können wir uns nun ganz dem Stromfluss an sich zuwenden.

Die Volumenstromstärke I ist definiert als das pro Zeiteinheit Δt transportierte Volumen ΔV:

$$I=\Delta V/\Delta t$$

Ihre Einheit ist $[I]=m^3/s$. Es besteht aber auch ein Zusammenhang zwischen der Volumenstromstärke I und dem Produkt aus der Querschnittsfläche A und der Strömungsgeschwindigkeit v. Denn das transportierte Volumen ΔV kann auch geschrieben werden als das Produkt aus der Querschnittsfläche A und der in der Zeit Δt zurückgelegten Strecke Δs. Anders zusammengefasst ergibt dies dann:

$$I=(A\cdot\Delta s)/\Delta t=A\cdot(\Delta s/\Delta t)=A\cdot v$$

► Kontinuitätsgleichung: Bei inkompressiblen Fluiden ist die Volumenstromstärke überall gleich

Unter der **Kontinuitätsgleichung** verstehen wir die Tatsache, dass die Volumenstromstärke I bei einer Änderung der Querschnittsfläche A konstant bleibt, während sich die mittlere Strömungsgeschwindigkeit verändert (Abb. 3.40).

Unterscheiden sich zwei Stellen in ihren Querschnittsflächen A_1 und A_2, so verhalten sich ihre Strömungsgeschwindigkeiten v_1 und v_2 folgendermaßen:

$$A_1\cdot v_1=A_2\cdot v_2$$

► Die Strömungsgeschwindigkeit v ändert sich je nach Querschnitt A:
A↓→v↑; A↑→v↓

Verkleinert sich der Querschnitt, so nimmt die Strömungsgeschwindigkeit zu, vergrößert sich der Querschnitt, so nimmt die Strömungsgeschwindigkeit ab.

Hagen-Poisseuillesches Gesetz und Ohmsches Gesetz

Das Hagen-Poisseuillesche Gesetz beschreibt eine laminare Strömung durch eine Kapillare oder Röhre mit kreisförmigem Querschnitt. Die Volumenstromstärke I ist der vierten Potenz des Kapillarradius r und der Druckdifferenz Δp direkt proportional, ebenso wie der Viskosität η, und der Kapillarlänge l umgekehrt proportional.

$$I=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{\pi\cdot r^4\cdot\Delta p}{8\cdot\eta\cdot l}$$

► Nur bei Newtonschen Flüssigkeiten stehen Volumenstromstärke I und Druckdifferenz Δp in einem linearen Zusammenhang (gilt also nicht für Blut).

Bei konstanter Kapillargeometrie (r und l) und konstanter Viskosität besteht zwischen der Volumenstromstärke I und der Druckdifferenz Δp ein linearer Zusammenhang, der im Stromstärke-Druckdifferenz-Diagramm (Abb. 3.41) dargestellt ist. Aber nur Newtonsche Flüssigkeiten zeigen diese lineare Abhängigkeit. Für Nicht-Newtonsche Flüssigkeiten, z. B. das menschliche Blut, erhält man

keinen linearen Zusammenhang. An diesem Beispiel kann man sich den Begriff der **Newtonschen Flüssigkeit** sicherlich besser merken.

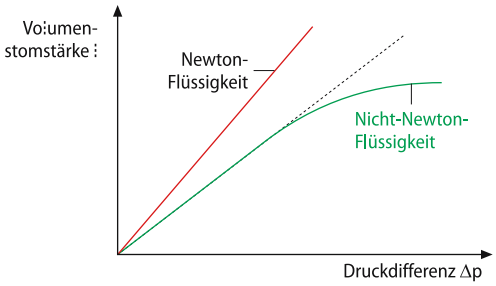


Abb. 3.41. Stromstärke-Druckdifferenzdiagramm für Newtonsche und Nicht-Newtonsche Flüssigkeiten

Aber widmen wir uns lieber wieder der linearen Abhängigkeit zwischen der Volumenstromstärke I und der Druckdifferenz Δp bei einer Newtonschen Flüssigkeit und betrachten wir sie analog zum linearen Zusammenhang zwischen der Ladungsströmung I und der Spannung U, der durch das Ohmsche Gesetz der Elektrizitätslehre beschrieben wird (▶ Kap. 5).

► Volumenstromstärke I und Druckdifferenz Δp in Newtonschen Flüssigkeiten verhalten sich analog zur Ladungsströmung I und der Spannung U eines elektrischen Stroms.

Flüssigkeitsströmung nach Hagen-Poiseuille, Volumenstrom aufgrund einer Druckdifferenz:

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot \Delta p$$

Elektrischer Strom nach Ohm, Ladungsstrom aufgrund einer Potenzialdifferenz:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{1}{R} \cdot U$$

Aufgrund dieser Analogie definieren wir auch in der Hydrodynamik den Strömungswiderstand R einer Strömung mithilfe des Ohmschen Gesetzes:

$$R = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\pi \cdot r^4}$$

Die Einheit des Strömungswiderstandes ergibt sich zu $[R]=Pa \cdot s \cdot m^{-3}$.

► Der Strömungswiderstand R berechnet sich nach dem Ohmschen Gesetz: R ist umgekehrt proportional der vierten Potenz des Radius!

Der Strömungswiderstand ist der vierten Potenz des Radius umgekehrt proportional. Es lohnt sich, sich dieses kleine Detail gut einzuprägen, da es zum einen für das persönliche Verständnis, zum anderen für die Prüfung von großer Bedeutung ist – es gibt dazu viele schöne Klausur- und Physikumsfragen.

Wie in der Elektrizitätslehre wird der Kehrwert des Widerstandes als **Leitwert G** bezeichnet:

$$G = \frac{1}{R}$$

Dank des Ohmschen Gesetzes haben wir endlich auch eine Definition, mit der wir zwischen einer Newtonschen und einer Nicht-Newtonschen Flüssigkeit unterscheiden können: **Eine Flüssigkeit wird als Newtonsche Flüssigkeit bezeichnet, wenn sie dem Ohmschen Gesetz der Hydrodynamik folgt. Erfüllt sie das Ohmsche Gesetz der Hydrodynamik nicht, handelt es sich um eine Nicht-Newtonsche Flüssigkeit.**

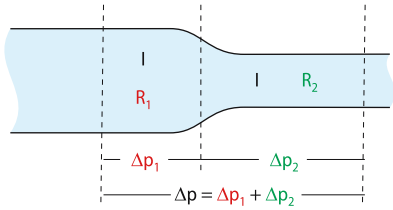
Es gibt noch eine **weitere Parallele zur Elektrizitätslehre**: Werden Röhren verschiedener Durchmesser und Längen miteinander verbunden, erhalten wir ein Netzwerk aus seriell und parallel ge-

► Kirchhoffsche Gesetze gelten für Strömungswiderstände

► Serienschaltung von Strömungswiderständen: Die Widerstände addieren sich!

schalteten Strömungswiderständen. Für die Serien- und Parallelschaltung von elektrischen Widerständen sind die Kirchhoffschen Gesetze formuliert, die wir hier analog übernehmen können:

Für die Serienschaltung von Strömungswiderständen, wie in der folgenden ◘ Abb. 3.42 dargestellt, gilt:



◘ **Abb. 3.42.** Serienschaltung von Strömungswiderständen

- Die Volumenstromstärke I ist in allen Abschnitten des unverzweigten Röhrensystems konstant – wo soll sie denn auch hin (Kontinuitätsgleichung)?
  $I_1=I_2= \ldots =I_n=I$
- An den einzelnen Abschnitten ergeben sich somit die Druckdifferenzen
  $\Delta p_1=R_1 \cdot I$
  $\Delta p_2=R_2 \cdot I$, usw.

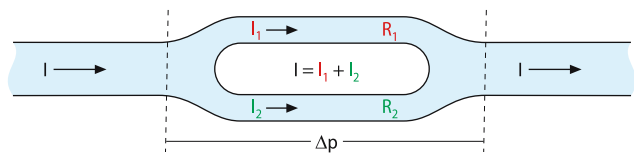
Die gesamte Druckdifferenz Δp_{gesamt} ist natürlich die Summe aus den Druckdifferenzen aller in Serie geschalteter Röhren.

$\Delta p_{gesamt}=\Delta p_1+\Delta p_2+ \ldots +\Delta p_n=(R_1+R_2+ \ldots +R_n) \cdot I$

► Parallelschaltung von Strömungswiderständen: Die Leitwerte addieren sich (Leitwert = Kehrwert des Widerstandes

- Der Gesamtströmungswiderstand R_{gesamt} wird also berechnet, indem man die Strömungswiderstände aller in Serie geschalteter Röhren addiert.
  $R_{gesamt} =R_1+R_2+ \ldots +R_n$

Für die Parallelschaltung von Strömungswiderständen erhält man (◘ Abb. 3.43):



◘ **Abb. 3.43.** Parallelschaltung von Strömungswiderständen

- An einer Verzweigungsstelle ist die Summe der ankommenden Volumenströme gleich groß wie die Summe der abfließenden Volumenströme (1. Kirchhoffsches Gesetz)
  $I_{gesamt}=I_1+I_2+ \ldots +I_n$
  Dass sich die Volumenstromstärke in einem parallel geschalteten Röhrensystem aufteilt, können wir uns auch als eine Art Weggabelung vorstellen: Der Volumenstrom hat nun die Qual der Wahl, welchen Weg er einschlagen möchte. Da er sich nicht entscheiden kann, nimmt ein Teil den einen Weg, ein anderer den anderen, sodass die Summe der einzelnen Volumenströme immer noch dem Volumenstrom vor der Weggabelung entspricht.
- Die Druckdifferenz Δp, die entlang der parallel geschalteten Röhren auftritt, ist an allen Strömungswiderständen gleich groß (2. Kirchhoffsches Gesetz).
  $\Delta p_1=\Delta p_2= \ldots =\Delta p_n=\Delta p_{gesamt}$

  Für die einzelnen Ströme durch die Widerstände erhalten wir hier:
  $I_1=\Delta p/R_1$
  $I_2=\Delta p/R_2$, usw.

- In einem parallel geschalteten Röhrensystem verhalten sich die Volumenstromstärken umgekehrt wie die Strömungswiderstände:
  $I_1/I_2=R_2/R_1$
- Und für den Gesamtstrom ergibt sich:
  $I=(1/R_1+1/R_2+\ldots)\Delta p$
  woraus man den Gesamtströmungswiderstand R_{gesamt} ablesen kann:
  $1/R_{gesamt}=1/R_1+1/R_2+\ldots+1/R_n$

Hätten wir die Betrachtung der Parallelschaltung nicht für die Widerstände durchgeführt, sondern den Strömungsleitwert G verwendet, hätten wir Folgendes erhalten: Bei einem parallel geschalteten Röhrensystem addieren sich die Strömungsleitwerte der einzelnen Röhrenabschnitte zum Gesamtströmungsleitwert:

$$G_{gesamt}=G_1+G_2+\ldots+G_n$$

Hätten Sie's gewusst?

Auch Blutgefäße leisten Widerstand

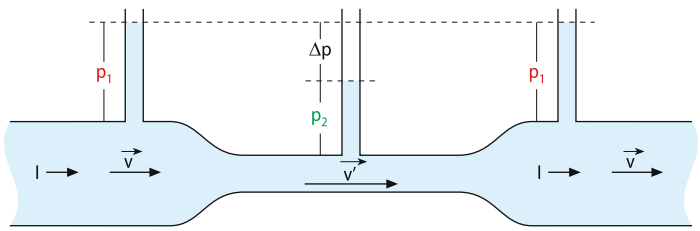
Wir können unser Kreislaufsystem mit all seinen Gefäßen näherungsweise als Netzwerk vieler in Serie oder in Reihe geschalteter Röhren ansehen, von denen jede Röhre auch ihren eigenen Strömungswiderstand hat. Herznah befinden sich Druckgefäße, die sich in der Systole aufdehnen und einen Teil des aus dem Herzen ausgeworfenen Blutvolumens auffangen, um in der Diastole dieses Volumen wieder langsam abzugeben. Hier sind die Blutgefäße hauptsächlich in Serie geschaltet, da dieses Gefäßsystem eine Transportfunktion einnimmt.

In Richtung Peripherie kommen immer mehr Widerstandsgefäße zum Einsatz und die Gefäße zweigen sich unzählige Male auf, damit im Gewebe zwischen der Kapillare und der Zelle oder zwischen der Kapillare und dem Interstitium ein reger Austausch stattfinden kann. Besonders interessant ist die Tatsache, dass unsere Blutgefäße ihren Widerstand selbst steuern und somit die Durchblutung der nachgeschalteten Gefäßsysteme regulieren können. Da kann man nur rufen: Ein Hoch auf die Widerstandskämpfer!

Hydrodynamisches Paradoxon

Zum Abschluss dieses Kapitels befassen wir uns mit dem so genannten **hydrodynamischen Paradoxon**. Stellen wir uns vor, dass wir in unserem gedanklichen Versuch mit einer idealen Flüssigkeit arbeiten, die inkompressibel und reibungsfrei mit der Geschwindigkeit v_1 durch ein Rohr mit konstantem Radius fließt. Die Flüssigkeit strömt somit nicht aufgrund einer Druckdifferenz, sondern ausschließlich aufgrund ihrer kinetischen Energie. Ihre Volumenstromstärke wird durch die Gleichung $I=\Delta V/\Delta t=A\cdot v$ beschrieben.

Wird die Strömung unserer idealen Flüssigkeit doch einmal wie in ◘ Abb. 3.44 durch eine Engstelle behindert, erhöht sie an der Engstelle ihre Geschwindigkeit auf den Wert v_2 und hat gleichzeitig auch eine höhere kinetische Energie. Ist die Engstelle überwunden, beträgt die Geschwindigkeit wieder v_1 und die kinetische Energie reduziert sich auf ihren Ausgangswert.



◘ **Abb. 3.44.** Hydrodynamisches Paradoxon

► Fließt eine ideale Flüssigkeit durch eine Engstelle, so ist dort der Druck geringer als vor und nach der Engstelle

► Durch die Druckdifferenz wird die Flüssigkeit beschleunigt.

Das Verblüffende und Paradoxe daran ist, dass der Druck p_2 an der Engstelle kleiner ist als der Druck p_1 vor und nach der Engstelle. Die Druckdifferenz Δp ist für die Beschleunigung der Flüssigkeit verantwortlich, durch die die Volumenarbeit W verrichtet und die kinetische Energie ΔE hinzugewonnen wird:
Die Volumenarbeit W entspricht dem Produkt aus der Druckdifferenz Δp und dem Volumen V:

$$W=\Delta p \cdot V$$

Die kinetische Energie wird mithilfe der Masse m und der Geschwindigkeit v berechnet:

$$E_{kin}=1/2 \cdot m \cdot v^2$$

Daraus ergibt sich für die Änderung der kinetischen Energie ΔE:

$$\Delta E=1/2 \cdot \rho \cdot v_2^2-1/2 \cdot \rho \cdot v_1^2$$

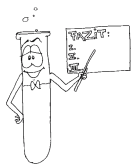
Aufgrund des Energieerhaltungssatzes können wir die beiden Gleichungen gleichsetzen und erhalten schließlich die **Gleichung von Bernoulli:**

$$1/2 \cdot \rho \cdot v_2^2+p_2=1/2 \cdot \rho \cdot v_1^2+p_1$$

Wir können die Gleichung von Bernoulli auch allgemein formulieren:

Dynamischer Druck+Statischer Druck = Gesamtdruck = konstant

$$1/2 \cdot \rho \cdot v^2+p=\text{konstant}$$



kurz & knapp

1) Druck

- p=F/A mit der Einheit: 1 N m^{-2}=1 Pa; dabei ist p: Druck, F: Kraft, A: Angriffsfläche
- 1 bar=10^5 Pa; 1 Torr=1 mmHg=133 Pa
- In einem geschlossenen Gefäß werden der Stempeldruck und der Schweredruck der Flüssigkeit addiert, woraus der Gesamtdruck auf die Gefäßwand resultiert:
  - Stempeldruck: An allen Stellen der Gefäßwand wirkt derselbe Stempeldruck.
  - Schweredruck steigt mit zunehmender Tiefe im Wasser linear, in der Luft exponenziell an. Ursache: Das Eigengewicht der höheren Schichten drückt auf die unteren Schichten. p (h)=ρ · g · h
- Volumenarbeit: W=p · V; Einheit: Nm
- Auftrieb: Die Auftriebskraft eines Körpers entspricht der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit.

2) Elastizität

- Elastische Verformung sind reversibel
- Hookesches Gesetz: linearer Zusammenhang zwischen Spannung und relativer Längenänderung: $\sigma=E \cdot (\Delta l/l_o)$
- Ab der Elastizitätsgrenze erfolgt eine plastische Verformung, diese ist irreversibel.
- Bis zur Bruch- oder Zerreißgrenze ist eine große Verformbarkeit bei geringer Krafteinwirkung möglich.

▼

3) Kräfte an Grenzflächen

- Kohäsion: zwischenmolekulare Kräfte zwischen Molekülen desselben Stoffs
- Adhäsion: zwischenmolekulare Kräfte zwischen Molekülen unterschiedlicher Stoffe
- Oberflächenspannung: $\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta A}$
- Steighöhe der Kapillarwirkung: $h = \frac{2\sigma}{r \cdot g \cdot \rho}$

4) Strömung (Tab. 3.3)

- Strömungsverhalten: stationär, nicht stationär, laminar, turbulent
- Kritische Geschwindigkeit: $V_{krit} = \frac{Re \cdot \acute{\eta}}{\rho \cdot r}$
- Reynoldszahl: $Re = \frac{\rho \cdot v \cdot l_{charakt}}{\acute{\eta}}$
- Stokes-Gesetz: $Fr = 6\,\pi \cdot \acute{\eta} \cdot r \cdot v$
- Viskosität: $\acute{\eta} = \sigma \cdot \frac{\Delta x}{\Delta v}$
- Volumenstromstärke: $I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot \Delta p}{8 \cdot \acute{\eta} \cdot l}$
- Strömungswiderstand: $R = \frac{\Delta p}{I} = \frac{8 \cdot l \cdot \acute{\eta}}{\pi \cdot r^4}$
- Gleichung von Bernoulli: $\frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1$
- Dynamischer Druck (also $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$)+Statischer Druck (also p)= Gesamtdruck = konstant

Tab. 3.3. Parameter In Serien- und Parallelschaltung von Widerständen

	Serienschaltung von Strömungswiderständen	Parallelschaltung von Strömungswiderständen
Volumenstromstärke I	$I_1=I_2=\ldots=I_n=I_{gesamt}$	$I=I_1+I_2+\ldots+I_n = \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\ldots+\frac{1}{R_n}\right)\cdot\Delta p = \frac{\Delta p}{R_{gesamt}}$
Druckdifferenz Δp	$\Delta p_{gesamt}=\Delta p_1+\Delta p_2+\ldots+\Delta p_n = (R_1+R_2+\ldots+R_n)\cdot I$	$\Delta p_{gesamt}=\Delta p_1=\Delta p_2=\ldots=\Delta p_n$
Strömungswiderstand R	$R_{gesamt}=R_1+R_2+\ldots+R_n$	$\frac{1}{R_{gesamt}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\ldots+\frac{1}{R_n}$

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 Die Gehörknöchelchen des Mittelohrs übertragen den Schall von einem luftgefüllten Außenmedium auf das flüssigkeitsgefüllte Innenohr, sodass eigentlich die Schallenergie reflektiert werden würde. Durch die so genannte Impedanzanpassung wird die Schallreflexion von fast 100% auf etwa ein Drittel reduziert, indem zum einen das Flächenverhältnis zwischen Trommelfell und ovalem Fenster günstig ist, zum anderen die Kraft durch die Hebelwirkung der Gehörknöchelchen erhöht wird. Um welchen Faktor wird der Druck gesteigert, wenn man nur das Flächenverhältnis bei gleichbleibender Kraft betrachtet? (Angaben: Fläche des Trommelfells: 90 mm²; Fläche des ovalen Fensters: 3 mm²)

Aufgabe 1

Lösung 1 Ausgangspunkt für die Lösung dieser Aufgabe ist die Tatsache, dass gilt: $p = \frac{F}{A}$. Somit wirken am Trommelfell und am ovalen Fenster folgende Druckwerte:

- Am Trommelfell: $p_1=F_1/A_1$ mit A=90 mm²
- Am ovalen Fenster $p_2=F_2/A_2$ mit A=3 mm²

Da in der Angabe steht, dass ausschließlich die Veränderung der Fläche berücksichtigt werden soll, können die Gleichungen nach F ausgelöst und gleichgesetzt werden:

$$F_1 = p_1 \cdot A_1 \text{ und } F_2 = p_2 \cdot A_2$$

Laut Angabe ist anzunehmen: $F_1=F_2=F$, also folgt:

$$p_1 \cdot A_1 = p_2 \cdot A_2$$

In der Aufgabe wird nach dem Druckverhältnis gefragt; also ergibt sich nach Umformung und Einsetzen der Zahlenwerte für A folgende Lösung:

$$P_1/P_2=3\ mm^2/90\ mm^2=1/30$$

Der Druck am ovalen Fenster ist 30-mal größer als am Trommelfell.

Aufgabe 2

Aufgabe 2 Ein Rohr mit der kreisförmigen Querschnittsfläche A_1 (Durchmesser: $d_1=6$ cm) hat eine Einengung mit der kreisförmigen Querschnittsfläche A_2 (Durchmesser: $d_2=4$ cm). Wie verändert sich die Strömungsgeschwindigkeit an der Engstelle, wenn die Strömungsgeschwindigkeit vor der Einengung 10 cm s^{-1} betrug, und welchen Wert nimmt sie an?

Lösung 2 Die Kontinuitätsgleichung bildet die Grundlage unserer Lösung:

$$I=V/\Delta t=A \cdot v$$

Für unsere Aufgabe gilt also: $A_1 \cdot v_1=A_2 \cdot v_2$
Da nach der Strömungsgeschwindigkeit v_2 gefragt ist, formen wir die Gleichung folgendermaßen zur Lösungsgleichung um:

$$v_2=(A_1 \cdot v_1)/A_2$$

Zur Erinnerung: Die Zahlenangaben lauteten:

- $d_1=6$ cm
- $d_2=4$ cm
- $v_1=10$ cm s^{-1}

Da es sich um eine kreisförmige Querschnittsfläche handelt, gilt:

$$A=\pi \cdot r^2$$

Mithilfe dieser Formel können wir A_1 und A_2 berechnen:

$$A_1=9 \cdot \pi \cdot cm^2 \approx 28{,}27\ cm^2$$
$$A_2=4 \cdot \pi \cdot cm^2 \approx 12{,}57\ cm^2$$

Und somit: $v_2=22{,}5$ cm s^{-1}

Die Strömungsgeschwindigkeit vergrößert sich an der Engstelle auf 22,5 cm s^{-1}.

Aufgabe 3

Aufgabe 3 Bei einem Patienten wird eine Verengung der A. carotis communis festgestellt. Der Durchmesser der Arterie beträgt nur noch 90% des ursprünglichen Durchmessers. Wie verändert sich der Strömungswiderstand im Vergleich zum Strömungswiderstand ohne Einengung?

Lösung 3 Wenn der aktuelle Durchmesser d_2 nur noch 90% des ursprünglichen Durchmessers d_1 beträgt, so lässt sich diese Aussage auch auf den Radius übertragen. Es gilt:

$$r_2=0{,}9 \cdot r_1$$

Der Strömungswiderstand ist umgekehrt proportional zur 4. Potenz des Radius, was auf folgender Formel basiert:

$$R = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\pi \cdot r^4}$$

Da die anderen Größen in dieser Aufgabe als konstant angesehen werden können, vereinfachen wir zu:

$$R/r^4=\text{konst}$$

Wir setzen unsere Werte ein:

$$R_1/r_1^4=R_2/r_2^4$$
$$R_2=R_1\,(r_2^4/r_1^4)$$
$$R_2=R_1 \cdot 1{,}524$$

Der Strömungswiderstand vergrößert sich durch die Verengung auf das 1,5-fache des ursprünglichen Strömungswiderstandes.

Alles klar!

Blutdruckmessung – turbulente und laminare Strömung des Bluts

Riva-Rocci hat mit seinem Kompressionsverfahren 1896 eine palpatorische Methode zur indirekten, also unblutigen, Messung des Blutdrucks entwickelt, die 1905 von Korotkow durch eine auskultatorische Bestimmung ergänzt und verbessert wurde. Der Riva-Rocci-Apparat besteht aus einer aufpumpbaren (Oberarm-)Manschette, einer Pumpe, einem Druckventil und einem Quecksilber- oder Membranmanometer (Abb. 3.45).

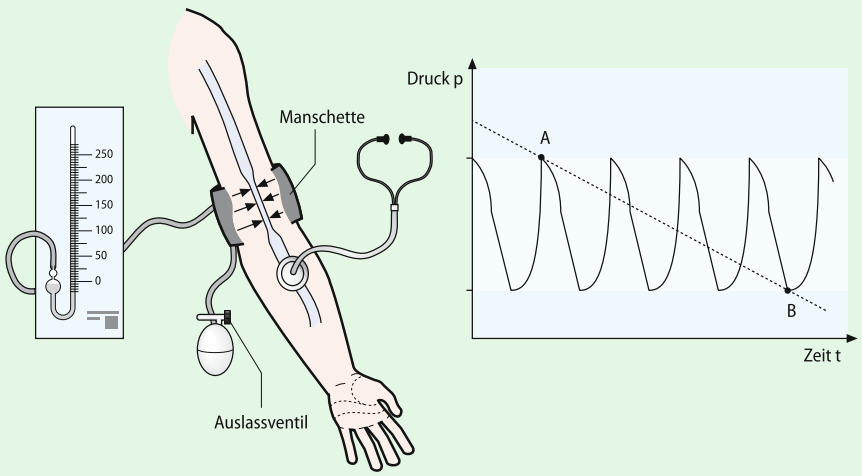


Abb. 3.45. Blutdruckmessung nach Riva-Rocci

Nachdem die Manschette (meistens am Oberarm) angelegt worden ist, wird sie solange aufgepumpt, bis der Manschettendruck (Abbildung: gestrichelte Linie) höher als der arterielle Blutdruck ist, sodass die A. brachialis komprimiert und der Blutstrom an dieser Stelle unterbrochen wird. Erst wenn der Druck durch Öffnen des Ventils langsam auf den Wert A absinkt, wird die durch die Stauung etwas verformte A. brachialis teilweise von Blut durchströmt, das aber durch die erhöhte Strömungsgeschwindigkeit an der Einengung der Arterie nicht laminar, sondern turbulent fließt. Diese Turbulenzen können als Korotkow-Geräusche auskultatorisch mit dem Stethoskop in der Ellenbeuge abgehört werden.

Den Wert A, an dem zum ersten Mal die Turbulenzen hörbar werden, bezeichnen wir als systolischen Druck. Die Korotkow-Geräusche werden bei abnehmendem Manschettendruck zunächst

▼

lauter, erreichen manchmal ein konstantes Niveau oder werden wieder leiser. Nach Unterschreiten des Werts B ist die A. brachialis wieder vollständig geöffnet, sodass das Blut laminar strömen kann. Folglich werden die Geräusche rasch schwächer und verstummen schließlich ganz. Dieser Wert ist der diastolische Druck.

Um Fehlmessungen zu vermeiden, müssen folgende Standards eingehalten werden: Die Manschettenbreite muss richtig gewählt werden. Bei Übergewichtigen und bei Messung am Bein sind breitere Manschetten nötig, da ansonsten der Blutdruck als zu hoch bestimmt wird. Bei Kindern sind kleinere Manschetten das Mittel der Wahl, da andernfalls der Blutdruck zu niedrig gemessen wird. Außerdem spielt das Eigengewicht des Bluts eine große Rolle. Die Messung sollte immer auf Herzhöhe gemessen werden. Bei herunterhängendem Arm wird der Blutdruck zu hoch eingeschätzt, da eine größere Blutsäule auf ihm »lastet«, bei hochgelagertem Arm ist die Blutsäule kleiner und die Blutdruckmessung ergibt einen zu niedrigen Wert.

Ein besonderes Phänomen stellt die so genannte auskultatorische Lücke dar, die bei ungefähr jedem zwanzigsten Menschen mit normalem Blutdruck auftritt: Oberhalb des diastolischen Werts führt eine zufällig entstandene laminare Strömung zu einer Unterbrechung der Korotkow-Geräusche. Nach weiterem Druckabfall können diese wieder wahrgenommen werden, bis sie bei Erreichen des diastolischen Werts endgültig erlöschen. Wird die auskultatorische Lücke bereits als diastolischer Wert interpretiert, wird ein zu hoher diastolischer Wert ermittelt.

3.3 Mechanische Schwingungen und Wellen

Simon Sachs

- Mechanische Schwingungen
  - Ungedämpfte Schwingung
  - Gedämpfte Schwingung
  - Erzwungene Schwingung – Resonanz
- Wellen
  - Einfache eindimensionale Welle
  - Zwei- und dreidimensionale Welle
  - Wellenausbreitung mit Hindernissen – **Huygenssches Prinzip**
  - Dopplereffekt
  - Interferenz
  - Stehende Wellen
- Schall und Ultraschall
  - Hörschall
  - Ultraschall

Wie jetzt?

Ultraschallbilder

Die meisten von uns haben sicherlich schon einmal eine Ultraschallaufnahme eines ungeborenen Kindes gesehen. Wenn nicht, hier ist eine (▫ Abb. 3.46).

▼

Abb. 3.46. Ultraschallaufnahme des Kopfs eines ungeborenen Kindes

Neben dem ersten »Bild« für die werdende Mutter und den diagnostischen Möglichkeiten für den Arzt stellt sich die Frage: Wie kommt so ein Bild eigentlich zustande und was ist das eigentlich: Ultraschall?

Der menschliche Körper verfügt über zahlreiche Vorgänge, die sich ständig periodisch wiederholen. Beispiele sind Atmung oder Herzschlag. Charakteristisch dabei ist, dass zwar eine Bewegung ausgeführt wird, sich aber nichts von der Stelle bewegt. Die Ausgangsposition wird immer wieder erreicht. In solch einem Fall sprechen wir von einer **Schwingung**.

► Schwingung = Bewegung, ohne dass sich etwas von der Stelle bewegt

Darüber hinaus ist es möglich, durch gekoppelte Schwingungen Energie von einem Ort zu einem anderen zu transportieren, ohne dass Materie dabei ihren Platz verlässt, dann handelt es sich um eine **Welle**. Das bekannteste Beispiel dafür ist eine Wasserwelle, die durch Energie durchaus in der Lage ist, einen Strandbesucher umzuwerfen.

► Welle = Energieübertragung von einem Platz zum anderen, ohne dass Materie transportiert wird

Viele unserer Sinneswahrnehmungen basieren auf Wellen: Durch **Schallwellen** wird das Trommelfell in Schwingungen versetzt, unsere Augen nehmen **Lichtwellen** wahr. Auch Wärmestrahlung und **elektromagnetische Wellen** sind Teil unserer natürlichen Umwelt, darüber hinaus sind sie Grundlage für viele technische Geräte, z. B. für die Unterhaltungselektronik, nicht zuletzt aber auch für medizinische Diagnoseverfahren.

Es ist also überaus lohnenswert, sich einen Überblick über die gemeinsamen physikalischen Grundlagen von Schwingungen und Wellen zu verschaffen, um damit sowohl den menschlichen Körper als auch Natur und Technik besser zu verstehen.

3.3.1 Mechanische Schwingungen

Charakteristisch für Schwingungssyteme ist die Existenz einer Ruhelage x_0 sowie einer rücktreibenden Kraft **F**, die dafür sorgt, dass das System nach einer Auslenkung immer wieder in die Ruhelage zurückkehrt, also eine periodische Bewegung ausführt. In der Realität sind Schwingungen gedämpft, d. h. sie verlieren Energie durch Reibung und andere Effekte. Auf diese Weise wird die Amplitude (Auslenkung) der Schwingung kontinuierlich kleiner, bis sie ganz zum Erliegen kommt.

► Eine Schwingung ist eine periodische Bewegung um eine Ruhelage.

Zur Einführung wollen wir jedoch eine ungedämpfte Schwingung betrachten.

Die ungedämpfte harmonische Schwingung

Beispiel Federpendel

Als Beispiel soll uns ein **Federpendel** mit der Masse m dienen (Abb. 3.47). Aus Kapitel 3.1 ist uns bereits das Hookesche Gesetz bekannt:

► Bei einer harmonischen Schwingung gilt für die rücktreibende Kraft das Hookesche Gesetz

$$F=-D \cdot x$$

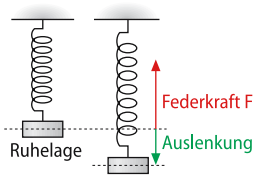


Abb. 3.47. Das Federpendel als Beispiel für eine harmonische Schwingung

D ist hier die Federkonstante und wir betrachten nur den Anteil von F in x-Richtung. Das Minus zeigt, dass die rücktreibende Kraft F immer entgegen der Auslenkung x gerichtet ist; sie treibt das Pendel zurück zu seiner Ausgangsposition. Aus Kapitel 3.1 kennen wir auch schon das zweite Newtonsche Axiom:

$$F = m \cdot a$$

Gleichsetzen ergibt:

$$a = -(D/m) \cdot x$$

Federkonstante D und Masse des Pendels m sind konstant für ein bestimmtes System, das wir betrachten. Also ist die Beschleunigung a der Auslenkung entgegengerichtet und proportional zu ihr.

Der Physiker erkennt nun sofort, dass wir es hier mit einer **Bewegungsgleichung** zu tun haben. Was heißt das denn für uns?

Erinnern wir uns daran, dass die **Beschleunigung** die zeitliche Änderung oder Ableitung der Geschwindigkeit ist, und diese wiederum die zeitliche Änderung oder Ableitung des Orts, so erhalten wir, dass die Beschleunigung die 2. Ableitung des Orts nach der Zeit ist:

$$\ddot{x} = a = \frac{D}{m} \cdot x$$

Die resultierende Gleichung ist, mathematisch gesprochen, eine Differenzialgleichung, die es zu lösen gilt, um die Bewegung, also den zeitlichen Verlauf des Orts, zu erhalten. Machen wir uns die Erfahrung der Mathematik zunutze, so wählt man zur Lösung den folgenden Ansatz für die Zeitabhängigkeit des Orts

$$x = x_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

► Die Frequenz der Schwingung ist der Kehrwert der Schwingungsdauer T: f=1/T.

x_{max} ist dabei die **maximale Amplitude**, die erreicht wird, wenn cos (ωt)=±1.

Die **Winkelgeschwindigkeit** ω haben wir bereits kennengelernt. Es gilt ω=2π/T, wobei T die **Schwingungsdauer** einer einzelnen Schwingung ist. Der Kehrwert f=1/T ist die Frequenz der Schwingung.

Einsetzen unseres Ansatzes ergibt:

$$(x_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t))'' + \frac{D}{m} \cdot x_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t) = 0$$

Wenden wir die Ableitregeln für den Cosinus an (► Kap. 1.3), erhalten wir

$$-\omega^2 \cdot x_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t) + \frac{D}{m} \cdot x_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t) = 0$$

Oder, wenn wir nun den Cosinus kürzen

$$-\omega^2 + \frac{D}{m} = 0$$

► Die Periodendauer eines Federpendels berechnet sich nur aus der schwingenden Masse m und der Federkonstanten D

Oder zu guter Letzt:

$$\omega^2 = \frac{D}{m}$$

Dieses Ergebnis diskutieren wir besser an der uns verständlicheren Größe der **Schwingungsdauer** T=2π/ω, also

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

Dieses Ergebnis lässt sich leicht physikalisch interpretieren: wählt man eine größere Masse oder eine kleinere Federkonstante, wird die Schwingungsdauer größer und umgekehrt. Die zugehörige Frequenz f=1/T nennt man **Eigenfrequenz** der Schwingung.

► Eigenfrequenz (Schwingung): f=1/T

Schauen wir uns nun den Ablauf einer Schwingung etwas genauer an. Mit unserem Ansatz $x = x_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ haben wir impliziert, dass die Schwingung in ihrem höchsten Punkt startet, denn aus t=0 folgt sofort cos(ωt)=cos(0)=1, was unsere Bedingung für ein Maximum war. Anschaulich lässt sich das so erklären, dass wir das Federpendel aus seiner Ruhelage auslenken, daraufhin beginnt es zu schwingen.

Maximalgeschwindigkeit des Pendels?

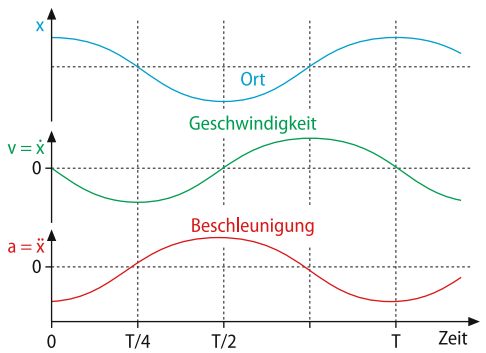
Interessant ist nun die Frage, an welcher Stelle das Pendel seine maximale Geschwindigkeit erreicht. Auch das können wir nach kurzer Überlegung aus unserem Ansatz ablesen: Die Geschwindigkeit ist die erste Ableitung des Orts nach der Zeit:

$$v = \dot{x} = -x_{max} \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Dieser Ausdruck wird genau dann maximal, wenn sin (ωt)=±1, also ωt=π/2 oder 3π/2. Aus T=2π/ω folgt: t=1/4 T bzw. 3/4 T. Das entspricht dem»Nulldurchgang« des Pendels, wenn es also seine Ruhelage passiert.

► Im Nullpunkt hat das Pendel die maximale Geschwindigkeit.

Auf die gleiche Weise kann man auch die Orte der minimalen Geschwindigkeit (t=0 und t=1/2 T) sowie der Maximal- und Minimalwerte der Beschleunigung ermitteln. Graphisch veranschaulicht wird dieser Schwingungsverlauf mit Auslenkung x, Geschwindigkeit $v = \dot{x}$ und Beschleunigung $a = \ddot{x}$ in Abhängigkeit von der Zeit t in der folgenden ◘ Abb. 3.48.



◘ **Abb. 3.48.** Zeitlicher Verlauf des Orts x, der Geschwindigkeit $v = \dot{x}$ und der Beschleunigung $a = \ddot{x}$ eines Pendels

Energiezustände des Pendels

Betrachten wir nun noch die Energiezustände, die das Pendel während einer Schwingung einnimmt. Wir hatten uns darauf geeinigt, dass unsere Schwingung am Punkt maximaler Auslenkung beginnt. Wir wissen aus der Behandlung des Hookeschen Gesetzes (► Kap. 3.1.7.2), dass die Arbeit, die erforderlich ist, um das Pendel dorthin zu bringen, $W=1/2 \cdot D \cdot x_{max}^2$ beträgt. Da sich das Pendel zu Beginn noch nicht bewegt, ist diese durch Arbeit erzeugte potenzielle Energie gleich der Gesamtenergie des Pendels zu diesem Zeitpunkt:

$$W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x_{max}^2$$

► Am Nullpunkt ist die potenzielle Energie 0, die kinetische Energie maximal.

Nun beginnt das Pendel zu schwingen, dabei nimmt die potenzielle Energie ab und dafür die kinetische Energie zu, weil die Geschwindigkeit, wie wir oben gezeigt haben, bis zum Nulldurchgang immer höher wird. **Im Nulldurchgang ist die potenzielle Energie 0, denn es gilt x=0.** Also ist die Energie des Pendels vollständig in kinetische Energie (► Kap. 3.1.7) umgewandelt worden (Energieerhaltungssatz):

$$W=1/2\ m\ v_{max}^2=1/2\ D\ x_{max}^2$$

► Am Punkt der maximalen Auslenkung liegt ausschließlich potenzielle Energie vor, die kinetische Energie ist 0.

Ist der Nulldurchgang durchschritten, beginnt der umgekehrte Prozess: Geschwindigkeit und kinetische Energie nehmen ab, das Pendel gewinnt stattdessen wieder potenzielle Energie, bis am Punkt der maximalen Auslenkung wieder ausschließlich potenzielle Energie vorliegt.

An jedem anderen Punkt gilt wegen der Energieerhaltung:

$$W_{gesamt}=W_{kin}+W_{pot}$$

Diese kontinuierliche Umwandlung verschiedener Energieformen ineinander ist ein weiteres charakteristisches Merkmal der Schwingung.

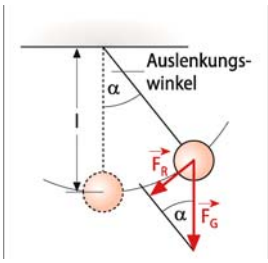


Abb. 3.49. Fadenpendel. Die rücktreibende Kraft F_R ist eine Komponente der Gewichtskraft F_G

Beispiel Fadenpendel

Ganz ähnliche Beziehungen ergeben sich bei der Betrachtung des **Fadenpendels**. Wir betrachten hier ein so genanntes mathematisches Pendel, dass aus einer punktförmigen Masse m, aufgehängt an einem masselosen Faden der Länge l, besteht. An Abb. 3.49 machen wir uns klar, welche rücktreibende Kraft **F** wir erhalten, wenn wir das Pendel um die Strecke x aus seiner Ruhelage auslenken. Für **kleine Auslenkungen**, also kleine Auslenkwinkel α gilt:

$$x=l \cdot \sin \alpha$$

Tatsächlich wirkt auf das Massestück die Gewichtskraft m **g**, die wir in verschiedene Komponenten zerlegen können. Die für uns relevante Komponente in Bewegungsrichtung lässt sich beschreiben als

$$\mathbf{F}=-m \cdot \mathbf{g} \cdot \sin \alpha$$
$$F=m \cdot (g/l) \cdot x$$

► Die Periodendauer eines Fadenpendels hängt ab von der Fadenlänge und der Erdbeschleunigung, nicht von der Masse m oder dem Auslenkwinkel.

Analog zum Federpendel gibt es also wieder eine Konstante, die die rücktreibende Kraft in Abhängigkeit von der Auslenkung bestimmt. Das ist hier nicht mehr D, sondern m g/l.

Nach gleicher Behandlung dieser Gleichung mit F=m×a erhält man für die Periodendauer T eines Fadenpendels:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Die Periodendauer eines Fadenpendels ist nur von der Länge und der Erdbeschleunigung g abhängig, nicht von der Masse m! Wir sehen: die Schwingungsdauer wird größer, je länger das Pendel ist. Die Schwingungsdauer ist jedoch nicht von der Masse m oder dem Auslenkwinkel φ abhängig, was sicher eine kleine Überraschung ist.

Hätten Sie's gewusst?

Pendel schwingen lassen

Einfach einmal ausprobieren! Nehmen Sie 2 gleich lange Bindfäden (ca. 1 m) und binden an den einen einen leichten Kaffeelöffel und an den anderen einen Esslöffel. Nun lassen Sie beide nebeneinander schwingen: die Schwingungen sollten synchron sein.

Die gedämpfte Schwingung

In der Realität kommen vollkommen ungedämpfte harmonische Schwingungen nicht vor, da immer Energieverluste auftreten, z. B. aufgrund von Reibungskräften (Dissipation). Deshalb bleibt die Amplitude der Schwingung im zeitlichen Verlauf nicht konstant, sondern nimmt kontinuierlich ab. Unsere Schwingungsdifferenzialgleichung müssen wir also um die Reibungskraft ergänzen. Nehmen wir einmal an, diese Reibungskraft ist von der Geschwindigkeit $v = \dot{x}$ abhängig:

► In der Realität kommen aufgrund der Reibungskräfte nur gedämpfte Schwingungen vor.

$$F_R = r \cdot v = r \cdot \dot{x}, \text{ dann gilt:}$$

$$m\ddot{x} + Dx + r\dot{x} = 0$$

r ist dabei der Reibungskoeffizient und wir sehen, dass die Reibungskraft in dieselbe Richtung wie Dx gerichtet ist, nämlich der Bewegung entgegen. Dies entspricht auch unserer Intuition, denn auch z. B. beim Fahrrad fahren wird die Vorwärtsbewegung durch Reibung gebremst.

► Die Reibungskraft ist entgegen der Bewegung gerichtet.

Zur Lösung dieser Differenzialgleichung bedienen wir uns wieder der Erfahrung der Mathematik, die uns einen Lösungsansatz vorgibt:

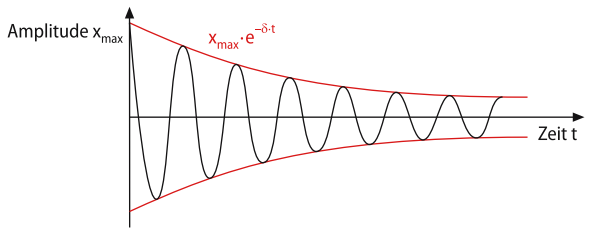
$$x(t) = x_{max} \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

δ nennt man den Dämpfungskoeffizienten $\delta = r/2 \cdot m$. **Der Dämpfungskoeffizient hängt von der Masse m und dem Reibungskoeffizienten r ab.** Für kleine Dämpfungskonstanten δ erhalten wir auch hier für die Periodendauer T des Pendels:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

Wo liegt nun der Unterschied zur ungedämpften Schwingung?

Der Exponenzialfaktor $e^{-\delta t}$ wird mit der maximalen Amplitude x_{max} zur zeitabhängigen Amplitude der Schwingung zusammengefasst. Man kann dies auch als »Hüllkurve« der gedämpften Schwingung interpretieren, wie in ◘ Abb. 3.50 dargestellt.



◘ **Abb. 3.50.** Amplitudenverlauf einer gedämpften Schwingung

Die Energie eines gedämpften Schwingungssystems bleibt im Gegensatz zum ungedämpften Fall natürlich nicht erhalten, denn durch die Reibungskraft wird dem System Energie entzogen, die dann z. B. für eine Erwärmung der Umgebung sorgt. Außerdem hatten wir oben hergeleitet, dass die Energie eines Pendels proportional zu seiner Amplitude ist und diese nimmt bei einem gedämpften System im Zeitverlauf ab. Setzen wir unser Ergebnis für die zeitabhängige Amplitude in die Formel für die Energie, $W = 1/2\ D\ x^2_{max}$, ein, erhalten wir sofort die zeitliche Abnahme der Energie des Federpendels:

► Bei einer gedämpften Schwingung nimmt die Amplitude und damit die Energie exponenziell mit der Zeit ab.

$$W(t) = 1/2\ D\ x^2_{max}\ e^{-2\delta t}$$

Erzwungene Schwingung und Resonanz

Im vorherigen Kapitel haben wir gesehen, dass die Energie eines gedämpften Systems mit der Zeit immer weiter abnimmt. **Möchte man die Schwingung weiter erhalten, muss man von außen mechanische Energie zuführen; dann sprechen wir von einer erzwungenen Schwingung.** Wir kennen dieses Phänomen alle noch aus unseren Kindertagen: beim Schaukeln muss man periodische Bewegungen des Oberkörpers und der Beine ausführen, wenn man in Bewegung bleiben will. Oder einfacher: man lässt sich von Mutti anschubsen.

Die exakte Beschreibung einer erzwungenen Schwingung ist recht aufwendig. Wir wollen es deshalb hier bei einer mehr betrachtenden Beschreibung belassen.

► Die Amplitude der erzwungenen Schwingung hängt ab von der Amplitude und Frequenz der treibenden Kraft.

Die Amplitude der erzwungenen Schwingung hängt dabei sicherlich nicht nur von der Amplitude der treibenden Kraft ab, sondern auch von der Frequenz, mit der die treibende Kraft versucht, die Schwingung zu unterstützen. Beim Schaukeln mussten wir unsere Bewegungen auch der Eigenbewegung der Schaukel anpassen, um so richtig hoch hinaus schaukeln zu können.

Es gibt also Frequenzbereiche, in denen die äußere Kraft das Schwingungssystem stärker anregt und solche, in denen weniger große Erfolge erzielt werden.

Abb. 3.51 zeigt uns, wie sich die Amplitude eines Systems verhält, wenn es mit unterschiedlichen Frequenzen f, aber immer gleicher Amplitude A_0 angeregt wird.

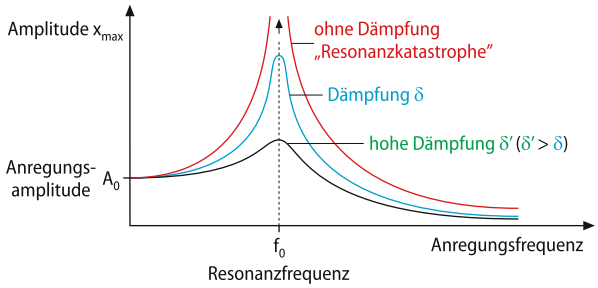


Abb. 3.51. Resonanzverhalten einer erzwungenen Schwingung

► Wird ein schwingungsfähiges System bei seiner Eigenfrequenz angeregt, erhält man die maximal mögliche Schwingungsamplitude. Man spricht dann von Resonanz und Resonanzfrequenz.

Man sieht, dass sich in der Nähe der **Eigenfrequenz $f_0=1/T$** des Systems, also der Frequenz, mit der das System ohne die äußere Anregung schwingen würde, ein stark ausgeprägtes Maximum bildet. Diesen Bereich bezeichnen wir als **Resonanzbereich.** Bei diesen Frequenzen ist eine viel größere Amplitude zu beobachten als in allen anderen Frequenzbereichen.

Die maximale Amplitude der erzwungenen Schwingung erhält man bei der **Resonanzfrequenz**. **Eine genaue Untersuchung zeigt: je größer die Dämpfung ist, desto weniger ausgeprägt, also kleiner, ist das Maximum und desto breiter wird der Resonanzbereich.**

Ein **Beispiel für Resonanz im Alltag** ist das berühmte Zerspringen eines Glases bei hohen Frequenzen. Dadurch wird das Glas in Schwingungen bei der Resonanzfrequenz und zersplittert durch die auftretenden Kräfte. Allerdings gelingt dies auf gar keinen Fall durch die menschliche Stimme, außer das Glas wäre speziell präpariert.

Steigt die Amplitude bei zu geringer Dämpfung derart an, dass es zur Zerstörung des Systems führt, spricht man von einer **Resonanzkatastrophe.**

3.3.2 Wellen

Einfache eindimensionale Wellenbewegungen

Eine mechanische Welle wird durch eine Störung in einem Medium erzeugt. Sie breitet sich dann längs dieses Mediums aus und transferiert dabei Energie. Eine Welle, bei der die Richtung der Störung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ist, heißt **transversale Welle**. Denken wir z. B. an eine Wasserwelle, bei der die einzelnen Wasserteilchen auf und ab schwingen.

► Man unterscheidet transversale und longitudinale Wellen.

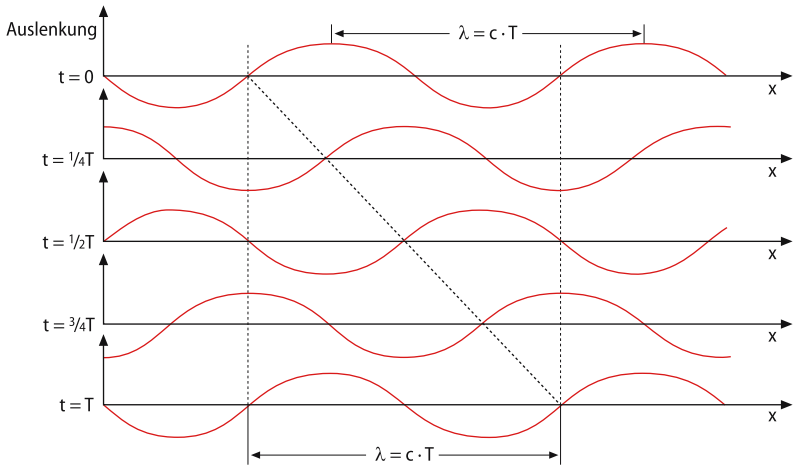
Verlaufen Störungs- und Ausbreitungsrichtung parallel, wie z. B. beim Schall, liegt eine **longitudinale Welle** vor.

Die Geschwindigkeit, mit der sich die Störung, also Wellenberge und -täler bei transversalen Wellen, bzw. die Verdichtungen bei longitudinalen Wellen, entlang des Mediums bewegt, heißt **Ausbreitungsgeschwindigkeit c** der Welle.

Eine harmonische Welle liegt vor, wenn jeder Punkt des Mediums, in dem sich die Welle ausbreitet, periodisch mit derselben Frequenz schwingt. Jede Welle, ob periodisch oder nicht, kann mathematisch aus **harmonischen** Wellen verschiedener Frequenzen zusammengesetzt werden. Deshalb genügt es, sich die Eigenschaften einer harmonischen Welle mit nur einer Frequenz klar zu machen. Darstellen kann man harmonische Wellen, wie zuvor schon die Schwingungen, durch Sinus- oder Cosinusfunktionen – je nachdem, welchen Anfangszustand man haben möchte. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Wellenbergen ist die **Wellenlänge λ.**

► Jede Welle lässt sich aus harmonischen Wellen verschiedener Frequenzen zusammensetzen.

Betrachten wir das Beispiel aus ◘ Abb. 3.52, stellen wir fest, dass die Bewegung des Seils **senkrecht** zur Ausbreitungsrichtung der Welle erfolgt, und zwar in der Frequenz f der »Störung«, d. h. der Anregung.



◘ **Abb. 3.52.** Ausbreitung einer Seilwelle; aufgenommen sind die Momentanzustände in kurzen Zeitabständen nacheinander

Während einer Schwingungsdauer T=1/f hat sich die Welle genau um eine Wellenlänge λ weiterbewegt. Daraus ergibt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle zu:

$$c=\lambda/T=\lambda \cdot f$$

► Zwischen der Ausbreitungsgeschwindigkeit c einer Welle, ihrer Wellenlänge λ und der Frequenz f besteht eine feste Beziehung: c=λ · f]

Hier sieht man auch, dass Frequenz f und Wellenlänge λ bei konstanter Geschwindigkeit c (d. h. im selben Material, also materialspezifisch) umgekehrt proportional zueinander sind. **Hochfrequente Wellen haben kürzere Wellenlängen als niederfrequente!**

Die Momentaufnahme für t=0 kann durch eine Sinusfunktion für die Amplitude A in Abhängigkeit vom Ort x beschrieben werden:

$$A(x)=A_{max} \sin(-2\pi \cdot x/\lambda)$$

Weil bei harmonischen Wellen stets der Faktor 2π/λ auftritt, führt man dafür eine eigene Größe, die Wellenzahl k, ein. Die Zeitabhängigkeit der harmonischen Welle wird durch folgende Gleichung berücksichtigt:

$$A(x,t)=A_{max} \sin(\omega t-kx)$$

Die Herleitung soll uns nicht weiter interessieren. Von der Richtigkeit kann man sich leicht überzeugen, indem man geeignete Werte für x und t einsetzt und mit der ◘ Abb. 3.52 vergleicht.

Der Ausdruck (ωt-kx) wird als die **Phase** der Welle bezeichnet. Zwischen Frequenz f, Schwingungsdauer T und Kreisfrequenz ω der Welle besteht der Zusammenhang:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi / T$$

► Die Frequenz f einer Welle hängt nicht vom Ausbreitungsmedium ab; die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c aber schon.

Wichtig ist noch Folgendes:

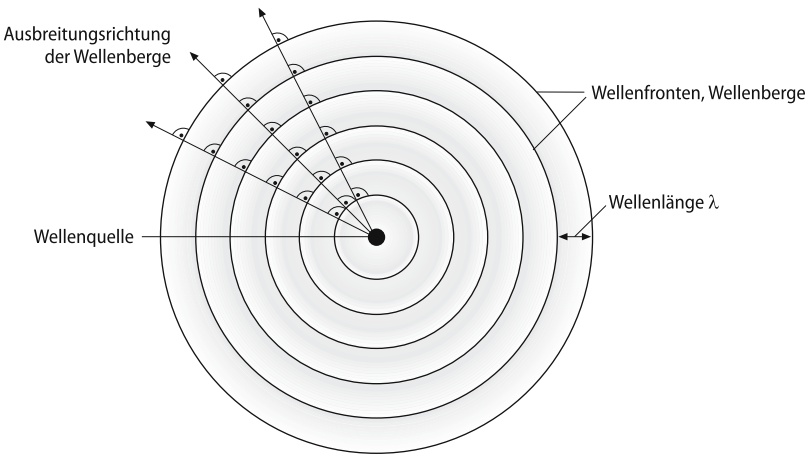
Die Frequenz f einer Welle wird nur dadurch bestimmt, wie die Welle erzeugt wird, sie ändert sich also nicht in verschiedenen Ausbreitungsmedien. Ganz anders die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c, sie hängt sehr wohl vom Medium ab. Beispiel: **Schallwellen verbreiten sich in Luft mit etwa 330 m/s aus, in Wasser dagegen erreichen sie Geschwindigkeiten um 1500 m/s.** Aus der Gleichung $c = \lambda \cdot f$ ersehen wir sofort, dass sich demzufolge auch die Wellenlänge λ einer Welle in verschiedenen Medien ändert.

Wellenausbreitung in 2 und 3 Dimensionen

Bisher haben wir die grundlegenden Eigenschaften von Wellen kennengelernt und dabei stillschweigend eine Betrachtung in einer Dimensionen vorausgesetzt – z. B. Ausbreitungsrichtung und Störungsrichtung bei der transversalen Welle auf einem Seil. In der Praxis bewegen sich Wellen aber meist in zwei oder sogar allen drei räumlichen Dimensionen.

► In der Praxis bewegen sich Wellen in 2 oder 3 Dimensionen.

Man denke an einen ins Wasser geworfenen Stein. Das Wasser schwingt auf und ab, dabei breitet sich die Welle kreisförmig in einer Ebene, also **zweidimensional** aus. **Die Wellenlänge ist wieder der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Wellenbergen, die im zweidimensionalen Fall konzentrische Kreise sind** (◘ Abb. 3.53).



◘ **Abb. 3.53.** Beispiele für eine zweidimensionale Wellenausbreitung sind Wasserwellen an der Oberfläche

Diese Kreise werden auch **Wellenfronten** genannt. Die Bewegungsrichtung der Welle lässt sich durch **Strahlen** darstellen, die von der Quelle ausgehen und **senkrecht zu den Wellenfronten** sind.

Betrachtet man als Beispiel dagegen eine punktförmige Schallquelle, breiten sich die Wellen sogar in alle drei Richtungen aus. **Im dreidimensionalen Fall sind die Wellenfronten konzentrische Kugeloberflächen.**

In sehr großer Entfernung einer Quelle können die eigentlich gekrümmten Wellenfronten auch als parallele Ebenen aufgefasst werden, man spricht dann von **ebenen Wellen**.

In der Praxis wichtig ist das Verhalten der Intensität I einer Welle. **Die Intensität I einer Welle ist definiert als die durch eine Fläche hindurchtretende mittlere Leistung P.** Da sich die Störung bei einer dreidimensionalen Welle auf eine Kugeloberfläche $A = 2\pi r^2$ verteilt, gilt für die Intensität:

$$I = P/A = P/(2\pi \cdot r^2)$$

Wir sehen, die Intensität nimmt **quadratisch** mit dem Radius ab, oder um ein Zahlenbeispiel zu nennen: in doppelter Entfernung hat die Welle nur noch ein Viertel ihrer Intensität. Im zweidimensionalen Fall der Wasserwelle macht man sich leicht klar, dass die Intensität mit 1/r abnimmt, da die Leistung hier auf einen Kreis verteilt wird, der den Umfang $2\pi \cdot r$ hat.

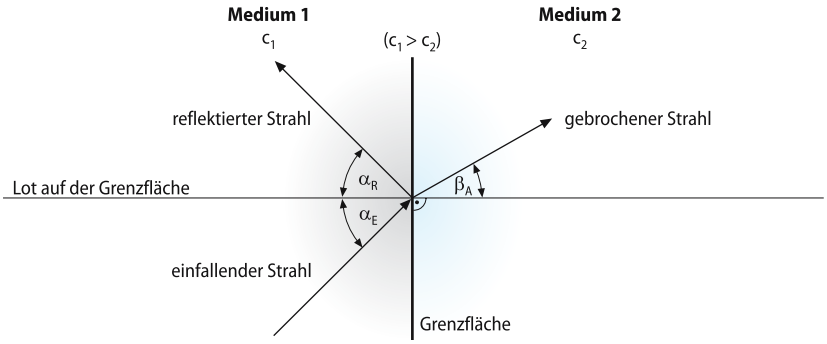
► Die Intensität einer dreidimensionalen Welle nimmt mit dem Abstand r wie $1/r^2$ ab

Wellenausbreitung an Hindernissen

Wellen können sich meist nicht ungestört ausbreiten, sondern treffen früher oder später auf Hindernisse. Das können massive Grenzen sein, wie eine Mauer für eine Lichtwelle oder der Strand für eine Meereswelle. Aber schon der Übergang von einem in ein anderes Medium – man denke an eine Schallwelle, die von der Luft ins Wasser übergeht – stellt ein solches Hindernis dar. In diesem Abschnitt wollen wir Phänomene untersuchen, die an solchen Hindernissen auftreten und die gerade auch in der Medizin eine praxisrelevante Rolle spielen.

Hindernis: Grenzfläche zwischen zwei verschiedenen Medien

Trifft eine Welle auf eine Grenzfläche zwischen zwei verschiedene Medien mit jeweils unterschiedlichen Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten, wird ein Teil der Welle reflektiert, ein Teil durchgelassen, wie in ◘ Abb. 3.54 dargestellt.



◘ Abb. 3.54. Änderung der Ausbreitungsrichtung bei Reflexion und Brechung an einer Grenzfläche zwischen unterschiedlichen Materialien

Der reflektierte Strahl bildet mit der Senkrechten zur Grenzfläche, dem **Lot**, denselben Winkel wie der einfallende Strahl. Dies ist das berühmte Prinzip der **Reflexion**:

► Reflexion: Einfallswinkel α_E = Ausfallswinkel α_R

Einfallswinkel α_E = Ausfallswinkel α_R

Der durchgehende Strahl wird zum Lot hin gebrochen (d. h. der Winkel wird kleiner) oder vom Lot weg gebrochen (d. h. der Winkel wird größer), und zwar je nachdem, in welchem Medium die Wellengeschwindigkeit höher ist:

- Ist c im zweiten Medium größer, wird der Strahl vom Lot weg gebrochen.
- Ist hingegen die Ausbreitungsgeschwindigkeit c im zweiten Medium kleiner als im ersten Medium, wird der Strahl zum Lot hin gebrochen, wie in ◘ Abb. 3.54 eingezeichnet.

► Je nach der Höhe der Wellengeschwindigkeit in den Medien wird der durchgehende Strahl zum Lot hin oder vom Lot weg gebrochen.

Die Richtungsänderung des durchgehenden Strahls wird als Brechung bezeichnet. Dieser Aspekt der Wellenausbreitung wird im Detail in der Optik (► Kap. 6) behandelt.

Je größer der Einfallswinkel wird, desto mehr steigt auch der Brechungswinkel. Wenn die Brechung vom Lot weg erfolgt, kann der Brechungswinkel β_A jedoch maximal 90° werden. Der Einfallswinkel α_E, bei dem der Brechungswinkel α_R genau 90° erreicht, heißt **kritischer Winkel α_K.** Für Einfallswinkel größer als dem kritischen Winkel gibt es keinen gebrochenen Strahl mehr, man spricht dann von **Totalreflexion.**

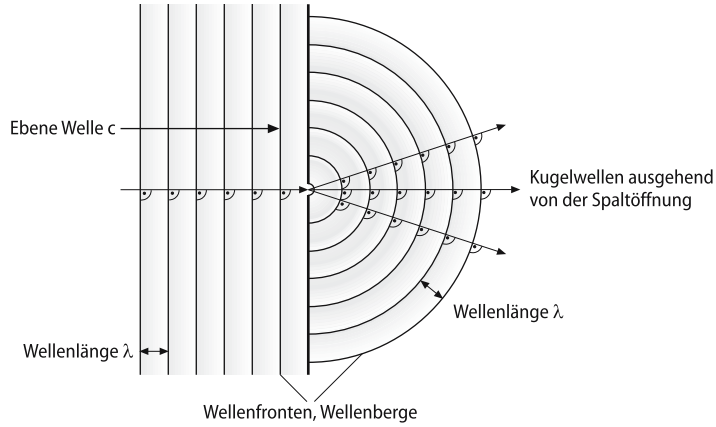
► Totalreflexion: Einfallswinkel α_E >kritischer Winkel αK

Massives Hindernis mit einem Spalt

Eine andere Möglichkeit eines Hindernisses haben wir dann, wenn wir keine Grenzfläche zwischen unterschiedlichen Materialien haben, sondern einfach ein massives Hindernis mit einem Spalt. Die Welle bewegt sich dann nicht nur in ihrer normalen Ausbreitungsrichtung weiter, sondern sie dringt auch in den »Schattenraum« vor.

► Die Teile einer Welle, die auf den Rand eines Spalts bei einem Hindernis treffen, werden gebeugt. Ist der Spalt nur wenige Wellenlängen breit, wird er zur punktförmigen Quelle einer neuen Kreiswelle.

Unter rein geometrischen Gesichtspunkten könnte sie diesen nicht erreichen. Dieses Phänomen, **Beugung** genannt, kann man sich folgendermaßen vorstellen: Die Teile der Welle, die vom Rand des Spalts mehr als wenige Wellenlängen entfernt sind, gehen ungehindert durch. Die Teile aber, die direkt auf den Rand treffen, werden gebeugt, und zwar in den Schattenraum hinein. Unter der Voraussetzung, dass der Spalt selbst nur wenige Wellenlängen breit ist, wird die gesamte einfallende Welle gebeugt und der Spalt wird zur punktförmigen Quelle einer neuen Kreiswelle, im dreidimensionalen Fall einer Lochblende sogar zu einer Kugelwelle (◘ Abb. 3.55).



◘ **Abb. 3.55.** Eine ebene Welle breitet sich nach einer kleinen Öffnung (Spalt) als Kugelwelle aus

Zur Erklärung und Beschreibung dieses Phänomens dient das berühmte **Huygenssche Prinzip: Jeder Punkt einer bestehenden Wellenfront ist Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Elementarwelle, die sich mit derselben Frequenz und Geschwindigkeit ausbreitet wie die ursprüngliche Wellenfront. Die Einhüllende aller dieser Elementarwellen ergibt die Wellenfront der neuen Welle zu einem späteren Zeitpunkt.**

Wird also, wie in unserem Spezialfall des kleinen Spalts, nur ein Punkt der ursprünglichen Wellenfront durchgelassen, ist klar, dass eine Kugel- bzw. eine Kreiswelle im zweidimensionalen Raum das Resultat sein muss. Auch die sonstigen Beugungsphänomene, z. B. die Beugung des Hörschalls um eine Gebäudeecke, lassen sich mit dem Huygensschen Prinzip erklären. Festzuhalten bleibt: **Je größer der Spalt im Vergleich zur Wellenlänge, desto geringer ausgeprägt sind die Beugungserscheinungen.**

► Wegen seiner großen Wellenlänge wird hörbarer Schall oft gebeugt; wegen seiner kleinen Wellenlänge wird sichtbares Licht dagegen selten gebeugt.

Die Wellenlänge von hörbarem Schall (bis zu mehreren Metern) ist relativ groß im Vergleich zu relevanten Öffnungen im Alltag (Türen, Fenster, Häuserkanten...), sodass Schallbeugung recht häufig auftritt. Sichtbares Licht dagegen hat so kleine Wellenlängen, in der Größenordnung von $4 \cdot 10^{-7}$ m – $8 \cdot 10^{-7}$ m oder 400–800 nm, dass Lichtbeugung schwerer zu beobachten ist, doch sie existiert tatsächlich auch, wie wir in ► Kap. 6 noch lernen werden.

Hätten Sie's gewusst?

Wellen in der medizinischen Diagnostik

Beugung setzt eine Grenze, wie genau man bei verschiedenen medizinischen Diagnosetechniken Objekte abbilden kann. Denn benutzt man Wellen zur Untersuchung, wie z. B. Ultraschall in der US-Diagnostik oder Licht in der Mikroskopie, wirken Objekte, die kleiner als die Wellenlänge sind, wie kleine Spalte oder Lochöffnungen und auch die reflektierten Strahlen zeigen Beugungserscheinungen. Also können Einzelheiten nicht auf einer Skala beobachtet werden, die kleiner als die Wellenlänge ist. Um Abhilfe zu schaffen, muss man möglichst kleine Wellenlängen verwenden, gleichbedeutend mit großer Frequenz, wie wir oben gesehen haben.

Der Doppler-Effekt

► Der Doppler-Effekt beschreibt das Verhalten von Wellen, wenn Sender und Empfänger sich relativ zueinander bewegen.

Wenn auf der Straße ein Krankenwagen mit eingeschalteter Sirene auf uns zufährt, empfinden wir das Geräusch höher als wenn er von uns wegfährt. Dafür verantwortlich ist der so genannte **Dopplereffekt**, der allgemein das Verhalten von Wellen beschreibt, wenn sich Sender und Empfänger relativ zueinander bewegen. Tatsächlich ändert sich dabei nämlich die vom Empfänger gemessene Frequenz.

Wir nehmen nun an, die Quelle bewege sich mit der Geschwindigkeit v_Q und die ausgesandten Wellen haben die Geschwindigkeit v sowie die Schwingungsdauer T (Abb. 3.56). Im Punkt A sendet die Quelle eine Wellenfront aus. Nach einer kompletten Schwingung hat der zu Beginn dieser Schwingung nach vorne, in Richtung des Empfängers, ausgesandte Wellenberg gerade die Strecke $v \cdot T$ zurückgelegt, die Quelle selbst hat in derselben Zeit aber die Strecke $v_Q \cdot T$ bis zum Punkt A' zurückgelegt. Und genau zu diesem Zeitpunkt wird nun der nächste Wellenberg ausgesandt. Welchen Abstand haben nun die beiden nacheinander ausgesendeten Wellenberge in Richtung des Empfängers E voneinander?

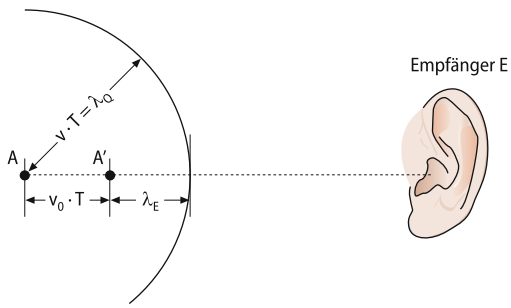


Abb. 3.56. Dopplereffekt. Durch die Relativbewegung zwischen Sender und Empfänger hört man eine Frequenzverschiebung

Wie aus Abb. 3.56 ersichtlich, haben sie gerade den Abstand von:

$$R_E = v \cdot T - v_0 \cdot T = (v - v_0) \cdot T$$

Und dieser Abstand ist aber nichts Anderes als die beim Empfänger E ankommende Wellenlänge λ_E, so wie wir sie oben als Abstand benachbarter Wellenberge definiert haben. Außerdem wissen wir, dass allgemein gilt: $f = v/\lambda$, also folgt für die vom Empfänger gemessene Frequenz:

$$f_E = \frac{v}{(v - v_0) \cdot T}$$

oder ausgedrückt mit der Senderfrequenz $f_Q = 1/T$

$$f_E = (v/(v - v_Q)) \cdot f_Q$$

Bewegt sich die Quelle vom Empfänger weg, ändert sich lediglich das Vorzeichen zwischen v und v_Q, dort steht dann ein Plus, wie man auch in der Abbildung sehen kann.

Im Falle kleiner Geschwindigkeiten v_Q relativ zur Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle kann diese Gleichung auch umgeformt werden in die beobachtete **Frequenzänderung:**

$$\Delta f = f_Q \, (v_Q/v)$$

Bewegt sich nicht nur die Quelle, sondern auch der Empfänger, ändert sich nicht viel. Die Betrachtung der vom Beobachter beobachteten Wellenlängen muss lediglich auf der Beobachterseite nochmals durchgeführt werden. Für die beobachtete Frequenzverschiebung gilt dann:

$$\Delta f = f_Q \, (\Delta v/v)$$

Dabei ist Δv die Relativgeschwindigkeit zwischen Quelle und Empfänger.

Bei allen diesen Überlegungen haben wir angenommen, dass die Geschwindigkeit der Quelle kleiner ist als die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit. Gilt das nicht, gibt es gar keine Wellen mehr vor der Quelle, es häufen sich alle dahinter an. Das ist der Grund für den bekannten Knall beim »Durchbrechen der Schallmauer«, den man z. B. beim Vorbeifliegen schneller Militärflugzeuge am Boden hören kann.

Überlagerung von Wellen – Interferenz

Die Überlegungen, die wir bisher über Wellen angestellt haben, bezogen sich jeweils auf eine Welle. Wir wollen nun der Frage nachgehen, was passiert, wenn mehrere Wellen zusammentreffen.

► Für die Überlagerung von Wellen gilt das Superpositionsprinzip.

Was dann passiert, lässt sich mit der einfachsten aller mathematischen Operationen, der Addition, beschreiben. Die Auslenkungen der Wellen – oder, formalisiert, die einzelnen Wellenfunktionen – werden schlicht addiert. Dieses Phänomen bezeichnet man als **Superpositionsprinzip.**

Als Konsequenz dieser einfachen Überlagerung erhält man noch folgende Tatsache. Wenn die Wellen den Bereich des Zusammentreffens verlassen haben, läuft jede Welle wieder so weiter wie zuvor, als ob es keine Überlagerung gegeben hätte. So kann es auch dazu kommen, dass sich zwei Wellen zu 0 addieren, wenn sie den gleichen Betrag der Auslenkung, aber mit entgegengesetzter Auslenkungsrichtung aufweisen.

Wir wollen nun etwas näher folgenden Fall untersuchen: **Zwei Wellen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude treffen aufeinander; dies nennt man auch Interferenz.** Eine solche Welle haben wir beschrieben mit der Gleichung:

$$A\,(x,t) = A_{max} \sin(\omega t - kx)$$

Gehen wir nun weiter davon aus, dass zwischen unseren beiden Wellen eine **Phasendifferenz δ** besteht, d. h. die beiden Phasen sind um diesen Summanden δ unterschiedlich.

$$A_1\,(x,t) = A_{max} \sin(\omega t - kx)$$
$$A_2\,(x,t) = A_{max} \sin(\omega t - kx + \delta)$$

Addiert man die beiden Wellenfunktionen, erhält man

$$A_1 + A_2 = A_{max} \sin(kx - \omega t) + A_{max} \sin(kx - \omega t + \delta).$$

Nach mathematischen Umformungen der beiden Sinusfunktionen kann man das auch schreiben als:

$$A_1 + A_2 = (2\, A_{max} \cos 1/2\, \delta) \sin(kx - \omega t + 1/2\, \delta)$$

Der geschulte Blick erkennt sofort: es entsteht wiederum eine Welle mit der gleichen Frequenz ω wie bei den Ausgangswellen. Die Amplitude der neuen Welle ergibt sich, da δ ein fester Wert ist, zu

$$A_{Summe} = 2\, A_{max} \cos(1/2\, \delta)$$

Anschaulich wird die Formel, wenn man die beiden Extremfälle betrachtet:

Ist $\delta=0$, liegen also zwei »identische« Wellen vor, bei denen die Punkte maximaler Auslenkung immer zusammenfallen, erreicht $\cos(1/2 \cdot \delta)$ sein Maximum 1, es entsteht also eine Welle mit der doppelten Amplitude wie zuvor. Man nennt diesen Fall **konstruktive Interferenz**. Genau das entspricht auch dem, was wir oben gefordert hatten: die Amplituden der beiden Wellen addieren sich (Abb. 3.57a).

► Je nach relativer Phasenlage können sich überlagerte Wellen auslöschen: destruktive Interferenz – oder verstärken: konstruktive Interferenz

Das andere Extrem ist dann erreicht, wenn die beiden Wellen gerade gegenphasig sind, also die maximale positive Auslenkung von Welle 1 mit der maximalen negativen Auslenkung von Welle 2 zusammenfällt. Das ist der Fall, wenn die beiden Wellen eine Phasendifferenz haben, die gerade der halben Wellenlänge entspricht, $\delta=\pi$. An dieser Stelle ist $\cos(1/2 \cdot \delta)=0$, es resultiert also eine Welle mit der Amplitude 0. Man spricht dann von **destruktiver Interferenz** (Abb. 3.57b).

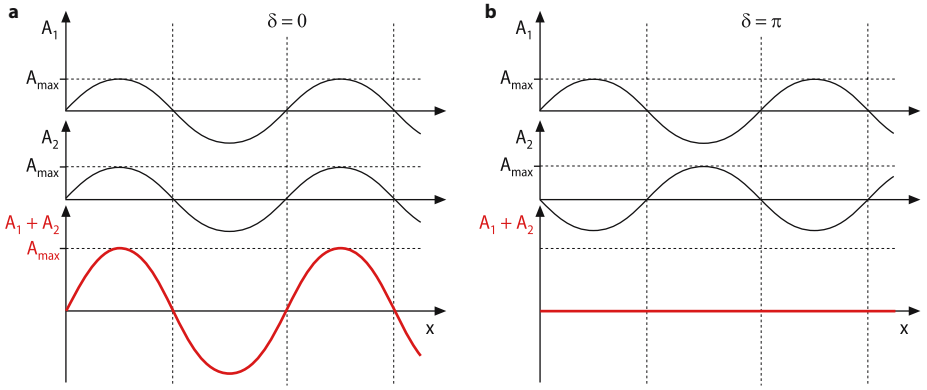


Abb. 3.57a,b. Überlagerung von Wellen. Die beiden von links nach rechts laufenden Wellen interferieren je nach relativer Phasenlage konstruktiv (**a**) oder destruktiv (**b**)

Wichtig zum Verständnis ist noch, dass eine Phasendifferenz nicht nur durch unterschiedliches Schwingungsverhalten zweier Wellenzentren entstehen kann, sondern auch durch unterschiedliche Entfernung des Beobachters von beiden (der Gangunterschied). Nehmen wir an, die Wellenfronten verlassen beide Wellenzentren zum selben Zeitpunkt. Ist der Beobachtungspunkt von einem Wellenzentrum genau eine Wellenlänge (bzw. um ein ganzzahliges Vielfaches einer Wellenlänge) weiter entfernt als von dem anderen, tritt dort konstruktive Interferenz auf. Denn nur dann erreicht der Wellenkamm der beiden Wellen den Beobachtungspunkt zur gleichen Zeit!

► Gangunterschied = unterschiedliche Entfernung des Beobachters von den beiden Quellen

Der umgekehrte Fall (destruktive Interferenz) tritt dann auf, wenn der Beobachtungspunkt um eine halbe Wellenlänge (bzw. ein ungeradzahliges Vielfaches davon) entfernt ist. Dann fallen Maximum und Minimum der beiden Wellen zusammen. Der Zusammenhang zwischen Phasendifferenz δ und Gangunterschied Δx lässt sich wie folgt ausdrücken:

$$\delta=(\omega t-kx_1)-(\omega t-kx_2)=k(x_1-x_2)=k\,\Delta x=2\pi\,\Delta x/\lambda$$

Δx ist hier der Gangunterschied, also die unterschiedliche Entfernung des Beobachters von den beiden Quellen.

Bleibt die Phasendifferenz zweier Quellen (und damit auch der Gangunterschied) immer konstant, heißen die beiden Quellen **kohärent**. Dies tritt in der Realität nur selten auf, etwa dann, wenn man zwei Lautsprecher an dieselbe Stromquelle anschließt. In solch einem Fall entstehen dann räumlich fest verteilte Intensitätsmuster, d. h., wenn man durch den Raum geht, kann man je nach Standort die Maxima und Minima hören. Wohlgemerkt gilt dies nur für eine feste Frequenz.

► Bei konstantem Gangunterschied handelt es sich um kohärente Quellen.

Ein praktisches Phänomen, das auf der Interferenz beruht, ist die so genannte **Schwebung**. Es tritt auf, wenn zwei Schallwellen nahezu gleicher Frequenz aufeinander treffen. Man stelle sich dazu das Stimmen einer Gitarre vor. Als Referenz benutzt man den Kammerton a (440 Hz), die Gitarre liefert einen leicht anderen Ton, wenn sie verstimmt ist. Zu hören ist an einem beliebigen Ort im Raum dann

► Treffen zwei Schallwellen nahezu gleicher Frequenz aufeinander, kommt es zum Phänomen der Schwebung.

Folgendes: die Lautstärke des gehörten Tons nimmt kontinuierlich ab und wieder zu. Grund dafür ist die Interferenz der Schallwelle unserer Stimmgabel und der Schallwelle von unserer Gitarre.

Nehmen wir an, dass die beiden Wellen zu Beginn unseres Betrachtungszeitraums in Phase sind, dann herrscht dort konstruktive Interferenz. Durch den kleinen Frequenzunterschied wird nach einiger Zeit der Fall destruktiver Interferenz eintreten. Zu diesem Zeitpunkt ist dann also kaum noch etwas zu hören. Und so geht das immer weiter, die Frequenz dieser periodischen Erscheinung heißt **Schwebungsfrequenz.**

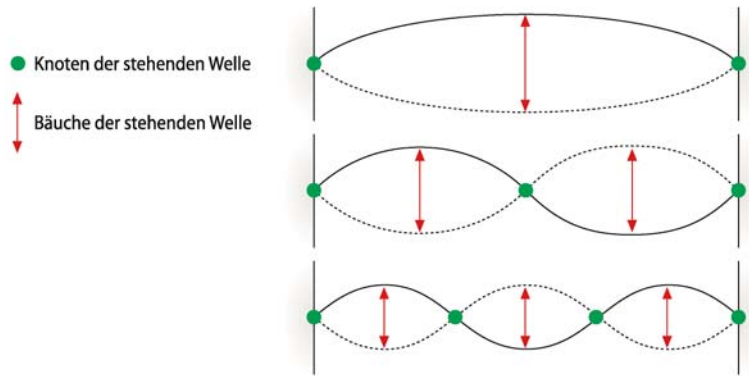
Man kann zeigen, dass die Schwebungsfrequenz gerade gleich dem Frequenzunterschied der beiden Wellen ist. Hat die Gitarre in unserem Beispiel also die Frequenz 438 Hz, hört man einen Ton, der zweimal pro Sekunde laut und leise wird. **Natürlich hat das menschliche Ohr kein unbegrenztes zeitliches Auflösungsvermögen, wir können maximal 15–20 Schwebungen pro Sekunde wahrnehmen.**

Stehende Wellen

Wellen in einem räumlich begrenzten Gebiet (Gitarrensaite)

► Können Wellen sich nur begrenzt ausbreiten, gibt es bestimmte Eigenfrequenzen, die zu stationären Mustern führen (= stehende Wellen).

Ein ganz anderes Phänomen tritt dann auf, wenn sich Wellen nur in einem begrenzten räumlichen Gebiet ausbreiten können, man denke an die Saite einer Gitarre oder eines Klaviers. Dann treten an beiden Enden (oder auch an allen Enden, wenn man mehr als zwei Dimensionen betrachtet) Reflexionen auf und die Welle überlagert sich gewissermaßen mit sich selbst. In Abhängigkeit von der Länge der Seite gibt es in solch einem Fall bestimmte Frequenzen, die zu stationären Mustern, **stehende Wellen** genannt, führen. Die entsprechenden Frequenzen heißen **Eigenfrequenzen** (◘ Abb. 3.58) oder **Resonanzfrequenzen**, die dazugehörige Wellenfunktion nennt man **Schwingungsmode**.



◘ **Abb. 3.58.** Eigenschwingungen einer fest eingespannten Saite

◘ Abb. 3.58 zeigt die ersten Eigenfrequenzen, für eine auf beiden Seiten eingespannte Saite. Die niedrigste Resonanzfrequenz, als **Grundfrequenz** bezeichnet, erzeugt die so genannte **Grundschwingung** (auch bekannt als Fundamentale oder erste Harmonische). Man erkennt, dass zwischen die beiden fest eingespannten Enden genau eine halbe Sinuswelle passt. Anders ausgedrückt entspricht dies genau einer halben Wellenlänge.

Die nächsthöhere Resonanzfrequenz passt genau dann zwischen die beiden Enden, wenn ihre Länge genau einer Wellenlänge entspricht, muss also eine doppelt so hohe Frequenz haben wie die Grundschwingung. Hier sprechen wir nun von der zweiten Harmonischen oder der ersten Oberschwingung. Die dritte Harmonische hat dann die dreifache Frequenz der Grundschwingung und so setzt sich das fort. **Achtung: es gibt auch Systeme, in denen Resonanzfrequenzen kein ganzzahliges Vielfaches der Grundschwingung sind, dann spricht man zwar auch von Oberschwingungen, nicht aber von Harmonischen.**

Für jede Harmonische gibt es Punkte auf der Saite, die sich nicht bewegen – z. B. die Randpunkte bei der Grundschwingung oder der Mittelpunkt der Saite bei der ersten Oberschwingung. Solche

Punkte bezeichnet man als **Knoten.** Immer in der Mitte zwischen zwei Knoten liegen Punkte mit maximaler Schwingungsamplitude, die so genannten **Bäuche**, deren Zahl mit zunehmender Frequenz wächst.

► Knoten = Punkt auf der Saite, der sich nicht bewegt

► Bauch = Punkt auf der Saite, der maximal schwingt.

Aus Abb. 3.58 können wir außerdem einen Zusammenhang zwischen Länge der Saite und den Resonanzfrequenzen herleiten. Man sieht, bei der Grundschwingung entspricht die Länge l der Saite gerade einer halben Wellenlänge, bei der zweiten Harmonischen sind es zwei halbe Wellenlängen, bei der dritten drei und so weiter. Es folgt:

$$l = n \cdot \lambda/2$$

Dabei entspricht n der Ordnungszahl der betrachteten Harmonischen und λ der Wellenlänge der dazugehörigen Resonanzfrequenz.

Wichtig ist nun folgende Erkenntnis: **Wird das System, in unserem Fall die Saite, mit einer anderen Frequenz als einer Eigenfrequenz von außen angeregt, bildet sich keine stehende Welle aus.** Es gibt dann kein denkbares festes Muster, das sich auf der Saite ausbilden könnte (zur Erinnerung, wir hatten gefordert, dass die Saite an beiden Enden fest eingespannt ist).

Hätten Sie's gewusst?

Die durch Resonanz freigesetzten Kräfte

Wird das System aber mit einer Eigenfrequenz von außen angeregt, können die stehenden Wellen massive Macht entfalten, es tritt nämlich Resonanz auf, genau wie im vorigen Kapitel für den harmonischen Oszillator besprochen. Ein eindrucksvolles Beispiel dafür ist die Hängebrücke von Tacoma Narrows im US-Bundesstaat Washington, die 1940 von Windturbulenzen in ihrer Eigenfrequenz zu stehenden Wellen angeregt wurde und daraufhin einstürzte.

Wellen, die nur an einer Seite begrenzt sind (Peitsche)

Nun sind aber auch Wellen in Medien denkbar, die nur an einem Ende fest sind, am anderen aber lose. Welche festen Muster können sich nun dort ausbilden? Stellt man sich eine Peitsche vor, die durch die Bewegung näherungsweise als wellenförmig angesehen werden kann, wird schnell klar, dass das lose Ende auf keinen Fall einen Schwingungsknoten darstellt. Es bewegt sich im Gegenteil sogar sehr deutlich. Tatsächlich ist es ein Schwingungsbauch. Am festen Ende bleibt alles beim Alten, dort stellt sich ein Knoten ein.

► Beispiel Peitsche: festes Ende = Knoten; loses Ende = Bauch

Unter diesen Voraussetzungen kann man sich leicht vorstellen, wie stehende Wellen dann aussehen können. **Die Entfernung eines Knotens zum benachbarten Bauch beträgt gerade ein Viertel der Wellenlänge,** also muss bei der Grundschwingung gelten:

$$l = \lambda/4$$

Die erste Oberschwingung nimmt dann schon drei Viertel der Wellenlänge in Anspruch, da man ja nur eine halbe Wellenlänge zusätzlich zwischen das feste und das lose Ende reinpacken kann. Also können wir wie oben wieder eine Bedingung für stehende Wellen herleiten:

$$l = n \cdot \lambda/4; \text{ mit } n = 1, 3, 5, ...$$

Der geschulte Blick sieht: die geraden Harmonischen fehlen bei der stehenden Welle auf dem Medium mit einem losen Ende!

Weiterhin sollte man sich stets folgende notwendige Bedingung für stehende Wellen vor Augen halten: **jeder Punkt auf der Saite bleibt entweder in Ruhe (Knoten) oder schwingt in einer einfachen harmonischen Bewegung, eben alle anderen Punkte.**

3.3.3 Schall und Ultraschall

Hörschall

► Hörschall ist eine longitudinale Druckwelle

Da es sich bei Schall um ein Wellenphänomen handelt, haben wir im vorherigen Abschnitt schon Vieles darüber kennengelernt. Als Wiederholung sei nur noch einmal klar gemacht, dass **Schall** eine typische **longitudinale Welle** ist, mit der Ausbreitungsrichtung in Störungsrichtung. Aufgefasst werden kann die Störung entweder als **Druckschwankung** oder als eine **Schwingung der Moleküle** (was letztendlich das Gleiche ist, die Betrachtungsweise ist nur eine andere).

Zur Ausbreitung braucht der Schall wie jede andere mechanische Welle ein Medium (Luft, Wasser,…), im Vakuum kann er sich nicht verbreiten. Das zeigt übrigens, wie unrealistisch die meisten Science-Fiction-Filme sind, denn »Knalleffekte« bei Weltraumschlachten sind physikalisch unmöglich.

► Hörschall umfasst einen Frequenzbereich von ca. 16 Hz bis ca. 20 Hz.

Reden wir von **Hörschall**, so sprechen wir über einen Frequenzbereich von **ca. 16 Hz bis ca. 20 kHz**. Wer jedoch einmal im Physikpraktikum sein Gehör »überprüft« hat, wird feststellen, dass der realistisch hörbare Bereich eines Erwachsenen im Bereich von ca. 20 Hz bis ca. 16 kHz recht klein ist und mit dem Alter noch kleiner wird.

Geschwindigkeiten von Schall in Flüssigkeiten und Gasen

► Geschwindigkeit von Schall in einem Medium hängt direkt ab von Dichte und Kompressionsmodul.

Für die Geschwindigkeiten von Schall in Flüssigkeiten und Gasen gibt es experimentell bestimmte Formeln, die hier kurz angegeben werden sollen.

So hängt die Schallgeschwindigkeit in einem Medium direkt mit dessen Dichte ρ und dem Kompressionsmodul K (Kehrwert des Volumenelastizitätsmoduls aus ► Kap. 3.2) zusammen:

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

► Die Schallgeschwindigkeit in Gasen hängt stark von deren Temperatur ab.

In Gasen ist der Kompressionsmodul abhängig vom Druck, der seinerseits durch die Dichte und die absolute Temperatur des Mediums bestimmt ist. Deshalb ist die Schallgeschwindigkeit bei Gasen stark von der absoluten Temperatur T abhängig.

$$c = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{m}}$$

Hier ist R die allgemeine Gaskonstante, m die molare Masse des Gases und γ eine Zahl, die abhängig von der Gasart ist: zweiatomige Gase wie Sauerstoff bekommen z. B. einen Wert γ=1,4 zugewiesen, für Edelgase dagegen gilt γ=1,67.

► Schallgeschwindigkeiten: in Luft ca. 340 m s^{-1}, in Wasser ca. 1500 m s^{-1}, in Glas: 5600 m s^{-1}

Man kann sich natürlich auch einfach ein paar **typische Werte** für die Schallgeschwindigkeit merken. In Luft breitet sich Schall mit ca. 340 m/s aus, während er sich in Wasser mit 1500 m/s und in Glas sogar mit ca. 5600 m/s ausbreitet.

Schallintensität und Schallempfinden

► Schallintensität: Hörschwelle = 10^{-12} W m^{-2}; Schmerzschwelle = 1–10 W m^{-2}

Die **Intensität** wird bei Schallwellen auch **Schallstärke** oder Schallintensität genannt. Der Wahrnehmungsbereich des menschlichen Ohrs erstreckt sich von etwa **10^{-12} W/m^2, der Hörschwelle**, bis ungefähr **1–10 W/m^2, der Schmerzschwelle**. Die Druckschwankungen, die diesen extremen Intensitäten entsprechen, liegen bei $2 \cdot 10^{-5}$ Pa an der Hörschwelle bzw. 20 Pa an der Schmerzgrenze.

Diese Schwankungen überlagern den normalen Atmosphärendruck (101 kPa), werden vom menschlichen Ohr aufgenommen und über die Nervenleitungen im Gehirn registriert, wie uns die Physiologie lehrt. Die mit dem Hörprozess gespeicherten Erfahrungen erlauben es, einer Vielzahl unterschiedlicher Reize, jeweils bestehend aus Frequenz und Intensität, bestimmte Ursachen zuzuordnen.

Unser **Schallempfinden** (also die Lautstärke, die wir wahrnehmen), ist aber nicht proportional zur tatsächlichen Schallstärke, sondern **unser Schallempfinden hängt logarithmisch von der Schallstärke ab.** Deswegen definieren wir:

$$LS = 10 \cdot \log (I/I_0) \quad \text{(Weber-Fechner-Gesetz)}$$

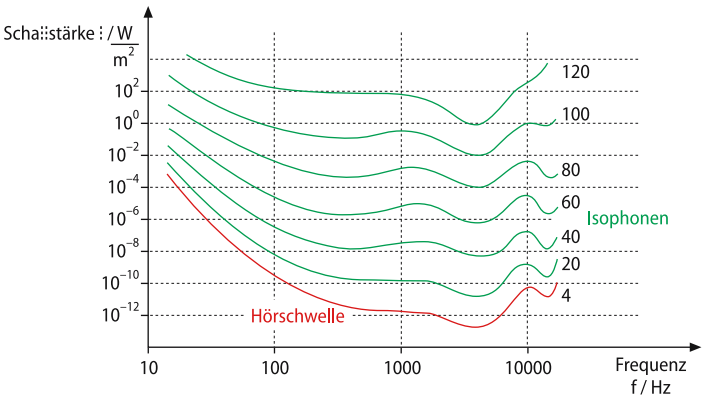
LS ist die Lautstärke gemessen in Dezibel, dB (A), mit der zugehörigen Schallstärke I. I_0 ist eine Referenzgröße, die Hörschwelle. Dies wird durch die Angabe (A) dokumentiert. Dieser logarithmische Zusammenhang der Schallempfindung oder Wahrnehmung von der Intensität wird als **Weber-Fechner-Gesetz** bezeichnet.

► Unsere Lautstärkeempfindung hängt logarithmisch mit der Schallintensität zusammen: Weber-Fechner-Gesetz

Im Unterschied zu der Einheit dB(A) verwendet man die Einheit dB dann, wenn man allgemein zwei beliebige Intensitäten I_1 und I_2 zueinander ins Verhältnis setzt. Handelt es sich z. B. um die Intensität mit I_2 und ohne I_1 Gehörschutz, so spricht man vom **logarithmischen Dämpfungsmaß** oder einfach von der Dämpfung des Gehörschutzes in dB.

Legt man den logarithmischen Zusammenhang zwischen Schallstärke und Lautstärke zugrunde, befindet sich die **Hörschwelle bei 0 dB(A)**, die **Schmerzschwelle bei etwa 120 dB(A)**. Zu beachten ist aber, dass diese Werte für eine Frequenz von ungefähr 1000 Hz gelten, denn die menschliche Schallempfindlichkeit hängt auch von der Frequenz des Geräuschs ab. Beispielsweise kann Schall mit einer Frequenz von 100 Hz erst ab etwa 40 dB wahrgenommen werden. **Am empfindlichsten ist das menschliche Ohr für alle Lautstärken bei einer Frequenz von etwa 4 kHz.** Dies kann man auch der folgenden ◘ Abb. 3.59 entnehmen, in der die spektrale Empfindlichkeit des menschlichen Ohres dargestellt ist.

► Bei einer Frequenz von ca. 1000 Hz liegt die Hörschwelle bei 0 dB(A), die Schmerzschwelle bei 120 db(A).



◘ **Abb. 3.59.** Spektrale Empfindlichkeit des menschlichen Gehörs. (Aus Harten 2006)

Die Hörschwelle ist also von der Frequenz abhängig. Da unser Lautstärkeempfinden immer auf diese Hörschwelle bezogen ist, sind die **Kurven gleicher Lautstärke = Isophonen** auch keine einfachen Geraden. Sie folgen dem Verlauf der Hörschwelle. Die Bezeichnung Isophone kommt von der früher benutzten Einheit **Phon** anstelle der heute zu verwendenden Einheit dB(A).

► Hörschwelle ist abhängig von der Frequenz!
Isophone = Kurven gleicher Lautstärke

Im Abschnitt ► Kap. 3.3 haben wir uns bereits mit der **Wellenausbreitung über die Grenze zwischen verschiedenen Medien** befasst. Hier interessiert uns nun aber weniger die Richtungsänderung des in ein anderes Medium eintretenden Schalls, sondern vielmehr folgende Frage: welcher Anteil der ankommenden Intensität wird eigentlich reflektiert bzw. transmittiert?

Der Anteil ist abhängig von den Wellenwiderständen der beiden Medien. Der Wellenwiderstand z ist definiert als das Produkt aus der Dichte ρ des Mediums und der Ausbreitungsgeschwindigkeit c.

$$z = \rho \cdot c$$

Der **Reflektionskoeffizient r** für die Intensität berechnet sich dann zu

$$r = \left| \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \right|.$$

Und der **transmittierte Anteil t** ergibt sich natürlich aus der Forderung **r+t=1**.

► Für die Ausbreitung einer Schallwelle zwischen Luft und Wasser gilt (Beispiel Ohr): es wird ein Anteil von 0,06% der ankommenden Intensität transmittiert.

Besonders interessant ist der Übergang zwischen Luft und Wasser. Für die Transmission ergibt sich hier t=0,0006 oder t=0,06%. Nun wissen wir, warum wir unter Wasser die Geräusche von außerhalb so schlecht hören. Übrigens spielt dieser Übergang auch in unserem Ohr eine wichtige Rolle, nämlich beim Übergang von der Luft auf die Flüssigkeit in unserem Ohr. Aber darüber hat die Physiologie noch Einiges zu sagen, speziell dazu, wie die Natur diesen schlechten Übergang verbessert hat.

Ultraschall

► Ultraschallwellen haben eine Frequenz zwischen 16 kHz und 1 GHz.

Eng mit dem Schall verbunden ist der **Ultraschall**, dessen Frequenzen, wie der Name schon sagt, über die des Schalls hinausgehen. Während hörbarer Schall Frequenzen im Bereich zwischen 16 Hz und 20 kHz umfasst, beginnt der **Ultraschall erst bei 16 kHz und reicht bis 1 GHz**. Es gibt also wie oft im Wellenspektrum einen Bereich der Überschneidung.

Für den Ultraschall gelten die gleichen Gesetzmäßigkeiten wie für andere Wellen. Insbesondere gelten die soeben erklärten Gleichungen für die Reflektion und Transmission beim Übergang zwischen verschiedenen Materialien.

In der **Medizin** werden Ultraschallwellen sowohl für diagnostische als auch für therapeutische Zwecke eingesetzt. Die Diagnostik mit diesem Verfahren bietet wesentliche Vorteile gegenüber anderen Möglichkeiten wie etwa Röntgenstrahlung: sie ist schmerzlos, nicht strahlenbelastend und ist schnell und rationell durchführbar. Besonders wichtig ist, dass die hohen Frequenzen und entsprechend kleinen Wellenlängen es erlauben, relativ kleine Strukturen noch aufzulösen, was z. B. bei Verwendung von normalem Hörschall nicht möglich wäre (Stichwort Beugung, ► Kap. 3.3).

Hätten Sie's gewusst?

Nierensteinzertrümmerung per Ultraschall

Natürlich ist auch der Ultraschalleinsatz nicht frei von Nebeneffekten. Wir haben bereits im vorangegangenen Kapitel gelernt, dass Wellen Energie übertragen. Diese Energie manifestiert sich dann auch im Körper, meist in Form von Wärme. Aber genau dieser Effekt wird bei der Behandlung genutzt, wenn mit Ultraschall beispielsweise Nierensteine zertrümmert werden. Wie man sich vorstellen kann, ist dazu hohe Energie (in Form von hohen Frequenzen) notwendig. Man richtet dabei mehrere Ultraschallgeber so ein, dass sich die abgestrahlten Wellen an einem, dem gewünschten, Ort innerhalb des Körpers konstruktiv überlagern. Dadurch wird nur in diesem Bereich die Intensität derart hoch, dass die Nierensteine zertrümmert werden. Auf dem Weg dahin ist die Intensität der einzelnen Strahlen zu gering, um irgendwelche Schädigungen zu erzielen.

Doch wie kommen Ultraschallbilder zustande?

► Die Reflexion von Ultraschall an Materialgrenzen (unterschiedliche Wellenwiderstände) ist die Grundlage der bildgebenden Ultraschalldiagnostik.

Die Wellen werden genau wie wir im vorhergehenden Kapitel gelernt haben, an Grenzflächen teilweise reflektiert. Solche Grenzflächen finden sich beim Übergang von einem Gewebe ins andere. Schickt man nun einen kurzen Ultraschallimpuls von einem Sender ausgehend durch ein mehrschichtiges Gewebe, wird an den einzelnen Übergängen jeweils ein kleiner Teil reflektiert und gelangt nach einer bestimmten Laufzeit wieder zurück zum Sender.

Neben dem Sender befindet sich nun ein Empfänger, der dies in Abhängigkeit von der Zeit registriert. Da man die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Ultraschallwellen kennt, kann man aus der verstrichenen zeit Δt ganz einfach die Abstände der einzelnen reflektierenden Schichten berechnen. Dieses Verfahren nennt man **Echo-Lot-Verfahren.** Der Abstand der reflektierenden Grenzschicht vom Sender berechnet sich zu

$$s = \frac{\Delta t \cdot c}{2}$$

Zu beachten ist der **Faktor 2**. Dieser ergibt sich, weil der Schallimpuls ja den Weg zweimal zurücklegen muss (in den Körper hinein und wieder hinaus!)

Trägt man nun die reflektierte Intensität als Funktion von der Zeit auf, erhält man einen so genannten **A-Scan**. In der betrachteten Richtung erhält man also eine Information darüber, in welcher Tiefe sich Übergänge zwischen verschiedenen Materialien (Geweben) befinden.

► A-Scan: Information über die Tiefe reflektierender Grenzschichten

Das sind jedoch nicht die Bilder, die wir mittlerweile von modernen Ultraschalldiagnosegeräten kennen. Um nicht nur eine Richtung untersuchen zu können, werden fächerartig in einer Ebene mehrere Richtungen nacheinander untersucht. Die Darstellung erfolgt nun derart, dass für jede Richtung die Zeit in eine Ortsdifferenz umgerechnet wird und gleichzeitig die Intensität der reflektierten Welle in einen Grauwert umgerechnet wird. Man erhält somit über dem Bildschirm (Ort) eine Grauwertdarstellung. Dies ist der so genannte **B-Scan**.

► B-Scan: Information über Richtung und Ort reflektierender Grenzschichten

Wir sehen: mathematisch steckt gar nicht viel dahinter, wenn werdenden Müttern die große Freude bereitet wird, ihr ungeborenes Kind auf dem Ultraschallschirm zu sehen (◘ Abb. 3.46).

Ein weiteres Einsatzgebiet des Ultraschalls ist die Ausnutzung des **Ultraschall-Doppler-Effekts** zur Messung von Fließgeschwindigkeiten von Körperflüssigkeiten. Wie wir oben gesehen haben, ändert sich bei einer bewegten Quelle die Frequenz der abgestrahlten Wellen in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der Quelle. Die Ultraschallwellen werden dann z. B. von Blutkörperchen reflektiert, wodurch diese zur »Quelle« werden. Man fängt die reflektierte Strahlung auf und misst deren Frequenz und kann dann die Fließgeschwindigkeit errechnen. Das ist exakt das gleiche Prinzip wie beim Polizeiradar (► Kap. 3.3).

► Doppler-Effekt zur Messung des Blutstroms: Blutkörperchen reflektieren die Ultraschallwellen und werden so zur »Schallquelle«.

Abnahme der Intensität (Halbwertstiefe) und Reflexionsverluste

Zwei wichtige Bemerkungen seien an dieser Stelle noch gemacht.

Erstens ist natürlich klar, dass beim Durchgang der Schallwellen durch Material auch eine Abnahme der Intensität aufgrund von Absorption stattfindet. Die Intensität nimmt exponenziell mit der Eindringtiefe x ab nach folgender Formel:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$$

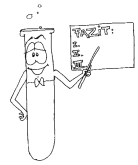
μ ist der materialspezifische Absorptionskoeffizient. Zur Verdeutlichung sei hier einmal angegeben, in welcher Tiefe die Intensität sich bereits halbiert hat. Für Wasser erhält man bei einer Frequenz von 2,5 MHz eine **Halbwertstiefe** von $d_{1/2}$=180 cm, im Muskel nur noch 1 cm und im Knochen gar nur 0,1 cm. Hieraus wird klar, wie empfindlich die Empfänger gestaltet werden müssen. Außerdem wird klar, dass man hinter Knochen so gut wie keine Intensität mehr hat.

► Halbwertstiefe = Strecke, nach der die Intensität einer Welle halbiert ist (für Knochen bei einer Frequenz von 2,5 MHz: 0,1 cm

Die Halbwertstiefe ist von der verwendeten Frequenz abhängig. **Je niedriger die Frequenz der verwendeten Ultraschallwelle ist, desto geringer ist die Halbwertstiefe.** Also scheint es sinnvoll zu sein, kleinere Frequenzen zu verwenden. Dem gegenüber steht aber die bereits besprochene schlechtere räumliche Auflösung bei kleineren Frequenzen – größere Wellenlänge. Es muss also ein vernünftiger Kompromiss gefunden werden.

Zweitens wissen wir nun, warum bei der Ultraschalluntersuchung immer ein **Kontaktgel** verwendet wird. Es dient nur dazu, den Wellenwiderstand des Geräts an den des Körpers anzupassen. Denn beim Übergang vom Gerät in Luft und dann wieder von der Luft in den Körper hätten wir enorme Reflektionsverluste.

► Kontaktgel zur Verringerung der Reflexionsverluste Gerät–Luft–Körper.



kurz & knapp

- **Schwingungen** sind gekennzeichnet durch eine periodische Wiederholung einer Bewegung. Dabei findet ein kontinuierlicher Wechsel verschiedener Energieformen ineinander statt.
  - Die zeitliche Änderung der Amplitude A einer freien ungedämpften Schwingung ist gegeben durch $A=A_{max}\cos(\omega t)$
  - Es gilt: Kreisfrequenz $\omega=2\pi \cdot f=2\pi/T$ (f= Schwingungsfrequenz und T= Schwingungsdauer)
  - Schwingungsdauer T eines Federpendels der Masse m und der Federkonstanten D berechnet sich nach:
    $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$
  - Energie einer Federschwingung: $W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x_{max}^{\ 2}$
  - Schwingungsdauer T eines Fadenpendels der Länge l im Schwerefeld der Erde g: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
  - Bei einer gedämpften Schwingung (Dämpfungskoeffizient δ) nimmt die Amplitude exponenziell mit der Zeit ab:
    $A=A_{max}\, e^{-\delta t}\cos(\omega t)$;
  - Erzwungene Schwingungen entstehen durch eine äußere Kraft, die das System kontinuierlich anregt, und damit den Energieverlust durch die Dämpfung ausgleicht. Stimmt die Anregungsfrequenz mit der Eigenfrequenz des Systems überein, kommt es zur **Resonanz**. Das System schwingt nun mit seiner maximal möglichen Amplitude.
- **Wellen** haben die Eigenschaft, Energie zu transportieren, ohne dass Materie ihren Platz wechselt. Bei **transversalen Wellen** ist die Auslenkung der schwingenden Teilchen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, bei **longitudinalen Wellen** hingegen parallel zur Ausbreitungsrichtung.
  - Die Amplitude am Ort x zur Zeit t einer Welle mit der Frequenz ω wird beschrieben durch:
    $A(x,t)=A_{max}\sin(kx-\omega t)$
  - Es gelten die Zusammenhänge:
    $c=\lambda \cdot f$; Ausbreitungsgeschwindigkeit c, Wellenlänge λ und Frequenz f
    $k=2\pi/\lambda$
  - Die **Intensität I** einer Welle ist die durch die Fläche A transportierte Leistung P ist:
    $I=P/A$
  - Wichtige Wellenphänomene: **Reflexion, Brechung, Beugung** und der **Doppler-Effekt**.
  - Es gilt das **Superpositionsprinzip**: Wellen überlagern sich einfach durch Addition ihrer Amplituden.
  - Dies wird **Interferenz** genannt. Je nach relativer Phasenlage kommt es bei Wellen gleicher Frequenz zu **konstruktiver** oder **destruktiver Interferenz.**
  - **Schwebungen** entstehen bei der Interferenz von zwei Wellen mit leicht unterschiedlicher Frequenz.
  - **Stehende Wellen** sind die Überlagerung gegenläufiger Wellen gleicher Frequenz, z. B. auf einer eingespannten Saite. Es bilden sich **Schwingungsknoten** und **Schwingungsbäuche**.
  - Zusammenhang zwischen der Saitenlänge und Wellenlänge:
    $l=n \cdot \lambda/2$ (beidseitig fest eingespannte Saite)
- **Schall** ist eine longitudinale Welle. Es handelt sich um die Ausbreitung von Druckschwankungen.
  - Hörschall liegt im Bereich von **16 Hz bis 20 kHz**.
  - Schallausbreitungsgeschwindigkeiten: **Luft: ~340 m/s; Wasser: ~1500 m/s**
  - Die Lautstärkeempfindung LS unseres Gehörs hängt vom Logarithmus der Schallintensität I ab, **Weber-Fechner-Gesetz.**

- Die Lautstärke wird in **Phon** angegeben, mit der Hörschwelle $I_0=10^{-12}$ W/m^2 als Bezugsgröße: LS (phon)=10 · log (I/I_0)
- **Isophonen** geben Intensitäten bei verschiedenen Frequenzen an, die wir als gleich laut empfinden.
- Unser Gehör ist bei ca. 4 kHz am empfindlichsten.

- Ultraschall
  - Frequenzbereich: **ca. 16 kHz bis über 1 GHz**
  - Verwendung als therapeutisches Mittel durch Wärmeeintrag in Gewebe oder sogar Zerstörung von Nierensteinen.
  - Diagnostische Anwendung durch Ausnutzung der **Reflexion an Grenzschichten** zwischen unterschiedlichen Wellenwiderständen im **Echo-Lot-Verfahren**.
  - Bildhafte Darstellung durch Grauwerte (reflektierte Intensität) gegenüber Richtung und Impulslaufzeit **B-Scan.**
  - **Ultraschalldopplerverfahren** zur Geschwindigkeitsanalyse von Blutströmungen

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 Sie überlegen, wie Ihre nächste WG-Party zu einem ganz besonderen Erfolg werden kann und kommen zu dem Ergebnis, dass Papierfedern als Dekoration dafür die optimale Lösung sind. Nachdem Sie eine Papierfeder gebastelt haben, hängen Sie daran ein farbiges Blatt Papier. Die Feder dehnt sich um 4 cm. Wie viele Blätter Papier müssen Sie an die Federn hängen, damit die Dekoration eine Schwingung pro Sekunde ausführt?

Aufgabe 1

Lösung 1 Gesucht ist die Zahl n der zu verwendenden Blätter, damit sich eine Frequenz f=1 Hz ergibt. Es gilt:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$$

Wir benötigen also zunächst noch die Federkonstante D, die wir aus der Auslenkung durch ein Blatt der Masse m_1 erhalten, denn es gilt:

$$D \cdot x_1 = m_1 \cdot g \;\rightarrow\; D = \frac{g}{x_1} \cdot m_1$$

Alle Größen rechts sind uns ja bekannt. Darüber hinaus ist die Masse von n Blatt Papier gegeben durch $m=n \cdot m_1$.
Beide Gleichungen in die Frequenzgleichung eingesetzt ergibt:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g \cdot m_1}{x_1 \cdot n \cdot m_1}}$$

Aufgelöst nach der gesuchten Anzahl n

$$n = \frac{g}{x_1 \cdot (2\pi \cdot f)^2}$$

Jetzt erst setzen wir die bekannten Zahlenwerte ein und erhalten als Lösung: n=6,22.
Es sind also sechs und ein viertel Blatt Papier erforderlich!

Aufgabe 2

Aufgabe 2 Eine 70 kg schwere Person steigt in ein Auto mit m=2 t ein, dabei dehnen sich die Federn der Radaufhängung um 4 cm. Mit welcher Frequenz schwingt das System (Dämpfung liege nicht vor)?

Lösung 2 Wir verwenden die elementaren Formeln:

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m}} \text{ und } F = m_1 \cdot g = D \cdot x_1$$

m steht hier für die gesamte Masse des Systems (Mensch+Auto), m_1 ist lediglich die Masse der Person, da nur durch diese Masse die Federn des Autos um x_1 zusammengedrückt werden. Umgeformt folgt für die Frequenz:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_1 \cdot g}{m \cdot x_1}}$$

Mit den gegebenen Werten erhalten wir als Lösung: f=0,46 Hz.

Vielleicht probiert ihr das einmal an eurem Auto aus. Es gelingt allerdings nur, wenn die Stoßdämpfer des Autos nicht mehr ganz neu sind!

Aufgabe 3

Aufgabe 3 An einer Feder mit der Kraftkonstanten D=600 N/m hängt eine 1,5 kg schwere Masse. Mit welcher Frequenz (Resonanzfrequenz oder Eigenfrequenz) müsste man das System erregen, um einen möglichst großen Schwingungseffekt zu erzielen?

Lösung 3 Gefragt ist hier nach der Resonanzfrequenz, die bekanntlich der Eigenfrequenz entspricht. Diese ist definiert als:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Mit den gegebenen Werten erhalten wir eine Frequenz $f=\omega/2\pi=3{,}2$ Hz.

Aufgabe 4

Aufgabe 4 Die Wellenfunktion einer harmonischen Welle auf einer Saite sei

$$A(x,t)=(0{,}03\text{ m}) \sin [(2{,}2\text{ m}^{-1}) \cdot -(3{,}5\text{ s}^{-1})t].$$

Bestimmen Sie Frequenz f, Wellenlänge λ und Schwingungsdauer T der Saite! Welches ist die größtmögliche Auslenkung, die ein beliebiger Punkt auf der Saite erreichen kann?

Lösung 4 Wichtig ist zunächst zu erkennen, dass hier eine Wellenfunktion folgender Form vorliegt:

$(x,t)=A_{max} \sin (kx-\omega t)$
Wir hatten definiert: $k=2\pi/\lambda$, also folgt für die Wellenlänge hier: $\lambda=2\pi/k=2{,}86$ m.
Und wir haben gelernt $\omega=2\pi/T$, und erhalten für die Schwingungsdauer $T=2\pi/\omega=1{,}8$ s.
Die Frequenz ist schlicht $f=1/T=0{,}557$ Hz.

Weiter als die maximale Amplitude kann kein Punkt ausgelenkt werden, deshalb ist die Antwort auf die Ergänzungsfrage: $A_{max}=0{,}03$ m.

Aufgabe 5

Aufgabe 5 Ein Lautsprecher besitzt eine mittlere akustische Leistung von 0,5 W. Berechnen Sie die wahrgenommene Schallintensität in einem Abstand von 3 m, wenn man annimmt, dass der Lautsprecher den Schall nur in den Halbraum nach vorne abstrahlt (hinter dem Lautsprecher hört man also nichts)!

Lösung 5 Die Intensität ist definiert als $I=P/A$. Welche Fläche wird vom Lautsprecher bedient? Da er nur nach vorne strahlt, handelt es sich um eine halbe Kugeloberfläche, also $A=1/2 \cdot 4\pi \cdot r^2$, mit r als Abstand. Hier erhalten wir als Ergebnis für die Intensität:

$I=8{,}84\ 10^{-3}\ \mathrm{W\ m^{-2}}$.

Aufgabe 6 Die G-Saite einer Violine ist 30 cm lang. Wenn sie ohne Fingersatz gespielt wird, schwingt sie mit 196 Hz. Wie weit entfernt vom Ende der Saite muss man seine Finger setzen, um die Töne a (220 Hz) bzw. h (247 Hz) spielen zu können?

Aufgabe 6

Lösung 6 Es gilt der allgemeine Zusammenhang $c=\lambda \cdot f$. Wenn die Saite bei 30 cm in der Grundschwingung schwingt, also die Länge der Saite somit der halben Wellenlänge entspricht (2 fest eingespannte Saiten), beträgt $\lambda=0{,}6$ m, für die Frequenz von $f_0=196$ Hz.

Wir berechnen die spezifische Wellenausbreitungsgeschwindigkeit der Saite zu $c=117{,}6$ m/s. Nun können wir mit derselben Formel leicht die Wellenlängen der beiden gesuchten Töne bestimmen: $\lambda=c/f$. Wir erhalten für das a mit 220 Hz eine Wellenlänge von 0,53 m und für das h mit 247 Hz eine Wellenlänge von 0,48 m. Um die benötigte Saitenlänge zu erhalten, müssen wir die Wellenlängen wieder halbieren, das liefert uns die gesuchten Grifflängen von 0,27 m bzw. 0,24 m. Man muss den Finger also 3 bzw. 6 cm vom Ende der Saite entfernt ansetzen!

Alles klar!

Ultraschallbilder?

Wir wissen jetzt, dass ein Ultraschallbild viel mit der Ausbreitung von longitudinalen Ultraschallwellen zu tun hat, speziell mit der Ausbreitung in unterschiedlichen Materialien. Übrigens, dass man auf dem Bild auch noch Strukturen hinter der Stirn sieht, hat etwas damit zu tun, dass in diesem Stadium des Menschwerdens die Knochen noch nicht so verknöchert sind wie bei einem Erwachsenen. Deshalb ist die Absorption in und die Reflektion an dem Material noch gering.

4 Wärmelehre

4.1 Die Temperatur – 154
Maria Heuberger
4.1.1 Temperatur und Temperaturskalen – 154
4.1.2 Thermische Ausdehnung – 155
4.1.3 Thermometer – 156

4.2 Wärme – 158
Maria Heuberger
4.2.1 Wärmekapazität – 159
4.2.2 Kalorimeter – 160
4.2.3 Wärmestrom und Wärmeleistung – 160
4.2.4 Erster Hauptsatz der Wärmelehre – 161
4.2.5 Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre – 161

4.3 Der Gaszustand – 164
Maria Heuberger
4.3.1 Thermische Zustandsgrößen – 164

4.4 Transportphänomene – 171
Theresa Fels
4.4.1 Phasenübergänge und Umwandlungsenergien – 171
4.4.2 Vier Arten von Transportphänomenen – 178

4.5 Stoffgemische – 184
Theresa Fels
4.5.1 Gas in einer Flüssigkeit – Absorption – 184
4.5.2 Feststoff in einer Flüssigkeit – 185
4.5.3 Diffusion – 188
4.5.4 Osmose – 189

4.1 Die Temperatur

Maria Heuberger

- Temperaturskalen
- Thermische Ausdehnung, linearer und kubischer Ausdehnungskoeffizient
- Thermometer, Thermographie

Wie jetzt?

Fieber messen

Zu einer Grippe gehört auch Fieber. Dieses wird mit einem Fieberthermometer in Grad Celsius gemessen. Was steckt hinter der Einheit Grad Celsius (°C)? Wie funktioniert ein Fieberthermometer und wie kann man damit möglichst genau messen?

► Wärme und Temperatur sind unterschiedliche Größen mit verschiedenen Einheiten.

Die Wärmelehre, auch **Thermodynamik** genannt, beschreibt die Temperaturabhängigkeit physikalischer Eigenschaften. Zwei Begriffe dürfen dabei nicht verwechselt werden: Wärme bzw. Wärmeenergie und Temperatur:

- Wärme ist die Energie der Teilchen eines Körpers; sie wird in Joule gemessen.
- Die Temperatur ist ein Maß für den Wärmezustand; ihre Einheit ist Grad Celsius oder Kelvin.

Zunächst wollen wir uns deshalb mit der Temperatur beschäftigen.

4.1.1 Temperatur und Temperaturskalen

Bei der Temperatur ist es wichtig, sich die beiden gebräuchlichsten Temperaturskalen und die Umrechnung klarzumachen, man sollte mit dem linearen und kubischen Ausdehnungskoeffizienten rechnen können und wissen, auf welchen Eigenschaften die einzelnen Thermometer basieren.

► Die Fixpunkte der Celsiusskala sind der Schmelzpunkt und der Siedepunkt von Wasser.

Celsiusskala: Die willkürlich gewählten Fixpunkte der Celsiusskala sind der Gefrier- und der Siedepunkt des Wassers bei Normaldruck (1013 hPa). Der Bereich dazwischen wurde in 100 Abschnitte eingeteilt, die wir Grad nennen. Die Fahrenheitskala benutzt beispielsweise die Körpertemperatur des Menschen als zweiten Fixpunkt (100°F).

► Null Kelvin ist die tiefstmögliche Temperatur; 0 K=-273,15°C.

Thermodynamische Temperaturskala: Die Einheit der Thermodynamischen Temperaturskala ist Kelvin (K). Kelvin ist eine Basiseinheit im SI (Internationales Einheitensystem (► Kap. 2.1)). **Null Kelvin entsprechen der physikalisch tiefstmöglichen Temperatur von –273,15°C.** Dort ist die kinetische Energie aller Teilchen Null – deshalb gilt der Begriff thermodynamische Temperatur. Die Skalenschritte stimmen mit denen der Celsiusskala überein. Ändert sich die Temperatur um 1°C, so ändert sie sich auch um 1°K. Zum Rechnen, wenn es nicht auf 1/10° ankommt, wird der gerundete Wert von –273°C verwendet:

Die Umrechnung erfolgt dann nach:

$$T \text{ in } K = t \text{ (in } °C) + 273\ K$$

► Schmelzpunkt von Wasser: 273 K

► Körpertemperatur 310 K

Beispiele, die man sich einfach merken sollte:

- Schmelzpunkt von Wasser: 0°C=273 K
- Normale Raumtemperatur: 20°C=293 K
- Körpertemperatur: 37°C=310 K
- Siedepunkt von Wasser: 100°C=373 K

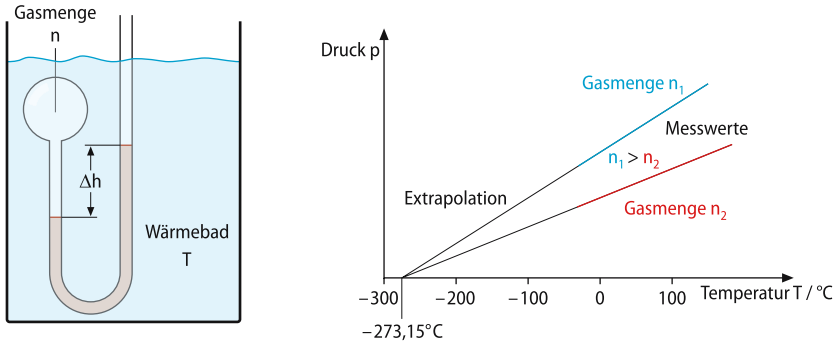


Abb. 4.1. Gasthermometer und zugehörige Messkurve (siehe Text). (Aus Harten 2006)

In der Wärmelehre wird nur in Kelvin gerechnet. Deshalb ist es sinnvoll, zu Beginn einer Rechnung alle Temperaturen von Grad Celsius in Kelvin umzurechnen.

Gasthermometer: Mit einem Gasthermometer kann die tiefste Temperatur von Null Kelvin zwar nicht gemessen, aber vorhergesagt werden. Ein Gasthermometer besteht aus einer Glaskugel mit Gas und einer Messvorrichtung für den Druck des Gases, hier angedeutet durch die Höhendifferenz Δh und den daraus resultierenden Schweredruck. Wird das Gas erwärmt, dann steigt der Druck bei konstantem Volumen. Die gemessenen Werte werden in ein Druck-Temperatur-Diagramm eingetragen (Abb. 4.1). Werden die Werte verbunden, dann ergibt sich für verschieden große Gasmengen jeweils eine Gerade. Werden die Geraden verlängert, laufen sie bei –273°C (genau bei –273,15°C) zusammen. Das ist die tiefste Temperatur für alle Gase.

► Mit einem Gasthermometer lässt sich die tiefste Temperatur vorhersagen.

Die **Temperatur des menschlichen Körpers** lässt sich unterteilen in Kern- und Körperschalentemperatur. Die Kerntemperatur wird bei 37°C konstant gehalten, die Schalentemperatur kann bis zu 9°C unter der Kerntemperatur liegen. Die Kerntemperatur schwankt im Verlauf des Tages um etwa 1°C; sie erreicht ihr Minimum zwischen 3 und 6 Uhr nachts, ihr Maximum gegen Abend. Reguliert wird die Temperatur v. a. über den Hypothalamus.

4.1.2 Thermische Ausdehnung

Um die Temperatur zu messen, kann man prinzipiell alle von der Temperatur abhängigen Eigenschaften eines Körpers nutzen. Bei einer Temperaturzunahme verändern sich u. a.:

- die Länge eines Stabs
- das Volumen einer Flüssigkeit
- der Druck in einem Gas (Gasthermometer)
- der elektrische Widerstand eines Drahts

Für Länge und Volumen existieren stoffabhängige Ausdehnungskoeffizienten.

Längenausdehnungskoeffizient: Erwärmt man einen festen Körper, so dehnt er sich aus. Die relative Längenänderung oder Dehnung eines Körpers ist der Quotient aus der Längenänderung $\Delta l = l - l_0$ und der Ausgangslänge l_0. Sie ist **proportional** zur Temperaturänderung ΔT des Körpers:

► $\Delta l = \alpha \cdot \Delta T \cdot l_0$;
α= spezifischer Längenausdehnungskoeffizient in [1/K]

$$\Delta l / l_0 \sim \Delta T;$$

Hier gilt: $\Delta T = T - T_0$= Endtemperatur minus Anfangstemperatur und

$\Delta l = l - l_0$= Länge l nach der Ausdehnung bei T minus Länge l_0 vor der Ausdehnung bei der Anfangstemperatur T_0.

Jedes Material hat einen spezifischen Längenausdehnungskoeffizienten α, auch linearer Ausdehnungskoeffizient genannt. Seine Einheit ist 1/K. Der Längenausdehnungskoeffizient von Aluminium ist beispielsweise 2,3 10^{-5} 1/K. Es gilt:

$$\Delta l/l_0=\alpha \cdot \Delta T$$

oder: $\Delta l=\alpha \cdot \Delta T \cdot l_0$

$\rightarrow l-l_0 = \alpha (T-T_0) \cdot l_0$

$\rightarrow l = l_0 (1+\alpha (T-T_0))$

► $\Delta V=\beta \cdot \Delta T \cdot V_0$; β= Volumenausdehnungskoeffizient in [1/K]

Volumenausdehnungskoeffizient: Da sich ein Körper im Raum dreidimensional ausdehnt, vergrößert sich bei einer Temperaturerhöhung von ΔT das Volumen um ΔV:

$$\Delta V=\beta \cdot \Delta T \cdot V_0 \quad \text{oder:} \quad V=V_0 (1+\beta (T-T_0))$$

β ist der spezifische Volumenausdehnungskoeffizient oder der kubische Ausdehnungskoeffizient des Materials. Er hat die Einheit 1/K. Der Volumenausdehnungskoeffizient von Alkohol, der heute häufig in Flüssigkeitsthermometern verwendet wird, ist beispielsweise 1,1 10^{-3} 1/K, der von Wasser ist mit 0,13 10^{-3} 1/K deutlich kleiner.

Beide Gleichungen sind nur für kleine Temperaturänderungen ausreichend genau. Über größere Temperaturbereiche sind die Koeffizienten selbst wieder temperaturabhängig.

► Graphisch stellen die Gleichungen für die Ausdehnungskoeffizienten Geraden mit einem positiven y-Achsenabschnitt dar.

Beide Gleichungen lassen sich als Geraden graphisch darstellen. Sie weisen die typische Form linearer Gleichungen auf (Abb. 4.2). Es gilt z. B. für den linearen Ausdehnungskoeffizient α: $l=\alpha (T-T_0) \cdot l_0+l_0$ analog zu $y=m \cdot x+c$.

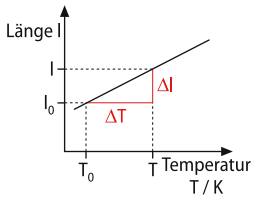


Abb. 4.2. Trägt man die Länge eines Stabs über der Temperatur auf, lässt sich die Steigung über das Steigungsdreieck ermitteln. Man erhält den linearen Ausdehnungskoeffizienten α aus der $\Delta l/\Delta T=\alpha \cdot l_0$

4.1.3 Thermometer

Ein Thermometer nutzt die Temperaturabhängigkeit von Stoffeigenschaften, um die Temperatur eines Körpers zu messen. Die Energie, die zur Thermometererwärmung nötig ist, darf dabei natürlich die Temperatur des zu messenden Körpers nicht verfälschen.

Die Funktion der gängigsten Thermometer sei hier kurz dargestellt.

► Ein Flüssigkeitsthermometer basiert auf der thermischen Ausdehnung von Flüssigkeiten.

Flüssigkeitsthermometer basieren auf der Ausdehnung einer Flüssigkeit bei Erwärmung, z. B. von Alkohol oder Quecksilber. Der Messbereich ist durch den Siede- und Gefrierpunkt der Flüssigkeit begrenzt. Ein Fieberthermometer (Abb. 4.3a) zeigt immer die höchste gemessene Temperatur an. Dazu ist am Ende der Kapillare über dem Vorratsgefäß eine kleine Verengung, die den Flüssigkeitsfaden beim Abkühlen abreißen lässt. Die Empfindlichkeit eines Thermometers ist umso höher, je größer die Steighöhe der Flüssigkeit bei der Temperaturänderung von 1 K ist. Die Flüssigkeit steigt mehr an, wenn:

- die eingeschlossene Flüssigkeitsmenge groß,
- die Kapillare dünn und
- der Ausdehnungskoeffizient hoch ist (deshalb Alkohol und nicht H_2O).

► Ein Bimetallthermometer basiert auf der unterschiedlichen thermischen Ausdehnung von Metallen.

Ein **Bimetallthermometer** besteht aus zwei fest miteinander verbundenen Metallstreifen, die einen deutlich unterschiedlichen Längenausdehnungskoeffizienten haben. Eine Seite verkürzt bzw. verlängert sich bei einer Temperaturänderung stärker als die andere. Bei einer Erwärmung biegt sich der Bimetallstreifen zu der Seite, auf der sich das Metall mit dem kleineren Ausdehnungskoeffizienten befindet (Abb. 4.3b). Anhand der Krümmung ist eine Aussage über die vorliegende Temperatur möglich. Der Metallstreifen kann auch eingesetzt werden, um bei Erhitzung einen Stromkreis zu schließen oder öffnen, so eingesetzt in Toastern zur Unterbrechung des Heizvorgangs.

► Ein Thermoelement basiert auf der Temperaturabhängigkeit der Kontaktspannung zwischen zwei verschiedenen Metallen.

Ein **Thermoelement** im elektrischen Thermometer besteht aus zwei Drähten unterschiedlicher Metalle, die an ihren Enden leitend miteinander verbunden sind. Diese Enden nennt man Kontaktstellen. Bei einer Temperaturdifferenz zwischen den beiden Kontaktstellen ist eine elektrische Spannung messbar (Abb. 4.3c). Meist wird als Referenztemperatur die Schmelztemperatur von Wasser verwendet, da diese leicht reproduziert werden kann. Heutzutage wird die Referenz elektronisch

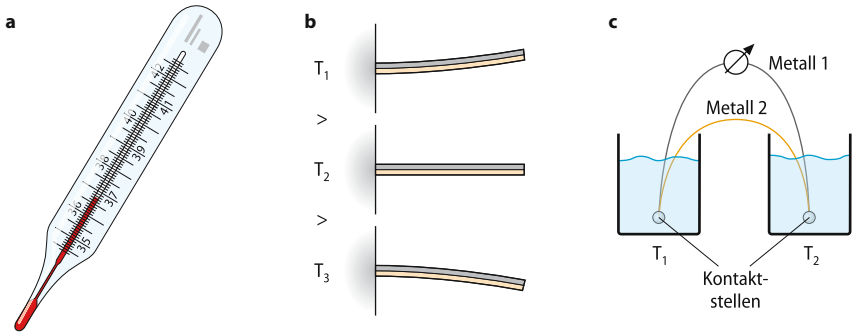


Abb. 4.3. Verschiedene Thermometer: Fieberthermometer, Bimetallthermometer und Thermoelement. (Aus Harten 2006)

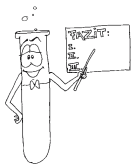
erzeugt. Die Messfühler für Thermoelemente sind klein, haben eine geringe Wärmekapazität und messen sehr genau.

Widerstandsthermometer: Der elektrische Widerstand eines Metalls ist temperaturabhängig. Der elektrische Widerstand erhöht sich bei vielen Metallen mit zunehmender Temperatur. Bei Halbleitern verringert er sich mit zunehmender Temperatur.

► Ein Widerstandsthermometer basiert auf der Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes von Metalldrähten.

Bei einer **Thermographie** wird ein Temperaturbild erzeugt, beispielsweise das der Körperoberfläche. Dazu wird die emittierte Wärmestrahlung (Infrarotlicht) des Körpers ermittelt, die mit der Temperatur zusammenhängt. Mit diesem Verfahren lässt sich die Durchblutung oberflächennaher Gewebe und der Haut darstellen. Das berührungslose Fieberthermometer im Ohr misst die infrarote Strahlung des Trommelfells.

► Mittels Thermographie wird die emittierte Wärmestrahlung ermittelt.



kurz & knapp

- Die Temperatur ist ein Maß für den Wärmezustand, sie darf nicht mit der Wärme verwechselt werden.
- Die Temperatur kann in Grad Celsius (°C) oder in Kelvin (K) angegeben werden, wobei 0 K=–273°C der absolute Nullpunkt ist (exakt bei –273,15°C).
- Die Temperaturmessung beruht auf der Temperaturabhängigkeit physikalischer Eigenschaften.
- Für die Längenänderung eines Körpers in Abhängigkeit von der Temperatur gilt: $\Delta l = \alpha \cdot \Delta T \cdot l_0$.
- Auf der Längenänderung basiert der **Bimetallthermometer**.
- Für die Volumenänderung gilt: $\Delta V = \beta \cdot \Delta T \cdot V_0$.
- Auf der Volumenänderung basiert der **Flüssigkeitsthermometer**.
- Beide Gleichungen stellen steigende Geraden dar.
- **Thermoelemente** beruhen auf der Temperaturabhängigkeit der Kontaktspannung zwischen 2 verschiedenen Metallen.
- Elektrische **Widerstandsthermometer** basieren auf der Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes von Leitern (meist werden Metalle wie Pt [Platin] verwendet).

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 Welches Verhältnis haben die Temperaturen $t_1 = -3$°C und $t_2 = 87$°C in Kelvin?

Aufgabe 1

Lösung 1 Lösung: $t_1/t_2 = (-3+273)\ \text{K}/(87+273)\ \text{K} = 3/4$

Aufgabe 2 Um wie viele Millimeter ändert sich die Länge einer 2 m langen Eisenstange, wenn sie von 10°C auf 100°C erwärmt wird? Der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient von Eisen ist $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{K}^{-1}$.

Aufgabe 2

Lösung 2 $\Delta l = a \cdot \Delta T \cdot l_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{K}^{-1} \cdot 90\ \text{K} \cdot 2\ \text{m} = 2{,}16 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 2{,}16\ \text{mm}$

Aufgabe 3

Aufgabe 3 Um wie viele Millimeter steigt die Alkoholsäule eines Flüssigkeitsthermometers mit 10 ml Flüssigkeit bei einer Temperaturerhöhung von 12°C auf 24°C? Volumenausdehnungskoeffizient des Alkohols: $\beta=1{,}10\ 10^{-3}\ 1\ K^{-1}$. Durchmesser der Kapillare: d=2 mm.

Lösung 3 $\Delta V=\beta \cdot \Delta T \cdot V_0=1{,}10\ 10^{-3}\ 1\ K^{-1} \cdot 12\ K \cdot 10\ ml=0{,}132\ ml=0{,}132\ cm^3=132\ mm^3$;
$\Delta V=r^2 \cdot \pi \cdot \Delta h$; $\Delta h=\Delta V/(r^2 \cdot \pi)=132\ mm^3/(1mm^2 \cdot \pi)=42\ mm$.

Aufgabe 4

Aufgabe 4 Ein Thermoelement, dessen Kontaktstellen eine Temperatur von 273 K und 323 K haben, liefert eine elektrische Spannung von 2 mV. Welcher Temperatur in Grad Celsius entspricht eine Spannung von 1,2 mV?

Lösung 4 Lösung durch den Dreisatz:
2 mV entsprechen 50 K
0,1 mV entspricht dann 50 K/20=2,5 K
1,2 mV entsprechen 2,5 K · 12=30 K
Die Temperatur beträgt also 273 K+30 K=303 K oder 70°C.

Alles klar!

Alles klar mit dem Fieberthermometer

Die Einheit Grad Celsius basiert auf der Festlegung von zwei Fixpunkten, dem Schmelz- und Siedepunkt von Wasser. Ein Fieberthermometer nutzt die thermische Ausdehnung von Flüssigkeiten ($\Delta V=\beta \cdot \Delta T \cdot V_0$), um Temperaturänderungen messbar zu machen. Es misst besonders genau, wenn der Ausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit groß, viel Flüssigkeit vorhanden und die Kapillare dünn ist.

4.2 Wärme

Maria Heuberger

- Wärme als Energie
- Wärmekapazität, spezifische Wärmekapazität, molare Wärmekapazität
- Kalorimeter
- Wärmeleistung, Wärmestromdichte
- Innere Energie, erster Hauptsatz
- Offene Systeme
- Reversible und irreversible Prozesse, Entropie, zweiter Hauptsatz

Wie jetzt?

Wie funktioniert das mit der Regulierung unserer Körpertemperatur?

Unser Körper muss immer auf einer konstanten Temperatur gehalten werden. Dazu, und um Arbeit verrichten zu können, brauchen wir Nahrung. Wir führen Energie zu, um sie in Wärme und Arbeit umzuwandeln. Wie viel Energie braucht unser Körper, um sich um 1°C zu erwärmen? Und warum können wir uns auch an einer Wärmflasche aufwärmen?

Bei der Wärme ist es wichtig, mit den Wärmekapazitäten (v. a. mit der spezifischen) und der Wärmeleistung rechnen zu können. Den ersten und zweiten Hauptsatz sollte man verstehen.

4.2.1 Wärmekapazität

Die Wärmemenge ist neben der potenziellen und der kinetischen Energie eine dritte Energieform. Sie entspricht der kinetischen Energie der Teilchen eines Körpers. Die Temperatur ist ein Maß für den Wärmezustand. Die Temperaturerhöhung ΔT ist proportional zur Änderung der Wärmeenergie ΔQ: $\Delta Q \sim \Delta T$.

► Die Temperaturänderung ist proportional zur Änderung der Wärmeenergie.

Wird einem Körper Wärmeenergie zugeführt, erhöht sich entweder die kinetische Energie seiner Teilchen, und damit die Temperatur, oder der Aggregatszustand ändert sich. Die Änderungen des Aggregatszustandes werden im ► Kap. 4.4 besprochen.

Die Einheit der Wärmeenergie ist Joule. 1 J (in der Wärmelehre) entspricht 1 Nm (in der Mechanik) oder 1 Ws (in der Elektrizität) oder in »alten Einheiten« 0,24 cal oder ausgedrückt in SI-Basiseinheiten 1 kg m^2 s^{-2}.

► Einheit der Wärmeenergie: 1 J=1 Nm=1 Ws= 0,24 cal=1 kg m^2 s^{-2}

Eine veraltete Einheit der Wärme ist die Kalorie (cal). 1 cal ist die Wärmemenge, die nötig ist, um die Temperatur von 1 g Wasser um 1°C zu erhöhen. 1 cal=4,2 J.

Die Wärmekapazität eines Stoffs legt fest, welche Wärmemenge dem Stoff zugeführt werden muss, um ihn um 1 K zu erwärmen.

Wärmekapazität C eines Gegenstandes:

C=Q/ΔT= zugeführte Wärmemenge/Temperaturerhöhung; $[C]=J\ K^{-1}$.

Die **spezifische Wärmekapazität** c_m eines Stoffs berechnet sich nach:

$c_m=C/m$; $[c_m]=J/(kg\ K)$

Die spezifische Wärmekapazität c_m, auch spezifische Wärme genannt, besagt, wie viel Energie nötig ist, um die Temperatur von 1 kg des Stoffs um 1 K zu erhöhen.

Die spezifische Wärmekapazität von Wasser $=4{,}2\ J\ g^{-1}\ K^{-1}=4{,}2\ 10^3\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ entspricht auch in etwa der Wärmekapazität des Menschen. Diese Zahl sollte man sich merken.

► Die spezifische Wärmekapazität von Wasser ist $4{,}2\ J\ g^{-1}\ K^{-1}=4{,}2\ 10^3\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$; diese Zahl gilt ungefähr auch für den Menschen.

Die molare Wärmekapazität c_n, auch Molwärme genannt, besagt, wie viel Energie nötig ist, um die Temperatur von 1 Mol einer Verbindung um 1 K zu erwärmen.

Molare Wärmekapazität c_n einer chemischen Verbindung:

$c_n=Q/(\Delta Tn)$ = zugeführte Wärmemenge/(Temperaturerhöhung · Mol des Stoffs);
$[c_n]=1\ J/mol\ K$

Bei Gasen unterscheidet man 2 Wärmekapazitäten: $c_p > c_v$

1. c_v bei konstantem Volumen (nur die kinetische Energie der Teilchen wird erhöht)
2. c_p bei konstantem äußeren Druck (kinetische Energie wird erhöht und es wird Arbeit gegen die intermolekularen Bindungskräfte geleistet).

4.2.2 Kalorimeter

Mit einem Kalorimeter lassen sich spezifische Wärmekapazitäten bestimmen. Es beruht auf dem Energieerhaltungssatz: Die abgegebene Wärmeenergie muss gleich der aufgenommenen Wärmeenergie sein. Um die spezifische Wärmekapazität eines Stoffs zu bestimmen, benötigt man neben der Masse m und der Temperaturdifferenz ΔT, die ohne Weiteres messbar sind, auch die Wärmemenge Q. Zur Messung von Q gibt es kein direktes Messgerät. Aber die Kalorimetrie hilft weiter:

Ein Kalorimeter ist ein doppelwandiges, wärmeisoliertes Gefäß, ein so genanntes Dewargefäß (◘ Abb. 4.4). In diesem befindet sich eine bekannte Menge Wasser m_0 mit der Temperatur T_0. Die spezifische Wärmekapazität des Wassers c_0 kann gemessen werden, indem ein Tauchsieder eine be-

stimmte elektrische Energie (berechenbar aus U und I; $E=U \cdot I \cdot \Delta t$ mit Δt= Zeit, solange der Strom fließt) in die Wärmemenge ΔQ umwandelt:

$$c(H_2O)=\Delta Q/(m \cdot \Delta T).$$

Ist die spezifische Wärmekapazität des Wassers bekannt, dann kann auch diejenige anderer Substanzen bestimmt werden:

Die Masse m_1 der Substanz mit unbekannter spezifischer Wärmekapazität c_1 wird auf eine Temperatur T_1 erwärmt und danach in das Wasser (c_0 und T_0) gegeben. Die warme Substanz gibt nach dem Energieerhaltungssatz so viel Energie an das Wasser ab, wie dieses aufnimmt:

$$Q_{1(\text{vom Körper abgegeben})}=Q_{0(\text{vom Wasser aufgenommen})}$$

Dabei gilt jeweils: $Q=C \cdot m \cdot \Delta T$

Nach einer Weile stellt sich eine Mischtemperatur T_m ein. Nun gilt:

$(c_1 m_1)\ (T_1-T_m)=(c_0 m_0)\ (T_m-T_0)$

$c_1=(c_0 m_0)\ (T_m-T_0)/[(T_1-T_m)\ m_1]$

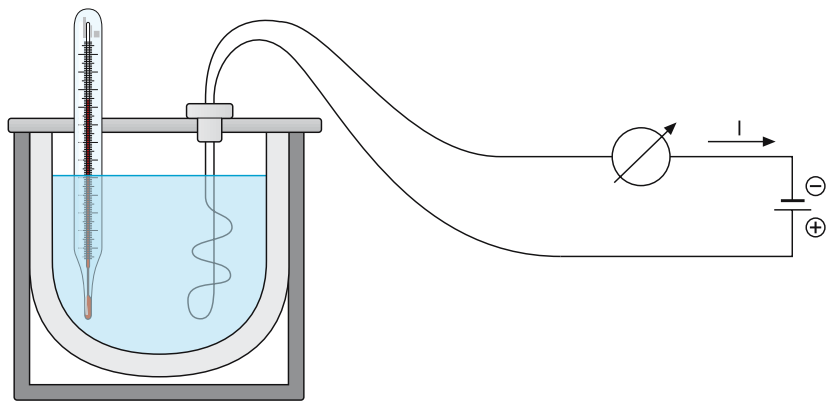


Abb. 4.4. Die spezifische Wärmekapazität des Wassers wird mit einem Kalorimeter bestimmt

4.2.3 Wärmestrom und Wärmeleistung

► Wärmestrom $I=\Delta Q/\Delta t$; [J]=W
Wärmestromdichte $j=I/A$; [j]=W/m

Wärmestrom ist die Wärme, die pro Zeiteinheit strömt: $I=\Delta Q/\Delta t$; [I]=W (Watt). Diese Formel entspricht auch der Wärmeleistung P.

Wärmestromdichte ist der Wärmestrom pro Fläche: $j=I/A$; $[j]=W/m^2$

4.2.4 Erster Hauptsatz der Wärmelehre

► 1. Hauptsatz der Wärmelehre: $\Delta U=\Delta Q+\Delta W$

Der erste Hauptsatz der Wärmelehre ist eine besondere Form des Energieerhaltungssatzes. **Die Zunahme der inneren Energie ΔU eines Systems ist gleich der Summe aus zugeführter Wärmeenergie ΔQ und der am System verrichteten Arbeit ΔW.** Er gilt für alle Stoffe und lässt sich gut an Gasen erklären:

Führt man einem Gas Wärme (ΔQ) zu, erhöht sich die kinetische Energie seiner Teilchen und damit die Temperatur. Das Gleiche passiert, wenn man das Volumen eines Gases verkleinert. Dabei wird Volumenarbeit geleistet: $W=p \cdot \Delta V$. Die kinetische Energie der Gasteilchen kann auch als innere Energie U des Gases bezeichnet werden. Es können also Wärmeenergie und Arbeit (mechanische Energie) in innere Energie umgewandelt werden. Wenn man ein Gas gleichzeitig erwärmt und komprimiert, dann steigt die innere Energie um die Summe aus der

Wärmezufuhr und der Arbeit. Das ist der erste Hauptsatz der Wärmelehre. Als Formel ausgedrückt:

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

Die Einheit dieser Energieformen ist Joule.

Ein System, mit der inneren Energie ΔU, kann diese durch Wärme ΔQ wieder an die Umgebung abgeben oder Arbeit ΔW an der Umgebung leisten.

Eine Wärmekraftmaschine ist eine Maschine, die Wärmeenergie in innere Energie und Arbeit umwandelt. Ein klappernder Kochtopfdeckel ist beispielsweise eine Wärmekraftmaschine: Der heiße Wasserdampf dehnt sich aus, er übt Kraft auf den Deckel aus. Hebt sich der Deckel, dann wird Arbeit verrichtet. Auf molekularer Ebene: Die kinetische Energie der Gasmoleküle wird erhöht, sodass sie beim Aufprallen auf den Deckel mehr Kraft auf diesen ausüben und ihn kurz anheben. Die kinetische Energie der Teilchen wird damit zum Teil in mechanische Energie umgewandelt. Nach dem gleichen Prinzip funktionieren auch Turbinen.

4.2.5 Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre

Systeme

In Vorbereitung auf den zweiten Hauptsatz der Wärmelehre soll der Begriff der Systeme geklärt werden. In der Wärmelehre wird immer ein System (ein Teil der Umwelt) beobachtet, z. B. ein eingeschlossenes Gas. Es werden folgende Systeme unterschieden:

- **Offene Systeme** können mit der Umgebung Materie und Energie austauschen. Ein Beispiel hierfür ist der Mensch.
- **Geschlossene Systeme** können nur Wärmeenergie mit der Umgebung austauschen, z. B. ein eingeschlossenes Gas.
- **Abgeschlossene oder isolierte Systeme** können nichts mit der Umgebung austauschen. Die innere Energie eines geschlossenen Systems ist deshalb immer gleich. Ein abgeschlossenes System ist z. B. der Inhalt einer geschlossenen Thermosflasche.

Geht man vom ersten Hauptsatz der Wärmelehre aus, dann ist es möglich, jede Energieform beliebig und vollständig in eine andere umzuwandeln. Bei der Umwandlung von Wärmeenergie in eine andere Energieform bleibt aber immer etwas Wärme im System zurück, die nicht genutzt werden kann. Der zweite Hauptsatz der Wärmelehre kann erklären, warum das passiert.

Der Zweite Hauptsatz der Wärmelehre lautet: Die Entropie in einem abgeschlossenen System kann niemals abnehmen, sie kann nur in reversiblen Prozessen oder im Gleichgewicht konstant bleiben und in irreversiblen Prozessen größer werden.

► 2. Hauptsatz der Wärmelehre: Entropie S kann in einem gschlossenen System niemals abnehmen.

Bringt man in einem abgeschlossenen System zwei Gase gleicher Dichte zusammen, dann vermischen sie sich. Hätten sie unterschiedliche Dichten, würden sie sich im Raum schichten. Die Gase gehen vom geordneten Nebeneinander in ein ungeordnetes Durcheinander über.

Dieses Phänomen, dass Ordnung spontan in Unordnung übergeht, findet man überall in der Natur. Die Unordnung kann nicht verringert werden, ohne dass sie an anderer Stelle zunimmt. **Der Fachausdruck für Unordnung ist Entropie S.** Sind die betrachteten Gase einmal vermischt, werden sie sich von alleine nicht mehr trennen. Der Prozess wird als irreversibel, also nicht umkehrbar bezeichnet. Er läuft nur in einer Richtung ab. Haben sich die Gase vermischt, stellt sich ein Gleichgewicht ein. Die Unordnung lässt sich nun nicht mehr vergrößern, die Entropie S bleibt also konstant. Man spricht dann von einem thermodynamischen Gleichgewicht.

► In einem abgeschlossenen System möchte sich die Entropie S (Unordnung) immer vergrößern.

Der zweite Hauptsatz der Wärmelehre lautet auch:

- $\Delta S > 0$: **Irreversible Prozesse** laufen spontan ab, dabei nimmt die Entropie zu.
- $\Delta S = 0$: Im thermodynamischen Gleichgewicht bleibt die Entropie konstant. Ein **reversibler Prozess** ist immer im Gleichgewicht. Reversible Prozesse können in beide Richtungen ablaufen.
- $\Delta S < 0$: Eine Abnahme der Entropie ist in abgeschlossenen Systemen unmöglich. In nicht abgeschlossenen Systemen kann die Entropie abnehmen, wenn dem System Wärme entzogen wird.

Wie wird eigentlich diese Entropie S berechnet? Wenn man eine Wärmemenge Q bei einer Temperatur T in ein System reversibel einbringt, dann erhöht sich die Entropie um $\Delta S=\Delta Q/T$. Für irreversible Prozesse ist die Entropieänderung größer als der Quotient aus zugeführter Wärmemenge durch die Temperatur.

Beim Wärmetransport ist noch Folgendes zu beachten: Die Wärme wird in einem abgeschlossenen System immer von einem wärmeren zu einem kälteren Körper übergehen, bis ein Gleichgewicht erreicht ist. Der Grund dafür ist die angestrebte Erhöhung der Entropie, in diesem Fall die Erhöhung der ungerichteten Bewegung der Teilchen. In einem Kraftwerk wird Wärme in elektrische Energie umwandelt. Ein Teil der Wärme wird aber verbraucht, um die Entropie zu erhöhen, z. B. einen Kessel aufzuheizen. Diese Wärme kann nicht mehr in elektrische Energie umgewandelt werden. **Wärme kann also nicht vollständig in eine andere Energieform umgewandelt werden. Umgekehrt lässt sich aber jede andere Energieform vollständig in Wärme umwandeln.**

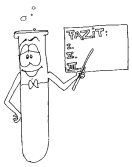
► Es ist nicht möglich, eine periodisch arbeitende Maschine zu bauen, die ausschließlich mechanische Arbeit durch Abkühlung eines Wärmereservoirs produziert: ein Perpetuum Mobile zweiter Art ist unmöglich.

Der zweite Hauptsatz der Wärmelehre kann die Unmöglichkeit eines Perpetuum Mobile zweiter Art erklären: Dieses soll durch Abkühlung der Umgebung mechanische oder elektrische Energie gewinnen. Das wäre dann ungefähr so, als könnte ein Auto durch Abkühlung der Umgebung fahren. Da sich die Entropie immer vergrößern möchte, geht nur Wärme vom wärmeren zum kälteren Körper über. Auf dem Weg vom Ort hoher Temperatur T_1 zum Ort niedriger Temperatur T_2 kann die Wärmeenergie teilweise in mechanische Energie W verwandelt werden. Das stehende Auto ist aber gleich warm wie seine Umgebung. Es besteht also ein thermodynamisches Gleichgewicht in einem abgeschlossenen System. Eine Entropieerhöhung und damit mechanische Energiegewinnung ist nicht möglich.

► Wirkungsgrad $\eta = \frac{W_{verrichtet}}{E_{zugeführt}}$

Unter dem **Wirkungsgrad** einer Wärmekraftmaschine versteht man das Verhältnis von geleisteter oder verrichteter Arbeit W zur zugeführten Energie E: $\eta=W/E$. Wird die Energie ausschließlich als Wärme zugeführt, spricht man vom thermischen Wirkungsgrad $\eta=W/Q$.

Der Wirkungsgrad ist immer kleiner als 1! Für einen ideal geführten Prozess (Carnotscher Kreisprozess) ergibt sich ein maximaler Wirkungsgrad von $\eta_{max}=1-T_2/T_1<1$.



kurz & knapp

- Wärme wird in Joule gemessen.
- Die Wärmekapazität C eines Stoffs besagt, wie viel Wärme Q ihm zugeführt werden muss, um ihn um die Temperatur von 1 K zu erwärmen: $Q=C\cdot\Delta T$.
- Es gibt verschiedene Arten der Wärmekapazität: die »normale« C, die spezifische c_m und die molare c_n: $c_m=C/m$; $c_n=C/n$.
- Der Wärmestrom I ist die pro Zeit strömende Wärmemenge Q: $I=Q/\Delta t$.
- Der erste Hauptsatz der Wärmelehre besagt, dass die Zunahme der inneren Energie ΔU eines Systems gleich der Summe aus zugeführter Wärmeenergie ΔQ und der am System verrichteten Arbeit ΔW ist: $\Delta U=\Delta Q+\Delta W$.
- Der zweite Hauptsatz der Wärmelehre sagt aus, dass die Entropie in einem geschlossenen System niemals abnehmen, sondern nur im Gleichgewicht konstant bleiben kann.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 Um 1 kg Wasser von 23°C auf 123°C zu erwärmen, muss man 420 kJ zuführen. Was ist die spezifische Wärmekapazität von Wasser? **Aufgabe 1**

Lösung 1 $c_m=Q/(m \cdot \Delta T)=420\ kJ/(1\ kg \cdot 100\ K)=4{,}2\ kJ/(kg \cdot K)$

Aufgabe 2 Wie lange braucht ein Wasserkocher (Leistung P=2 kW), um 2 kg Wasser von 10°C auf 60°C zu erwärmen? $c_{wasser}=4{,}2\ 10^3\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$. **Aufgabe 2**

Lösung 2 10°C=283 K; 60°C=333 K;
$Q=c_m \cdot m \cdot \Delta T=4{,}2 \cdot 10^3\ J\ kg^{-1}\ K^{-1} \cdot 2kg \cdot 40K=4{,}2 \cdot 10^5\ J$;
$t=Q/P=(4{,}2 \cdot 10^5\ W \cdot s)/(2 \cdot 10^3\ W)=210\ s=5{,}8\ min$

Aufgabe 3 In einer Thermosflasche (Dewargefäß) befindet sich 1 kg Wasser von 60°C. Es wird 1 kg Eis dazugegeben. Schmilzt alles Eis beim Ausgleich? Die Schmelzwärme des Eises beträgt 333 kJ/kg. **Aufgabe 3**

Lösung 3 Würde alles Eis schmelzen, dann müsste die Energie, die das Eis beim Schmelzen aufnimmt, gleich der Energie sein, die das Wasser beim Abkühlen abgibt:

$Q_{abgegeben} = Q_{aufgenommen}$
$Q_{aufgenommen} =333\ kJ\ kg^{-1} \cdot 1\ kg=333\ kJ$
$Q_{abgegeben}=c_m\Delta T=4{,}2\ J\ g^{-1}\ K^{-1} \cdot 1000\ g \cdot 60\ K=252\ kJ.$

Das Wasser kann also nicht so viel Energie abgeben, wie das Eis zum Schmelzen benötigen würde. Es bleibt also etwas Eis erhalten. Die Wassertemperatur liegt dann bei 0°C.

Aufgabe 4 1 kg Limonade der Temperatur T_1=4°C wird mit 2 kg Limonade der Temperatur T_2=10°C gemischt. Welche Mischtemperatur stellt sich ein? **Aufgabe 4**

Lösung 4 Die Wärmeenergie des Systems bleibt erhalten: $Q_{vorher} = Q_{nachher}$.
$T_1 \cdot C+T_2 \cdot C=T_m \cdot C;\ \ C=c \cdot m$
$T_1 \cdot m_1 \cdot c+T_2 \cdot m_2 \cdot c=T_m \cdot (m_1+m_2) \cdot c$

Da immer Limonade, also die gleiche Substanz verwendet wird, kann man c kürzen:
$T_1 \cdot m_1+T_2 \cdot m_2=T_2\ (m_1+m_2)$
$T_m=(T_1 \cdot m_1+T_2 \cdot m_2)/(m_1+m_2)=(277\ kg \cdot K+566\ kg \cdot K)/3\ kg=281\ K=8°C.$
Oder: $Q=cm \cdot \Delta T;\ Q_{abgegeben} = Q_{aufgenommen};\ \ c_{m_1}(T_1-T_m)=c_{m_2}(T_m-T_2).$

Aufgabe 5 Ein Kraftwerk verbraucht 13 l Öl pro Sekunde. Seine elektrische Leistung sind 200 MW. Die Abwärme wird einem Fluss mit der Strömungsgeschwindigkeit I=10 m^3/s zugeführt. **Aufgabe 5**

a) Wie hoch ist der theoretische Wirkungsgrad des Kraftwerks? (Heizwert von Öl=40 MJ/l).
b) Um wie viel Kelvin erwärmt sich der Fluss?

Lösung 5

a) n= Leistung W/zugeführte Wärme Q
$W=200\ MJ\ s^{-1}$
$Q=13\ l\ s^{-1} \cdot 40\ MJ\ l^{-1}=520\ MJ\ s^{-1}$
$n=(200\ MJ\ s^{-1})/(520\ MJ\ s^{-1})=0{,}38=38\%$

b) Die Abwärme ist die Differenz zwischen der zugeführten Wärme und der Leistung:
$Q'=Q-W=520\ MJ\ s^{-1}-200\ MJ\ s^{-1}=320\ MJ\ s^{-1}=320 \cdot 10^6\ J\ s^{-1}$
$Q'=\Delta T \cdot m \cdot c;\ \Delta T=Q'/(V \cdot c)=(320 \cdot 10^6\ J\ s^{-1})/[10\ m^3\ s^{-1} \cdot 4{,}2\ J\ g^{-1} \cdot K^{-1}]=7{,}6 \cdot 10^6\ g \cdot K\ m^{-3}=7{,}6\ K$
$1\ m^3 H_2O \triangleq 10^6\ g\ H_2O.$

Alles klar!

Unser Wärmehaushalt

Die Wärmekapazität des menschlichen Körpers entspricht in etwa der des Wassers. Die Energie, die wir aufwenden, um unseren Körper um 1°C zu erwärmen, ist 4,2 J g^{-1}. Ein 60 kg schwerer Mensch braucht also 252 kJ=4,2 kJ kg^{-1} · 60 kg, um seinen Körper um 1°C zu erwärmen. Das entspricht 60 kcal, also ungefähr 20 g Gummibärchen. Das gilt nur, wenn diese Energie ausschließlich zur Wärmeentwicklung verwendet würde und der Körper voll isoliert wäre.

An einer Wärmflasche können wir unseren Körper erwärmen, wenn diese mit Wasser gefüllt ist, das wärmer ist als unsere Körpertemperatur. Nach dem zweiten Hauptsatz der Wärmelehre möchte sich die Entropie in einem abgeschlossenen System erhöhen. Die kinetische Energie der Teilchen des Wassers in der Wärmflasche erhöht also die kinetische Energie der Körperteilchen. Die Körpertemperatur steigt.

4.3 Der Gaszustand

Maria Heuberger

- Thermische Zustandsgrößen: Druck, Volumen, Temperatur
- Modell des idealen Gases vs. reale Gase
- Normbedingungen, Molvolumen
- Allgemeine Zustandsgleichung, universelle Gaskonstante, Boltzmann-Konstante
- Spezielle Zustandsänderungen: isotherm, isobar, isochor, adiabatisch
- Gasgemische: Partialdruck, Gesetz von Dalton
- Zusammensetzung der atmosphärischen Luft

Wie jetzt?

Wie groß ist eigentlich der Druck in unserer Lunge?

Bevor eingeatmete Luft in die Lunge gelangt, wird sie in der Nase mit Wasserdampf angefeuchtet und erwärmt. Wie verändert sich der Luftdruck durch diese Erwärmung und Anfeuchtung? Ist er in der Lunge größer als außerhalb?

Die allgemeine Gaskonstante ist sehr wichtig. Mit ihr sollte man sicher rechnen können. Die Diagramme der speziellen Zustandsänderungen werden oft abgefragt, aber auch über das Modell des idealen Gases und den Partialdruck sollte man Bescheid wissen.

4.3.1 Thermische Zustandsgrößen

► Thermische Zustandsgrößen für Gase sind Druck, Volumen und Temperatur.

Zustandsgrößen sind physikalische Größen, die für jeden Zustand eines Systems bestimmte Werte annehmen und diesen Zustand dadurch eindeutig beschreiben. Für Gase sind das die Größen

- **Druck p** in N m^{-2}
- **Volumen V** in m^3
- **Temperatur T** in Kelvin

Darüber hinaus benötigen wir noch die Menge des betrachteten Stoffs. Diese ist für Gase normalerweise durch die **Molzahl n** festgelegt. Zwischen diesen Größen besteht eine feste Beziehung. Diese wichtige Beziehung wollen wir uns im Folgenden klarmachen.

Ideale und reale Gase

Ein Gas besteht aus Teilchen, die mit hoher Geschwindigkeit ziellos im Raum herumsausen und diesen vollständig ausfüllen. Es gibt keine Formbeständigkeit wie bei Festkörpern und keine Volumenbeständigkeit wie bei Flüssigkeiten. Bei Zusammenstößen ändern die Moleküle ihre Richtung und ihre Geschwindigkeit. Die Wärmeenergie eines Gases beruht auf der kinetischen Energie seiner Moleküle.

Ein **ideales Gas** muss folgende Voraussetzungen erfüllen:

- Die Moleküle können als Massenpunkte betrachten werden, d. h. ihr Volumen ist im Verhältnis zu ihrem Abstand verschwindend klein.
- Die Moleküle üben außer beim Zusammenstoß keine anziehenden oder abstoßenden Kräfte aufeinander aus.
- Beim Zusammenstoß zweier Moleküle bleiben die kinetische Energie und der Gesamtimpuls erhalten, es liegt also ein elastischer Stoß vor.

► Beim idealen Gas können die Moleküle als Massenpunkte betrachtet werden, die Moleküle üben keine Kräfte aufeinander aus, außer beim elastischen Zusammenstoß.

Bei **realen Gasen** sind diese Voraussetzungen meist nicht erfüllt:

- Reale Gase sind nicht punktförmig. Sie haben ein Eigenvolumen.
- Gaspartikel ziehen sich gegenseitig an.

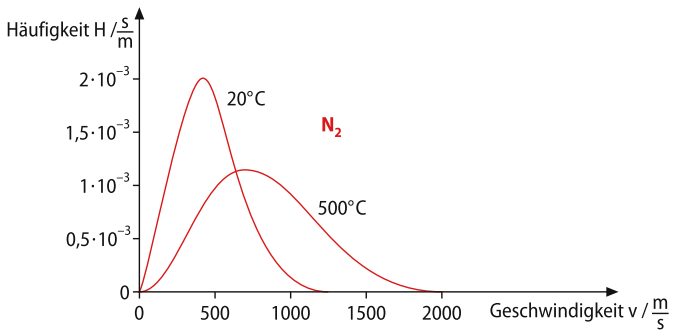
► Die Moleküle realer Gase haben ein Eigenvolumen und ziehen sich gegenseitig an.

Nur bei kleinen Dichten und hohen Temperaturen verhalten sich Gase ideal. Wird die Temperatur gesenkt oder die Dichte erhöht, dann treten zwischen den Teilchen van-der-Waalssche Anziehungskräfte auf. Luft bei Zimmertemperatur verhält sich beispielsweise ideal, Wasserdampf dagegen nicht. **In der Medizin verwendete Atemgase verhalten sich in Vorratsflaschen unter üblichen Fülldrücken wie ideale Gase.**

► Bei großem Volumen und hoher Temperatur verhalten sich Gase ideal (z. B. Luft bei Zimmertemperatur.

Teilchenbewegung ist ein Maß für die Temperatur und den Druck eines Gases. Nicht alle Teilchen haben die gleiche Geschwindigkeit. Die Häufigkeit, mit der bestimmte Geschwindigkeiten auftreten, wird durch die **Maxwell-Verteilung** beschrieben (◘ Abb. 4.5).

► Die Teilchen eines Gases haben unterschiedliche Geschwindigkeiten.



◘ **Abb. 4.5.** Geschwindigkeitsverteilung in gasförmigem Stickstoff. Die Kurve ist asymmetrisch; sie läuft nach rechts langsam aus. Die mittlere Geschwindigkeit ist größer als die häufigste Geschwindigkeit. Bei steigender Temperatur wird die Kurve flacher und breiter. (Aus Harten 2006)

Normbedingungen

Bei der Beschreibung der Zustände von Gasen hat man sich darauf geeinigt, einen Norm- oder Normalzustand zu definieren, um nicht immer alle Zustandsgrößen angeben zu müssen. So versteht man unter der **Normbedingung:**

- Temperatur: 273,15 K=0°C
- Druck: 1013,25 hPa=1013,25 mbar=760 Torr

► Normbedingungen sind 273,15 K und 1013,25 hPa.

In der Physiologie sind die Bedingungen STPD, BTPS und ATPS wichtig:

- **Standardbedingungen STPD** (Standard Temperature Pressure Dry) beschreiben den Normzustand eines trockenen Gases: T=273 K, p=1013 hPa, $p(H_2O)=0$
- **BTPS** (Body Temperature Pressure Saturated) beschreiben den Normzustand der in den Lungenalveolen befindlichen Luft. Diese ist bei Körpertemperatur (37°C) und äußerem Druck p mit Wasserdampf gesättigt: T=310 K, $p(H_2O)=6{,}25$ hPa
- **ATPS** (Ambient Temperature, Pressure, Saturated) sind die aktuellen Messbedingungen außerhalb des Körpers.

Bei spirometrischen Untersuchungen der Lungenfunktion wird das Atemgas von ATPS-Bedingungen aus eingeatmet. Dabei wechselt es zu BTPS-Bedingungen, um anschließend beim Verlassen des Körpers wieder zu ATPS-Bedingungen zurückzukehren. Somit ist es erforderlich, die Bedingungen ineinander umzurechnen und umgebungsneutral in STPD-Bedingungen angeben zu können. Dies ist sehr einfach, wenn wir erst einmal den Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen in einer Formel vorliegen haben.

Das allgemeine Gasgesetz

Die allgemeine Zustandsgleichung für ideale Gase, das »ideale« Gasgesetz, beschreibt den Zusammenhang zwischen Druck p, Temperatur T und Volumen V.

Herleitung

► E_{kin}~T und E_{kin}~p. Daher gilt: T~p.

T~p. Der Gasdruck ist proportional zur Temperatur: Die durchschnittliche kinetische Energie der Moleküle ist proportional zur absoluten Temperatur. E_{kin}~T. Die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen eines Gases nimmt mit steigender Temperatur zu. Dadurch vergrößert sich auch der Druck, der durch die Stöße der Teilchen auf die Gefäßwand entsteht. Der Druck ist deshalb auch proportional zur mittleren Geschwindigkeit der Teilchen. E_{kin}~p. Sind zwei Größen zu einer dritten proportional, so sind sie untereinander auch proportional. Deshalb gilt: **T~p**.

► Der Gasdruck verhält sich reziprok zum Volumen.

p~1/V. Der Gasdruck ist indirekt proportional (reziprok) zum Volumen: Bleibt die Temperatur konstant, dann bleibt auch E_{kin} konstant. Verdoppelt man unter dieser Bedingung das Volumen, dann halbieren sich die Moleküle pro Raumeinheit. Damit halbieren sich auch die Kraftstöße pro Flächeneinheit. Der Gasdruck sinkt. **p~1/V**.

► p~T und p~1/V führt zu p~T/V und damit auch p · V~T

p · V~T. Fasst man p~T und p~1/V zusammen, so erhält man: p~T/V und damit **p · V~T**.

► p · V=n · R · T

Die allgemeine (universelle) Gaskonstante R: Aus dieser Proportionalitätsbeziehung kann mithilfe einer Konstanten eine Gleichung entstehen. In diese Proportionalitätskonstante geht noch die Anzahl der betrachteten Teilchen, also die Molzahl n ein. Die doppelte Gasmenge nimmt bei gleicher Temperatur und gleichem Druck das doppelte Volumen ein. Berücksichtigt man dies, erhält man die **allgemeine Zustandsgleichung für ideale Gase: p · V=n · R · T.**

Dabei gilt: universelle Gaskonstante R=8,31 J mol^{-1} K=N_A · k mit N_A=6,032 · 10^{23} 1 mol^{-1} = Avogadrokonstante (1 mol hat so viele Partikel) und der Boltzmann-Konstanten K=1,38 10^{-23} J K^{-1}.
Oder mit dem molaren Volumen V_m=V/n:

$$P \cdot V_m = R \cdot T.$$

Das Molvolumen eines idealen Gases unter Normbedingungen ist 22,4 l mol^{-1}.

Bei konstanter Menge, also n=konstant, ist auch V · p/T = konstant. Eine Änderung von einem Zustand 1 in einen Zustand 2 lässt sich somit beschreiben durch:

$$\mathbf{V_1 \cdot p_1/T_1 = V_2 \cdot p_2/T2}$$

Spezielle Zustandsänderungen

Das allgemeine Gasgesetz ist sehr wichtig. Mit ihm lassen sich verschiedene Zustandsänderungen berechnen. Zur Überschaubarkeit wird meist eine Zustandsgröße konstant gehalten und das Verhalten der anderen beiden untersucht. Die Stoffmenge n ist dabei konstant. Sind zwei Zustandsgrößen bekannt, ist das System hinreichend beschrieben und man kann die dritte ausrechnen. Man kann alle folgenden Gleichungen aus dem allgemeinen Gasgesetz der Form $V_1 \cdot p1/T_1 = V_2 \cdot p_2/T_2$ herleiten.

Isobare Zustandsänderung

► Für p=const. gilt: $V_1/T_1 = V_2/T_2$

Isobar bedeutet, dass der Druck konstant bleibt.

Bei $V_1 \cdot p_1/T_1 = V_2 \cdot p_2/T_2$ gilt damit: $p_1 = p_2$ und kann gekürzt werden. Daraus folgt: $V_1/T_1 = V_2/T_2$.

V_1/T_1=konstant. Wenn der Quotient zweier Größen konstant ist, dann sind diese proportional zueinander: **V~T. Das ist das Erste Gesetz von Gay-Lussac.**

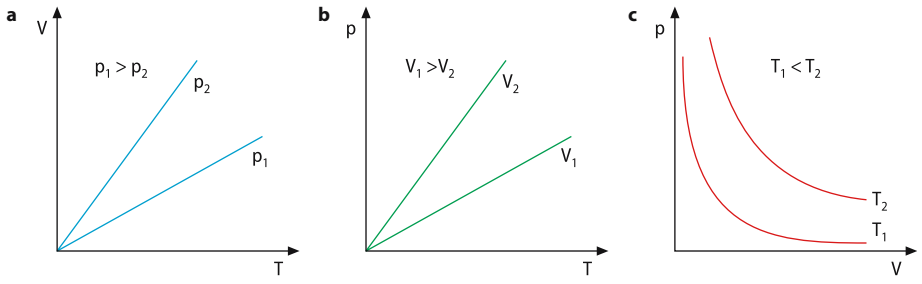


Abb. 4.6a–c. Zustandsänderungen eines idealen Gases unter bestimmten Bedingungen: **a** isobar, p=const. **b** isochor, V=const. Und **c** isotherm, T=const. (Aus Harten 2006)

Trägt man V über T auf, erhält man eine Gerade (Abb. 4.6a). Die Gerade geht durch den Nullpunkt und hat eine positive Steigung. Das Volumen eines idealen Gases würde also theoretisch bei 0 K verschwinden. Isobare Kurven verlaufen umso steiler, je kleiner der konstant gehaltene Druck ist, weil das Volumen mit steigendem Druck abnimmt.

In Worten heißt das: Wird das Gas bei konstantem Druck erwärmt, nimmt das Volumen zu.

► Erwärmt man Gas bei konstantem Druck, nimmt das Volumen zu.

Isochore Zustandsänderung

Isochor bedeutet, dass das Volumen konstant bleibt.

Bei $V_1 \cdot p_1/T_1 = V_2 \cdot p_2/T_2$ gilt damit: $V_1 = V_2$ und kann gekürzt werden. Daraus folgt: $p_1/T_1 = p_2/T_2$.

p_1/T_1=konstant. Hier gilt also wie oben: wenn der Quotient zweier Größen konstant ist, dann sind diese proportional zueinander: **p~T. Das ist das Zweite Gesetz von Gay-Lussac.**

► Für V=const. gilt: $p_1/T_1 = p_2/T_2$

Im Diagramm stellt p über T ebenfalls eine Gerade dar (Abb. 4.6b). Isochore verlaufen umso steiler, je kleiner das konstant gehaltene Volumen ist, da mit steigendem Volumen der Druck abnimmt.

In Worten heißt das: Wird das Gas bei konstantem Volumen erwärmt, nimmt der Druck zu.

► Erwärmt man Gas bei konstantem Volumen, nimmt der Druck zu.

Isotherme Zustandsänderung

Isotherm bedeutet, dass die Temperatur konstant bleibt.

Bei $V_1 \cdot p_1/T_1 = V_2 \cdot p_2/T_2$ gilt damit: $T_1 = T_2$ und kann gekürzt werden. Daraus folgt: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$.

$p_1 \cdot V_1$=konstant. Wenn das Produkt zweier Größen konstant ist, dann sind diese umgekehrt proportional zueinander: **p~1/V. Das ist das Gesetz von Boyle Mariotte.**

► Bei konstanter Temperatur T gilt: $p_1 \cdot V1 = p_2 \cdot V_2$

Die Auftragung p über V (Abb. 4.6c) ergibt Hyperbeln. Mit wachsender Temperatur entfernen sich die Kurven von den Koordinatenachsen, weil Druck und/oder Volumen zunehmen.

In Worten heißt das: Wird das Volumen eines Gases bei konstanter Temperatur vergrößert, dann sinkt der Druck.

► Vergrößert man das Volumen eines Gases bei konstanter Temperatur, sinkt der Druck.

Nach dem ersten Hauptsatz der Wärmelehre gilt dabei: $\Delta U = 0$ und $Q = -W$

Das bedeutet, dass einem System, das isotherme Arbeit verrichtet, die dafür nötige Energie gleichzeitig als Wärme z. B. durch Kontakt mit einem Wärmereservoir wie Wasser zugeführt werden muss.

Adiabatische Zustandsänderung

Bei einer adiabatischen Zustandsänderung ist kein Wärmeaustausch mit der Umgebung möglich. Es ändern sich alle drei Zustandsgrößen. Bei der isothermen Zustandsänderung wird die Gastemperatur durch einen Wärmeaustausch mit der Umgebung konstant gehalten. Ist dieser Wärmeaustausch nicht möglich, ändern sich alle drei Zustandsgrößen und man spricht von einer adiabatischen Zustandsänderung (adiabatisch: »nicht hindurchgehen«) Die Wärme geht nicht durch die Grenzen des Systems.

► Adiabatisch ist griechisch und heißt soviel wie nicht hindurchgehen.

Ein **Beispiel** sind aufsteigende Luftmassen über einem Gebiet mit starker Sonneneinstrahlung. Hier findet kein Wärmeaustausch mit der Umgebung statt, weil die Wärmeleitung der Luft sehr gering ist. Mit zunehmender Höhe fällt der Druck, das Volumen steigt und die Luft kühlt ab.

Im Sinne des ersten Hauptsatzes gilt dabei: $Q = 0$; $\Delta U = W$.

Wird an einem adiabatischen System Arbeit geleistet, dann erhöht sich die innere Energie und damit die Temperatur; z. B. erwärmt sich eine Luftpumpe nach rascher Betätigung.

► Beispiel für ein adiabatisches System: Luftpumpe

Gasgemische

Partialdruck

Gasgemische werden idealisiert dadurch beschrieben, dass man annimmt, die einzelnen Atome und Moleküle verschiedener Gase beeinflussen sich gegenseitig nicht. Deshalb kann in einem Gasgemisch jede Komponente für sich betrachtet werden. Für jedes Gas gilt getrennt die Gasgleichung. Für den Druck formuliert dies sich wie folgt: **Der Partialdruck ist der Druck, den ein Gas ausüben würde, wenn alle übrigen Gase aus dem Gemisch entfernt wären.**

$$p_1 = \frac{n_1 \cdot R \cdot T}{V}$$

Ein anderes Gas hat dann den Partialdruck $p_2 = n_2 \cdot R \cdot T/V$.
T und V sind dabei für alle Gase des Gemischs gleich. Deshalb gilt:

p/n=konstant für alle Teilgase, oder für das Verhältnis zweier Teilgase gilt: $p_1/n_1 = p_2/n_2$.

► Die Stoffmenge n ist proportional zum Partialdruck p.

Die Stoffmenge n ist also proportional zum Partialdruck p: $p \sim n$

Gesetz von Dalton

► $p_{ges} = p1 + p2 + p3 + \ldots$

Natürlich ist die Gesamtmenge der in einem Gas befindlichen Teilchen gleich der Summe aller Teilmengen, also

$$n_{ges} = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots$$

Da der Druck zur Stoffmenge n proportional ist, erhält man für den Gesamtdruck des Gemischs:

$$p_{ges} = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots.$$

Das bedeutet, dass nur die Gesamtmenge an Gas den Druck bestimmt und die Gasart egal ist.

Zusammensetzung der Luft

► Luft:
78% N_2; 21% O_2; 0,04% CO_2, …

Wie wir alle wissen, ist Luft ein Gasgemisch, wobei sich alle Komponenten in sehr guter Näherung wie ideale Gase verhalten. Deshalb gelten hier auch die soeben besprochenen Gleichungen zur Beschreibung des Zustandes. Unter normalen Bedingungen besteht trockene Luft aus vielen verschiedenen Gasen, wobei die Hauptbestandteile folgende sind:

- Stickstoff N_2, hat mit ca. 78% den größten Teilchenanteil.
- Sauerstoff O_2, ist die zweithäufigste Komponente mit ca. 21%.
- Im restlichen einen Prozent tummeln sich dann alle sonst noch bekannten Gase, weshalb sie auch meist Spurengase genannt werden, wegen ihrer geringen Menge. Zum Beispiel findet man dort noch CO_2 mit ca. 0,04%, Methan und Edelgase.

In der Ausatmungsluft ist hauptsächlich der O_2-Partialdruck verringert und der CO_2-Partialdruck erhöht, weil O_2 verbraucht und CO_2 gebildet wird. Der H_2O-Partialdruck ist erhöht, weil die Luft im Körper angefeuchtet wird. Der Partialdruck für H_2O entspricht dabei dem Sättigungsdampfdruck von 62,78 hPa bei 37°C Körpertemperatur (Bei 0°C beträgt der Sättigungsdampfdruck nur 6,11 hPa). Übrigens: Sauerstoff bei einem zu hohen Partialdruck kann toxisch wirken.

Hätten Sie's gewusst?

Spirometer

Mit einem Spirometer lassen sich Lungenvolumina messen, wie z. B. die maximale Ein- oder Ausatmung. Es besteht aus einer in Wasser schwebend gelagerten Glocke, in deren geschlossenem Raum der Patient über einen Schlauch ein- und ausatmet. Die dabei entstehenden Auf- und Abbewe-

▼

gungen der Glocke werden von einem Schreiber registriert. Um daraus die richtigen Werte ermitteln zu können, muss zwischen den unterschiedlichen Bedingungen im Körper und im Spirometer umgerechnet werden.

Luftfeuchtigkeit

Besonders wichtig bei der Beschreibung des Gaszustandes in medizinischer Hinsicht ist die Kenntnis der Luftfeuchtigkeit. Denn nur bei einer »angemessenen« Luftfeuchtigkeit fühlen wir uns wohl. Als typische Angabe kennen wir alle den Begriff der relativen Luftfeuchtigkeit.

► Relative Luftfeuchtigkeit = (Partialdruck des Wasserdampfs/Sättigungsdampfdruck) · 100%

Die relative Luftfeuchtigkeit gibt an, wie viel Prozent des möglichen Sättigungsdampfdrucks bei einer bestimmten Temperatur der tatsächliche Wasserdampfpartialdruck ausmacht, also Relative Luftfeuchtigkeit = (Partialdruck des Wasserdampfs/Sättigungsdampfdruck) · 100%.

Diese drei Angaben gilt es sehr genau zu unterscheiden. Die absolute oder tatsächliche Luftfeuchtigkeit gibt dabei den Wasserdampfgehalt der Luft in kg/m^3 an.

► Sättigungsdampfdruck ist stark abhängig von der Temperatur.

Der Sättigungsdampfdruck zeigt eine starke Abhängigkeit von der Temperatur. Bei 0°C beträgt dieser wie schon gesagt nur 6,11 hPa, während er bei 100°C 1013,25 hPa beträgt.

Kühlt wassergesättigte Luft (100% rel. Luftfeuchte) ab, dann sinkt der Sättigungsdampfdruck unter den Partialdruck des Wasserdampfs. Es kommt zur Übersättigung und schließlich zur Kondensation (Nebel und Wolken). Die Messgeräte zur Bestimmung der relativen Luftfeuchtigkeit nennt man **Hygrometer.**

Zustandsgleichung nach van-der-Waals

Für die täglichen Abschätzungen rund um das Verhalten von Gasen genügen für die uns umgebenden Gase die Aussagen der allgemeinen Zustandsgleichung für ideale Gase. Genügt deren Genauigkeit nicht mehr, kann man eine einfache Erweiterung heranziehen, die nur durch ein einfaches Modell die nichtidealen Eigenschaften der Gasmoleküle berücksichtigt. Dies war zum einen das nicht vernachlässigbare Eigenvolumen der Gasteilchen, welches durch ein Eigenvolumen b berücksichtigt wird, und zum anderen die Wechselwirkung zwischen den Teilchen, was zu einem zusätzlichen Druck a/V_m^2 führt.

Die resultierende **Zustandsgleichung für reale Gase** ist nach ihrem Entwickler **Van der Waals** benannt. Da man an ihr aber sehr schön die nichtidealen Eigenschaften realer Gase erkennt, sei diese Gleichung hier zum Abschluss dieses Kapitels über die Beschreibung des Zustandes von Gasen angegeben.

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right) \cdot (V_m - b) = R \cdot T$$

kurz & knapp

- Die Moleküle eines idealen Gases haben kein Eigenvolumen und üben keine Kraft aufeinander aus – diejenigen realer Gase schon.
- Die allgemeine Gasgleichung $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ gilt nur für ideale Gase.
- Die Bestandteile trockener Luft können alle als ideale Gase behandelt werden.
- Normbedingungen herrschen bei 1013,25 hPa und 273,15 K.
- Der Gesamtdruck eines Gasgemischs ergibt sich aus der Summe der Partialdrücke: $p_{Ges} = p_1 + p_2 + ...$
- 21% der trockenen Luft bestehen aus Sauerstoff, 78% aus Stickstoff und 0,04% aus Kohlenstoffdioxid.
- Die relative Luftfeuchtigkeit gibt den Quotienten aus tatsächlichem Druck des Wasserdampfs und dem Sättigungsdampfdruck der vorliegenden Temperatur an.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1 Gesucht ist das Volumen von 1 mol CO_2 unter Normbedingungen (p=1013 hPa= 101.300 J m^{-3}, T=273 K)

Lösung 1 $V=n \cdot R \cdot T/p$; $V=(1\ mol \cdot 8{,}31\ J\ mol^{-1}\ K^{-1} \cdot 273\ K)/(101.300\ J\ m^{-3})=0{,}0224\ m^3$. Dabei ist die Tatsache, dass es sich um CO_2 handelt, egal. 1 mol eines idealen Gases nimmt unter Normbedingungen immer das Volumen von 22,4 l ein.

Aufgabe 2

Aufgabe 2 Was passiert mit dem Volumen, wenn sich die Temperatur verdoppelt und der Druck sich verdreifacht?

Lösung 2 $V \cdot p=n \cdot R \cdot T$; n, R=konstant; $T_2=2 \cdot T_1$; $p_2=3 \cdot p_1$; $(V_2 \cdot p_2)/T_2=(V_1 \cdot p_1)/T_1$.
Das Volumen verringert sich um 1/3.

Aufgabe 3

Aufgabe 3 2 m^3 Luft werden von 60°C auf –51°C abgekühlt. Um wie viel Prozent verringert sich das Volumen? Der Druck ist konstant.

Lösung 3 $V_1/T_1=V_2/T_2$; $V_2=V_1\ T_2/T_1$; 60°C=333 K; –40°C=222 K;
$V_2=222\ K/333\ K \cdot 2\ m^3=4/3\ m^3=1{,}3\ m^3$.
Das Volumen verringert sich dadurch um 2 m–1,3 m=0,7 m und damit um 0,7/2=0,35, also 35%.

Aufgabe 4

Aufgabe 4 In einer geschlossenen Flasche mit dem Druck von 100 Pa befindet sich Luft. Diese wird von 17°C im Schatten in die Sonne gestellt und erwärmt sich um 20°C. Wie groß ist der Druck jetzt?

Lösung 4 $p_1/T_1=p_2/T_2$; $p_2=p_1 \cdot T_2/T_1$; $p_2=100\ Pa \cdot 310\ K/290\ K=107\ Pa$.

Aufgabe 5

Aufgabe 5 Ein Taucher nimmt als Luftvorrat eine Plastiktüte mit einem Volumen von 50 l mit. Wie groß ist das Volumen der verformbaren Plastiktüte in 30 m Tiefe, wenn sich der Druck je 10 m Tiefe um 1 bar erhöht? Beachte: normaler Luftdruck auf der Meeresoberfläche ist 1 bar.

Lösung 5 $p_1 \cdot V_1=p_2 \cdot V_2$; $V_2=p_1 \cdot V_1/p_2=(1\ bar \cdot 50\ l)/4\ bar=12{,}5\ l$

Aufgabe 6

Aufgabe 6 Wie groß ist unter Normbedingungen der Partialdruck des Sauerstoffs an der Luft?

Lösung 6 Sauerstoff macht 21% der Luft aus. Der Normdruck der Luft sind 1013 hPa. Der Partialdruck des Sauerstoffs ist damit 0,21 · 1013 hPa=213 hPa.

Alles klar!

Alles klar in unserer Lunge!
Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass die eingeatmete Luft ein konstantes Volumen behält. Dann gilt nach dem allgemeinen Gasgesetz $p_1/T_1=p_2/T_2$. Die Luft wird bei Normdruck von Zimmertemperatur (20°C) auf Körpertemperatur (37°C) erwärmt. Damit gilt: $p_2=p_1 \cdot T_2/T_1$=1072 hPa. Da die Luft auch noch angefeuchtet wird, muss zu diesem Druck der Wasserdampfdruck von 62,8 hPa addiert werden. Es entsteht also etwa ein Druck von 1134 hPa. Dieser Druck ist höher als der Druck außerhalb der Lunge. Dies führt natürlich sofort zu einem Druckausgleich, da der Druck in unserer Lunge immer dem Umgebungsdruck entspricht.

4.4 Transportphänomene

Theresa Fels

- Phasenübergänge
- Umwandlungsenergien
- Keimbildungsprozess
- Siedeverzug
- Unterkühlung
- Dampfdruck
- Sättigungsdampfdruck
- Anomalie des Wassers
- Phasendiagramm des Wassers
- Wärmeleitung
- Konvektion
- Temperaturstrahlung
- Stefan-Boltzmann-Gesetz

Wie jetzt?

Husten und Heiserkeit im Sommer?

Eine 32-jährige Patientin kommt zu Ihnen in die Praxis. Sie klagt über Husten und Heiserkeit und kann sich überhaupt nicht erklären, wie sie mitten in diesem heißen Sommer eine solche Erkältung bekommen kann. Auf die Frage nach ihrer beruflichen Tätigkeit antwortet sie, im Büro einer großen Firma zu arbeiten, wo dank vieler Klimaanlagen den ganzen Tag über angenehme 25°C herrschen und sie nicht der unerträglichen Hitze draußen ausgesetzt ist, durch die man doch solche Probleme mit dem Kreislauf bekomme. Doch ist sie durch die Klimaanlagen im Büro und die damit verbundene trockene Luft vielleicht anderen Gefahren ausgesetzt, die ihre Heiserkeit begründen könnten?

4.4.1 Phasenübergänge und Umwandlungsenergien

Allgemeines zu Aggregatzuständen

Wie wohl jedem von uns bekannt ist, kann ein Stoff in drei verschiedenen so genannten **Aggregatszuständen** vorliegen – **fest**, **flüssig** und **gasförmig** (Abb. 4.7). Am Beispiel Wasser lässt sich dies sehr gut nachvollziehen: Normalerweise ist es ja flüssig, im festen Zustand kennen wir es als Eis oder Schnee und gasförmig als Wasserdampf. Dieser ist ein unsichtbares Gas, obwohl man dem Namen nach vielleicht meinen könnte, Wasserdampf wäre sichtbar. Bei Wolken und Nebel dagegen liegt Wasser schon in flüssigem Zustand vor, in Form von Wassertröpfchen nämlich, weswegen Wolken

► Als Aggregatzustände bzw. Phasen bezeichnet man alle einer Substanz möglichen Erscheinungsformen.

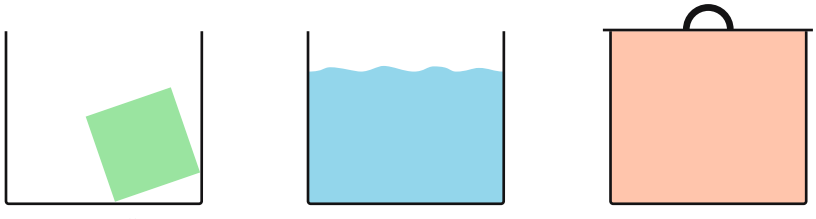


Abb. 4.7. Die drei Aggregatzustände: fest, flüssig, gasförmig

und Nebel auch sichtbar sind. Doch wie definiert man Feststoffe, Gase und Flüssigkeiten, was unterscheidet sie voneinander?

Um die Form von Feststoffen, Flüssigkeiten und Gasen zu veranschaulichen, stellen wir uns zuerst mal Gefäße vor, in die man jeweils einen Feststoff (z. B. einen Holzwürfel), eine Flüssigkeit (z. B. Wasser) und ein Gas (z. B. Wasserstoff) gibt. Der Holzwürfel behält – wie wohl zu erwarten war – dabei seine Form bei, unabhängig von der Gefäßform, in der er sich befindet. Die Flüssigkeit dagegen passt sich ganz der Gefäßform an und das Gas nimmt den ganzen Raum des Gefäßes ein, der ihm zur Verfügung steht, d. h. man müsste das Gefäß verschließen, um den Wasserstoff in diesem Gefäß einzusperren und zu verhindern, dass er sich nicht mit anderen Gasen der Luft vermischt.

Als zweiten Punkt wollen wir uns mit den Volumina von Stoffen verschiedener Aggregatzustände befassen. Dazu stellen wir uns vor, dass eine Kraft auf Stoffe verschiedener Aggregatzustände ausgeübt wird. Ein Feststoff behält stets sein bestimmtes Volumen, solange eine nicht zu große Kraft auf ihn wirkt, die ihn zerbrechen würde. **Flüssigkeiten haben ein unveränderliches Volumen, sie sind inkompressibel!** Gase dagegen sind kompressibel, man kann also die gleiche Gasmenge in verschieden große Behälter zwingen, indem man mehr oder weniger starke Drücke auf sie ausübt. Dabei muss man aber berücksichtigen, dass sehr hohe Drücke auch eine Verflüssigung des Gases bewirken können.

► Zwischen den Atomen eines Festkörpers gibt es relativ große Kräfte

Neben dem Volumen sollten wir uns auch die Kräfte zwischen den Atomen und Molekülen anschauen, die einen Feststoff, ein Gas oder eine Flüssigkeit ausmachen, sowie deren Anordnung. Ein Feststoff ist dadurch gekennzeichnet, dass zwischen den einzelnen Atomen relativ große **Anziehungskräfte** vorherrschen, weshalb sie sich in nur geringem Abstand nebeneinander befinden. Die einzelnen Teilchen eines Feststoffs setzen sich zu Gittern zusammen und haben somit alle ihren festen Platz. Dadurch können sie sich nicht frei bewegen, sie sind lediglich dazu befähigt, um ihre Ruhelage zu schwingen.

► Zwischen den Atomen einer Flüssigkeit gibt es geringere Anziehungskräfte als bei einem Festkörper.

In einer Flüssigkeit sind diese atomaren Anziehungskräfte kleiner als bei einem Feststoff. Es existieren aber so genannte **Kohäsionskräfte**, die u. a. für die Tropfenbildung von Flüssigkeiten verantwortlich sind. Die Abstände der Teilchen sind immer noch relativ gering, jedoch sind die Atome von Flüssigkeiten im Gegensatz zu Feststoffen schon gegeneinander verschiebbar.

► Bei einem idealen Gas sind keinerlei Anziehungskräfte mehr vorhanden.

Bei Gasen wirken fast keine Kräfte mehr zwischen den einzelnen Atomen und Molekülen, sie bewegen sich völlig frei und regellos im Raum. Sind keinerlei Anziehungskräfte zwischen Gasteilchen mehr vorhanden, handelt es sich um ein **ideales Gas** (► Kap. 4.3). Aufgrund der fehlenden Anziehungskräfte sind auch die Teilchenabstände relativ groß im Vergleich zu Flüssigkeiten und Feststoffen.

Änderung des Aggregatzustandes – Phasenübergänge

► Zu allen Phasenübergängen gehören Umwandlungsenergien

Welchen Aggregatszustand ein Stoff nun tatsächlich einnimmt, ist u. a. abhängig von der Temperatur, die ihn umgibt und dem Druck, dem der Stoff ausgesetzt ist. Ändern sich diese Variabeln, so kann ein Stoff seinen Aggregatszustand wechseln, man sagt auch, er geht in eine andere Phase über. **Diese so genannten Phasenumwandlungen sind stark an Energievorgänge gekoppelt.** Das bedeutet, dass, wenn ein Stoff seinen Aggregatszustand ändert bzw. ändern soll, dabei entweder **Energie freigesetzt** wird oder dem Stoff eine bestimmte Menge an **Energie zugeführt** werden muss. Sehen wir uns diese Energien doch einmal an (◘ Abb. 4.8).

Geht ein Stoff vom festen in den flüssigen Aggregatszustand über (schmelzen), so muss ihm dabei ein bestimmter Betrag an **Schmelzenergie** zugeführt werden. Im umgekehrten Fall, also von flüssig nach fest (erstarren), gibt der Stoff eine bestimmte Menge an **Erstarrungsenergie** ab, nämlich genau die Menge, die ihm beim Schmelzen zugeführt wurde.

► Der Begriff der Verdampfungsenthalpie umfasst die innere Verdampfungswärme sowie die Volumenarbeit.

Verdampft ein Stoff, geht die flüssige Phase in die gasförmige über. Wie beim Schmelzen benötigt die Substanz dazu Energie, die ihr von außen zugeführt werden muss – die so genannte **Verdampfungsenthalpie**.

Hier wird der Begriff Enthalpie verwendet, da zur inneren Verdampfungswärme noch die Volumenarbeit hinzu kommt. Was heißt das? Ändert ein Stoff seinen Aggregatzustand, so ändert sich auch seine Dichte und damit verbunden sein Volumen. Diese Volumenänderung kann

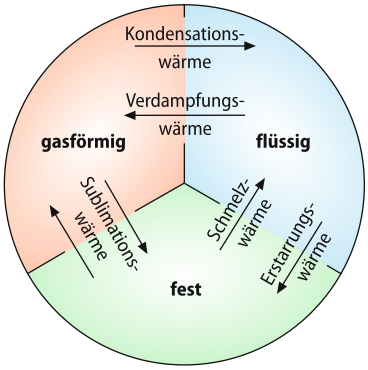


Abb. 4.8. Aggregatzustände, ihre Umwandlungen und die zugehörigen Umwandlungswärmen. (Nach Harten 2006)

beim Schmelzvorgang vernachlässigt werden, sie ist beim Verdampfen aber umso wichtiger. Denn nun muss das neue Volumen gegen den Dampfdruck gebildet werden, also gegen die Gasteilchen, die danach streben, sich zu verteilen und mit anderen Molekülen zu vermischen. Man könnte sagen, das Gas muss zu einem bestimmten Volumen zusammengehalten werden, was eine zusätzliche, so genannte Volumenarbeit erfordert…dies versteckt sich hinter dem Begriff Enthalpie.

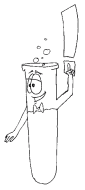
► Schmelzen, verdampfen, sublimieren – Energiezufuhr ist nötig!
Erstarren, kondensieren, resublimieren – Energie wird frei!

Der entgegengesetzte Vorgang der Verdampfung ist die **Kondensation**. Hier gehen die Teilchen eines Gases in den flüssigen Zustand über, wobei **Kondensationsenergie** frei wird.

Daneben gibt es noch den Phasenübergang fest–gasförmig, auch **Sublimation** genannt. Dem Körper muss für diese Phasenumwandlung **Sublimationsenergie** zugeführt werden. Beispielsweise kann Schnee bei tiefen Temperaturen durch die Wärme und Energie der Sonne direkt zu Wasserdampf sublimieren, ohne dass er zuvor flüssig wurde. Bei der **Resublimation** wird aus einem gasförmigen Stoff ein Feststoff – hierbei wird wie bei der Kondensation und der Erstarrung auch wieder Energie frei.

► Sublimation: fest→gasförmig;
Resublimation: gasförmig→fest

Hätten Sie's gewusst?



Chloräthyl

Spritzt man Chloräthyl, das in Glasampullen aufbewahrt wird, die mit einem Federventil verschlossen sind, auf die Haut, so verdunstet es sofort. Die dazu benötigte Verdampfungsenthalpie entzieht es seiner Umgebung (z. B. der Haut). Durch den Energieverlust der Haut sinkt deren Temperatur. Sie wird so weit abgekühlt, dass umliegende Nerven dadurch empfindungslos werden. In der Medizin wird Chloräthyl aufgrund dieser Eigenschaften für kurzfristige örtliche Betäubungen verwendet.

Gefriertrocknung

Wie der Name schon sagt, ist damit die Trocknung von Objekten in gefrorenem Zustand gemeint. Feuchtes Papier beispielsweise oder andere poröse Materialien werden zuerst tiefgefroren. Anschließend kommen sie in eine Vakuumkammer, in der ein starker Unterdruck vorherrscht. Durch diesen Unterdruck sublimiert das Eis, welches sich aus dem feuchten Material gebildet hat – es geht unmittelbar in den Gaszustand über, ohne dabei zuvor flüssig zu werden. Das Prinzip der Gefriertrocknung findet in der Pharmaindustrie häufig Gebrauch: Medikamente, die in Wasser gelöst nicht lange haltbar wären, später aber in wässriger Lösung einzunehmen sind, werden so haltbar gemacht. Auch Gewebeschnitte stellt man auf diese Weise her.

Umwandlungsenergien

Will man einen Feststoff (z. B. Eis von –20°C) zum Schmelzen bringen und dann anschließend verdampfen lassen, braucht man aber noch mehr Energie als nur die zuvor besprochene Schmelzenergie sowie Verdampfungsenthalpie – warum ist das so?

Schmelzen und Verdampfen im Detail

Hierzu betrachten wir uns die Prozesse Schmelzen und Verdampfen einmal genauer – nämlich in Bezug auf die Moleküle, die den Feststoff ausmachen, deren Bewegungen und Energiezustände. Im Feststoff Eis von –20°C sind die Moleküle relativ stark an ihren Ort gebunden. Sie befinden sich alle an ihrem festen Patz und schwingen, wie wir bereits wissen, lediglich um ihre Position. Jeder weiß, dass Eis mit einer Temperatur von –20°C nicht schmelzen kann. Man muss es erst auf 0°C erwärmen, denn erst bei dieser Temperatur kann Eis flüssig werden, hier liegt sein **Schmelzpunkt**.

Durch diese Erwärmung um 20°C, bei der den Molekülen in ihrem Gitter Energie zugeführt wird, beginnen diese heftiger um ihre Ruheposition zu schwingen. Wie viel Energie dieser Erwärmung um 20°C entspricht, lässt sich mit folgender Formel berechnen (▶ Kap. 4.2):

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$$

Dabei gilt: c= spezifische Wärmekapazität (Wasser c=4,2 J g^{-1} K^{-1}); m= Masse;
$\Delta\vartheta$= Temperaturdifferenz.

Jetzt erst kommt die **Schmelzwärme** zum Einsatz, die den festen Körper in eine Flüssigkeit umwandelt. Durch diese Energie, die benötigt wird, um Arbeit gegen die im Feststoff herrschenden Anziehungskräfte der Moleküle zu verrichten, werden die Moleküle aus ihrem festen Platz herausgelöst, sie haben dann mehr Bewegungsfreiheit, wie das bei Flüssigkeiten im Gegensatz zu Feststoffen ja der Fall ist. **Zu beachten ist hierbei, dass sich während dieser Änderung des Aggregatzustandes von fest nach flüssig die Temperatur nicht ändert.** Sie bleibt konstant bei dem **Haltepunkt** von 0°C, bis aus der gesamten Eismenge Wasser geworden, der Körper also völlig geschmolzen ist. Die benötigte Schmelzenergie lässt sich mit folgender Formel berechnen:

▶ Bei Phasenumwandlungen bleibt die Temperatur konstant.

$$E_s = s \cdot m$$

Hier ist s= spezifische Schmelzenergie (Eis s=335 J g^{-1}); m= Masse.

Als Nächstes wird dann der eben erhaltenen Flüssigkeit Energie zugeführt, und zwar so lange, bis der **Siedepunkt der Flüssigkeit** erreicht ist. Um einen konkreten Energiebetrag zu erhalten, verwendet man wieder die oben genannte Formel:

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$$

Während dieses Erwärmungsvorgangs des Wassers von 0°C auf 100°C gewinnen die leicht gegeneinander verschiebbaren Teilchen der Flüssigkeit an Bewegungsenergie, sie werden immer schneller. Manche werden sogar so schnell, dass sie durch ihre hohe kinetische Energie die Flüssigkeit schon verlassen können und in die Gasphase übergehen. Dies ist auch der Grund für die Tatsache, dass ein Teil der Flüssigkeit auch schon unterhalb ihrer Siedetemperatur verdunstet, je nachdem wie viele Teilchen schon genügend Energie besitzen, um in die Gasphase überzugehen.

Eine Folge davon ist die so genannte **Verdunstungskälte**. Der Begriff der Verdunstungswärme ist uns ja bereits bekannt, man könnte auch Verdunstungsenergie dazu sagen. Doch was ist Verdunstungskälte? Ist das nicht ein Widerspruch in sich?

Wenn die schnellsten Teilchen die Flüssigkeit verlassen haben, sinkt automatisch die mittlere Geschwindigkeit der verbleibenden Teilchen. Die langsamere Bewegung der Atome und Moleküle hat ein Absinken der Temperatur der Flüssigkeit zur Folge. Man könnte sagen, dass die Flüssigkeit kälter wird, dies meint der Begriff Verdunstungskälte.

▶ Verdunstungskälte: Absinken der Temperatur aufgrund der geringeren mittleren Geschwindigkeit der in der erhitzten Flüssigkeit verbleibenden Moleküle

Hat unsere Flüssigkeit nun endlich trotz evtl. Verzögerung durch Verdunstungskälte ihren Siedepunkt erreicht, beginnt sie zu verdampfen. **Beim Verdampfen steigt trotz kontinuierlicher Energie-**

zufuhr die Temperatur, genau wie beim Schmelzpunkt vorher, wieder nicht mehr an. Denn jetzt wird die Energie nicht mehr für die Beschleunigung der Flüssigkeitsmoleküle verwendet, sondern genau wie beim Schmelzen zuvor, um die Bindungen zwischen den Molekülen der Flüssigkeit endgültig aufzubrechen und **Arbeit gegen die vorhandenen Anziehungskräfte** zu verrichten. Für diese Energiemenge gilt die gleiche Formel wie für die Schmelzenergie – sie unterscheidet sich lediglich durch die materialabhängige Konstante:

$E_V = r \cdot m$

Es gilt: r= spezifische Verdampfungsenergie (Wasser r=2,26 kJ g^{-1}); m= Masse

Erst wenn dieser Prozess abgeschlossen ist und wir ein Gas vorliegen haben, bewirkt die zugeführte Energie wieder eine Temperaturerhöhung, eine Erwärmung des Gases; die Gasteilchen nehmen die Energie auf, um ihre Geschwindigkeit zur erhöhen. Bindungskräfte sind zwischen den Atomen und Molekülen hierbei kaum mehr vorhanden.

Hätten Sie's gewusst?

Zur spezifischen Wärmekapazität von Wasser

Im Vergleich zu anderen Materialien hat Wasser eine sehr hohe spezifische Wärmekapazität. Dies hat eine große Bedeutung für unser Erdklima. Alle Meere sind daher große Energiespeicher – im Sommer nehmen sie sehr viel Energie auf, ohne sich dabei jedoch stark zu erwärmen, da die Energiemengen, die man dafür benötigen würde, sehr sehr groß sind: Ursache dafür ist die hohe spezifische Wärmekapazität von Wasser. Im Winter dann wird diese aufgenommene Wärme wieder an das Land abgegeben. Dies ist auch der Grund dafür, dass am Meer das ganze Jahr über ein relativ ausgeglichenes Klima mit geringen Temperaturunterschieden vorherrscht, wohingegen diese auf dem Kontinent relativ groß sind.

Siedeverzug und Unterkühlung

Siedeverzug

Wie wir ja wissen, hängt es ganz von den **Eigenschaften eines Materials** ab, wann ein Stoff schmilzt oder erstarrt, siedet oder kondensiert. Daher haben alle Materialien **verschiedene Schmelz- und Siedepunkte**. Doch eine Flüssigkeit muss nicht immer und unter allen Umständen ab einer bestimmten Temperatur zu verdampfen beginnen – und dieses Phänomen beschreibt der so genannte **Siedeverzug**, den wir uns nun einmal am Beispiel von Wasser anschauen wollen.

Unter einem Siedeverzug versteht man das Erhitzen einer Flüssigkeit über ihren Siedepunkt hinaus, ohne dass diese zu verdampfen beginnt.

Man kann Wasser auf über 100°C erhitzen, ohne dass es dabei zur Verdunstung kommt – dies kann dann passieren, wenn sich kein Siedekeim bildet. Was bedeutet das? Umwandlungen der Aggregatzustände sind so genannte Keimbildungsprozesse, d. h. sie müssen eigens durch einen Keim ausgelöst werden, der sich zufällig bildet. Entsteht dieser Keim nicht, so tritt keine Verdampfung ein und es kommt zu einer Überhitzung über den Siedepunkt hinaus. Den Siedeverzug begünstigen folgende Faktoren:

- glatte Wände
- eine geringe Durchmischung
- ein hoher Reinheitsgrad der Flüssigkeit (gas- und partikelfrei)

► Umwandlungen des Aggregatzustands sind Keimbildungsprozesse

► Siedeverzug = Überhitzung über den Siedepunkt hinaus, weil kein Keim entsteht.

Dies ist sehr gefährlich, da sich schon bei nur geringer Erschütterung in kürzester Zeit eine Gasblase in der überhitzten Flüssigkeit bilden kann (also eine spontane Keimbildung), die explosionsartig entweicht und dabei die Flüssigkeit mitreißt. Mit der Explosion hat der Verdampfungsprozess eingesetzt, der viel Energie erfordert und damit die überhitzte Flüssigkeit wieder auf ihre ursprüngliche Siedetemperatur abkühlt.

► Bei spontaner Keimbildung nach Siedeverzug kann die entstandene Gasblase explosionsartig entweichen!

Daher ist zu beachten: Bei der Arbeit mit Reagenzgläsern ist höchste Vorsicht geboten, man sollte bei der Erhitzung von Flüssigkeiten mit einem Bunsenbrenner stets das Reagenzglas zur besseren Durchmischung schütteln und niemals die Öffnung in Richtung von Personen halten.

Zur Verhinderung eines Siedeverzugs verwendet man oft auch so genannte **Siedesteinchen**. Diese sind durch eine raue und poröse Oberfläche gekennzeichnet, was eine homogene Molekülanordnung der Flüssigkeit verhindert. Außerdem dehnt sich die in den Poren gespeicherte Luft bei Erwärmung schnell aus, steigt auf, und wirkt damit wie ein Siedekeim.

Unterkühlung

Daneben existiert auch noch das gegenteilige Phänomen der Unterkühlung. **Unter Unterkühlung versteht man das Absenken der Temperatur einer Flüssigkeit unter den Gefrierpunkt, ohne dass eine Erstarrung einsetzt.** Auch die Erstarrung ist ein **Keimbildungsprozess** – fehlt dieser Keim, erstarrt eine Flüssigkeit nicht. Setzt die Kristallisation aber irgendwann doch ein, wird auf einmal sehr viel Erstarrungswärme frei. Die Temperatur der unterkühlten Flüssigkeit steigt daher wieder auf ihren üblichen Gefrierpunkt an und verweilt dort so lange, bis die ganze Flüssigkeit erstarrt ist und kühlt sich danach bei weiterem Energieentzug erst ab, genau wie wir das beim normalen Erstarrungsprozess schon kennen.

Dieser Effekt wird bei den Handwärmekissen ausgenutzt, die es uns erlauben im Winter in der Manteltasche für warme Hände zu sorgen. Der Prozess wird hierbei durch das Knacken eines kleinen Metallblättchens ausgelöst.

Dampfdruck

Hat man in einem abgeschlossenen System eine verdampfende Flüssigkeit, so stellt sich zwischen den Phasen flüssig und gasförmig irgendwann ein **Gleichgewicht** ein, vorausgesetzt die Temperatur wird konstant gehalten. Das bedeutet, dass genauso viele Moleküle die Flüssigkeit verlassen wie Moleküle in die Flüssigkeit eintreten. Sind sie nicht im Gleichgewicht, so verdampft entweder die Flüssigkeit oder der Dampf kondensiert.

Wenn sich beide Phasen aber im Gleichgewicht befinden, so herrscht in der Gasphase wie auch in der Flüssigkeit eine bestimmte Konzentration von Flüssigkeitsmolekülen. Diese Flüssigkeitsmoleküle in der Gasphase üben einen gewissen Druck auf deren Umgebung aus – den Dampfdruck. **Eigentlich ist der Dampfdruck eine Kenngröße der Flüssigkeit, er ist stoff- und temperaturabhängig, aber auch Festkörper haben einen Dampfdruck.**

► Beim Sättigungsdampfdruck steht das Gas im thermodynamischen Gleichgewicht mit der Flüssigkeit oder dem Feststoff

Der Dampfdruck einer Flüssigkeit bei einer gegebenen Temperatur kann nicht unendlich groß werden, ab einem bestimmten Punkt können keine weiteren Flüssigkeitsmoleküle mehr in den Gasraum aufgenommen werden, überschüssige Flüssigkeit kondensiert an Kondensationskeimen, da das Gas nun gesättigt ist (wir denken z. B. an die Entstehung von Morgennebel und Tau. Das überschüssige Wasser kondensiert an Staubpartikeln in der Luft oder an Pflanzen). **Dieser maximale Dampfdruck einer Flüssigkeit bei einer bestimmten Temperatur wird als Sättigungsdampfdruck bezeichnet.** Er steigt sehr steil, nahezu exponenziell mit der Temperatur an, d. h. im Wasserdampf von 90°C z. B. können viel viel mehr Flüssigkeitsmoleküle aufgenommen werden als noch bei 30°C.

► Der Sättigungsdampfdruck steigt mit der Temperatur fast exponenziell an.

Wasser – eine besonders spezielle Flüssigkeit

Anomalie des Wassers

Eigentlich haben wir ja gelernt, dass das Volumen (wenn auch nur geringfügig) beim Schmelzen zunimmt. **Ein größeres Volumen ist unmittelbar mit einer Abnahme der Dichte verbunden, vorausgesetzt die Masse bleibt konstant.** Andersherum ausgedrückt ist eine Volumenabnahme an eine Zunahme der Dichte gekoppelt. Folglich begünstigen hohe Drücke den festen Aggregatzustand, da der hohe Druck das Material auf einen kleineren Raum begrenzen kann (Volumenabnahme), wodurch seine Dichte zunimmt.

► Anomalie des Wassers: Eine Druckerhöhung führt zur Verflüssigung von Eis, da Wasser im flüssigen Zustand (bei 4°C) seine größte Dichte hat.

Doch für Wasser gilt dies nicht! Erhöht man den Druck auf Eis, nimmt die Dichte des Eises zwar zu und das Volumen damit ab, doch dies führt zur Verflüssigung des Eises. Es wird zu Wasser, obwohl eine Druckerhöhung doch eigentlich den Feststoff begünstigt. Dieses Phänomen ist unter der **Ano-**

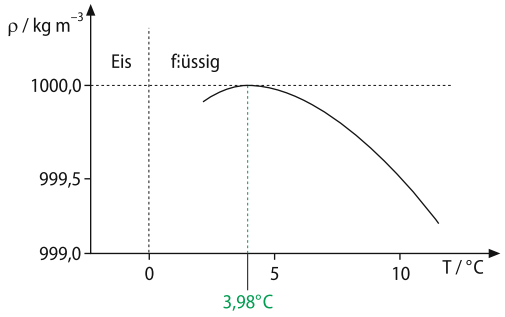


Abb. 4.9. Anomalie des Wassers

malie des Wassers zu verstehen (Abb. 4.9). Wasser hat bei 4°C seine größte Dichte, also wenn es flüssig ist und nicht erst als Feststoff Eis. Wenn man Wasser von 4°C weiter abkühlt und dann zu Eis erstarren lässt, nimmt seine Dichte die ganze Zeit über ab und das Volumen damit zu. Genauso ist es, wenn man Wasser von 4°C erwärmt; dies ist auch mit einer Volumenzunahme und einer Abnahme der Dichte verbunden.

Die Tatsache, dass Eis auf Wasser schwimmt, lässt sich nun auch sehr leicht erklären: Eis hat einfach eine geringere Dichte als Wasser und deshalb schwimmt es und geht nicht unter. Friert man eine mit Wasser vollgefüllte Glasflasche ein, so wird man feststellen, dass sie irgendwann platzt. Dies ist auch durch die Dichteabnahme bzw. Volumenzunahme beim Erstarren von Wasser zu erklären.

Hätten Sie's gewusst?

Zugefrorene Seen und ihre Bewohner

Die Anomalie des Wassers hat für die Natur eine sehr große Bedeutung. Sie ist der Grund dafür, dass Seen im Winter nie von unten zufrieren, und so die Wasserbewohner in der Tiefe des Sees überwintern können. Wenn sich das Wasser an der Oberfläche immer weiter abkühlt, erreicht es irgendwann 4°C, es hat dann seine größte Dichte und sinkt bis an den Grund des Sees. Dadurch kommen andere Wassermassen nach oben. Sie werden ebenfalls auf 4°C abgekühlt und sinken dann wieder ab. Dieser Prozess läuft so lange, bis der ganze See 4°C hat. Das Wasser an der Oberfläche kühlt sich durch die kalten Außentemperaturen aber stets noch weiter ab, bis es sogar gefriert. Doch dieses Wasser bzw. Eis bleibt auch oben, es sinkt nicht nach unten, da bei einer Abkühlung unter 4°C die Dichte ja wieder abnimmt. Ganz tief unten im See liegt das dichteste Wasser von 4°C und somit können die Tiere dort auch überleben.

Phasendiagramm des Wassers

Die Umwandlungen von Aggregatzuständen und die damit verbundenen sich ändernden Eigenschaften werden graphisch in so genannten Phasendiagrammen dargestellt. An der Abszisse wird jeweils die Temperatur aufgetragen, an der Ordinate der (Dampf-)Druck. Exemplarisch schauen wir uns nun einmal das Phasendiagramm von Wasser an.

► In Phasendiagrammen gibt die Abszisse die Temperatur an, die Ordinate den Druck.

Man erkennt drei Linien, die so genannten Phasengrenzlinien oder Koexistenzkurven; diese grenzen die jeweiligen Aggregatzustände ab (Abb. 4.10):

- Die Kurve zwischen dem festen und dem flüssigen Bereich bezeichnet man als **Schmelzkurve**.
- Die Kurve zwischen fest und gasförmig bezeichnet man als **Sublimationskurve.**
- Die Kurve zwischen der flüssigen und der gasförmigen Phase wird als **Siedepunktskurve** bezeichnet.

Alle drei Kurven haben einen gemeinsamen Schnittpunkt. Dies ist der so genannte **Tripelpunkt**. **Für Wasser liegt der Tripelpunkt bei 273,16 K (also ungefähr 0°C) und 611,65 Pa.** An diesem Punkt können alle drei Phasen fest, flüssig und gasförmig gleichzeitig existieren.

► Am Tripelpunkt können alle drei Phasen von Wasser existieren

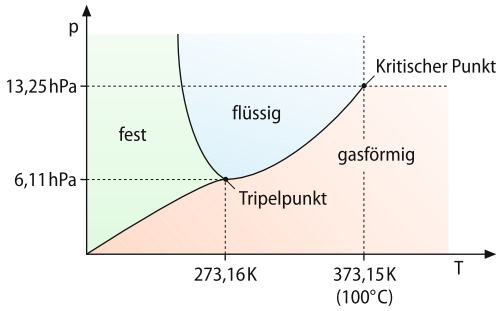


Abb. 4.10. Phasendiagramm des Wassers

► Der kritische Punkte liegt am oberen Ende der Siedepunktskurve.

Daneben ist für ein Phasendiagramm noch der so genannte **kritische Punkt** von besonderer Bedeutung. Dieser ist am oberen Ende der Siedepunktskurve zu finden. **Für Wasser liegt der kritische Punkt bei 374,2°C und 22,11 MPa.** Oberhalb dieses kritischen Punkts können die Aggregatszustände flüssig und gasförmig nicht mehr unterschieden werden, ihre unterschiedlichen Dichten, durch die man sie zuvor eigentlich unterscheiden konnte, haben sich ausgeglichen. Ab diesem Punkt spricht man nicht mehr von flüssig oder gasförmig, sondern von einem überkritischen Fluid.

4.4.2 Vier Arten von Transportphänomenen

Nach dieser kurzen Einführung, die Umwandlungswärmen und Phasenübergänge betreffend, wollen wir uns nun mal mit dem eigentlichen Thema dieses Kapitels, nämlich mit Transportphänomenen befassen. Was ist damit gemeint? Es gibt vier verschiedene Arten von Transportphänomenen:

- Wärmeleitung
- Konvektion
- Wärme- bzw. Temperaturstrahlung
- Wärmetransport durch Verdunstung

Sie basieren auf den Grundprinzipien der zuvor behandelten Themen und werden sich daher logisch aus dem bisher aufgebauten Wissen erschließen lassen.

Wärmeleitung

Die Wärmeleitung bezeichnet den Energiestrom innerhalb eines Körpers. Thermische Energie wird dabei von den Gitterbausteinen eines Kristalls weitergegeben, ohne dass diese dabei den Platz verlassen. Wärme wird übertragen, indem die Wärmeenergie also nur zwischen unmittelbar benachbarten Teilchen übergeht. Dabei übertragen die Moleküle an wärmeren Stellen, die sich aufgrund ihrer höheren kinetischen Energie schneller bewegen, ihre Geschwindigkeit durch Stöße auf die sich langsamer bewegenden Teilchen an Orte geringerer Temperatur. Die langsameren Teilchen erhalten dadurch Energie und bewegen sich auch schneller, was einer Temperaturerhöhung des Materials entspricht.

► Der Temperaturgradient ist Ursache für den Wärmefluss von heiß nach kalt.

Die **Ursache für diesen Wärmefluss** ist immer ein **Temperaturgradient** – die Temperaturdifferenz soll durch die Wärmeleitung ausgeglichen werden. Dies geschieht aber stets nur in eine Richtung, die Wärme fließt immer von heiß nach kalt.

Es gibt natürlich eine Gleichung, anhand derer sich dieser Wärmestrom berechnen lässt:

$$j_Q = \frac{I}{A} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$$

Es gilt: j_Q= Wärmestromdichte (in W m^{-2});

I= Wärmestrom (in Watt), repräsentiert eine Leistung, da I=dQ/dt;
A= Fläche (in m^2); λ= Wärmeleitfähigkeit (in W m^{-1} K^{-1}); dT/dx= Temperaturgradient (in K m^{-1}).

Der Wärmestrom I stellt die übertragene Wärme pro Zeit dar (dQ/dt) und repräsentiert somit eine Leistung. Dieser Wärmestrom benötigt eine Querschnittsfläche A, um fließen zu können, was durch die Wärmestromdichte j_Q beschrieben wird. Diese Wärmestromdichte j_Q ist direkt proportional zum Temperaturgradient dT/dx, woraus sich dann letztendlich die Formel erschließt. Das Minus soll den nur in eine Richtung stattfindenden Wärmestrom von heiß nach kalt symbolisieren.

Elektronen im Metall, die normalerweise den elektrischen Strom transportieren, nehmen auch an dieser Wärmebewegung teil. Deshalb sind gute elektrische Leiter wie Silber oder Kupfer auch sehr gute Wärmeleiter. Nicht umsonst sind Kochlöffel aus dem Nichtleiter Holz, sie leiten auch die Wärme nicht.

Gase haben eine geringe Wärmeleitungsfähigkeit, schon allein wegen ihrer geringen Dichte. Im Vakuum ist weder elektrische noch thermische Leitung möglich.

► Im Vakuum findet keine Wärmeleitung statt!

Konvektion

Eine andere Art von Transportphänomenen ist die Konvektion. **Konvektion beschreibt den Wärmetransport mithilfe von Materie.** Wenn bei der Wärmeleitung die thermische Energie von Molekül zu Molekül durch Stöße weitergegeben wird, so funktioniert dies bei der Konvektion dadurch, dass sich das Transportmittel als Gesamtes weiterbewegt. Typisches Beispiel hierfür wäre das Blut. Dadurch, dass es durch unseren Körper strömt, wird dessen Temperatur konstant gehalten.

Man unterscheidet zwei Arten von Konvektion:

- die **freie oder natürliche Konvektion** – hier wird Wärme aufgrund eines temperaturabhängigen **Dichtegefälles** transportiert,
- die **erzwungene Konvektion**. Hierbei handelt es sich um eine »Zwangsströmung«, die durch das **Einwirken äußerer Kräfte** zustande kommt.

► Erzwungene Konvektion: Zwangsströmung aufgrund des Einwirkens äußerer Kräfte

Antriebskräfte für eine erzwungene Konvektion sind z. B. Pumpen oder Ventilatoren. Auch das menschliche Herz stellt so eine Art von Antriebspumpe dar. Deshalb ist der Wärmetransport durch Blut beim Menschen als eine erzwungene Konvektion anzusehen.

► Das Herz verursacht als eine Art Antriebspumpe eine erzwungene Konvektion des Bluts.

Die freie Konvektion tritt v. a. bei flüssigen und gasförmigen Stoffen auf. Das Beispiel Heizung veranschaulicht sehr gut die freie Konvektion mit einem Gas als Transportmittel. Die vom Heizkörper erwärmte Luft steigt auf, da sie eine geringere Dichte hat als die kalte Luft am Boden. Oben kühlt sie sich ab, nimmt damit also an Dichte zu und sinkt wieder zu Boden. Es erfolgt somit eine effektive Wärmeübertragung vom Heizkörper an die Luft, da immer wieder kalte Luft am Heizkörper vorbeiströmt. Diese Wärme wird dann durch die Konvektion im Raum verteilt.

Wie effektiv dieser Wärmetransport ist, wird maßgeblich dadurch bestimmt, wie viel Wärme von der wärmeren Oberfläche an das konvektierende Material übertragen werden kann. Dies lässt sich mit der folgenden Formel gut beschreiben, wobei die Wärmeübertragungszahl k experimentell bestimmt ist.

$$I = k \cdot A \cdot \Delta T$$

Es gilt dabei: I= Wärmeübertrag pro Zeit (in Watt); K= Wärmeübertragungszahl (in W m^{-2} K^{-1});

A=Oberfläche, über die Wärme ausgetauscht geht; ΔT= Temperaturdifferenz

Temperaturstrahlung

Unter Temperaturstrahlung ist der Wärmetransport durch elektromagnetische Wellen zu verstehen. Dieser bedarf keines Mediums, wie das bei der Wärmeleitung und der Konvektion der Fall ist, Wärmestrahlung findet auch im Vakuum statt. Dies ist auch gut so, denn ansonsten gäbe es auf der

► Temperaturstrahlung ist auch im Vakuum möglich!

Erde überhaupt kein Leben. Die Energie der Sonne muss nämlich auf ihrem Weg zur Erde auch durch den praktisch leeren Weltraum.

Allgemein kann man sagen, dass jeder Körper Energie verliert, dadurch dass er »Licht« abstrahlt – auch der Körper des Menschen. Dieses Licht ist jedoch nicht immer für uns sichtbar. Deshalb nennt man dies **Wärmestrahlung**. Erst ab ca. 700°C beginnt ein Körper für uns sichtbar zu glühen.

Für die Wellenlänge λ_{max}, bei der das Emissionsspektrum ein Maximum besitzt, gilt: $\lambda_{max} \cdot T = 2898\ \mu m\ K$. Bei unserer Sonne mit einer Oberflächentemperatur von 5870 K liegt λ_{max} bei 500 nm, und der sichtbare Spektralbereich »Licht« überdeckt den Bereich der maximalen Emission unserer Sonne – Zufall?

Man sieht das Glühen am Beispiel einer angeschalteten Herdplatte, sie leuchtet glühend rot und strahlt damit auch sichtbares Licht ab. Nimmt die Temperatur noch weiter zu, verschiebt sich das Spektrum der Strahlung hin zu kürzeren Wellenlängen. Es gibt einen Zusammenhang zwischen dieser Temperatur und der abgestrahlten Leistung eines Körpers – je höher die Temperatur, umso größer ist auch die abgestrahlte Energie, die von einem Körper ausgeht. Diesen Zusammenhang hat das **Stefan-Boltzmann-Gesetz zum Inhalt: Die Energie bzw. Strahlungsleistung, die ein Körper pro Sekunde und Quadratmeter abstrahlt, ist direkt proportional zur vierten Potenz seiner absoluten Temperatur.**

$$P_E = \varepsilon \cdot 6 \cdot A \cdot T^4$$

Dabei gilt: P_E= abgestrahlte Leistung; ε= Emissionsgrad (Werte zwischen 0 und 1)

$6 = 5{,}676 \cdot 10^{-8}\ Wm^{-2}\ K^{-4}$; A= Oberfläche, über die Wärme verloren geht; T= Temperatur (in K).

Im Emissionsgrad ε sind die Material- und Oberflächeneigenschaften des abstrahlenden Körpers zusammengefasst. Ein idealer, oder auch **schwarzer Strahler** besitzt einen Wert von ε=1. Unsere Sonne ist z. B. ein schwarzer Strahler. Reale Körper haben Werte von ε<1.

► Schwitzen, also die Verdunstung von Wasser an der Hautoberfläche schützt vor Überhitzung.

Hätten Sie's gewusst?

Raucher strahlen weniger Wärme ab

Sehr interessant ist auch die Tatsache, dass Raucher weniger strahlen. Denn durch das Nikotin werden die Blutgefäße verengt, die Haut wird weniger durchblutet und kühlt sich dadurch ab. Die geringere Temperatur hat nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz eine geringere abgestrahlte Wärmeleistung zur Folge. Mit einem Thermogramm kann dieser Effekt sichtbar gemacht werden (◘ Abb. 4.11).

Wärmetransport durch Verdunstung

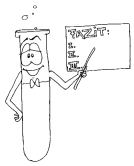
Bei allen bisher betrachteten Transportphänomenen, egal ob Wärmeleitung, Konvektion oder Temperaturstrahlung, erfolgte der Temperaturausgleich stets in dieselbe Richtung, nämlich von warm nach kalt. Wie sieht es nun aber aus, wenn sich ein Mensch mit einer Körpertemperatur von 37°C in einer Umgebung befindet, in der 45°C herrschen? Steigt dann die Körpertemperatur des Menschen an, da er von der wärmeren Luft, die ihn umgibt, Energie aufnimmt?

◘ **Abb. 4.11.** Thermogramm. Hand eines Menschen im infraroten Licht ihrer eigenen Temperaturstrahlung. Die Thermogramme wurden im Abstand von 2 min während des Rauchens einer Filterzigarette aufgenommen: Nikotin verengt die Blutgefäße und senkt mit der Durchblutung auch die Temperatur der Haut. (Aufnahmen von Prof. W Stürmer, Erlangen. Aus Harten 2006)

Natürlich nicht! Der Körper muss gerade diesem Prozess entgegenwirken, um seine Temperatur konstant auf 37°C zu halten. Dies geschieht dadurch, dass er ständig Wasser an die Hautoberfläche abgibt und dieses verdunsten lässt – der Mensch schwitzt. Um eine Verdunstung zu ermöglichen, muss der Körper Energie aufbringen. Diese fehlt ihm dann wiederum und daher überhitzt er sich nicht.

Der Körper kann das Wasser auch in eine wärmere Umgebung hinein verdampfen lassen, solange diese noch nicht vollständig mit Wasserdampf gesättigt ist. Das ist auch der Grund dafür, dass es uns leichter fällt, in der Wüste zu schwitzen, wo eine so trockene Hitze herrscht. Dagegen fällt es uns in den Gebieten des tropischen Regenwaldes aufgrund der hohen Luftfeuchtigkeit relativ schwer, unsere Körpertemperatur durch Schwitzen konstant zu halten.

kurz & knapp



- Alle **Phasenumwandlungen** sind an Energievorgänge geknüpft. Es wird entweder Energie frei, wenn ein Stoff seinen Aggregatzustand ändert, oder sie muss zugeführt werden.
- Der Phasenübergang von fest nach flüssig wird als **Schmelzen** bezeichnet, der von flüssig nach fest als **Erstarren**. Bei einer Aggregatszustandsänderung von flüssig nach gasförmig spricht man von **Verdampfen**, im umgekehrten Fall von **Kondensieren**. Eine Sublimation beschreibt den Phasenübergang von fest nach gasförmig, mit **Resublimation** ist der Übergang von gasförmig nach fest gemeint.
- Während einer Phasenumwandlung bleibt die Temperatur dieses Systems konstant, sie steigt nicht weiter an bzw. fällt nicht weiter ab. Dies ist erst dann wieder der Fall, wenn das gesamte Material in diesen neuen Aggregatzustand umgewandelt wurde.
- Unter einem **Siedeverzug** versteht man das Erhitzen einer Flüssigkeit über ihren Siedepunkt hinaus, ohne dass diese zu verdampfen beginnt. Dagegen beschreibt die **Unterkühlung** das Absenken der Temperatur einer Flüssigkeit unterhalb ihres Gefrierpunkts, ohne dass diese gefriert.
- Der **Dampfdruck** ist eine Kenngröße der Flüssigkeit. Er ist stoff- und temperaturabhängig und beschreibt den Druck, den Flüssigkeitsmoleküle auf ihre Umgebung im Gas ausüben. Für jede Temperatur gibt es eine obere Grenze, einen Maximalwert für den Dampfdruck – dies ist dann der **Sättigungsdampfdruck**.
- Unter der **Anomalie des Wassers** versteht man die Tatsache, dass Wasser bei 4°C, also wenn es noch flüssig ist, und nicht erst als Feststoff seine größte Dichte aufweist. Dies ist auch der Grund dafür, dass Eis auf Wasser schwimmt und Seen nie von unten zufrieren.
- Am Phasendiagramm des Wassers unterscheiden wir drei verschiedene Linien:
  - die **Schmelzkurve** (zwischen fester und flüssiger Phase),
  - die **Sublimationskurve** (zwischen fester und gasförmiger Phase) und
  - die **Siedepunktskurve** (zwischen flüssiger und gasförmiger Phase).
  - Der Schnittpunkt dieser drei Kurven ist der so genannte Tripelpunkt. Hier können alle drei Phasen nebeneinander existieren. Für Wasser liegt er bei 273,16 K und 611,65 Pa.
- Bei der **Wärmeleitung** wird Energie dadurch transportiert, dass Moleküle an wärmeren Stellen ihre hohe kinetische Energie durch Stöße auf sich langsamer bewegende Moleküle an kälteren Stellen übertragen.
- Die **Konvektion** ist dadurch gekennzeichnet, dass das gesamte Transportmittel in Bewegung ist und somit Wärme transportiert wird. Man unterscheidet dabei zwischen freier (aufgrund eines Temperaturgradienten) und erzwungener (durch Einwirken äußerer Kräfte, z. B. Pumpen) Konvektion.
- Die **Temperaturstrahlung** beschreibt den Wärmetransport mittels elektromagnetischer Wellen. Je höher die Temperatur T eines Körpers, desto größer ist auch dessen abgestrahlte Leistung P (Stefan-Boltzmann-Gesetz): $P = 6 \cdot A \cdot T^4$.
- Eine weitere Art von Wärmetransport ist die **Verdunstung**. Dadurch wird Energie an die Umgebung abgegeben, um einer Überhitzung vorzubeugen.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 **Aufgabe 1** Wärmeverlust durchs Fenster: Welcher Wärmeverlust entsteht an einem 2 m^2 großen Fenster mit einer Glasdicke von 3 mm, wenn auf der Innenseite eine Temperatur von 18°C und auf der Außenseite eine Temperatur von 15°C herrscht? (Glas hat ungefähr eine Wärmeleitfähigkeit λ von 1 $Wm^{-1}\,K^{-1}$).

Lösung 1 Wir wenden die Gleichung für die Wärmeleitung an und lösen nach I auf (I ist eine Leistung, da I=dQ/dt).

$$I/A=-\lambda \cdot \Delta T/\Delta x \rightarrow I=-\lambda \cdot A \cdot \Delta T/\Delta x=(-1\ W\ m^{-1}\,K^{-1} \cdot 2m^2 \cdot 3K)/0{,}003m=2000\ W$$

Dieser Verlust von 2000 W ist ganz schön groß. Doppeltes Verglasen ist daher sehr vorteilhaft; die Luft zwischen den zwei Scheiben hat nämlich nur eine Wärmeleitfähigkeit λ von 0,023 $Wm^{-1}K^{-1}$.

Aufgabe 2 **Aufgabe 2** Wärmeverlust des Körpers durch Konvektion: Die Oberfläche des Menschen beträgt ungefähr 1,5 m^2, seine Hauttemperatur etwa 33°C. Wie groß ist sein Wärmeverlust durch Konvektion, wenn er sich unbekleidet in einem Raum mit 25°C befindet? (Wärmeübertragungszahl j_Q=5,5 $Wm^{-2}K^{-1}$)

Lösung 2 Man muss einfach die Formel für Konvektion anwenden und einsetzen. Nicht vergessen: ΔT in Kelvin angeben! (Zur Erinnerung: 1 K entspricht 1°C)

$$I=j_Q \cdot A \cdot \Delta T=5{,}5\ W\ m^{-2}\,K^{-1} \cdot 1{,}5\ m^2 \cdot 8K=66\ W$$

Aufgabe 3 **Aufgabe 3** Wärmeverlust des Körpers durch Temperaturstrahlung: Nicht nur durch Konvektion, sondern auch durch Strahlung verliert der Mensch (Oberfläche A=1,5 m^2, Hauttemperatur T=33°C) Energie. Berechnen Sie diesen Betrag! (ε=1; σ=5,6 · 10^{-8} $Wm^{-2}K^{-4}$)

Lösung 3 Um diesen Wärmeverlust zu errechnen, verwendet man das Stefan-Boltzmann-Gesetz.

$$P_E=\varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4=1 \cdot 5{,}6 \cdot 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4} \cdot 1{,}5\ m^2 \cdot (306\ K)^4=736\ W$$

Wichtig ist bei solchen Formeln immer, dass die Temperatur von °C in K umgerechnet wird (Also 273 K+33 K=306 K)! Denn dieser Wert für T muss in das Stefan-Boltzmann-Gesetz eingesetzt werden.

Ein Wärmeverlust von 736 W wäre ganz schön viel, waren es doch bei der Konvektion nur 66 W. Doch man darf nicht vergessen, dass die Umgebung (T=25°C), in der sich der Mensch befindet, wenn es nicht gerade das Weltall ist, auch strahlt! Um diese Leistung der Umgebung zu berechnen, verwendet man auch das Stefan-Boltzmann-Gesetz:

$$P_E=\varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4=1 \cdot 5{,}6 \cdot 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4} \cdot 1{,}5\ m^2 \cdot (298\ K)^4=662\ W$$

Der wirkliche Wärmeverlust ist also die Differenz von 74 W – und dies entspricht in etwa auch dem Wärmeverlust durch Konvektion!

Man könnte den wirklichen Wärmeverlust auch in einem Schritt errechnen, indem man nämlich gleich zu Beginn die Temperaturdifferenz in das Stefan-Boltzmann-Gesetz einsetzt:

$$P_E=\varepsilon \cdot \sigma \cdot A\ (T_H^4-T_U^4)$$

T_H= Hauttemperatur und T_U=Umgebungstemperatur

Alles klar!

Die Luftfeuchtigkeit als entscheidendes Kriterium zum Wohlfühlen

Luft ist ein Gasgemisch. Ihre Hauptbestandteile sind Stickstoff (78%) und Sauerstoff (21%). Sie enthält aber auch ca. 0,04% Kohlenstoffdioxid, was einen vielleicht erstmal verwundert. Hinzu kommt, dass die Luft immer auch zu einem bestimmten Anteil Wasser in Form von Wasserdampf enthält.

Um den Gehalt an Feuchtigkeit in der Luft bestimmen und mit anderen Werten vergleichen zu können, hat man die so genannte relative Luftfeuchtigkeit eingeführt. Sie ist definiert als das Verhältnis der aktuellen Wasserdampfdichte zur Sättigungsdampfdichte. Die Feuchtigkeit der Luft hat für das Wohlbefinden der Menschen eine große Bedeutung, einen Wert zwischen 35–65% relativer Luftfeuchtigkeit empfindet der Mensch als angenehm. Ist sie zu hoch, wie das beispielsweise in den feuchten Gebieten des tropischen Regenwaldes ständig der Fall ist, empfindet der Mensch dies als unangenehme Schwüle. Der Körper versucht, durch Schwitzen seine Temperatur wieder nach unten zu regulieren, indem er Wasser, das von den Schweißdrüsen der Haut bei Bedarf abgegeben wird, verdampft. Doch diese Verdampfung kann nicht mehr gut funktionieren, wenn die Luft schon zu stark mit Wasserdampf gesättigt ist.

Auf der anderen Seite ist eine zu geringe Luftfeuchtigkeit, wie sie z. B. in klimatisierten Büroräumen vorkommt, auch nicht besonders gesund für den Menschen. Die Luft, die wir einatmen, muss in den Lungenbläschen zu 100% mit Wasserdampf gesättigt sein. Die Schleimhäute unserer Atemwege dienen dazu, die einströmende Luft noch vollständig mit Wasserdampf zu sättigen. Ist die eingeatmete Luft jedoch zu trocken, wie das in unserem Patientenbeispiel der Fall war, werden unsere Schleimhäute mit der Zeit gereizt und trocknen aus, da sie die Luft mit soviel Wasser zusätzlich anreichern müssen. Hinzu kommt, dass der Mensch anfälliger wird für Erkältungskrankheiten, da die ausgetrockneten Schleimhäute eingeatmeten Staub und Krankheitserreger nicht mehr abfangen können.

4.5 Stoffgemische

Theresa Fels

- Absorption
- Gitterenergie
- Solvatationswärme
- Gefrierpunktserniedrigung
- Dampfdruckerniedrigung
- Siedepunktserhöhung
- Raoult-Gesetz
- Diffusion
- Diffusionskonstante
- Permeabilitätskoeffizient
- Osmose
- Osmotischer Druck
- Van't-Hoff-Gleichung

Wie jetzt?

Die Farmerlunge – ein Patientenfall

Ein 58-jähriger Landwirt wird zu Ihnen ins örtliche Krankenhaus eingeliefert. Laut Angaben des ihn zuvor betreuenden Notarztes leidet er unter starker Atemnot und Problemen beim Einatmen. Auch sein Sauerstoffgehalt im Blut ist deutlich zu niedrig. Nach einigen Untersuchungen stellt sich heraus, dass Ihr Patient an einer Lungenfibrose erkrankt ist. Bei der Lungenfibrose handelt es sich um eine restriktive Ventilationsstörung, bei der es zur Verdickung der Alveolarmembran kommt. Verursacht wird sie häufig durch Schadstoffe oder organische Stäube, denen man v. a. im Beruf ausgesetzt ist.

Nicht untypisch ist diese Krankheit daher für Landwirte, die von Zeit zu Zeit mit solchen Schadstoffen (z. B. durch schimmeliges Heu) in Kontakt geraten – man spricht auch von der so genannten Farmerlunge. Symptome sind, wie im Fall anfangs beschrieben, Atemnot und ein zu geringer Sauerstoffanteil im Blut. Doch wie hängt nun die verdickte Alveolarmembran damit zusammen?

4.5.1 Gas in einer Flüssigkeit – Absorption

► Gase lösen sich in Flüssigkeiten, Beispiel Sektflasche

Gase können in Flüssigkeit gelöst werden; diesen Prozess bezeichnet man auch als Absorption. Sehr gut kann man sich das am Beispiel einer Sekt- oder Mineralwasserflasche vorstellen. Die Flaschen sind jeweils fest verschlossen, v. a. die Sektflasche, da sie unter einem hohen Druck stehen. Öffnet man den Verschluss und lässt damit den Druck entweichen, so steht das Flüssigkeits-Gas-Gemisch nicht mehr im Gleichgewicht mit der über ihr befindlichen Luft. Das Volumen der Luft, die zuvor auf sehr engem Raum in der Flasche gefangen war, hat mit dem Öffnen der Flasche stark zugenommen. Die Gasteilchen, die sich zuvor noch in dem kleinen Luftraum der Flasche befanden, können sich nun auf einen viel größeren Raum (auch außerhalb der Flasche) verteilen – ihre Konzentration nimmt ab!

Nun ist aber die Konzentration eines bestimmten Gases in der Luft direkt proportional zur Konzentration dieses Gases in der darunter befindlichen Flüssigkeit. Denn es gilt:

$$c_{\text{Gas in Flüssigkeit}} = \alpha \cdot c_{\text{Gas in Luft}}$$

Die Proportionalitätskonstante α nennt man die Löslichkeit des Gases in dieser Flüssigkeit. Da die Konzentration des Gases in der Luft so schnell abnimmt, und sich die Konzentration des Gases in der Flüssigkeit nicht so schnell angleichen kann, ist die Flüssigkeit zunächst übersättigt. Durch das starke Aufschäumen entweicht ein Teil des Gases aus der Flüssigkeit in die Luft. So sinkt zum einen die Konzentration des Gases in der Flüssigkeit und zugleich steigt auch die Konzentration des Gases in der Luft (wenn auch nur leicht) durch die Gasteilchen, die die Flüssigkeit verlassen und in die Luft entweichen, wodurch das Gleichgewicht wieder hergestellt wird.

In der Gasphase gilt, wie in einem anderen Kapitel (► Kap. 4.3.1) zuvor besprochen wurde, die Zustandsgleichung für ideale Gase:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Formt man diese Gleichung nach dem Druck um, so ergibt sich:

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

Der Quotient n/V stellt nichts anderes dar als die Konzentration c des Gases. Löst man die Gleichung nun danach auf, erhält man:

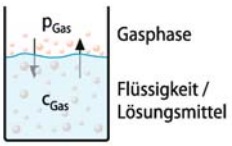
$$c_{\text{Gas}} = \frac{1}{R \cdot T} \cdot p_{\text{Gas}}$$

Ersetzt man $c_{Gas\ in\ Flüssigkeit}$ nun in der anfangs genannten Formel durch $p_{Gas}/(R \cdot T)$, erhalten wir das **Gesetz von Henry Dalton: Die Konzentration des in einer Flüssigkeit gelösten Gases ist direkt proportional zu dessen Partialdruck in der Gasphase:**

$$c_{Gas\ in\ Flüssigkeit} = (\alpha/(R \cdot T)) \cdot p_{Gas}$$

α stellt im Übrigen die Löslichkeit eines bestimmten Gases dar, wie gut oder schlecht es sich also in einer Flüssigkeit lösen lässt. Der Quotient $\alpha/(R \cdot T)$ wird oft auch durch den Löslichkeitskoeffizienten K ersetzt. Er stellt eine Konstante dar, die abhängig ist vom jeweiligen Gas und der vorgegebenen Temperatur.

Das Henry-Dalton-Gesetz besagt also, dass die Konzentration des in Flüssigkeit gelösten Gases proportional zum Partialdruck des Gases in der Luft ist (■ Abb. 4.12). Wie viel man jedoch von einem Gas in einer Flüssigkeit lösen kann, ist abhängig von der Temperatur der Flüssigkeit. So nimmt die Löslichkeit bzw. Proportionalitätskonstante α mit steigender Temperatur deutlich ab. Will man Sauerstoff in Wasser lösen, so hat man bei einer Wassertemperatur von 20°C einen Wert für α von 0,031, bei 37°C beträgt α nur noch 0,024. Der Sauerstoff lässt sich also bei einer höheren Temperatur schlechter in Wasser lösen.



■ **Abb. 4.12.** Gleichgewicht zwischen dem Partialdruck eines Gases in der Gasphase und der Konzentration des gelösten Gases in einem Lösungsmittel. Henry-Dalton-Gesetz

► α= Löslichkeit eines bestimmten Gases

► Wie viel von einem Gas sich in einer Flüssigkeit löst, hängt von deren Temperatur ab: Temperatur↑→ α↓

4.5.2 Feststoff in einer Flüssigkeit

Gitterenergie und Solvatationswärme

Nicht nur Gase, auch Feststoffe können in Flüssigkeit gelöst werden, z. B. Zucker. Dabei ändert sich erstaunlicherweise die Temperatur der Flüssigkeit. Sie kühlt sich entweder ab oder erwärmt sich. Dies hängt davon ab, welchen Feststoff man in die Flüssigkeit gibt. Bei Salpeter (KNO_3) in Wasser würde sich die Lösung erst einmal abkühlen, Schwefelsäure oder Alkohol in Wasser führen zu einer Erwärmung dieser Mischung.

Doch wie kann das sein, dass sowohl Erwärmung als auch Abkühlung der Lösung möglich sind?

Abkühlen der Flüssigkeit. Die Erklärung, warum sich die Lösung durch Zugabe eines Feststoffs abkühlt, ist die einfachere. Wird der Feststoff in die Flüssigkeit gegeben, so muss, um den Stoff darin zu lösen, gegen die Anziehungskräfte der Gittermoleküle Arbeit verrichtet werden – man benötigt also **(Gitter-) Energie**. Diese wird aus der Energie und damit der Temperatur der Flüssigkeit hergenommen. Die innere Energie der Flüssigkeit sinkt also, und damit deren Temperatur – die Lösung kühlt sich ab.

► Beim Lösen von festen Stoffen in einer Flüssigkeit kann sich diese entweder erwärmen oder abkühlen.

► Gitterenergie entzieht der Flüssigkeit Wärme.

Erwärmung der Flüssigkeit. Daneben existiert aber auch eine andere Möglichkeit. Löst man einen Feststoff in einer Flüssigkeit, so kann es sein, dass sich die Teilchen der Flüssigkeit aufgrund ihrer gegensätzlichen Polarisation und der damit bestehenden Anziehungskräfte an die Teilchen des Feststoffs anlagern und eine so genannte **Solvathülle** (bei Wasser als Lösungsmittel: Hydrathülle) um die Feststoffmoleküle bilden. Man könnte sagen, dass das Lösungsmittel durch diese Anlagerung an die Moleküle des Feststoffs erstarrt. Wie wir ja bereits wissen, wird bei Erstarrung Energie frei. Diese frei werdende **Solvatationsenergie** ist für die Temperatur der Lösung von Vorteil – die Temperatur steigt.

► Solvatationsenergie führt der Flüssigkeit Wärme zu.

Kurz zusammengefasst lässt sich sagen, dass es zu einer Abkühlung der Lösung kommt, wenn die aufzubringende Gitterenergie überwiegt, dagegen überwiegt bei einer Erwärmung die frei werdende Solvatationsenergie.

Gefrierpunktserniedrigung

Betrachten wir einmal einen Behälter mit Flüssigkeit. Normalerweise stellt sich nach einer gewissen Zeit zwischen der Flüssigkeit und der darüber befindlichen Gasphase stets ein Gleichgewicht ein, d. h. die Menge an Molekülen, die die Flüssigkeit verlassen und in die Gasphase übergehen, ist genauso groß, wie die Menge an Teilchen, die aus der Gasphase in die Flüssigkeit gehen. Netto ändert sich aber an den Teilchenmengen in der Flüssigkeit und in der Gasphase nichts – sie bleibt konstant (► Kap. 4.5.1).

Löst man einen Feststoff in einer Flüssigkeit, wird dieses Gleichgewicht gestört. Die Moleküle des Feststoffs können nämlich nicht aus der Lösung austreten wie die Moleküle der Flüssigkeit. Dadurch dass sich Moleküle des Feststoffs zwischen Teilchen der Flüssigkeit befinden und mit diesen wechselwirken, sinkt die Anzahldichte der Lösungsmittelmoleküle an der Oberfläche in der flüssigen Phase und die Wechselwirkung erschwert den Übergang in die Gasphase. Folglich verlassen nur noch weniger Teilchen die Flüssigkeit als aus der Gasphase Moleküle in die Flüssigkeit eintreten.

Genauso verhält es sich am Übergang fest–flüssig, wenn sich ein Feststoff in einer Flüssigkeit befindet. Die Anzahldichte der Lösungsmittelmoleküle an der Oberfläche in der flüssigen Phase sinkt ebenfalls, da sich dort nun auch bereits frei gewordene Teilchen des Feststoffs befinden. Durch diese geringere Anzahl von Flüssigkeitsmolekülen am Übergang zum Feststoff sinkt folglich auch die Übergangsrate in die feste Phase. Dagegen bleibt die Übergangsrate aus der festen Phase in die flüssige konstant – das Gleichgewicht ist damit verschoben!

► Gefrierpunkt der Lösung ist niedriger als der des reinen Lösungsmittels. Er sinkt pro Mol gelöster Teilchen in Wasser um ca. 1,86°C.

Um dieses Gleichgewicht wieder herzustellen, muss die Temperatur abgesenkt werden, denn dadurch sinkt die Übergangsrate aus der festen Phase heraus in die flüssige, während die Übergangsrate aus der flüssigen in die feste Phase steigt. Das Gleichgewicht ist damit, wenn auch bei niedrigerer Temperatur, wieder hergestellt. Die Tatsache, dass sich die Lösung nun bei geringerer Temperatur im Gleichgewicht befindet als das reine Lösungsmittel, hat zur Folge, dass auch der Gefrierpunkt der Lösung gegenüber dem des reinen Lösungsmittels erniedrigt ist.

Der Umfang der Gefrierpunktserniedrigung hängt dabei nur von der Anzahl der gelösten Teilchen ab, nicht von der Teilchenart, die gelöst wird. Pro Mol gelöster Teilchen in Wasser sinkt der Gefrierpunkt um ca. 1,86°C.

Hätten Sie's gewusst?

Salz streuen gegen Glatteis

Im Winter ist dieses Phänomen von großer Bedeutung. Man streut Salz zum Schmelzen des Eises auf den Straßen, oder um zu verhindern, dass das Wasser schon bei 0°C zu Eis wird. Denn durch das Salz sinkt der Gefrierpunkt des Wassers, und bei einer Außentemperatur von 0°C besteht noch keine Gefahr von Glatteis auf den Straßen.

Dampfdruckerniedrigung und Siedepunktserhöhung

Das Lösen eines Feststoffs in einer Flüssigkeit hat noch weitere Effekte. Einer davon ist die Dampfdruckerniedrigung, auf die wir nun einmal näher eingehen wollen und die Siedepunktserhöhung, die wir im Anschluss betrachten.

► Dampfdruck = Bestreben der Flüssigkeit gasförmig zu werden

Dampfdruckerniedrigung. Der Dampfdruck einer Lösung ergibt sich aus dem Bestreben der Lösungsmittelteilchen die flüssige Phase zu verlassen. Je mehr Moleküle auch schon bei geringeren Temperaturen von der flüssigen in die gasförmige Phase strömen, umso höher ist auch der Dampfdruck der Lösung, also das Bestreben der Flüssigkeit gasförmig zu werden. Wie schon besprochen, ist diese Übergangsrate einer Flüssigkeit bei Zugabe eines Feststoffs erniedrigt und damit also auch ihr Dampfdruck. Denn es befinden sich auch Feststoffmoleküle an der Oberfläche der Flüssigkeit, die aber nicht das Bestreben haben, in die Gasphase zu wechseln, und durch ihre Wechselwirkung mit den Lösungsmittelteilchen deren Übergang in die Gasphase behindern.

► Dampfdruck einer Flüssigkeit wird durch Zugabe eines Feststoffs erniedrigt; damit erhöht sich die Siedetemperatur.

Aufgrund des niedrigeren Dampfdrucks der Lösung im Vergleich zum ursprünglichen Lösungsmittel, ist die Lösung also schwieriger zu verdampfen. Folglich ist auch die Siedetemperatur der Lösung höher als die der reinen Flüssigkeit. **Wie auch schon bei der Gefrierpunktserniedrigung ist die Siedepunktserhöhung nur abhängig von der Anzahl der in der Flüssigkeit gelösten Teilchen.** Pro Mol gelöster Teilchen in Wasser steigt der Siedepunkt um ca. 0,51°C an.

► Der Siedepunkt einer Flüssigkeit steigt pro Mol gelöster Teilchen um ca. 0,51°C an.

Hätten Sie's gewusst?

Nudeln in kochendem Salzwasser

Wer zum Kochen von Nudeln Salz ins Wasser gibt, macht sich dies zum Vorteil. Denn durch das Salz im Wasser hat sich dessen Siedepunkt erhöht und das Wasser beginnt damit nicht schon bei 100°C zu verdampfen, sondern erhitzt sich noch weiter. Durch diese hohen Temperaturen, die den normalen Siedepunkt von Wasser überschreiten, werden die Nudeln natürlich schneller fertig, als wenn man sie bei 100°C kocht. Doch auch wenn der Siedepunkt umso höher steigt, je mehr Salzmoleküle darin gelöst sind, so sollte man doch darauf achten, dass die Nudeln nicht zu salzig schmecken.

Das Raoult-Gesetz

Wie sich nun vermuten lässt, hängt der Dampfdruck in irgendeiner Weise von der Zusammensetzung der Flüssigkeit ab. **Das Raoult-Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der Dampfdruckerniedrigung eines Lösungsmittels durch Zugabe eines Feststoffs und dessen Konzentration.** Es lautet:

► Raoult-Gesetz: $\Delta p = E \cdot b$

$$\Delta p = E \cdot b$$

Dabei gilt: Δp= Dampfdruckdifferenz zwischen reinem Lösungsmittel und der Lösung dieser Flüssigkeit mit einem Feststoff;

E= Proportionalitätsfaktor, eine für das Lösungsmittel charakteristische Größe, unabhängig von der Art des gelösten Stoffs;

b= Molalität (Stoffmenge eines gelösten Stoffs in mol/kg Lösungsmittel).

Für diese Formel verwendet man die **Molalität** in mol kg^{-1} anstatt der sonst üblich Molarität bzw. Stoffmengenkonzentration in mol l^{-1}. Die Molalität hat den Vorteil, dass sie im Gegensatz zur Stoffmengenkonzentration **temperaturunabhängig** ist. Löst man in der Flüssigkeit nicht nur einen Feststoff, sondern verschiedene Arten, so ist in der Molalität b die Gesamtstoffmenge aller Teilchen enthalten, die in der Lösung vorhanden sind.

► Die Molalität ist temperaturunabhängig

Sowohl die Gefrierpunktserniedrigung ΔT_G als auch die Siedepunktserhöhung ΔT_S sind proportional zur Dampfdruckerniedrigung Δp. **Die Dampfdruckerniedrigung kann somit als Ursache für die Gefrierpunktserniedrigung und die Siedepunktserhöhung angesehen werden.** Für die beobachteten Werte gilt eine ähnlich einfache Beziehung zur Molalität b wie für die Dampfdruckerniedrigung nach dem Raoultschen Gesetz:

► Die Dampfdruckerniedrigung ist die Ursache der Siedepunktserhöhung und der Gefrierpunktserniedrigung.

$$\text{Aus } \Delta T_G \sim \Delta p \rightarrow \Delta T_G = E_G \cdot b$$
$$\text{und } \Delta T_S \sim \Delta p \rightarrow \Delta T_S = E_S \cdot b$$

E_G bezeichnet die so genannte kryoskopische Konstante, E_S ist die ebullioskopische Konstante. Diese sind jeweils unabhängig von der Natur des gelösten Stoffs, sondern haben für jedes Lösungsmittel charakteristische Werte.

4.5.3 Diffusion

Diffusionsgesetz

Möchte man z. B. den Partialdruck eines Gases bestimmen, so geht man stets von einem Gleichgewicht, also einer gleichmäßigen Durchmischung von – in dem Fall Gasen – aus. In der Realität hat man jedoch zumindest am Anfang ein **Konzentrationsgefälle**, d. h. an verschiedenen Orten unterschiedliche Konzentrationen z. B. eines Gases. Dieser Konzentrationsgradient $\Delta c/\Delta x$ ist die Ursache für den daraufhin folgenden Durchmischungsprozess – also für die **Diffusion**.

► Der Konzentrationsgradient ist Ursache für die Diffusion.

Die Diffusion beschreibt praktisch das Bestreben von Gasen untereinander, gelösten Stoffen in Flüssigkeiten oder verschiedenen Flüssigkeiten untereinander, überall gleiche Teilchendichten zu

schaffen und deren Konzentrationsgradienten zu beseitigen. Aufgrund der unterschiedlichen Konzentrationen an verschiedenen Orten ($\Delta c/\Delta x$) kommt es aufgrund der thermischen Bewegung zu Wanderbewegungen der Atome und Moleküle. Mit diesem Teilchenstrom I, der stets über eine gewisse (vorgegebenen) Fläche A statt findet, ergibt sich die Stromdichte j:

$$j = I/A = \text{Teilchenstrom/Fläche}$$

► 1. Ficksches Gesetz: Die Teilchenstromdichte ist direkt proportional zum Konzentrationsgradienten.

Der Zusammenhang zwischen Konzentrationsgradient, Teilchenstrom, Fläche und Stromdichte kommt im **1. Fickschen Gesetz** zum Ausdruck:

$$\mathbf{j = I/A = -D \cdot \Delta c/\Delta x}$$

Dabei gilt: j=Teilchenstromdichte =I/A= Teilchenstrom pro Fläche;

D= Diffusionskonstante (in $m^2\,s^{-1}$); $\Delta c/\Delta x$= Konzentrationsgradient

Das 1. Ficksche Gesetz besagt, dass die Teilchenstromdichte j proportional zum Konzentrationsgradienten $\Delta c/\Delta x$ ist. Die **Diffusionskonstante D** ist abhängig von den Eigenschaften und Bedingungen des Materials, in dem die Diffusion erfolgt.

► Das 2. Ficksche Gesetz beschreibt die Diffusionsdauer.

Daneben gibt es noch das **2. Ficksche Gesetz**, welches die zeitliche Änderung von Konzentrationsunterschieden in einem bestimmten Volumen zum Inhalt hat. Es beschäftigt sich sozusagen mit der **Diffusionsdauer**, also wie schnell sich das neue Gleichgewicht einstellt:

$$\mathbf{\partial c/\partial t = D \cdot \partial^2 c/\partial x^2}$$

Diffusion durch eine Membran

Das 1. Ficksche Diffusionsgesetz beschreibt die Teilchenstromdichte in Bezug zum Konzentrationsgradienten $\Delta c/\Delta x$. Findet die Diffusion durch eine Membran statt, so entspricht Δx der Membrandicke d. Die Formel lautet dann:

$$j = I/A = -D \cdot \Delta c/d$$

Um die Gleichung zu vereinfachen, wenn es sich um Diffusion durch eine Membran handelt, fasst man den Quotienten D/d zum **Permeabilitätskoeffizient P** zusammen. Es ergibt sich:

$$j = I/A = -D/d \cdot \Delta c = -P \cdot \Delta c$$

Dieser Permeabilitätskoeffizient P in $m\,s^{-1}$ ist sowohl für die Membran, als auch für die diffundierende Substanz charakteristisch.

4.5.4 Osmose

Osmotischer Druck

► Osmose: Diffusion durch eine selektiv-permeable, für verschiedene Moleküle unterschiedlich durchlässige Membran

Im vorherigen Kapitel haben wir ja die Diffusion durch eine Membran schon kennengelernt. Bei der Osmose haben wir ebenfalls eine Membran – diese ist jedoch **semipermeabel** (halb- oder teildurchlässig) und somit können nicht alle Molekülsorten ungehindert durch die Membran hindurchdiffundieren (Abb. 4.13). Für manche Molekülsorten ist diese Membran undurchlässig, d. h. sie werden ganz zurückgehalten.

Zur Veranschaulichung stellen wir uns ein Gefäß vor, das durch eine selektiv-permeable Membran, die nur für Wasser durchlässig ist, halbiert wurde. In der linken Hälfte befindet sich nur Wasser, in der rechten dagegen eine Mischung aus Wasser und Zucker. Das Wasser der linken Seite diffundiert ohne Schwierigkeiten durch die Membran und versucht dadurch, die Wasser-Zucker-Lösung der

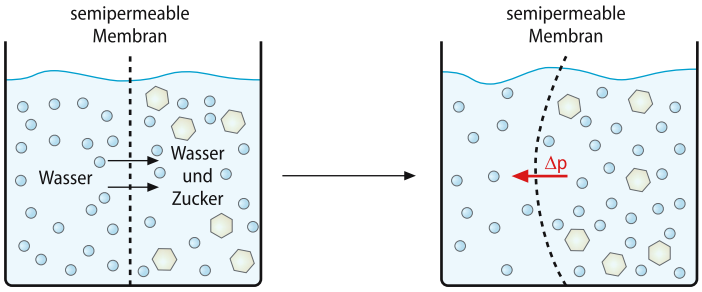


Abb. 4.13. Osmotischer Druck einer Zuckerlösung. Durch die selektiv-permeable Membran können nur Wassermoleküle diffundieren

rechten Seite zu verdünnen und den Konzentrationsgradienten des Zuckers zu beseitigen. Durch das einströmende Wasser erhöht sich der Druck in der rechten Hälfte des Gefäßes, da ein Gegenstrom von Zucker aufgrund der sperrenden Membran nicht möglich ist. Diesen Druck bezeichnet man als **osmotischen Druck**.

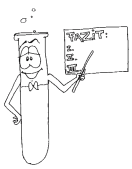
Es kann sehr lange dauern, bis sich dieser osmotische Druck aufgebaut hat. Oftmals wird er auch gar nicht erreicht (daher »potenziell«) oder die Membran platzt vorher.

Van't-Hoff-Gleichung

Mithilfe der **Van't-Hoff -Gleichung** lässt sich der osmotische Druck $\Delta\pi$ einer Lösung gegenüber reinem Lösungsmittel berechnen. Sie lautet:

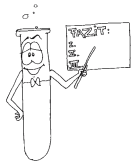
$$\Delta\pi = (n/V) \cdot R \cdot T$$

Wichtig ist dabei zu beachten, dass nur die Stoffmengendichte n/V, also die Stoffmengenkonzentration c, der gelösten Moleküle eine Rolle spielt und nicht deren Art oder Natur. Gänzlich außer Acht lassen kann man auch die Moleküle des Lösungsmittels. Die Membran muss lediglich die einzelnen Molekülsorten voneinander unterscheiden können, damit auch nur bestimmte Molekülsorten passieren können, andere dagegen zurückgehalten werden.



kurz & knapp

- Unter **Absorption** versteht man die Tatsache, dass sich Gase in Flüssigkeiten lösen lassen. Die Konzentration c dieses in Flüssigkeit gelösten Gases ist proportional zum Partialdruck p des Gases in der Luft (Henry-Dalton-Gesetz). Mit steigender Temperatur der Flüssigkeit nimmt die Löslichkeit eines Gases deutlich ab: $c = \alpha \cdot p$.
- Löst man einen **Feststoff in einer Flüssigkeit**, so kühlt sich die Lösung ab, wenn die aufzubringende **Gitterenergie** überwiegt, oder sie erwärmt sich im Falle einer überwiegenden frei werdenden **Solvatationsenergie**.
- Das Lösen eines Feststoffs in einer Flüssigkeit ist verbunden mit einer **Dampfdruckerniedrigung** aufgrund der Feststoffteilchen, die sich nun in der Flüssigkeit befinden und vorerst nicht danach streben, gasförmig zu werden, im Vergleich zu den Flüssigkeitsmolekülen. Diese Dampfdruckerniedrigung hat daher automatisch eine **Siedepunktserhöhung** sowie eine **Gefrierpunktserniedrigung** zur Folge.
- Das **Raoult-Gesetz** beschreibt den Zusammenhang zwischen der Dampfdruckerniedrigung Δp und der Zusammensetzung der Flüssigkeit, der Molalität b; $\Delta p = E \cdot b$.
- Unter **Diffusion** versteht man den Teilchenstrom (z. B. in Flüssigkeiten), der dadurch zustande kommt, dass an verschiedenen Orten unterschiedliche Teilchenkonzentrationen herrschen. Dieser Konzentrationsgradient soll durch die Diffusion beseitigt werden, überall sollen gleiche



Teilchenzahlen herrschen. Dieser stattfindende Teilchenstrom, also die Diffusion, ist zum vorhandenen Konzentrationsgradienten direkt proportional (1. Ficksches Diffusionsgesetz: $j = \frac{I}{A} = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x}$).

– Die **Osmose** beschreibt die Diffusion durch eine selektiv-permeable Membran, welche die in einer Lösung vorhandenen verschiedenen Molekülsorten unterschiedlich gut bzw. überhaupt nicht passieren lässt. Dies ist die Ursache für den daraufhin möglicherweise entstehenden osmotischen Druck, welcher sich durch die Van't-Hoff-Gleichung errechnen lässt;

$$\pi = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}.$$

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1 Sauerstoff in Wasser: Berechnen Sie die Konzentration des gelösten Sauerstoffs in Wasser. Der Löslichkeitskoeffizient $\alpha(O_2)$ in Wasser beträgt 1,25 10^{-8} M/Pa und der Luftdruck sei 1000 hPa. Der Sauerstoffanteil der Luft beträgt 21%.

Lösung 1 Zuerst muss der O_2-Partialdruck berechnet werden, danach wendet man das Gesetz von Henry-Dalton an, um die Konzentration des in Wasser gelösten Sauerstoffs zu berechnen.

$p(O_2)=1000\ \text{hPa} \cdot 0{,}21=210\ \text{hPa}$
$c(O_2)=\alpha(O_2) \cdot p(O_2)=1{,}25 \cdot 10^{-8}\ \text{MPa}^{-1} \cdot 210\ \text{hPa}=0{,}0002625\ \text{M}=0{,}000263\ \text{mol l}^{-1}=263\ \mu\text{mol l}^{-1}$

Aufgabe 2

Aufgabe 2 Glucosestrom. Berechnen Sie den Glucosestrom, wenn die Glucosekonzentration im einen Lösungsraum c_1=1 mM und im anderen c_2=0,1 mM beträgt. Die beiden Lösungsräume sind durch eine wässrige Diffusionsstrecke getrennt (Länge d=1 mm, Querschnitt A=10 cm^2). Der Diffusionskoeffizient D beträgt 10^{-5} $cm^2\ s^{-1}$.

Lösung 2 Zur Berechnung des Glucosestroms verwendet man hier das 1. Ficksche Diffusionsgesetz. Da hier nach dem Teilchenstrom I und nicht nach der Teilchenstromdichte j gefragt ist, muss die Gleichung nach I aufgelöst werden.

$j=I/A=-D \cdot \Delta c/d \rightarrow I=-A \cdot D \cdot \Delta c/d$
$\rightarrow I= -10\ \text{cm}^2 \cdot 10^{-5}\ \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot (0{,}1-1)\ \text{mM mm}^{-1} = 0{,}9 \cdot 10^{-9}\ \text{mol/s}$

Bei solchen Rechnungen sollte man besonders gut auf die Einheiten achten und diese richtig umrechnen!

Aufgabe 3

Aufgabe 3 Osmotischer Druck I. Welcher osmotische Druck entsteht, wenn 9 g NaCl (molare Masse M=58,5 g mol^{-1}) in 1 l Wasser von 37°C gelöst werden? (Hinweis: Löst man Kochsalz in Wasser, so entsteht für jedes NaCl-Molekül ein Na^+-Ion sowie ein Cl^--Ion, die Teilchenanzahl verdoppelt sich also. Beide Sorten der entstandenen Ionen sind osmotisch wirksame Teilchen.)

Lösung 3 Berechnung der Stoffmenge n/Konzentration c von NaCl:

$n(NaCl)=m(NaCl)/M(NaCl)=9\ \text{g}/58{,}5\ \text{g mol}^{-1}=0{,}154\ \text{mol}.$
Da V=1 l, entspricht die Stoffmenge n(NaCl) gleich der Konzentration c(NaCl).

Berechnung der Konzentration osmotisch wirksamer Teilchen:

$NaCl \rightarrow Na^+ + Cl^-$
$0{,}154\ mol \rightarrow 0{,}154\ mol + 0{,}154\ mol$

Wie man erkennen kann, handelt es sich damit um 0,31 mol entstandene osmotisch wirksame Teilchen pro Liter. Das ist damit die Konzentration.
Berechnung des osmotischen Drucks nach der Van't-Hoff-Gleichung:

$$\Delta\pi = c \cdot R \cdot T \quad \Delta\pi = 0{,}31\ mol\ l^{-1} \cdot 8{,}31\ J\ mol^{-1}\ K^{-1} \cdot 310\ K = 799\ J\ l^{-1} = 799\ kPa$$

Aufgabe 4 Osmotischer Druck II. Wie groß ist der osmotische Druck einer 0,1 M Na_2SO_4-Lösung bei 37°C? (Hinweis: Es ist wichtig zu wissen, dass die Natriumsulfatmoleküle in Wasser gelöst zu Natriumionen und Sulfationen zerfallen. Für jedes Na_2SO_4-Molekül entstehen 2 Na+-Ionen und 1 SO_4^--Ion. Alle entstandenen Teilchen sind osmotisch wirksam.)

Aufgabe 4

Lösung 4 Berechnung der Konzentration osmotisch wirksamer Teilchen:

$Na_2SO_4 \rightarrow 2\ Na^+ + SO_4^{2-}$
$0{,}1\ mol \rightarrow 2 \cdot 0{,}1\ mol + 0{,}1\ mol$

Wie man erkennen kann, handelt es sich damit um 0,3 mol osmotisch wirksame Partikel pro Liter. Das ist damit die Konzentration.
Berechnung des osmotischen Drucks nach der Van't-Hoff-Gleichung:

$$\Delta\pi = c \cdot R \cdot T \quad \Delta\pi = 0{,}3\ mol\ l^{-1} \cdot 8{,}31\ J\ mol^{-1}\ K^{-1} \cdot 310\ K = 773\ Jl^{-1} = 773\ kPa$$

Alles klar!

Alveolenmembran bei Lungenfibrose

Ziel der Atmung ist es, den Körper mit Sauerstoff zu versorgen und im Gegenzug dazu, das entstandene Kohlendioxid wieder aus dem Körper zu entfernen. Beim Einatmen strömt die Luft über die Trachea bis in die Lunge, die über die vielen Bronchien und Bronchioli bis hin zu den Alveolen stark verzweigt ist. In den Alveolen findet dann der eigentliche Gasaustausch statt – Sauerstoff wird hier ins Kapillarblut abgegeben und zugleich wird CO_2 aufgenommen. Dieser Gasaustausch erfolgt durch Diffusion.

Die treibende Kraft für diese Diffusion sind die Partialdruckdifferenzen der jeweiligen Gase. Außerdem hängt die Stärke des Diffusionsstroms von der Diffusionsstrecke sowie der Austauschfläche ab. Die Austauschfläche wird durch die vielen verzweigten Alveolen (ca. 300 Mio) sehr begünstigt. Sie kann eine Gesamtoberfläche von bis zu 120 m^2 betragen. Die Diffusionsstrecke umfasst die Alveolarmembran, sowie das Interstitium und das Kapillarendothel bis hin zu den Erythrozyten. Je kleiner die Diffusionsstrecke gehalten wird, umso günstiger ist das für den Diffusionsstrom und damit für den Gasaustausch.

Kommt es jedoch zu einer Verdickung der Alveolarmembran, wie das bei der Lungenfibrose der Fall ist, so nimmt der Diffusionsstrom ab und es dauert um Einiges länger, bis der gesamte Gasaustausch vollzogen ist, bis die Erythrozyten also wieder vollständig mit Sauerstoff beladen sind. Aufgrund der Tatsache, dass der komplette Gasaustausch (0,25 s) ungefähr dreimal schneller vollzogen ist, als Erythrozyten Zeit benötigen, um um die Alveole herumzuwandern (0,75 s), ist auch bei verdickter Alveolarmembran und somit langsamerem Diffusionsstrom eine vollständige Sauerstoffsättigung des Bluts gewährleistet – vorausgesetzt, der Körper befindet sich in Ruhe.

Doch schon bei geringer körperlichen Belastung, wenn das Blut also schneller um die Alveolen herumfließt, kann die nötige Kontaktzeit zwischen Luft und Blut zu kurz werden und die Erythrozyten strömen trotz unvollständiger Sauerstoffsättigung wieder an der Alveole vorbei.

5 Elektrizitätslehre

5.1 Elektrische Ladung und elektrisches Feld – 194
Stefanie Rankl
5.1.1 Elektrische Ladung – Reibungselektrizität – 194
5.1.2 Coulombsches Gesetz – 195
5.1.3 Elektrisches Feld – 196
5.1.4 Influenz – 197
5.1.5 Der Kondensator – 198
5.1.6 Elektrische Stromstärke – 199

5.2 Spannung und elektrisches Potenzial – 201
Stefanie Rankl
5.2.1 Spannung – 201

5.3 Einfache Stromkreise – 203
Stefanie Rankl
5.3.1 Widerstand und Leitwert – 204
5.3.2 Spezifischer Widerstand und spezifische Leitfähigkeit – 206
5.3.3 Stromkreismodelle – 207
5.3.4 Elektrische Leistung und Arbeit – 209
5.3.5 Der Kondensator im Stromkreis – 210

5.4 Magnetismus, Induktion und elektromagnetische Welle – 213
Philipp Wagner
5.4.1 Magnetismus – 213
5.4.2 Lorentzkraft, magnetische Feldkonstante, Permeabilitätszahl, magnetische Feldgrößen H und B, magnetischer Fluss – 216
5.4.3 Prinzip des Transformators – 220
5.4.4 Amperemeter, Voltmeter, Ohmmeter – 221
5.4.5 Magnetresonanztomographie (MRT) – 221

5.5 Wechselspannung, Wechselstrom, Biologische Wirkung – 223
Philipp Wagner
5.5.1 Wechselstrom – 224
5.5.2 Elektrische Elemente im Wechselstromkreis – 226
5.5.3 Einfache Wechselstrom-Schaltkreise – 227
5.5.4 Menschlicher Körper im elektrischen Stromkreis und Schutzmaßnahmen – 230

5.6 Elektrizitätsleitung - Leitungsmechanismen – 232
Philipp Wagner
5.6.1 Elektrizitätsleitung in Festkörpern – 233
5.6.2 Elektrizitätsleitung in Flüssigkeiten – 234
5.6.3 Elektrizitätsleitung in Gasen – 235
5.6.4 Elektrizitätsleitung im Vakuum – 236

5.1 Elektrische Ladung und elektrisches Feld

Stefanie Rankl

- Ladung – Reibungselektrizität
- Coulombsches Gesetz
- Elektrisches Feld
- Influenz
- Der Kondensator
- Stromstärke

Wie jetzt?

Ein defektes Stromkabel und ein Vogelkäfig...

Zu Anfang des folgenden Kapitels stellen wir uns zur richtigen Einstimmung auf das Thema folgendes Szenario vor: Die Tante eurer Mutter ist eine wahre Tierliebhaberin, deshalb besitzt sie – neben drei Katzen und 4 weißen Zwergkaninchen – seit mehr als 5 Jahren einen äußerst schönen, aber doch schon etwas in die Jahre gekommenen Wellensittich mit dem Namen »Peterle«. Als Tantchen sich auf ein Schläfchen hingelegt hat, genießt unser Peterle wieder einmal die wärmende Sonne und erfreut sich des Tages. Daher bemerkt er erst sehr spät, dass sich der unartige und überhaupt nicht tierliebe Nachbarsjunge »Bruce« ins Haus geschlichen hat (Abb. 5.1): in der Hand hält er ein kaputtes Stromkabel (wo auch immer er das herhaben mag...), welches er dann an einem Ende in eine nahe liegende Steckdose steckt und dann damit langsam auf Peterles Käfig zugeht – mit einem unheimlichen Grinsen im Gesicht…

Abb. 5.1. Der Wellensittich »Peterle« schlägt seine Flügel vor die Augen. Ein defektes Kabel nähert sich seinem Käfig …

Was mag jetzt passieren? Schwebt Peterle in großer Gefahr, wenn Bruce zu nah mit dem defekten Kabel an seinen Käfig kommt? Oder passiert vielleicht Bruce etwas? Es kann aber auch möglich sein, dass Bruce in der letzten Physikstunde gut aufgepasst hat und er den dort gesehenen Versuch daheim nachmachen möchte?!

5.1.1 Elektrische Ladung – Reibungselektrizität

► Starke Reibung lädt Stoffe elektrisch auf→Reibungselektrizität

Folgende Phänomene sind uns doch allen bekannt. Der Lehrer schafft es durch starke Reibung von Hartgummi oder Glas mit einem einfachen Tuch diese so aufzuladen, dass sie z. B. kleine Papierschnipsel anziehen können. Oder wer hat noch nicht an einem aufgeblasenen Luftballon mit seinem Pullover gerieben und dann die frisch gewaschenen langen Haare einer Freundin zu Berge stehen lassen? Was spielt sich hier ab? Die übliche Erklärung liegt eigentlich sehr nahe: durch das starke

Reiben »springen« elektrische Ladungen von einem Stoff zum anderen. Man nennt diese Stoffe dann elektrisch geladen, und die erzeugte Ladung **Reibungselektrizität**.

Untersucht man diese Ladungen und die damit verbundenen Phänomene etwas genauer, so stellt man fest, dass in der Natur **zwei verschiedene Ladungen** vorkommen, diese nennt man **positive und negative Ladungen.**

► Es gibt positive und negative Ladung.

Quantitative Untersuchungen zeigten, dass Ladungen nur als ganzzahliges Vielfaches einer kleinsten Ladungsmenge, der **Elementarladung e** vorkommen, und dass die Träger der Ladungen zum einen Elektronen für eine negative Ladung und Protonen für die positive Ladung sind. Im SI-System ergibt sich die Elementarladung zu $\mathbf{e = 1{,}602176462(63) \cdot 10^{-19}\ C}$, C steht für das **Coulomb.** Zusammen mit der Vorzeichenwahl ergibt sich:

► Elementarladung: $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

- Elektronen (negativ): $q_e = -e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C
- Protonen (positiv): $q_p = +e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

Anhand dessen kann man auch ganz einfach erkennen, dass ein Körper mit gleicher Anzahl an Protonen und Elektronen keine elektrische Ladung besitzt, also elektrisch neutral ist. Anders herum gesagt: **Ein Körper mit einer höheren Elektronenzahl ist negativ bzw. mit einer höheren Protonenzahl positiv geladen.**

Hätten Sie's gewusst?

Eine kleine Aufgabe zum »warm werden«

Wie viele Elektronen bzw. Protonen sind denn dann in 1 Coulomb enthalten? Hierfür müssen wir uns nur ein bisschen an den Dreisatz erinnern…

Formal: 1 Elementarladung $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C ; $n \cdot e = 1$C

$n = 1\text{C}/e = 1\text{C}/(1{,}602 \cdot 10^{-19}\text{ C}) = 6{,}25 \cdot 10^{18}$

Und voilà, $6{,}25 \cdot 10^{18}$ Elektronen bzw. Protonen benötigen wir, um die Ladungsmenge von –1 bzw. +1 Coulomb zu haben. Jedoch muss man zugeben, dass diese Anzahl nur schwer vorzustellen ist!

5.1.2 Coulombsches Gesetz

Außerdem zeigen die Experimente folgendes wichtige Prinzip der Elektrizitätslehre: **Gleichnamige Ladungen stoßen sich gegenseitig ab, verschiedenartige dagegen ziehen sich an!** Wichtig ist zusätzlich noch zu wissen, dass diese Anziehungs- und Abstoßungskräfte zwar prinzipiell unendlich weit wirken, aber wegen ihrer **Entfernungsabhängigkeit** sehr schnell sehr stark abnehmen. Dies kommt im Coulombschen Gesetz ganz klar zum Ausdruck: **Coulombsches Gesetz: Die Anziehungs- bzw. Abstoßungskraft F zwischen zwei Punktladungen q_1 und q_2 ist direkt proportional zu dem Produkt dieser beider Ladungen und zugleich indirekt proportional zu deren Abstand r im Quadrat.**

► Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab, verschiedenartige dagegen ziehen sich an.

► Die Kraftwirkung zwischen Ladungen wird durch das Coulombsche Gesetz beschrieben.

Das Ganze wird schließlich noch multipliziert mit einem Proportionalitätsfaktor (dem SI-Einheitensystem geschuldet, mit $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{C}}{\text{Vm}}$) und schon erhalten wir unsere Coulombsche Kraft F.

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Zur Berechnung sollte man folgende Äquivalenz noch kennen: 1 J=1 Nm=1 V · A · s.

Wie wir aus der Mechanik wissen, sind Kräfte natürlich Vektoren, sodass wir in der eben angegebenen Gleichung links einen Vektor stehen haben (► Kap. 1.2). Und rechts? Nun ja, die Physiker führen hier einen Einheitsvektor (seine Länge ist gleich eins) ein, der von der Ladung q_1 zur Ladung q_2 zeigt.

Für den praktischen Umgang genügt es aber meistens, wenn wir uns bezüglich der Richtung der Kraft an die obige Aussage erinnern: Gleichnamige Ladungen stoßen sich gegenseitig ab, verschiedenartige dagegen ziehen sich an!

5.1.3 Elektrisches Feld

► Unter dem elektrischen Feld E an einem Ort versteht man die Wirkung von Ladungen aus der Umgebung auf diesen Ort.

Prinzipiell lässt sich mit dieser Formel auch ausrechnen, welche Kraft auf eine Ladung q wirkt, wenn in der Umgebung mehrere (oder auch viele) Ladungen verteilt sind. Hier wird der Vektorcharakter der Kraft aber dann sehr wichtig und muss berücksichtigt werden.

Die Physiker haben für diesen Fall aber vor die aufwendige Rechnung ein einfacheres und anschauliches Prinzip gestellt. Die Idee ist, die Wirkung mehrerer Ladungen nicht auf eine Probeladung zu berechnen, sondern eine Eigenschaft des Raums oder Orts zu definieren, die – wenn man dann eine Probeladung an einen beliebigen Punkt bringt – sofort die Kraftwirkung angibt. Dieses Phänomen wird als **elektrisches Feld** bezeichnet. Hier sind mehrere spezielle Fälle von Ladungsverteilungen denkbar, an denen wir uns das elektrische Feld klar machen wollen.

► Eine anschauliche Darstellung des elektrischen Feldes bietet das Feldlinienbild.

Darstellung des elektrischen Feldes – Feldlinien

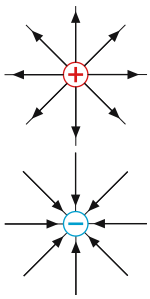


Abb. 5.2. Feldliniendarstellung des elektrischen Feldes um eine positive und negative Ladung

Am einfachsten kann man sich das so vorstellen: Ein Körper ist positiv oder negativ geladen und liegt mutterseelenallein auf seinem Platz (Abb. 5.2); also kann sein Feld ungestört von anderen wirken.

Um die Abbildungen besser verstehen zu können, müssen wir ein paar essenzielle Spielregeln einführen:

- Feldlinien geben die Richtung der Kraft an, die auf eine positive Probeladung wirkt, wenn diese an einen beliebigen Ort im Feld gebracht wird.
- Die elektrischen Feldlinien verlaufen deshalb stets von positiver zu negativer Ladung – Richtungspfeil!
- Die Richtung der Feldlinien ist identisch mit der Richtung des Feldstärkevektors $\vec{E}$.
- Die Stärke des elektrischen Feldes wird durch die Dichte der Linien beschrieben.

Einen Tick schwieriger wird es allerdings, wenn mehrere Körper mit gleichen oder auch unterschiedlich starken Ladungen ein gemeinsames Feld erzeugen (Abb. 5.3). Die Spielregeln bleiben die gleichen wie eben.

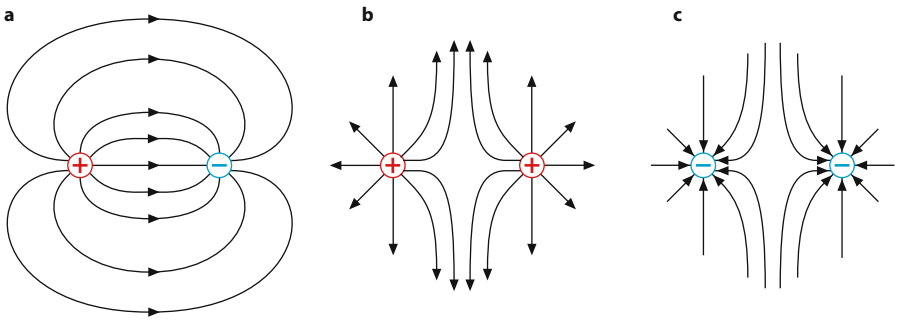


Abb. 5.3a–c. Feldlinienverlauf bei zwei Ladungen: **a** plus und minus, **b** beide positiv, **c** beide negativ

Elektrische Feldstärke

► Ein Ladung q erfährt im elektrischen Feld $\vec{E}$ die Kraft $\vec{F} = \vec{E} \cdot q$.

Die Stärke eines solchen elektrischen Feldes lässt sich natürlich auch berechnen, denn das elektrische Feld ist ja so definiert, dass bei bekanntem elektrischen Feld $\vec{E}$ die Kraft auf eine Probeladung q gegeben ist durch:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Oder umgestellt nach dem Feld $\vec{E}$ erhält man:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Als SI-Einheit erhält man: [E]=V/m.

Erinnern wir uns an die Coulombsche Kraft zwischen zwei Ladungen und nehmen eine der beiden Ladungen als die Probeladung $q=q_2$ an, können wir den Betrag der Feldstärke im Abstand r von einer Ladung q_1 sofort berechnen:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r^2}$$

Somit kann man prinzipiell auch bei einer beliebigen Ladungsverteilung das elektrische Feld berechnen, einfach durch **Vektoraddition** (▶ Kap. 1.2).

5.1.4 Influenz

► Influenz beschreibt in der Physik, wie sich Stoffe verhalten, die einem elektrischen Feld ausgesetzt sind.

Mit Influenz beschreibt man in der Physik, wie sich Stoffe verhalten, die einem elektrischen Feld ausgesetzt sind. Kurz gesagt bleibt ein Stoff in der Umgebung eines geladenen Körpers nicht unbeeindruckt von dessen Feld.

Das Feld wird sicherlich eine Kraft auf die Ladungen in unserem Stoff ausüben, und versuchen, die Ladungen zu bewegen entsprechend dem 2. Newtonschen Axiom $F=m \cdot a$. Somit müssen wir unterscheiden, ob die Ladungen in dem Stoff frei beweglich sind, dann handelt es sich bekanntlich um einen Leiter, wie z. B. die Elektronen in einem Metall, oder ob die Ladungen durch die Bindungen in einem Stoff fest an ihre Position gebunden sind.

► Elektrischer Leiter im elektrischen Feld erfährt eine Polarisation/Ladungsverschiebung.

Wie verhalten sich nun Elektronen eines **elektrischen Leiters**, wenn man ihn einem geladenen Körper nähert? Man stellt sich dies folgendermaßen vor: ein beispielsweise negativ geladener Körper induziert im Leiter, dass seine frei beweglichen Elektronen von dem geladenen Körper weg ans andere Ende, den entgegengesetzten Pol, wandern. Das Ganze resultiert schließlich in einer **Polarisation** (Ladungsverschiebung), denn die Atomrümpfe bleiben ja auf der ursprünglichen Seite und bilden durch Ihre positiven Ladungen einen **Pluspol**. Die weg gewanderten freien Elektronen bilden schließlich den entgegen gesetzten **Minuspol**. **Influenz bezeichnet also die Verschiebung von Ladung in einem Leiter durch Kräfte, die von einem elektrischen Feld auf die Ladungen ausgeübt werden.**

Leiter im elektrischen Feld: Wie viel Ladung wird nun eigentlich verschoben?

Nun überlegen wir einmal: die Ladungen bewegen sich nur so lange, wie eine Kraft auf sie wirkt. Die Kraftwirkung erfolgt durch das externe Feld. Die durch die Influenz getrennten Ladungen erzeugen aber ihrerseits natürlich auch wieder ein Feld. **Die Ladungstrennung wird nun so lange andauern, bis die beiden Felder, externes und Feld der Influenzladungen, sich gegenseitig aufheben.** Denn nur in diesem Fall wirkt auf die frei beweglichen Ladungen keine Kraft mehr und die Ladungen bleiben an ihrer Position. In der folgenden ◘ Abb. 5.4 ist dies dargestellt.

► Ein Faraday-Käfig bietet Schutz vor elektrischen Feldern

Sehr nützlich, und deshalb sollte man sich dieses auch merken, ist also folgende Tatsache: **Das Innere des Leiters ist feldfrei.** Handelt es sich bei dem betrachteten Körper um einen metallischen Käfig, so bewegen sich die Ladungen auf dessen Oberfläche, aber eben auch so lange, bis das Innere des Käfigs feldfrei ist. Dieses Phänomen nennt man **Faraday-Käfig.** Unser Auto, wenn es aus Metall besteht, ist ein solcher Faraday-Käfig.

Nichtleiter im elektrischen Feld

Etwas anders sieht die Sache aus, wenn die Ladungen nicht frei beweglich sind, wir also einen **Nichtleiter** in ein elektrisches Feld bringen.

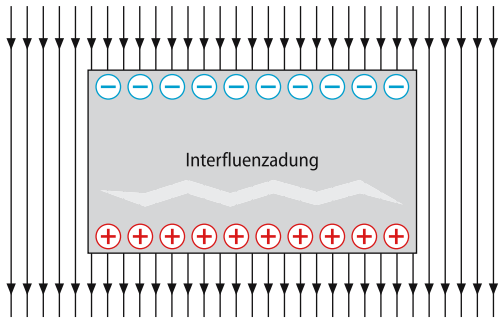


Abb. 5.4. Influenzladung auf einem Leiter (Metallgitterkäfig) im elektrischen Feld – Faraday Käfig

► Ein Nichtleiter im elektrischen Feld erfährt eine Verschiebungspolarisation

Das elektrische Feld zerrt auch in diesem Fall an den Ladungen. Diese können sich jedoch nicht wegbewegen, werden aber versuchen, sich gegen die Kräfte, die sie an ihrer Stelle halten, doch etwas zu verschieben und zwar in Richtung des externen Feldes. Die Ladungen werden somit etwas gegeneinander verschoben, also auch polarisiert, denn die Kraftwirkung ist ja für unterschiedliche Ladungen entgegengesetzt. Diesen Effekt nennt man **Verschiebungspolarisation**. Diese Verschiebungsladungen können in diesem Fall aber das externe Feld nicht komplett kompensieren, sondern nur teilweise, sodass gilt: **Im Innern eines Nichtleiters bleibt immer ein Restfeld des externen Feldes vorhanden.**

So toll Kunststoffkarosserien moderner Autos auch sind, es sind Nichtleiter, die keinen Schutz vor starken elektrischen Feldern (Gewitter) bieten.

5.1.5 Der Kondensator

Ein elektrisches Bauelement, das sehr viel mit dem elektrischen Feld und Ladungen zu tun hat, ist der Kondensator. Es handelt sich dabei ganz einfach um eine Anordnung wie in der ◘ Abb. 5.5 wiedergegeben.

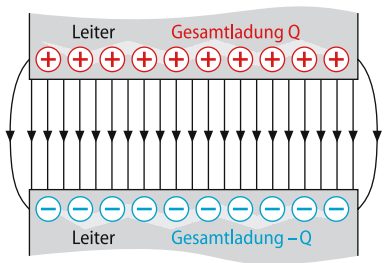


Abb. 5.5. Prinzipieller Aufbau eines Kondensator und Feld in einem Kondensator

► Der Kondensator speichert Ladung und Energie.

Es handelt sich also um zwei den elektrischen Strom leitende Schichten, die durch eine nichtleitende Schicht getrennt sind. Dies kann z. B. Vakuum oder eine Zellmembran sein. Die leitenden Schichten sind in diesem Falle die Elektrolyten im Inneren und außerhalb einer Zelle (► Kap. 5.6). Nehmen wir der Einfachheit halber einmal an, die Leiter haben die Form von Platten, so nennt man das Ganze einen **Plattenkondensator**. Legt man an einen Kondensator eine Spannung U, so werden Ladungen auf die beiden Platten strömen, bis die Abstoßung der Ladungen untereinander ein weiteres Laden der Platten verhindert. Für die Gesamtladung Q auf den Platten gilt der Zusammenhang:

► Gesamtladung Q eines Kondensators: $Q=C \cdot U$

$$Q = C \cdot U$$

Dabei ist die Proportionalitätskonstante **C die Kapazität** des Kondensators. Die Einheit der Kapazität ergibt sich zu

$$[C] = \frac{C}{V} = 1F \quad \text{(Farad)}.$$

Die Kapazität ist aus den geometrischen Größen des Kondensators, der Plattengröße A, dem Plattenabstand d und den Eigenschaften des Materials zwischen den Platten berechenbar zu

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

Im Vakuum ist die relative Dielektrizitätskonstante ε_r=1, und die Proportionalitätskonstant ε_0, die **Dielektrizitätskonstante**, hat den Wert

$$\varepsilon_0 = 8{,}89 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$$

Bringt man Materie in den Kondensator, so beobachtet man eine Erhöhung der Kapazität. Also ist ε_r dann größer als 1.

In einem Stromkreis wirkt ein Kondensator, nachdem er aufgeladen ist, wie ein Isolator, denn es fließt kein Strom durch den Kondensator. Aber in dem elektrischen Feld, das sich zwischen den entgegengesetzt geladenen Kondensatorplatten aufbaut (Abb. 5.5), steckt Energie. Diese **gespeicherte Energie** ist gegeben durch die Formel

► Gespeicherte Energie eines Kondensators: $E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

5.1.6 Elektrische Stromstärke

Bei der eben besprochenen Influenz haben wir zur Erklärung des Influenzeffekts die Bewegung von Ladungen in einem Leiter benötigt. Dieses Strömen von Ladungen wird in der Physik als **elektrischer Strom** bezeichnet. **Die Stromstärke I gibt an, wie viele Ladungen, also welche Ladungsmenge Q pro Zeit Δt, eine bestimmte Fläche (z. B. den Querschnitt eines Kabels) durchwandert.** Formelmäßig sieht das so aus:

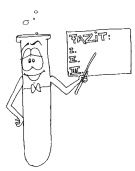
► Stromstärke = Ladung pro Zeit; I=Q/Δt

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

Aus den SI-Einheiten für die Ladung und die Zeit erhalten wir: [I]=C/s. Hierfür wurde eine eigene Einheit vergeben, das **Ampere A**, also [I]=A.

kurz & knapp

- In der Natur existieren **zwei unterschiedliche Ladungen, positive und negative**.
- Durch Reibung unterschiedlicher Materialien können Ladungen getrennt werden→**Reibungselektrizität**.
- Ladungen üben Kräfte aufeinander aus, **gleichnamige Ladungen stoßen sich gegenseitig ab, unterschiedliche Ladungen ziehen sich gegenseitig an**.



- Die Kraft zwischen Ladungen ist **abstandsabhängig** und wird beschrieben durch das **Coulombsche Gesetz**:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

- Unter dem **elektrischen Feld E** an einem Ort versteht man die Wirkung von Ladungen aus der Umgebung auf diesen Ort. Aus der Feldstärke E an einem Ort ergibt sich sofort die Kraftwirkung auf eine Probeladung q, wenn diese an den Ort gebracht wird.

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot q$$

- Die Ladungen in einem Körper werden durch ein äußeres elektrisches Feld getrennt (frei bewegliche Ladungen) oder zumindest verschoben (gebundene Ladungen, Verschiebungspolarisation). Dies nennt man **Influenz**.
- Die Influenz bewirkt, dass das Innere eines Leiters feldfrei wird – **Faraday Käfig**.
- Die elektrische **Stromstärke I** ist definiert als pro Zeit Δt durch eine bestimmte Fläche (z. B. Kabelquerschnitt) durchströmende Ladungsmenge Q:

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1

a) Berechnen Sie die Kraft zwischen zwei geladenen Körpern mit +1 mC und –1 mC in 1 m Abstand.
b) Wie groß müssten zwei gleiche Massen im gleichen Abstand sein, damit die Gravitationskraft zwischen ihnen gleich groß ist?

Lösung 1

a) Das Coulombsche Gesetz liefert: F=8988 N.
b) Mit dem Gravitationsgesetz ergibt sich: m=11.608.300 kg=11.608 t. Hieran kann man sehr schön erkennen, dass 1 mC eine riesige Ladung ist – oder hat schon jemand eine so große Kraft durch Ladungen beobachtet? Außerdem überwiegen bei normalen Ladungen und Massen in der Regel immer die elektrostatischen Kräfte.

Aufgabe 2

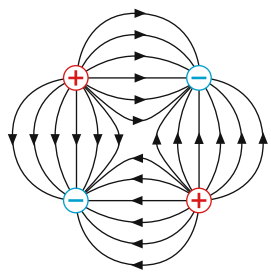
Aufgabe 2 Ein Elektron befindet sich in einem Feld der Stärke E=400 V m^{-1}. Wie groß ist die Kraft auf das Elektron?

Lösung 2 Auf das Elektron wirkt eine Kraft $F=6{,}4 \cdot 10^{-16}$ N, eine sehr kleine Kraft. Man benötigt also schon eine ganze Menge Elektronen, um eine merkliche Kraft zu erzeugen. Bei $6{,}25 \cdot 10^{18}$ Elektronen entsprechend 1 C Ladung erhält man bereits 4000 N.

Aufgabe 3

Aufgabe 3 Zeichnen Sie das Feldlinienbild, wenn 4 Ladungen in den Ecken eines Quadrats angeordnet sind und jeweils die diagonalen Ladungen gleich sind, benachbarte aber verschieden.

Lösung 3 (■ Abb. 5.6)



■ **Abb. 5.6.** Feldlinienbild eines Quadrupols

Alles klar!

Ist Peterle in einer ernstzunehmenden Gefahr?

Nun, die Lösung ist ganz einfach! Das defekte Stromkabel entspricht nämlich einem stark geladenen Körper, somit wirkt ein elektrisches Feld auf den Vogelkäfig ein. Dies führt schließlich durch den Effekt der Ladungsverschiebung zur Polarisation der Gitterstäbe. Diese Influenz passiert genau so, dass dadurch die von außen wirkende Feldstärke kompensiert wird. Genau deshalb geschieht im Innenraum keine Ladungsverschiebung, sie bleibt feldfrei. Deshalb kann Peterle dem Ganzen ganz gelassen gegenüberstehen.

Für Bruce ist die Sache natürlich viel gefährlicher! Aber dazu später mehr.

5.2 Spannung und elektrisches Potenzial

Stefanie Rankl

- Elektrische Spannung

Wie jetzt?

EKG und Physik

Eines der am häufigsten eingesetzte Diagnosemittel ist das EKG, oder ausgesprochen ElektroKardio Gramm. Jeder Medizinstudent bekommt sehr schnell die typische Form eines normalen EKG's mit. Aber was wird da eigentlich aufgezeichnet? Welche physikalische Größe steckt dahinter?

5.2.1 Spannung

► Spannung = Potenzialdifferenz

Jeder kennt den Begriff Spannung bestimmt noch aus der Schule, doch weiß jemand, was er genau bedeutet? Man kann die elektrische Spannung auch mit dem Wort Potenzialdifferenz beschreiben. Das ist auch eine weitaus bessere Bezeichnung. Denn aus der Mechanik ist uns ja der Begriff potenzielle Energie geläufig, was ja nichts anderes ist als in Höhe, also im Schwerefeld der Erde, gespeicherte Energie.

Im elektrischen Fall würde sich nun eine Ladung q, wenn wir sie in einem elektrischen Feld loslassen, ebenfalls beschleunigt bewegen – wie ein Radiergummi der Masse m im Erdfeld – und dadurch kinetische Energie gewinnen. Diese Energie gewinnt die Ladung nur aus ihrer Position im elektrischen Feld. **Also ist mit der Position in einem elektrischen Feld auch so etwas wie eine potenzielle Energie verknüpft. Hier nennt man diese einfach das elektrische Potenzial φ.**

Ebenso wie im mechanischen Fall ist die absolute Größe des Potenzials in der Regel uninteressant. Viel wichtiger ist nur der Unterschied der potenziellen Energie zwischen zwei Punkten. Im mechanischen Fall ist uns sofort klar, dass es nur auf den Höhenunterschied ankommt, den der Radiergummi herunterfällt, um berechnen zu können, mit welcher kinetischen Energie er am zweiten Ort, also unten, ankommt.

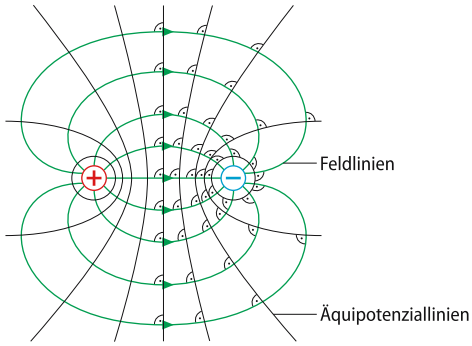
► Die elektrische Spannung ist eigentlich eine Potenzialdifferenz zwischen zwei Punkten.

Genauso verhält es sich im elektrischen Fall. **Den Unterschied zwischen dem Potenzial an zwei Punkten nennt man die Potenzialdifferenz $\Delta\varphi$ zwischen diesen Punkten oder einfach die Spannung U.**

Betrachten wir die Sache noch etwas genauer, so kann man die Potenzialdifferenz berechnen, wenn wir das Feld kennen. Denn hinter dem Feld steckt ja eine Kraftwirkung auf eine Probeladung q. Und wird q im Feld E gegen diese Kraft $F=q \cdot E$ bewegt, so wird Arbeit verrichtet (► Kap. 3.1.7).

► Äquipotenziallinie: Linie durch alle Orte gleichen Potenzials

Ordnen wir nun jedem Punkt im Raum neben der lokalen Feldstärke auch sein lokales Potenzial zu, so gibt es viele Orte, die das gleiche Potenzial besitzen. Verbinden wir nun alle Orte miteinander, die das gleiche Potenzial besitzen, so erhalten wir die **Äquipotenziallinien**, oder im dreidimensionalen Fall die **Äquipotenzialflächen.** In der ◘ Abb. 5.7 ist dies für das Feld eines Dipols dargestellt.



◘ **Abb. 5.7.** Äquipotenziallinien eines elektrischen Dipols

Besonders wichtig ist die Eigenschaft der Äquipotenziallinien, dass sie die Feldlinien immer senkrecht schneiden. Begründung: wäre dies nicht so, könnten wir den Feldvektor so zerlegen, dass eine Komponente entlang der Äquipotenziallinie wirkt und dadurch könnte eine Probeladung q Energie gewinnen, wenn sie sich in diese Richtung bewegt: dies aber widerspricht der Definition der Äquipotenziallinie.

► Elektrische Spannung = Triebkraft des elektrischen Stromflusses; [U]=V

Die elektrische Spannung kann man auch anders beschreiben: **die elektrische Spannung ist die Triebkraft des elektrischen Stromflusses**, denn sie versucht Ladungen in Bewegung zu setzen. Dabei gewinnt eine Ladung Q, wenn sie die Spannung U durchläuft, an Energie, und zwar genau:

$$W = U \cdot Q$$

Für die Spannung ergibt sich hieraus die Einheit: $[U] = \frac{[W]}{[Q]} = \frac{J}{Cb}$. Diese erhielt einen eigenen Namen, das uns sicherlich vertraute Volt: [U]=V.

► Spannungsquellen stellen Potenzialdifferenzen zur Verfügung, z. B. Batterie.

Bevor wir uns nun den Zusammenhang zwischen der Spannung U und dem daraus resultierenden Strom I näher anschauen, sollten wir noch kurz einen Begriff klären. Im täglichen Leben verwenden wir häufig so genannte **Spannungsquellen**. Dahinter verbirgt sich nichts anderes als ein Gerät, dass uns an zwei Punkten eine Spannung oder eben Potenzialdifferenz zur Verfügung stellt. Das klingt wieder so naturwissenschaftlich, aber denken wir nur an unseren MP3-Player. In dem steckt entweder eine Batterie mit einer **Nennspannung** von 1,5 V, oder ein Akku, also nichts anderes als eine wieder aufladbare Spannungsquelle. Eine dritte Möglichkeit ist, ein kleines so genanntes Stecker-Netzteil zu verwenden, das unsere Gerät mit der erforderlichen Spannung versorgt.

Um bei den praktischen Beispielen zu bleiben, machen wir uns klar, dass die Steckdosen in unseren Wohnungen auch eine Spannung liefern, also auch Spannungsquellen sind. Die Spannung wird hier angegeben als **230 V~.**

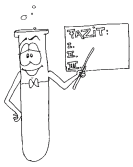
► Bei Wechselspannung ändern beide Pole periodisch ihr Potenzial.

Das ~-Zeichen gibt in diesem Fall an, dass es sich um **Wechselspannung** handelt. Das bedeutet nichts anderes, als dass die beiden Pole periodisch ihr Potenzial ändern, und zwar mit 50 Hz, also 50-mal in einer Sekunde – aber dazu später mehr ► Kap. 5.6.

► Bei Gleichspannung ändern sich die Pole zeitlich nicht.

Demgegenüber spricht man von **Gleichspannung,** wenn sich die beiden Spannungspole zeitlich nicht ändern.

kurz & knapp



- Elektrische Ladungen besitzen in einem elektrischen Feld eine bestimmte potenzielle Energie.
- Die Größe der potenziellen Energie ist orts- und ladungsabhängig.
- Bezieht man die Energie auf die Einheitsladung, erhält man eine rein ortsabhängige Größe, das **elektrische Potenzial**.
- Alle Punkte mit gleichem elektrischen Potenzial nennt man eine **Äquipotenzialline** oder im 3-dimensionalen Fall eine **Äquipotenzialfläche**.
- Die elektrische Spannung U ist die **Potenzialdifferenz** zwischen zwei Punkten.
- Die Einheit der Spannung ist das Volt.
- Die elektrische Spannung ist die Triebkraft des elektrischen Stromflusses.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 In Röntgenröhren werden Elektronen mit Spannungen bis zu 100.000 V beschleunigt. Welche Energie besitzt ein Elketron nach dieser Beschleunigung? **Aufgabe 1**

Lösung 1

$W=U \cdot Q$

$Q=e=1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; U=100.000 V

also gilt: $W=1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C $\cdot 10^{5}$ V $=1{,}6 \cdot 10^{-14}$ J.

Man muss also ca. $6 \cdot 10^{13}$ Elektronen beschleunigen, damit diese die Energie von 1 J erhalten.

Alles klar!

Potenzialverteilung im menschlichen Körper

Wenn wir uns das EKG-Gerät etwas näher anschauen, tasten wir mit den Elektroden, die auf den Körper aufgebracht werden, irgendwelche elektrischen Eigenschaften auf der Körperoberfläche ab. Genau genommen betrachten wir den Unterschied einer elektrischen Eigenschaft zwischen verschiedenen Punkten an der Oberfläche.

Eine solche Eigenschaft haben wir aber soeben kennengelernt, die Potenzialdifferenz oder Spannung. Und tatsächlich, ein EKG ist nichts anderes als die Aufzeichnung von Potenzialdifferenzen – in der medizinischen Fachsprache der Ableitungen – zwischen jeweils vorgegebenen Punkten auf dem Körper. Ursache für diese messbaren Spannungen ist die elektrische Aktivität unseres Herzens – aber dazu mehr in Lehrbüchern der Physiologie.

5.3 Einfache Stromkreise

Stefanie Rankl

- Widerstand und Leitwert
- Stromkreismodelle – Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen
- Elektrische Arbeit und Leistung
- Der Kondensator im Stromkreis

Wie jetzt?

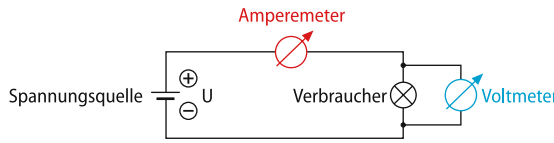
Blitzschlag und Energie

Schlägt ein Blitz in einen Baum, so hat das für den Baum meist fatale Folgen, er wird gespalten oder völlig zerstört. Dabei treten Spannungen von ca. 10 MV auf und es werden Energien im GJ-Bereich freigesetzt. In einem Blitz steckt also doch Einiges an Energie. Auf der anderen Seite ist es sehr schwer einen Blitz zu fotografieren, denn er dauert nur wenige Millisekunden. Sehr imposante Zahlen, aber wie viel ist das eigentlich?

Also: wie lange könnte man mit der Energie eines 10 ms langen Blitzes, der 1,5 GJ Energie freisetzt einen PC betreiben, der ca. 50 W Leistungsaufnahme hat?

Was ist ein Stromkreis?

Nun, man kann einfach sagen, dass ein Stromkreis stets aus elektrischen Bauteilen besteht, darunter versteht man beispielsweise Kabel, Glühlampen oder Heizspiralen, die eine leitende Verbindung zwischen den Polen einer Spannungsquelle bilden. Durch die vorhandene Spannung kommt es dann zu einem Fluss der frei beweglichen Ladungen, also zu einem Stromfluss durch die Bauelemente (◘ Abb. 5.8). In Metallen wissen wir ja schon, dass der Stromfluss durch Elektronen geschieht. Diese flitzen immer vom –Pol zum +Pol der Spannungsquelle.

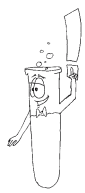


◘ **Abb. 5.8.** Prinzipieller Aufbau einer Stromkreises: Mit eingezeichnet ist die Anordnung der Geräte zur Spannungs- und Strommessung

Im Folgenden wollen wir uns die Eigenschaften eines solchen Stromkreises etwas näher anschauen, also der Frage nachgehen, welchen Stromfluss I die verschiedenen Bauteile zulassen, wenn an sie eine bestimmte Spannung U angelegt wird.

► Strommessgerät wird direkt in den Stromfluss gebaut, das Spannungsmessgerät parallel.

In der ◘ Abb. 5.8 ist die Position der benötigten Messgeräte mit eingezeichnet. Das Strommessgerät muss dazu direkt in den Stromfluss eingebaut werden, da es ja die vorbeikommenden Ladungsträger »zählen« muss, während das Spannungsmessgerät parallel zum betrachteten Bauelement (Verbraucher) geschaltet wird, denn es soll ja die Potenzialdifferenz, also die Spannung, zwischen den Punkten kurz vor und kurz nach dem Bauelement messen.



Hätten Sie's gewusst?

Die Deutsche Bahn hat nur eine sichtbare Stromleitung....

Wie in der ◘ Abb. 5.8 zu sehen, bedarf es eines **geschlossenen** Stromkreises, damit elektrischer Strom fließen kann. Und wie ist das bei unserer elektrischen Eisenbahn der DB? Hier sehen wir nur einen Fahrdraht über den Schienen hängen. Das ist ganz einfach! Die DB benutzt die Schiene, die sehr gut geerdet (also leitend mit der Erde verbunden) ist, als stromrückleitenden »Draht«.

5.3.1 Widerstand und Leitwert

► Jeder elektrische Verbraucher hat einen Widerstand.

Der Widerstand – die Bremse. Jeder elektrische Verbraucher, jeder Leiter hat einen eigenen – wenn auch unterschiedlich starken – Widerstand. Das bedeutet, dass er den »freien« Stromfluss in einer gewissen Art und Weise behindert und ihn dadurch bremst.

Strom-Spannungs-(I-U)-Kennlinie

Man kann im Experiment verschiedene Möglichkeiten durchspielen, wie z. B. bei verschieden langen Drähten bei unterschiedlichen angelegten Spannungen U die Stromstärke I messen und den Zusammenhang in ein Diagramm eintragen. **Dadurch erhält man für jeden betrachteten Leiter einen Zusammenhang zwischen U und I, der für dieses Bauteil charakteristisch ist. Dies nennt man die Strom-Spannungs-Kennlinie des Bauteils** (Abb. 5.9).

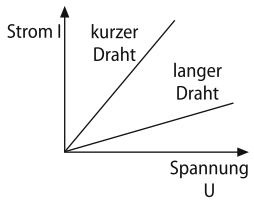


Abb. 5.9. Strom-Spannungs-Kennlinien verschieden langer Drähte gleichen Materials

An der Kennlinie des kurzen Drahts wird sichtbar, dass der I/U-Quotient viel größer ist als der des langen Drahts, d. h. man benötigt beim kurzen Draht eine viel kleinere Spannung, um dieselbe Stromstärke I zu erhalten. Man sagt, der kurze Draht widersetzt sich dem Stromfluss weniger als der lange.

Aus diesem Zusammenhang heraus können wir leicht den Widerstandsbegriff ableiten. **Man bezeichnet den Quotienten aus angelegter Spannung U und zugehöriger Stromstärke I als den Widerstand R des Bauelements.**

► $R = \frac{U}{I}$

$$R = \frac{U}{I}$$

Als Einheit für den Widerstand ergibt sich: [R]=[U]/[I]=1 V/1 A=1 Ω (Ohm)

Anders herum kann man natürlich auch nach den Leitungseigenschaften eines Bauelements fragen, also: wie gut leitet ein Bauelement den Strom? Dabei fragen wir nach dem Zusammenhang zwischen der resultierenden Stromstärke I bei angelegter Spannung U. Hier betrachtet man also den Zusammenhang

$$I = G \cdot U \quad \text{oder} \quad G = \frac{I}{U}$$

Der Proportionalitätsfaktor ist der **Leitwert G** des Bauteils, wobei wir sofort Folgendes erkennen: **der Leitwert ist der Kehrwert des Widerstandes.**

$$G = \frac{1}{R}$$

Als Einheit erhalten wir [G]=1/[R]=1/Ω=1 S (Siemens)

Wichtig zu wissen ist auch, dass bei den meisten Leitern bei einer konstanten Temperatur der Widerstand R von der angelegten Spannung unabhängig ist. Einen Leiter, für den dies gilt, nennt man einen **Ohmschen Widerstand.**

► Ohmscher Widerstand = Leiter, bei dem bei einer konstanten Temperatur der Widerstand unabhängig von der angelegten Spannung ist.

Die in Abb. 5.9 dargestellten Kennlinien sind also die Kennlinien von Ohmschen Widerständen, denn bei Ursprungsgeraden ist der Quotient aus Strom und Spannung immer gleich. Dies ist das **Ohmsche Gesetz.** Dieses Gesetz lohnt sich wirklich einmal zu merken… und es ist auch gar nicht so schwer!!!

Ohmsches Gesetz: I~U für I= konstant

Untersucht man den Widerstand verschiedener Materialien bei verschiedenen Temperaturen, sieht man, dass Widerstände durchaus auch ein temperaturabhängiges Verhalten aufweisen. Wie empfindlich der Widerstand R eines Drahts auf die Temperatur reagiert, hängt sehr vom Material ab.

Kaltleiter, Heißleiter, Isolatoren und Halbleiter

Ohne im Detail darauf einzugehen, sollten wir uns folgenden Zusammnenhang merken: Für die meisten Leiter gilt, dass mit steigender Temperatur der Widerstand größer wird. Man bezeichnet solche Stoffe als **Kaltleiter**, da sie bei niedriger Temperatur den Strom besser leiten. Die Metalle gehören zu diesen Materialien. Demgegenüber sind **Heißleiter** eben Stoffe, deren Widerstand mit steigender Temperatur abnimmt. Typischer Vertreter ist die Kohle, aber auch die in der Computertechnologie verwendeten Halbleiter.

► Kaltleiter leiten Strom bei niedriger Temperatur besser. Heißleiter leiten Strom bei hohen Temperaturen besser.

Ein wichtiges technisches Beispiel für einen Ohmschen Leiter ist das **Konstantan**. Es ist eine Legierung aus 55% Kupfer und 44% Nickel. Bei diesem Material ist der Widerstand von der Temperatur unabhängig, also auch so etwas gibt es.

Hätten Sie's gewusst?

Der Glühfaden als Kaltleiter

Typische Kaltleiter sind Metalle. Der Glühfaden unserer Glühlampe besteht aus Wolfram. Beim Einschalten fließt wegen des niedrigen Kaltwiderstandes ein hoher Einschaltstrom durch die Glühlampe. Wenn die Glühlampe dann so richtig »arbeitet«, der Glühfaden also aufgrund seiner hohen Temperatur leuchtet, hat sich der Widerstand derart erhöht, dass der Strom verringert wird.

► Isolatoren haben einen sehr hohen Widerstand. Halbleiter haben einen höheren Widerstand als Leiter, aber einen niedrigeren als Isolatoren.

Die Größe des elektrischen Widerstandes wird auch verwendet, um Stoffe zu unterscheiden. So spricht man von **Isolatoren**, wenn der Widerstand sehr hoch ist (beinahe unendlich). In diesen Stoffen liegen also keine frei beweglichen Ladungsträger vor, die den Strom leiten könnten. Im Gegensatz dazu nennt man nun Stoffe, die den elektrischen Strom sehr gut leiten, also einen kleinen Widerstand R haben, elektrische **Leiter** – wie eben die Metalle mit ihren frei beweglichen Elektronen. Dazwischen gibt es nun Stoffe, deren elektrischer Widerstand deutlich niedriger ist als der von Leitern, aber eben noch nicht unendlich. Diese Stoffe sind die so genannten **Halbleiter,** die so heißen, weil sie den Strom nicht so richtig oder nur »halb« leiten. Die uns allen bekanntesten Vertreter sind das Silizium und das Germanium (► Kap. 5.6.1). Die Widerstandseigenschaften dieser Metalle sind extrem von Verunreinigungen ihrer Kristallstruktur abhängig.

Heute werden diese Verunreinigungen gezielt eingebracht, man spricht hier von Dotierung; man kann dadurch die elektrischen Eigenschaften dieser Materialien maßgeschneidert beeinflussen. Ihre Anwendung ist aus unserem täglichen Leben nicht mehr wegzudenken: PC, Handy, LCD-Bildschirme, Autoelektronik oder sehr viele medizintechnische Geräte wären ohne die Halbleiter nicht denkbar.

Wen diese wichtige Materialgruppe näher interessiert, sollte sich in der Spezialliteratur zu Halbleitern umsehen, hier würde es den Rahmen der physikalischen Grundlagen sprengen.

5.3.2 Spezifischer Widerstand und spezifische Leitfähigkeit

Wie schon das Wort »spezifisch« verdeutlicht, wird hier der Widerstand als materialspezifische Größe betrachtet. Es ist offensichtlich, dass der Widerstand eines Bauteils sicherlich von der Länge und dem Querschnitt abhängig ist. **Je länger der Draht ist, desto größer ist der Widerstand (** Abb. 5.9**), und je größer der Querschnitt ist, desto mehr Ladungsträger können parallel durchströmen, also umso kleiner ist der Widerstand.**

Genaue Untersuchungen dieser Zusammenhänge führten darauf, dass der Widerstand eines Bauelements ganz einfach berechnet werden kann, uns zwar nach:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}.$$

Der Proportionalitätsfaktor ρ ist der **materialspezifische Widerstand** und lässt sich entsprechenden Tabellen entnehmen. Seine Einheit ist $[\rho] = \Omega m$.

Die **spezifische Leitfähigkeit** σ berechnet sich analog zum Leitwert G aus dem Kehrwert des spezifischen Widerstandes:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \text{ mit der Einheit } \frac{1}{\Omega m}$$

Die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes steckt nun in der Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstandes.

5.3.3 Stromkreismodelle

In diesem Abschnitt wollen wir uns kurz damit befassen, was eigentlich geschieht, wenn wir verschiedene Bauelemente, speziell Widerstände, in einem Stromkreis kombinieren. Dabei gibt es prinzipiell nur zwei unterschiedliche Möglichkeiten, wie man zwei Widerstände anordnen kann. **Entweder man schaltet zwei Widerstände nacheinander in den Stromkreis, dies nennt man dann eine Reihen- oder Serienschaltung oder man schaltet sie nebeneinander oder parallel in den Stromkreis, was dann eben Parallelschaltung genannt wird.**

► Im Stromkreis gibt es eine Reihen- und Parallelschaltung.

Alle Anordnungen von mehreren Widerständen lassen sich in Bereiche unterteilen, die entweder Parallel- oder Serienschaltungen sind, die dann selbst wiederum parallel oder in Serie geschaltet sind. Klingt vielleicht etwas kompliziert, ist aber so, wie wir an einem Übungsbeispiel zum Schluss sehen werden.

Zunächst wenden wir uns jedoch zwei grundlegenden Eigenschaften in Stromkreisen zu, die uns die weitere Behandlung erheblich vereinfachen werden.

Kirchhoff – und die Frage ob man ihn kennen sollte?

Diese Frage sollte man mit ja beantworten, denn die **Kirchhoffschen Regeln** helfen einem prima weiter, wenn es darum geht, in und um Stromkreise verschiedene Größen berechnen zu können.

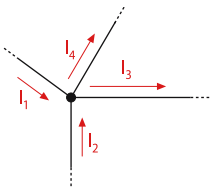


Abb. 5.10. Knotenregel

Knotenregel, das 1. Gesetz

Als Knoten bezeichnet man im Stromkreis Punkte, an denen Verzweigungen, also mehrere Stromleitungen zusammentreffen.

► Knoten = Verzweigungen in Stromleitungen.

An einer solchen Verzweigung ist die Summe der Stromstärken der hinfließenden Ströme gleich der Summe der Stromstärken der wegfließenden Ströme (Knotenregel). Im Beispiel der Abb. 5.10 gilt deshalb:

► Knotenregel: $\sum I = 0$ in einem Knoten

$$I_1+I_2=I_3+I_4$$

Warum ist das so? Nun ja, es kommen ja keine Elektronen dazu oder verschwinden, ihre Anzahl bleibt konstant, also es gilt: alle Ladungsträger, die in den Knoten reinfließen, müssen sofort wieder raus.

Maschenregel, das 2. Gesetz

Kommen in einem Stromkreis geschlossene Stromwege vor, so bezeichnet man sie als so genannte Maschen (Abb. 5.11).

► Maschen = geschlossene Stromwege in einem Stromkreis.

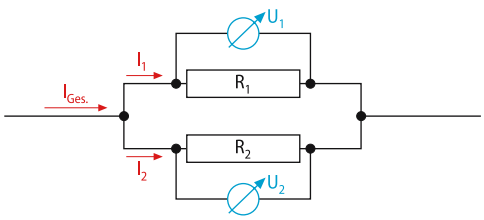


Abb. 5.11. Maschenregel

Läuft man in einer Masche einmal im Kreis herum und addiert dabei die Spannungen, die man durchlaufen hat, so ist die Summe aller Teilspannungen =0. **Das bedeutet, dass die Summe der Einzelspannungen, berechnet aus der jeweiliger Stromstärke I und dem Widerstand R, $U = R \cdot I$, zwischen zwei Punkten auf allen Verbindungswegen gleich ist.** Im Beispiel der Abb. 5.11 gilt deshalb:

► Maschenregel: $\sum U = 0$ beim Umlauf in einer Masche

$$R_1 \cdot I_1=R_2 \cdot I_2$$

Warum ist das jetzt so? Auch das ist einsichtig, denn wenn ich einmal im Kreis herumgelaufen bin, komme ich ja wieder am gleichen Punkt, also gleichen Potenzial an, und die Potenzialdifferenz zwischen dem Anfangs- und dem Endpunkt meines Weges ist demnach 0.

So, und nun geht es um die Schaltungen.

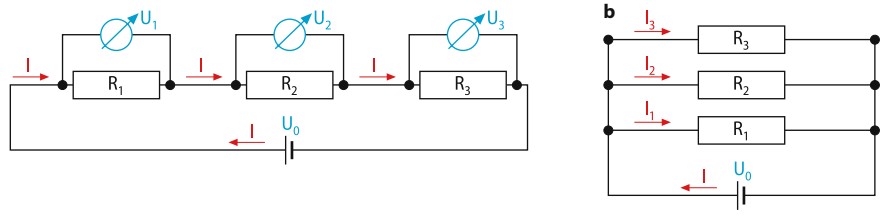


Abb. 5.12a,b. Reihen- (a) und Parallelschaltung (b) von Widerständen

Der unverzweigte Stromkreis – Die Reihenschaltung

In diesem Fall benötigen wir das 1. Kirchhoffsche Gesetz. Dieses besagt, dass durch alle Widerstände der gleiche Strom fließen muss (Abb. 5.12a), denn es gibt ja keine Verzweigungen.

Um diesen Strom aufrechtzuerhalten, benötigen wir an den einzelnen Widerständen die Spannungen:

$$U_1 = I \cdot R_1$$
$$U_2 = I \cdot R_2$$
usw.

Man sagt auch: der Strom I erzeugt an dem Widerstand R den Spannungsabfall (oder die Spannung) U.

Mit dem 2. Kirchhoffschen Gesetz erhalten wir in dem Stromkreis, dass die Spannung U_0 der Quelle entgegengesetzt gleich groß sein muss wie die Summe der Spannungsabfälle an den Widerständen, wobei die Vorzeichen der Spannungen entsprechend gewählt werden müssen:

$$0 = U_0 - U_1 - U_2 - U_3$$
oder
$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$

Einsetzen unserer Spannungsabfälle liefert:

$$U_0 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

Andererseits können wir, da der Strom I im ganzen Stromkreis überall gleich ist, den Stromkreis auch formal beschreiben mit:

$$U_0 = I \cdot R_{\text{Stromkreis}}$$

Wir sehen somit sofort, dass sich der Gesamtwiderstand $R_{Ges}=R_{Stromkreis}$ ergibt zu:

$$R_{ges}=R_1+R_2+R_3$$

► Reihenschaltung: die Widerstände addieren sich.

Natürlich gilt dies nicht nur für drei Widerstände, sondern auch, wenn wir n Widerstände hintereinander schalten. **In einer Reihenschaltung addieren sich die Widerstände.**

Der verzweigte Stromkreis – Die Parallelschaltung

In dieser Schaltung (◘ Abb. 5.12b) haben die Ladungsträger, unsere Elektronen im Metall, die Qual der Wahl – sie haben mehrere Möglichkeiten, vom –Pol zum +Pol zu gelangen. Das bedeutet, dass sich der von der Spannungsquelle kommende Strom auf verschiedene Wege aufteilen wird. Über den Strom können wir also so einfach keine Aussage treffen, außer der, dass der Gesamtstrom I_{Ges}, der von der Spannungsquelle kommt, gleich der Summe der Ströme durch die einzelnen Widerstände sein muss.

$$I_{Ges}=I_1+I_2+I_3$$

Wieder hilft uns hier das 2. Kirchhoffsche Gesetz, die Maschenregel. Betrachten wir zunächst die erste Masche mit Spannungsquelle und dem Widerstand R_1: Für die Spannungen ergibt sich:

$$U_1=U_0$$

Die Spannung, die am Widerstand R_1 anliegt, ist gleich der Spannung der Spannungsquelle U_0. So können wir uns von Masche zu Masche weiterhangeln und erhalten, dass an allen Widerständen die gleiche Spannung anliegt, nämlich U_0.

Für die einzelnen Widerstände erhalten wir also die Zusammenhänge:

$$U_0 = I_1 \cdot R_1$$
$$U_0 = I_2 \cdot R_2$$
usw.

Eingesetzt in unsere Stromgleichung erhalten wir

$$I_{Ges} = \frac{U_0}{R_1} + \frac{U_0}{R_2} + \frac{U_0}{R_3} = U_0 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Hier steht aber nichts anderes als die Gleichung für den gesamten Stromkreis:

$$I_{Ges} = U_0 \cdot \frac{1}{R_{Stromkreis}}$$

Auch hier sehen wir sofort, dass für den Gesamtwiderstand $R_{Ges} = R_{Stromkreis}$ gilt:

$$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Natürlich gilt auch dies nicht nur für drei Widerstände, sondern auch, wenn wir n Widerstände hintereinander schalten. Erinnern wir uns an die Definition des elektrischen Leitwerts, so kann dies auch in folgender Form geschrieben werden:

$$G_{Ges} = G_1 + G_2 + G_3$$

Bei der Parallelschaltung von Widerständen addieren sich die Leitwerte.

► Parallelschaltung von Widerständen: Leitwerte addieren sich.

5.3.4 Elektrische Leistung und Arbeit

Habt ihr euch schon mal gefragt, ob für eure Schreibtischlampe eine Glühbirne mit 40 W besser geeignet ist als eine mit 25 W? Oder besser gefragt, was die Angabe »Watt« überhaupt bedeuten soll? Diese Einheit stammt eigentlich aus einem anderen Themenblock der Physik, nämlich aus der Me-

► P=W/Δt

chanik. Hier dient sie selbstverständlich auch zur Berechnung der Leistung P, generell gilt für die Leistung auch im elektrischen Fall: **Leistung P = die geleistete Arbeit W/zur Verrichtung der Arbeit benötigte Zeit Δt.**

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

Hätten Sie's gewusst?

Leistungskontrollen

Zum besseren Verständnis stellen wir uns Folgendes vor: Eine Physikklausur (= Arbeit) könnte doch jeder von uns lässig schaffen, hätten wir doch nur keinerlei Zeitangaben – oder nicht? Doch leider erfordern deutsche Universitäten **Leistungs**kontrollen; d. h. wir haben nur 1 h Zeit dafür… nun ja, 60 min können sooooo kurz sein… und was wir dann bis dahin zustande gebracht haben, wird dann als unsere Leistung angesehen!!!! Obwohl wir doch noch viel mehr könnten…

► Elektrische Arbeit W=U · I · Δt

Doch wie berechnet sich die **elektrische Arbeit**? Ohne uns damit lange aufzuhalten, merken wir uns einfach Folgendes als Festlegung:

$$W = U \cdot I \cdot \Delta t$$

mit der Einheit: $[W]=V \cdot A \cdot s$.

Die mechanische Einheit für die Arbeit war das J (Joule), womit wir eine Umrechnungsvorschrift erhalten:

$$1\ J = 1\ V \cdot A \cdot s$$

Für die Leistung P, deren Einheit ja das W (Watt) ist, erhalten wir dann

$$1\ W = 1\ J/s = 1\ V \cdot A$$

Was geschieht eigentlich mit der eben berechneten Energie W, wenn aufgrund der Spannung U ein Strom I über eine Zeit Δt fließt? Nun, diese Arbeit muss verrichtet werden, um den Widerstand, der sich dem Stromfluss entgegenstellt, zu überwinden. Diese Arbeit bleibt also im Widerstand »hängen«, sie wird im Endeffekt in Wärme verwandelt. **Der Widerstand R wird sich also erwärmen. Diese Wärme nennt man deshalb Stromwärme oder Joulsche Wärme.**

Mit dem Zusammenhang $U=R \cdot I$ lässt sich die erzeugte Joulsche Wärme an einem Widerstand berechnen zu:

$$W = R \cdot I \cdot I \cdot \Delta t = R \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

Oder es ergibt sich durch die angelegte Spannung ausgedrückt:

$$W = U \cdot \frac{U}{R} \cdot \Delta t = \frac{U^2}{R} \cdot \Delta t$$

5.3.5 Der Kondensator im Stromkreis

Obwohl der Kondensator im Gleichspannungsstromkreis keinen Strom durch sich hindurchlässt (► Kap. 5.1), macht es Sinn, sich klar zu machen, wie sich Kondensatoren verhalten, wenn man sie zusammenschaltet. Wie schon gesagt, sind Zellmembranen in Elektrolyten nichts anderes als Kondensato-

ren und kommen deshalb in unserem Körper sehr oft vor. In der Physiologie werden wir dann besser verstehen, welche Konsequenzen Kondensatoren auf die elektrischen Signale in unserem Körper haben.

Die Proportionalität der Kapazität C zur Plattengröße A legt es nahe, dass die **Parallelschaltung von Kondensatoren** einfach wie eine additive Vergrößerung der Fläche wirkt, also einfach die Kapazitäten zusammengezählt werden. Und so ist es auch:

► Parallel geschaltete Kondensatoren addieren ihre Kapazität

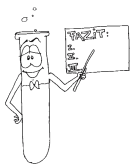
$$C_{Ges} = C_1 + C_2 + ... + C_n$$

Schwieriger ist der Fall der **Serienschaltung von Kondensatoren**. Der Vollständigkeit halber merken wir uns einfach die Lösungsformel

$$\frac{1}{C_{Ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$$

Aber dieser Fall kommt sehr selten vor.

kurz & knapp



- Ein **Stromkreis** ist eine geschlossene Anordnung von Bauelementen, die einen Ladungstransport vom –Pol zum +Pol einer Spannungsquelle ermöglicht.
- **Strommessgeräte** müssen immer **in den Stromkreis** geschaltet werden, also in Reihe.
- **Spannungsmessgeräte** werden **immer parallel** zu dem Bauelement **geschaltet,** an dem der Spannungsabfall gemessen werden soll.
- Der Zusammenhang zwischen dem Strom I durch ein Bauelement und der angelegten Spannung U an das Bauelement ist die **Strom-Spannungs-Kennlinie** des Bauelements.
- Der **Widerstand R** ist definiert als der Quotient aus Spannung U und Stromstärke I:

  $R = \frac{U}{I}$; [R]=1 V/1 A=1 Ω (Ohm)

- Bei einem **Ohmschen Widerstand** ist der Widerstand R für alle beobachteten Strom-Spannungspaare gleich:

  $U = R \cdot I$; $R = konst.$

- Den Kehrwert des elektrischen Widerstandes nennt man den elektrischen **Leitwert G:**

  $G = \frac{1}{R}$; [G]=1/Ω=1 S (Siemens)

- Der Widerstand R eines Drahts der Länge l und der Querschnittsfläche A errechnet sich zu:

  $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$

  mit dem **materialspezifischen Widerstand** ρ
- Die zwei Kirchhoffschen Gesetze sind die Grundlage der Berechnungen in Stromkreisen:
  1. Kirchhoffsches Gesetz: Knotenregel:
  Summe aller Ströme, die in einen Knoten fließen, ist gleich Null $\sum I_i = 0$
  2. Kirchhoffsches Gesetz: Maschregel:
  Summe aller Spannungen in einer Masche ist gleich Null: $\sum U_i = 0$
- **Reihenschaltung** von Widerständen – die Widerstände addieren sich:

  $R_{Ges} = R_1 + R_2 + ... + R_n$

- **Parallelschaltung** von Widerständen – die Leitwerte addieren sich:

  $G_{Ges} = G_1 + G_2 + ... + G_n$

  oder

  $$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}$$

- **Elektrische Arbeit:** $W = U \cdot I \cdot \Delta t$
- **Elektrische Leistung:** $P = \frac{W}{\Delta t} = U \cdot I$
- **Parallelschaltung** von Kondensatoren $C_{Ges} = C_1 + C_2 + ... + C_n$
- **Reihenschaltung** von Kondensatoren

  $$\frac{1}{C_{Ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$$

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1 Ein Axon lässt sich, was seine Leitungseigenschaften angeht, wie ein Stück Draht behandeln. Angenommen, zwischen den Enden eines 20 cm langen Axons liegt eine Spannung von 75 mV, der Spezifische Widerstand beträgt 30 Ωcm und der Radius ist 0,2 mm. Welcher Strom fließt im Inneren des Axons und wie viele Ladungsträger mit jeweils einer Elementarladung passieren in 1 s eine Querschnittsfläche im Axon?

Lösung 1 Zunächst berechnen wir den Widerstand des Axons nach $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ und erhalten als Ergebnis R=447,5 kΩ. Mittels $U = R \cdot I \rightarrow I = \frac{U}{R}$ erhalten wir den Strom I zu I=157 nA. Dies entspricht einem Ladungstransport von 157 nC s^{-1} im Axon oder $0{,}98 \cdot 10^{12}$ Ladungsträger.

Aufgabe 2

Aufgabe 2 Berechnen Sie den Gesamtwiderstand einer Anordnung aus drei gleichen Widerständen R=100 Ω, wobei zwei in Reihe, und zu diesen der Dritte parallel geschaltet ist.

Lösung 2 Für die beiden in Reihe geschalteten Widerstände gilt: $R_{12} = R_1 + R_2 = 200\,\Omega$. Dieser R_{ges} wird nun zum dritten Widerstand parallel geschaltet, wobei sich die Leitwerte addieren, also:

$$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{100\Omega} + \frac{1}{200\Omega} = \frac{3}{200\Omega}.$$

Nun darf man nicht vergessen, den Kehrwert zu bilden und erhält R_{Ges}=66 2/3 Ω.

Aufgabe 3

Aufgabe 3 Warum ist eine Glühlampe kein Ohmscher Widerstand?

Lösung 3 Nun, der Glühfaden einer Glühlampe besteht aus einem Metall. Metalle sind aber Kaltleiter und wie wir sehen, wird der Glühfaden im Betrieb sehr heiß. Somit ändert sich der Widerstand, er wird größer, wenn ein Strom durch den Glühfaden fließt. Dies widerspricht aber der Definition eines Ohmschen Widerstandes, dessen Widerstandswert R unabhängig von der Stromstärke (oder der Spannung) sein muss.

Alles klar!

Ein Blitz und unser PC läuft ewig?

Bei P=50 W Leistung verbraucht der PC in der Zeit t eben t · P Energie, denn Leistung mal Zeit ist ja die verrichtete Arbeit oder umgewandelte Energie. Diese soll nun der Blitzenergie W=1,5 GJ entsprechen. Somit gilt:

$$t = \frac{W}{P}$$

In Zahlen: $t=3 \cdot 10^7$ s oder 347 Tage, also ein Jahr.

5.4 Magnetismus, Induktion und elektromagnetische Welle

Philipp Wagner

- Aufbau eines Magneten und seiner Feldlinien
- Vergleich zwischen magnetischen und elektrischen Feldern
- Magnetfeld von bewegten elektrischen Ladungen
- Lorentzkraft
- Induktion und Selbstinduktion
- Wichtige Geräte im (physikalischen) Alltag

Wie jetzt?

MRT – einmal und immer wieder!

Nach einer »süßen« 36 h-Schicht: Hektik am Morgen – auf dem Weg zu einem Notfallpatienten, der im MRT wartet. Der Chefarzt Prof. Jähzorn ruft an, beschwert sich lautstark über irgendwelche Versäumnisse der letzten Nacht. Ohne viel nachzudenken und mit dem Handy am Ohr stürmt der Assistenzarzt Dr. Jedermann in den Untersuchungsraum. Mit Eintreten in den MRT-Raum ist der schreiende Chefarzt verstummt. Klasse, denkt sich Dr. Jedermann, heute hat er sich aber schnell wieder beruhigt.

Ist der Chefarzt wirklich nicht mehr sauer? Oder was hat Dr. Jedermann falsch gemacht? Mit was muss er eigentlich rechnen? Kann er überhaupt sein Mittagessen noch bezahlen? Was wäre bei laufender Untersuchung mit dem Reflexhammer in seiner Kitteltasche passiert? Alles Bahnhof oder was?

5.4.1 Magnetismus

Der Magnet und sein Magnetfeld

Ein Magnet besteht aus lauter mikroskopisch kleinen magnetischen Dipolen mit jeweils einem Nord- und Südpol, die gleich ausgerichtet sind (Abb. 5.13a–c). Deshalb entstehen beim Durchbrechen eines Dauermagneten wieder zwei Magneten mit Nord- und Südpol. Man kann dies so lange fortführen, bis nur noch ein einzelner **Elementarmagnet** übrig bleibt. **Es sind also immer nur magnetische Dipole möglich, einzelne Nord- oder Südpole sind dagegen unmöglich.**

► Magnete bestehen aus vielen ausgerichteten magnetischen Dipolen.

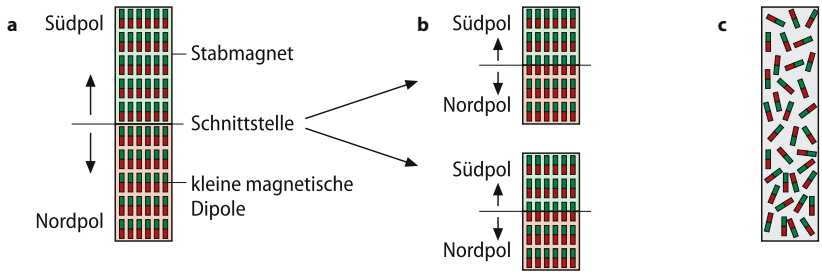


Abb. 5.13a–c. **a** Stabmagnet: Dieser besteht aus lauter kleinen magnetischen Dipolen. Also sowohl Nord- als auch Südpol des großen Stabmagneten bestehen aus denselben magnetischen Dipolen mit jeweils Nord- und Südpol. Lediglich die einheitliche Ausrichtung führt zu den unterschiedlichen Polen des Stabmagneten. **b** Der Stabmagnet wurde in der Mitte durchgesägt: Es entstehen jetzt zwei neue identische Magnete mit geringerer Stärke, aber ebenfalls mit Nord und Südpol. **c** Zustand der Elementarmagnete in einem nicht magnetisierten Eisenstück (aus Doin/Bader, 2000)

Von jedem Magneten gehen Kräfte aus. Dieser von magnetischen Kräften durchsetzte Raum ist das **magnetische Feld**. Ein Magnetfeld wird daher, ebenso wie ein elektrisches Feld, durch Feldlinien beschrieben (Abb. 5.14a,b). Die Stärke des Magnetfeldes wird ebenso wie im elektrischen Fall durch die Dichte der Feldlinien beschrieben. Diese Feldlinien kann man durch ein kleines Experiment leicht sichtbar machen. Man legt dazu z. B. eine Folie auf einen Magneten und streut Eisenspäne darauf. Man kann beobachten, wie sich die Eisenspäne im Magnetfeld entlang der Feldlinien ausrichten. Sie werden durch das Feld ebenfalls magnetisiert. **Magnetische Feldlinien beginnen definitionsgemäß am Nord- und enden am Südpol jedes Magneten.** Im Magneten selbst laufen sie dann aber freilich vom Südpol zum Nordpol zurück, sodass sie schlussendlich immer geschlossene Kurven bilden.

► Ferromagnetische Stoffe: Materialien, in denen die elementaren magnetischen Dipole eine parallele Ordnung aufweisen, z. B. Eisen.

Kräfte zwischen Magneten. Nähert man zwei Magneten einander, so wird man schnell Folgendes feststellen: **Gleichnamige Pole stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an.** Dies ist leicht zu verstehen, wenn man sich die Feldlinien zweier Stabmagneten anschaut (Abb. 5.15a,b).

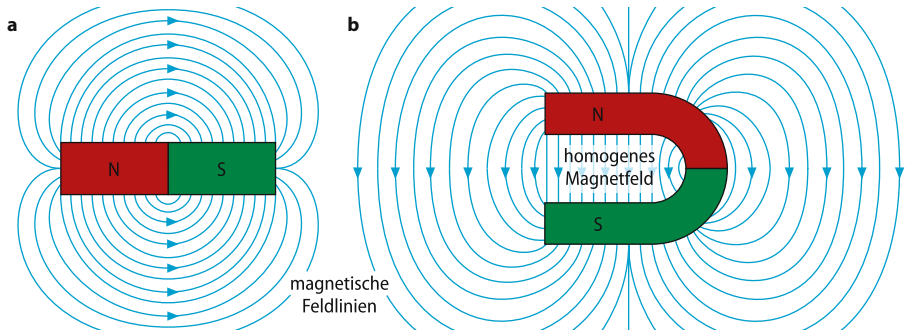


Abb. 5.14a,b. Magnetische Feldlinien. **a** Stabmagnet, **b** Hufeisenmagnet. Die Feldlinien verlaufen außerhalb von Magneten vom Nord- zum Südpol

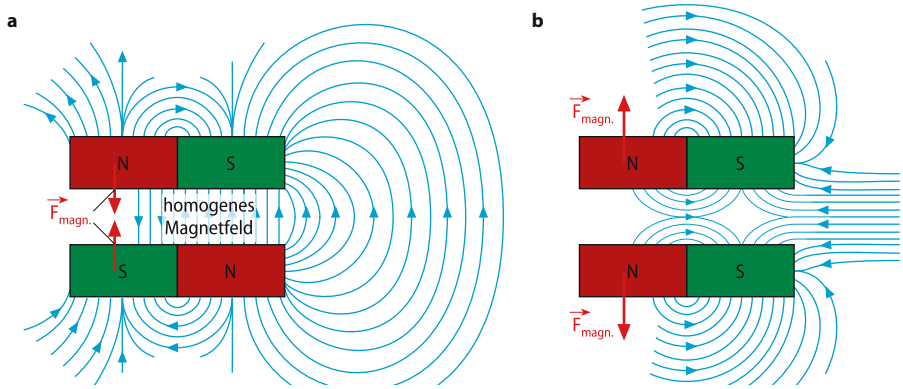


Abb. 5.15a,b. Wirkung der Pole aufeinander am Beispiel von zwei Stabmagneten. Am linken Teil des Magneten sind jeweils die wirkenden Kräfte eingezeichnet (F_{magn}), am rechten Teil der Feldlinienverlauf. **a** Ungleichnamige Pole ziehen sich an. Dies ist deutlich an den parallel laufenden Feldlinien zwischen den Magneten zu erkennen. **b** Gleichnamige Pole stoßen sich ab. Auch dies ist deutlich am Feldlinienverlauf und der »Dichte« der Feldlinien zu erkennen

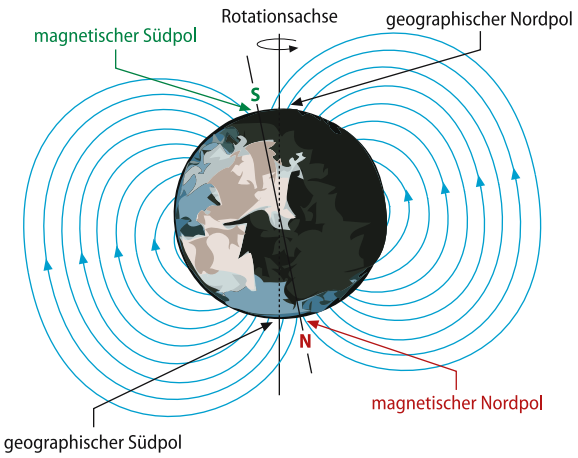


Abb. 5.16. Der magnetische Nord- und Südpol der Erde entsprechen nicht ganz den geografischen Polen (Rotationsachse). Außerdem entspricht der geografische Nordpol dem magnetischen Südpol. Denn der Nordpol einer Kompassnadel zeigt zwar nach Norden, aber magnetisch betrachtet zeigt ein Nordpol natürlich immer zum Südpol. Innerhalb der Erde laufen die Feldlinien wieder zurück zum Nordpol, wie in jedem anderen Magneten auch; durch gestrichelte Linien angedeutet

Erde als Magnet. Auch die Erde ist ein Magnet und ist deshalb von einem Magnetfeld umgeben (Abb. 5.16).

Allerdings entspricht der magnetische Süd- und Nordpol nicht ganz dem geografischen. Genauso wie die gerade beschriebenen Eisenspäne richtet sich jeder Magnet bzw. jede magnetisierte Substanz im Magnetfeld aus. **Der Nordpol zeigt nach Norden (zum magnetischen Südpol) und der Südpol nach Süden (zum magnetischen Nordpol).** Dies ist die Funktionsweise eines **Kompass**. Hier bewegt sich eine kleine Magnetnadel (magnetischer Dipol) auf einem Metallstift und richtet sich im Magnetfeld der Erde aus. So konnten die Seefahrer schon viele Jahrhunderte mehr oder weniger genau ihr Ziel finden.

Drehmoment im Magnetfeld. Man kann die Stärke eines Magnetfeldes messen, indem man z. B. eine Kompassnadel so auslenkt, dass diese senkrecht zu den Feldlinien steht. Nun hat man lediglich das Drehmoment der Kompassnadel im Magnetfeld zu bestimmen und kann so die Stärke des Feldes messen.

Verbindung zwischen magnetischen und elektrischen Feldern

Magnetische und elektrische Felder. Magnetismus und Elektrizität haben viele Gemeinsamkeiten, aber auch einige Unterschiede. Die wesentlichen Punkte zu ihren Feldern sind in der Tab. 5.1 zusammengefasst.

Magnetische Felder um bewegte Ladungen. Was hat eigentlich Magnetismus mit Strom bzw. mit elektrischen Feldern zu tun? Warum tauchen Begriffe wie elektromagnetisch immer wieder auf? Die Antwort liefert folgende Tatsache: **Jede bewegte elektrische Ladung wird von einem Magnetfeld umgeben.** Dies lässt sich an einem einfachen Beispiel eines stromdurchflossenen geraden Leiters veranschaulichen (Abb. 5.17a,b).

Tab. 5.1. Unterschiede und Gemeinsamkeiten von magnetischen und elektrischen Feldern

Kriterium	Magnetisches Feld	Elektrisches Feld
Feldlinien	Vom Nordpol zum Südpol und im Magneten zurück zum Nordpol; kein Anfang und kein Ende	Immer von plus nach minus, haben Anfang und Ende
Einzelladungen möglich	Nur magnetische Elementardipole möglich (»Elementarmagnete«)	Negative oder positive Einzelladungen möglich
Kräfte auf elektrische Ladungen im Feld	Nur bewegte elektrische Ladungen erfahren eine Kraft (F_L, senkrecht zu Stromrichtung und Magnetfeld)	Ruhende elektrische Ladungen erfahren eine Kraft (in Richtung der Feldstärke E!)

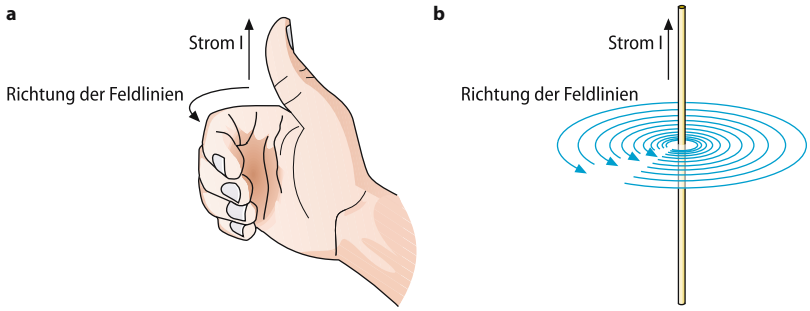


Abb. 5.17a,b. **a** Foto eines stromdurchflossenen Leiters. Die Eisenfeilspäne zeigen den ringförmigen Verlauf der Feldlinien in einer Ebene an. Das Magnetfeld sieht also über die gesamte Länge des Leiters aus, als würde man Rohre mit immer größerem Durchmesser über den Leiter schieben. Die Pfeile zeigen die Richtung des Magnetfeldes an. **b** »Rechte-Hand-Regel« für stromdurchflossene Leiter: Daumen der rechten Hand zeigt in Richtung der konventionellen Stromrichtung (also entgegengesetzt zur Richtung der Elektronen), dann zeigen die abgewinkelten Finger die »Drehrichtung« des Magnetfeldes an

► »Rechte-Hand-Regel« für stromdurchflossene Leiter zur Angabe der Richtung der magnetischen Feldlinien.

Sobald in einem Leiter ein Strom fließt, wird dieser von einem Magnetfeld umgeben. Die Feldlinien laufen dabei kreisförmig mit unterschiedlichen Radien um den Leiter. Besonders hier wird deutlich, dass magnetische Feldlinien keinen Anfang und kein Ende besitzen. Die »Drehrichtung« der Feldlinien lässt sich mit einem einfachen Trick leicht bestimmen. **Man nimmt die rechte Hand und zeigt mit dem Daumen in die konventionelle Stromrichtung des Leiters (Achtung: Elektronen laufen ja entgegengesetzt!). Die angewinkelten Finger zeigen dann die Richtung der Feldlinien an.** Das Magnetfeld nimmt mit der Entfernung vom Leiter an Stärke ab.

Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule. Wickelt man diesen langen geraden Draht nun zu vielen Windungen auf, entsteht eine Spule (Abb. 5.18). Wenn man nun Strom durch die Spule fließen lässt, kann man sich durch die »**Rechte-Hand-Regel**« wiederum leicht klar machen, wie das Magnetfeld nun im Inneren dieser Spule aussehen muss. Dabei wird es im Inneren der Spule durch die vielen Wicklungen stark, außerhalb der Spule dagegen relativ schwach**. Im Inneren der Spule laufen die Feldlinien (wie im Inneren eines Magneten) vom Süd- zum Nordpol.** Das Innere der Spule »simuliert« also das Innere eines Magneten.

Der gute alte Röhrenfernseher. Die inzwischen immer mehr durch Flachfernsehbildschirme ersetzten Fernseher mit Bildröhre funktionieren genau nach diesem Prinzip. Um das hintere Ende der Bildröhre sitzen Spulen, die den Elektronenstrahl durch magnetische Felder ablenken und so Zeile für Zeile das Bild aufbauen. Dies geschieht natürlich so schnell, dass das träge menschliche Auge bewegte und ruckelfreie Bilder wahrnimmt.

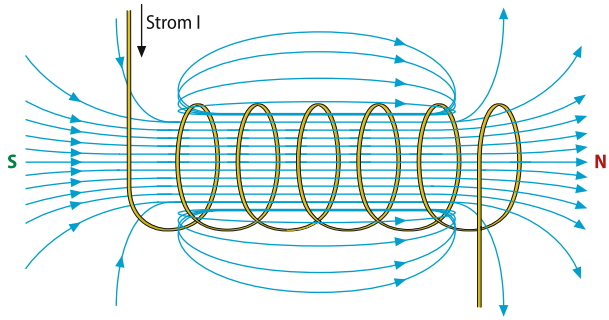


Abb. 5.18. Sobald man durch eine Spule einen Strom fließen lässt, baut sich um sie herum und in ihrem Inneren ein Magnetfeld auf. Je höher die Windungsanzahl ist, desto homogener wird das Magnetfeld in ihrem Inneren. Achtung: Im Spuleninneren laufen die Feldlinien natürlich (wie im Inneren eines Dauermagneten) vom Süd- zum Nordpol! Die Richtung der Feldlinien lässt sich aber auch hier leicht mit der »Rechten-Hand-Regel« herleiten

5.4.2 Lorentzkraft, magnetische Feldkonstante, Permeabilitätszahl, magnetische Feldgrößen H und B, magnetischer Fluss

► Lorentzkraft: Kraftwirkung auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld.

Lorentzkraft (F_L)

Im letzten Kapitel haben wir erfahren, dass bewegte Ladungen von einem Magnetfeld umgeben werden. Was passiert aber nun, wenn dieser stromdurchflossene Leiter mit seinem Magnetfeld von

einem weiteren Magnetfeld umgeben ist? Auf ihn wirkt dann eine Kraft, die so genannte **Lorentzkraft F_L**.

Die **Lorentzkraft** wirkt immer in eine genau definierte Richtung. Am einfachsten ist diese Richtung mit der »Drei-Finger-Regel« zu bestimmen (Abb. 5.19c): Dabei nimmt man die ersten drei Finger der rechten Hand zu Hilfe. **Man hält den Daumen in Richtung der konventionellen Stromrichtung, den Zeigefinger in Richtung der Feldlinien des Magnetfeldes und der Mittelfinger gibt dann an, in welche Richtung die Lorentzkraft F_L wirkt.** Wichtig ist dabei, dass die Finger jeweils im rechten Winkel zueinander stehen.

► Drei-Finger-Regel zur Angabe der Richtung der Feldlinien und der Lorentzkraft.

Die **Ursache dieser Kraft** ist eigentlich recht simpel. So resultiert die Lorentzkraft aus der Überlagerung der zwei Magnetfelder vom stromdurchflossenen Leiter und z. B. von einem großen Hufeisenmagneten (Abb. 5.19a,b). Dadurch, dass sich die Magnetfelder auf der einen Seite des Leiters gegenseitig schwächen und auf der anderen Seite verstärken, entstehen links und rechts des Leiters sehr unterschiedlich starke Magnetfelder. Dies ist der Grund dafür, dass daraufhin der Leiter in eine Richtung »abgestoßen« wird, und zwar in Richtung des schwächeren Feldes.

Die Lorentzkraft wirkt dabei nicht nur auf Ladung, welche in einem Leiter durch ein Magnetfeld transportiert wird, sondern z. B. auch auf Elektronen, die durch ein Magnetfeld geschossen werden. Auch die »Drei-Finger-Regel« ist hier analog anzuwenden.

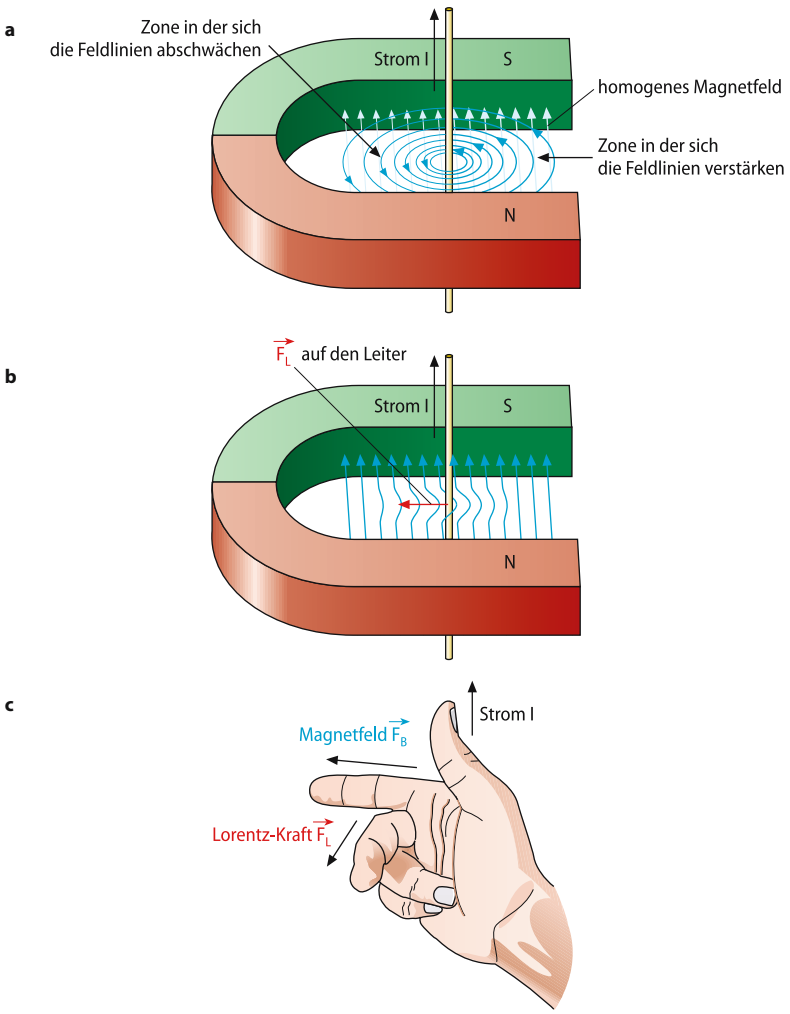


Abb. 5.19a–c. Der Leiter aus Abb. 5.18 wird in das (nahezu) homogene Feld eines Hufeisenmagneten versetzt. Nun wird der Strom eingeschaltet. **a** Die Richtung des Magnetfeldes um den Leiter wird durch die »Rechte-Hand-Regel« bestimmt. Die Feldlinien von Leiter und Magnet überlagern sich. Feldlinien in gleicher Richtung verstärken sich, Feldlinien in entgegengesetzter Richtung schwächen sich dagegen ab. **b** Resultierende Feldliniendichte um den stromdurchflossenen Leiter. Die Richtung der Lorentzkraft F_L wird erkennbar. **c** Eine weniger aufwendige Methode, um die Richtung von F_L vorherzusagen ist die **»Drei-Finger-Regel«**. Daumen zeigt in Richtung der konventionellen Stromrichtung (nach oben), Zeigefinger in Richtung des Magnetfeldes (nach schräg links hinten) und Mittelfinger in Richtung von F_L

Hätten Sie's gewusst?

Wie hängen Lorentzkraft und Polarlichter zusammen?
Die Sonne »bombardiert« unsere Erde nicht nur mit Licht, sondern auch mit einem **Sonnenwind** genannten Strom aus geladenen Teilchen. Ohne das Erdmagnetfeld würden diese Teilchen ungehindert auf uns niederprasseln. Dank der Lorentzkraft werden diese geladenen Teilchen abgelenkt, und zwar so, dass sie den Feldlinien unseres Erdmagnetfeldes folgen: die Teilchen fliegen auf Spiralbahnen um die Feldlinien herum, und kommen somit erst an den Polen in die unteren Atmosphäreschichten. Dort richten sie weniger Schaden an, da diese Regionen kaum bewohnt sind und sorgen für eine wunderschöne Himmelserscheinung – die Nordlichter oder Polarlichter.

Die magnetische Flussdichte B

► Die magnetische Flussdichte B beschreibt die Stärke eines Magnetfeldes.

Die magnetische Flussdichte B gibt Auskunft über die magnetische Feldstärke. **Je dichter die Feldlinien liegen, desto höher ist die Flussdichte.** Man kann mit der magnetischen Flussdichte also eine Aussage über die Stärke des Magnetfeldes treffen. Experimentell kann man die Flussdichte bestimmen, indem man den in ◘ Abb. 5.19 gegebenen Versuchsaufbau heranzieht. Entscheidend sind die Stromstärke I, ein zum Leiter **senkrechtes** Magnetfeld, die Länge des Leiters s im Magnetfeld und die resultierende Lorentzkraft F_L, die auf diesen Leiter wirkt. Die Einheit der magnetischen Flussdichte ist Tesla [B]=T. Diese Einheit ist sehr groß. Magnetfelder mit 1 T oder mehr sind nur mit großem Aufwand zu realisieren, wie z. B. beim MRT.

Definiert ist die magnetische Flussdichte wie folgt:

$$B = \frac{F_L}{I \cdot s} \; ; \quad [B] = \frac{N}{A \cdot m} = 1\,T \quad (\text{Tesla})$$

Dabei gilt: Lorentzkraft F_L in N, Stromstärke I in A und Länge des Leiters im Magnetfeld s in m.

Berechnung der magnetischen Flussdichte einer schlanken Spule

Will man die magnetische Flussdichte einer schlanken Spule berechnen, benötigt man einige physikalische Angaben der Spule. Außerdem kommen noch zwei wichtige Faktoren hinzu.

Zum einen die **magnetische Feldkonstante** $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \frac{T \cdot m}{A}$. Dies ist nichts anderes als die Proportionalitätskonstante, die im SI-System benötigt wird.

Der zweite wichtige Faktor ist die Permeabilitätszahl μ_r einer Spule: **Die Permeabilitätszahl μ_r gibt an, um das Wievielfache sich die magnetische Flussdichte im Gegensatz zum Vakuum erhöht (d. h. bei Vakuum μ_r=1), wenn man das Innere der Spule mit diesem Stoff ausfüllt.** Dies können gravierende Unterschiede sein. So ist bei einem Spulenkern aus Gusseisen der magnetische Fluss bereits um das ca. 800-Fache erhöht (μ_r=800)!

Die Berechnung der magnetischen Flussdichte B einer Spule erfolgt nach:

$$B = \mu_0 \mu_r \cdot I_{err} \cdot \frac{n}{l}; \quad [B]=T$$

Dabei gilt: magnetische Feldkonstante μ_0, Permeabilitätszahl μ_r, Erregerstrom I_{err} und Anzahl der Windungen n bei der Länge der Spule l.

Induktion

► Induktion: In einem Leiter, der senkrecht zu einem Magnetfeld bewegt wird, fließt ein Strom.

Wenn man nun mithilfe eines stromdurchflossenen Leiters im Magnetfeld eine Kraft erzeugen kann, so müsste es doch auch möglich sein, durch einen **bewegten** Leiter im Magnetfeld einen Strom zu induzieren. Dieses Phänomen nennt man folglich **Induktion**. Ganz wichtig dabei ist, dass der Leiter im Magnetfeld bewegt wird. Allerdings ist nicht nur die Anzahl der pro Zeiteinheit überquerten magnetischen Feldlinien für die Höhe des induzierten Stromes verantwortlich. Dies ist etwas kom-

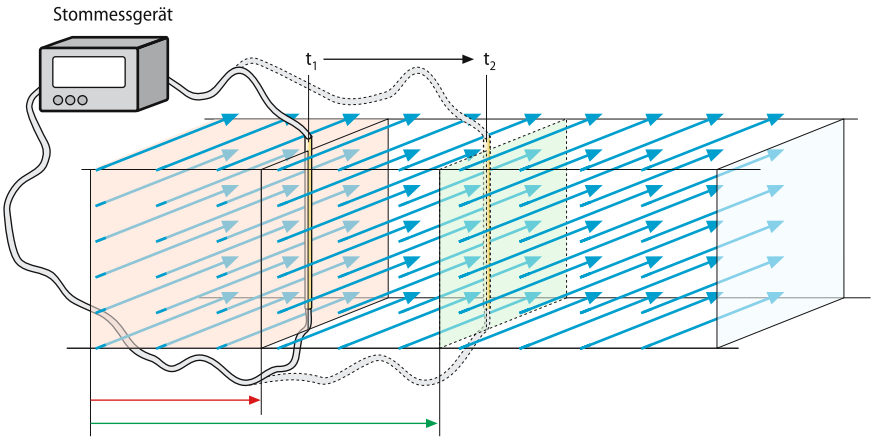


Abb. 5.20. Zum Zeitpunkt t_1 wird der rot gefärbte Anteil des Magnetfeldes vom Stromfluss umschlossen. Beim Zeitpunkt t_2 dagegen wird der gesamte grün gefärbte Anteil des Magnetfeldes vom Stromfluss umschlossen. Der magnetische Fluss Φ hat sich folglich geändert und es wird ein Strom induziert. Würde der gesamte Stromkreis im Magnetfeld liegen und dort verschoben werden, würde sich der magnetische Fluss nicht mehr ändern. Es würde also kein Strom induziert werden

plizierter: **Entscheidend ist hierbei, dass sowohl das Magnetfeld als auch der Leiter, der durch das Magnetfeld bewegt wird, dreidimensionale Gebilde sind.**

Beim Magnetfeld mag dies noch einleuchten. Beim Leiter aber zunächst nicht. Hier muss man sich klarmachen, dass der Leiter an seinen Enden ja mit dem Messgerät verbunden ist. So entsteht also ein geschlossener Stromkreis in einer Art Hufeisenform. Entscheidend ist nun, dass sich die Anzahl der magnetischen Feldlinien ändert, die vom Stromkreis umschlossen werden (Abb. 5.20). Würde sich nun der Stromkreis komplett im Magnetfeld befinden, fiele der induzierte Strom auf Null. Diese Änderung der Anzahl der magnetischen Feldlinien wird als **magnetischer Fluss Φ** (gesprochen »phi«, in $[\Phi] = V \cdot s = Wb$ (Weber)) bezeichnet und ist als Funktion der Zeit für die Induktion maßgeblich. **Induktion ist nur solange möglich, wie eine Änderung des magnetischen Kraftflusses (ΔΦ) erfolgt.**

► Der magnetische Fluss entspricht der Änderung der Anzahl der Feldlinien

Lenzsche Regel: Eine Spannung, die durch Änderung des magnetischen Flusses in einem Stromkreis bzw. einer Spule einen Strom induziert, wirkt immer ihrer Ursache entgegen. Der Grund hierfür ist, dass das entstehende Magnetfeld auf die Leiterschleifen zurückwirkt und dort eine »Gegenspannung« induziert. Deshalb wird die induzierte Spannung U_{ind} mit negativem Vorzeichen angegeben. Man kann also im übertragenen Sinne sagen, die Induktion bzw. die Selbstinduktion verkörpert »konservative Haltung«. Es soll alles so bleiben, wie es ist. Gegen alles, was man dann versucht zu verändern (Strom ein, Strom aus, usw.) wird angekämpft (im Sinne von die Veränderung zu verlangsamen). Genaueres wird im nächsten Kapitel beschrieben.

► Lenzsche Regel: Die induzierte Spannung wirkt ihrer Ursache stets entgegen.

Nach dem Induktionsgesetz gilt: Die induzierte Spannung ist das Produkt der zeitlichen Änderung des Flusses $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ und der Windungszahl n der Spule.

$$U_{ind} = -\frac{n \cdot \Delta\Phi}{\Delta t} \quad [U_{ind}]=V$$

Die induzierte Spannung wirkt dabei wie gesagt ihrer Ursache, also hier der Flussänderung, stets entgegen. Deswegen das Minuszeichen**: Lenzsche Regel**.

Diese wichtige Entdeckung machte Faraday bereits 1831.

► Faraday: Berühmter Physiker des 19. Jahrhunderts. Unter anderem verdanken wir ihm, dass wir unbesorgt bei Gewitter im Auto sitzen können: Faraday-Käfig.

Selbstinduktion bzw. Lenzsche Regel

Wenn man einen Gleichstrom durch eine Spule fließen lassen will, so steigt die Stromstärke nicht sofort, wie man dies vielleicht vermuten würde. Stattdessen nähert sich die Stromstärke nur asymptotisch ihrem Maximalwert an (Abb. 5.21b).

Der Grund hierfür ist die **Selbstinduktion**, die immer ihrer Ursache entgegenwirkt. In unserem Beispiel geschieht Folgendes: Der plötzlich an die Spule angelegte Strom induziert im Inneren der

► Wegen der Selbstinduktion steigt die Stromstärke nicht sofort, wenn man Strom durch eine Spule fließen lässt.

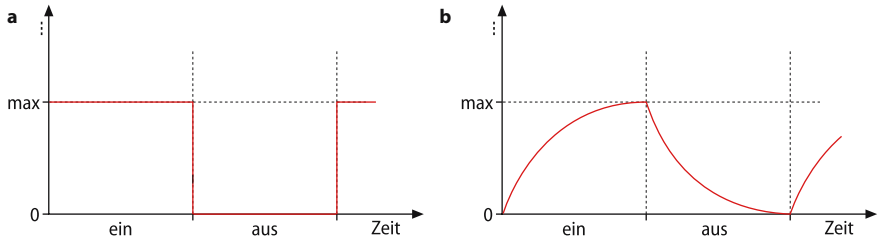


Abb. 5.21a,b. Selbstinduktion. **a** So würde man es erwarten, wenn **keine Selbstinduktion** vorhanden wäre. Die Stromstärke würde nach Einschalten des Stroms augenblicklich ihr Maximum erreichen, genauso schnell würde die Stromstärke nach Ausschalten des Stroms wieder absinken. **b** In Wirklichkeit gilt: Durch Selbstinduktion wird der Anstieg beim Einschalten ebenso wie der Abfall der Stromstärke beim Ausschalten gebremst

Spule das beschriebene Magnetfeld. Da das Magnetfeld mit Ansteigen des Stroms natürlich schnell stärker wird, kommt es zu einer starken Änderung des magnetischen Flusses $d\Phi/dt$. Die Anzahl der Feldlinien steigt also rasant an. Nun haben wir aber soeben gelernt, dass jede Änderung des magnetischen Flusses für sich wieder eine »Gegenspannung« induziert (U_{ind}), die gegen den angelegten Strom wirkt. Erst wenn die Stromstärke schließlich ihr Maximum erreicht hat, fällt die Änderung des Flusses auf Null und folglich wird auch keine Gegenspannung induziert.

Umgekehrt verringert sich aber bei Abschalten des Spulenstroms der magnetische Fluss. Auch hier wird nun wiederum eine Spannung induziert, die nach der Lenzschen Regel nun aber den plötzlich sinkenden Stromfluss unterstützt und so dessen Absinken verlangsamt. Ohne dieses Phänomen würde man ein sofortiges Absinken des Spulenstroms auf Null erwarten. Die Energie hierfür wird aus dem zusammenbrechenden Magnetfeld abgezogen, welche bei dessen Aufbau hineingesteckt wurde. **Bei der Selbstinduktion wird also keine Energie geschaffen, sondern lediglich die gespeicherte Energie (magnetisch) in eine andere Energieform (elektrisch) umgewandelt.**

Selbstinduktion einer Spule. Die Induktivität einer Spule kann durch einige ihrer physikalischen Daten bestimmt werden. Die Selbstinduktion einer Spule wird berechnet durch:

$$L = \mu_0 \mu_r \cdot n^2 \cdot \frac{A}{l} \qquad [L] = \frac{V \cdot s}{A} = H \quad \text{(Henry)}$$

Dabei ist: magnetische Feldkonstante μ_0, Permeabilitätszahl μ_r, Windungszahl n, Spulenquerschnitt A und Spulenlänge l.

Die Selbstinduktionsspannung einer Spule wird berechnet durch:

$$U_{ind} = -\frac{L \cdot \Delta I}{\Delta t}$$

Dabei ist die Änderung der Stromstärke über die Zeit $\Delta I/\Delta t$.

5.4.3 Prinzip des Transformators

► Ein Transformator wandelt Wechselspannung in eine höhere oder niedrigere Spannung um.

Wie das Wort vielleicht schon vermuten lässt, hat ein Transformator etwas mit Umformen zu tun. Und zwar ist es mit diesem Gerät möglich, eine Wechselspannung in eine höhere oder niedrigere Wechselspannung umzuwandeln. Das hängt ganz vom Bau des Transformators ab.

Ein Transformator besteht im Prinzip aus zwei Spulen, die den gleichen Eisenkern teilen. Dabei durchsetzt das Magnetfeld der einen Spule bei Anschluss eines Wechselstroms die andere Spule und induziert in dieser einen Strom. Die Spannung, welche dabei in der zweiten Spule entsteht, ist abhängig von dem Verhältnis der Windungszahlen beider Spulen.

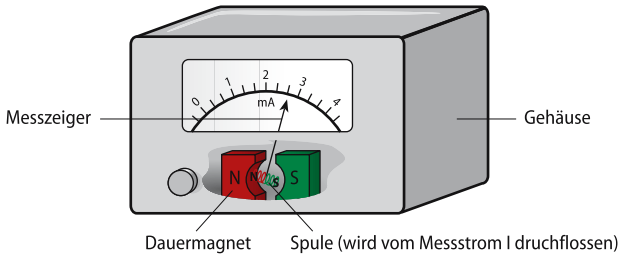


Abb. 5.22. Aufbau eines Drehspulinstruments: in der Mitte solcher Instrumente ist eine drehbar gelagerte Spule vorhanden, welche von einem Magneten umschlossen ist. An der Spule ist ein Zeiger befestigt, der z. B. später die Stromstärke anzeigen soll. Fließt nun ein Strom durch die Windungen der Spule, wird durch die Spule ein zusätzliches Magnetfeld induziert, welches mit dem Magnetfeld des Dauermagneten wechselwirkt und die Spule auslenkt

5.4.4 Amperemeter, Voltmeter, Ohmmeter

► Amperemeter, Voltmeter, Ohmmeter sind Drehspulinstrumente.

Klassische Amperemeter und Voltmeter sind im Prinzip Drehspulinstrumente (Abb. 5.22). In der Mitte befindet sich also eine drehbare Spule (wie ja der Name schon sagt), die von einem Magneten umschlossen wird. Der an der Spule befestigte Zeiger wird umso stärker ausgelenkt, je höher der Strom bzw. die Spannung ist (Induktion!). Allerdings muss Wechselstrom zunächst in Gleichstrom umgewandelt werden. Aufgrund der Trägheit der Spule würde sonst allenfalls ein leichtes Zittern um den Nullpunkt zu erkennen sein.

Amperemeter

► Innenwiderstand eines Geräts ist der Widerstand vom Eingangs- zum Ausgangsstecker.

Ein Messgerät, das den Stromfluss bestimmen soll, muss in Reihe geschaltet werden und einen möglichst geringen Innenwiderstand besitzen. Am besten lässt sich dies an einem Vergleich veranschaulichen. Nehmen wir einmal an, die zu messende Leitung sei nicht strom- sondern wasserführend, z. B. ein Wasserrohr. Will man nun die Stromstärke messen, also die Menge an Wasser, die durch das Rohr fließt, so braucht man eine Art Wasserrad, welches im Wasser steht und z. B. pro Umdrehung eine bestimmte Wassermenge hindurchlässt. Deshalb muss der Strommesser also in Reihe geschaltet werden. Wenn das Wasserrad an einem parallelen Wasserrohr angebracht ist, kann die Stromstärke nicht bestimmt werden. Hier kommt ja dann nicht das gesamte Wasser durch. Das Ergebnis würde verfälscht werden. Außerdem muss das Wasserrad leicht laufen, also einen geringen Widerstand besitzen. Andernfalls würde das Wasser zurückgestaut werden und ein geringerer Stromfluss käme zustande.

► Amperemeter müssen einen geringen Widerstand besitzen.

Voltmeter

► Voltmeter haben einen hohen Innenwiderstand.

Beim Voltmeter ist es genau umgekehrt: **ein Voltmeter muss parallel geschaltet werden und einen möglichst hohen Innenwiderstand besitzen.** In unserem Wasserrohr-Beispiel wäre der Druck im Wasserrohr der Spannung in einem Stromkreis entsprechend. Will man nun den Druck messen, so würde man vom oberen und unteren Messpunkt ein kleines Rohr zum Messgerät legen, um den Druckunterschied dort anzuzeigen. Der Durchmesser der Messrohre sollte dabei möglichst klein sein. Wenn das Messrohr ebenso groß wie das ursprüngliche Wasserrohr wäre, hätte das Wasser den doppelten Platz zum Fließen und der Druck würde sich halbieren. Dies entspricht dem hohen Innenwiderstand im Voltmeter, sodass hier möglichst wenig Spannung abfällt.

Ohmmeter

Beim Prinzip der Widerstandsmessung wird einfach der Strom und die Spannung gemessen, die durch den Widerstand R fließt. Anschließend kann über die Formel R=U/I leicht der Widerstand berechnet werden.

5.4.5 Magnetresonanztomographie (MRT)

► Spin: Rotation um die eigene Achse

Atomkerne haben einen Spin, was man sich modellhaft einfach so vorstellen kann, dass sie sich um ihre eigene Achse drehen. Und weil ja bewegte elektrische Ladung ein Magnetfeld erzeugt, er-

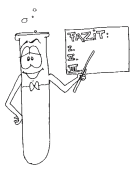
zeugen auch diese rotierenden Kerne mit ihrer Ladung ein, allerdings wahnsinnig schwaches, Magnetfeld.

Auch kleinste elektrische Ladungsverschiebungen erzeugen ein Magnetfeld. Dies gilt insbesondere für Wasserstoffprotonen, die ja überall im Körper vorkommen. Wasserstoffprotonen können vereinfacht somit als wankende magnetische Kreisel angesehen werden. Allerdings sind die Protonen in unserem Körper nicht alle gleich ausgerichtet, sondern jedes Proton »kreiselt wie es will«. Wenn man dann allerdings von außen ein Magnetfeld anlegt (wie dies bei einer MRT-Untersuchung der Fall ist), richten sich alle Kreisel mit ihren magnetischen Feldern aus ihrer Ruhelage nach diesem Magnetfeld aus, wie die Kompassnadel im Magnetfeld der Erde. Sie beginnen um die Achse des Hauptmagnetfeldes zu kreisen. Zusätzlich werden alle kreiselnden Protonen durch Hochfrequenzimpulse »gleichgeschaltet«. Das heißt, die Protonen absolvieren parallel ihre Kreisbahnen.

► Durch das Magnetfeld des MRT richten sich alle Protonen im Körper gleich aus.

Wird jetzt der Hochfrequenzimpuls ausgeschaltet, fallen die Protonen wieder zurück in ihren ursprünglichen Zustand, der durch das statische Feld bestimmt ist. Die Zeit, die vergeht, bis dies bei dem Großteil der Protonen geschehen ist, kann man messen, da ja mit der Änderung der Orientierung der Kernspins und der damit verbundenen Magnetfelder sich das Gesamtmagnetfeld ändert (Messung über Induktion) und in das MRT-Bild umrechnen.

Je nachdem, wie man nun die Hochfrequenzpulse in ihrer Orientierung und Zeitdauer anordnet, kann man unterschiedliche Kernspinumgebungen abfragen. Man spricht dann von einer T_1- bzw. T_2-Gewichtung. Details führen hierzu weit, man kann sich aber bereits Folgendes merken: **Mit einer T_1-Gewichtung lassen sich besonders fetthaltige Gewebe gut unterscheiden, mit einer T_2-Gewichtung besonders wasserhaltige Gewebe.**



kurz & knapp

- Jeder Permanentmagnet besteht aus mikroskopisch kleinen magnetischen Dipolen – **Elementarmagneten**
- Magnetische Einzelladungen sind, im Gegensatz zu elektrischen, nicht möglich
- **Magnetische Feldlinien verlaufen vom Nord- zum Südpol** und innerhalb des Magneten oder der Spule wieder zum Nordpol zurück. Sie haben keinen Anfang und kein Ende
- Gleichnamige magnetische Pole stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an.
- Jede bewegte elektrische Ladung umgibt sich mit einem magnetischen Feld.
- Bewegte elektrische Ladungen in einem Magnetfeld erfahren eine **Lorentzkraft.**
- Induktion ist nur dann möglich, wenn sich der magnetische Fluss Φ ändert.
- Nach der Lenzschen Regel wirkt eine induzierte Spannung immer ihrer Ursache entgegen.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 Wie viele Windungen hat eine 25 m lange Spule mit einem Eisenkern (μ_r=800), die eine magnetische Flussdichte B von $5 \cdot 10^{-2}$ T bei 0,1 A aufweist?

Lösung 1 Um die Windungsanzahl zu berechnen, benutzen wir die Gleichung zur Berechnung der magnetischen Flussdichte B einer Spule. Natürlich müssen wir sie nach unseren Bedürfnissen umbauen. Auflösen nach Windungszahl n:

$$B = \mu_0 \mu_r \cdot I_{err} \cdot \frac{n}{l}$$

$$n = \frac{l \cdot B}{\mu_0 \mu_r \cdot I_{err}}$$

Jetzt müssen wir nur noch einsetzen, aber auf die richtigen Einheiten aufpassen, und erhalten für die Windungszahl n=124,3 – also 124 oder 125 Windungen.

Aufgabe 2 Wie hoch ist die Selbstinduktionsspannung der Spule aus Aufgabe 1, wenn sich die Stromstärke um 5 A in 2 s ändert?

Aufgabe 2

Lösung 2 Zunächst müssen wir die Selbstinduktivität der Spule L berechnen. Die Formel hierzu lautet:

$$L = \mu_0 \mu_r \cdot n^2 \cdot \frac{A}{l}$$

Hier müssen wir die Werte aus der Aufgabe einsetzen und erhalten L=6,18 H.

Jetzt können wir leicht U_{ind} berechnen:

$$U_{ind} = -\frac{L \cdot \Delta I}{\Delta t}$$

Die induzierte Spannung beträgt U_{ind}=-15,45 V.

Alles klar!

Handy-Flatrate im MRT?

Also, wahrscheinlich ist der Chefarzt Prof. Jähzorn immer noch sauer, nur kann ihn Dr. Jedermann nicht mehr hören. Dies liegt an dem starken Magnetfeld des MRT im Untersuchungsraum (auch schon vor Untersuchungsbeginn). Viele Chips und Karten, die wir im täglichen Gebrauch benutzen, haben die enthaltenen Informationen magnetisch gespeichert, so auch Computerfestplatten, EC-Karten, viele Identifikationskarten und natürlich auch die SIM-Karte der Handys. Wenn man mit diesen Datenträgern in die Nähe eines solch starken Magnetfeldes wie im MRT kommt, werden die gespeicherten Informationen zerstört. Der Handy-Nutzer, in unserem Falle Dr. Jedermann, kann dann vom Netz nicht mehr erkannt werden und Telefonieren wird unmöglich. Dr. Jedermann kann sich also nicht nur eine neue SIM-Karte besorgen, sondern höchstwahrscheinlich kann er mit seiner Magnetkarte auch das Mittagessen nicht mehr bezahlen.

Wenn im Untersuchungsraum **magnetische Gegenstände** umherliegen, kann dies für den Patienten **lebensgefährlich** werden. Diese fliegen spätestens bei Untersuchungsbeginn durch den Raum. Nicht von ungefähr müssen deshalb alle Schmuckstücke, Brillen und ähnliches vor einer MRT-Untersuchung entfernt werden. Nicht durchführbar ist eine solche Untersuchung bei Patienten mit Herzschrittmacher. Selbst Tätowierungen können gefährlich werden. Es ist also Vorsicht im Umgang mit Magnetfeldern geboten.

5.5 Wechselspannung, Wechselstrom, Biologische Wirkung

Philipp Wagner

- Wichtige Grundlagen zum Wechselstrom
- Effektivwerte des Wechselstroms
- Kapazitiver Widerstand von Kondensatoren
- Induktiver Widerstand von Spulen
- Phasenverschiebung an Kondensator und Spule
- Einfache Schaltkreise mit Spule und Kondensator

Wie jetzt?

Reanimation bei Hundewetter?

Schon die ganze Woche schüttet es wie verrückt. Der Boden ist durchweicht. Gerade heute hat Dr. Schock Nachtdienst. Und wie es immer ist, wird er um drei Uhr nachts aus den schönsten Träumen gerissen. Ein Mann ist auf nassem Boden ausgerutscht und mit dem Kopf angeschlagen. Als Dr. Schock ankommt, hat der Patient bereits einen Herzkreislaufstillstand und er diagnostiziert im EKG Herzflimmern. Ohne zu zögern, zückt Dr. Schock den Defibrillator und...zack...puff...peng...

Was passiert? Was hat Dr. Schock falsch gemacht? An was hat er nicht gedacht und so sich und seine Helfer gefährdet?

5.5.1 Wechselstrom

Wieso herrscht im deutschen Stromnetz Wechselspannung? Was bringt Wechselspannung im Vergleich zur Gleichspannung für Vorteile? Zum einen ist es so, dass die durch Generatoren induzierte Spannung einen Wechselstrom erzeugt. In einem Generator rotiert ein Magnet in der Mitte von drei Spulen, und das sich ständig ändernde Magnetfeld und damit auch der magnetische Fluß Φ induzieren so einen Wechselstrom in den Spulen, der dort abgegriffen wird. Mit einem Generator ist es also möglich, mechanische Energie (durch die der Magnet rotiert wird) in elektrische Energie (Wechselstrom) umzuwandeln. Beim Wechselstrom werden keine Elektronen durch die Leitung transportiert, sondern die **Elektronen pendeln lediglich hin und her** und übertragen so elektrische Energie.

Zum zweiten ist es so, dass Wechselspannung durch Transformatoren viel leichter herauf- oder heruntertransformiert – also die Spannung geändert – werden kann (▶ Kap. 5.4.3) als dies bei Gleichstrom möglich wäre.

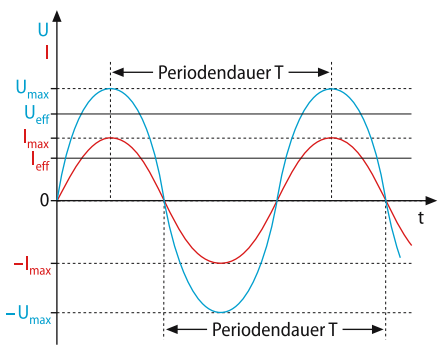
Harmonischer Wechselstrom und -spannung

▶ Harmonische Schwingung: sinus- oder cosinusförmige Schwingung

Wenn man Wechselstrom graphisch über der Zeit aufträgt, wie in der ◘ Abb. 5.23, erhält man eine **harmonische sinusförmige Schwingung** um die Nulllinie für Strom und Spannung.

Periodendauer und Kreisfrequenz

Die **Periodendauer T** ist die Zeitspanne, die für eine komplette Schwingung benötigt wird (◘ Abb. 5.23). Dabei ist nicht nur die Zeitspanne von Null bis zum Maximalwert und zurück zur Nulllinie gemeint, sondern sie schließt auch noch die Zeitspanne bis zum negativen Maximalwert und zurück zu Null ein. Die **Frequenz f** eines Wechselstroms wird berechnet, indem man durch die Periodendauer dividiert und wird in Hz angegeben. Die **Kreisfrequenz ω** (sprich »omega«; auch Winkelgeschwindigkeit genannt) ist schließlich das Produkt $2\pi \cdot f$.



◘ Abb. 5.23. Sinusförmiger Wechselstrom: Aufgetragen sind zeitlicher Verlauf von Strom I(t) und Spannung U(t). Die beiden Linien für U_{eff} und I_{eff} sind die Effektivwerte für Strom und Spannung (also im deutschen Stromnetz z. B. 230V). Strom und Spannung sind (wie hier) in Phase, wenn lediglich rein ohmsche Widerstände im Schaltkreis vorhanden sind (▶ Kap. 5.5.2)

Die Grundmaße des Wechselstroms sind:

- Die Periodendauer T in s
- Die Frequenz f des Wechselstroms berechnet sich aus

$$f = \frac{1}{T} \quad [f]=Hz$$

- Die Kreisfrequenz ω des Wechselstroms ist definiert als

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

Ohmsche Widerstände im Wechselstromkreis

Sind **nur** rein ohmsche Widerstände im Schaltkreis vorhanden, sind Spannung und Strom **in Phase** (Abb. 5.23). Dies bedeutet, dass sie jeweils gleichzeitig ihr Maximum und den Nullpunkt erreichen. Insgesamt wird die Dauer einer Periode T mit 2π oder 360° angegeben.

► Strom und Spannung sind »in Phase«, wenn sie gleichzeitig sowohl ihr Maximum als auch den Nullpunkt erreichen.

Berechnung der Momentanwerte von Strom und Spannung. Es ist nun möglich, zu jedem beliebigen Zeitpunkt die Momentanwerte für Strom und Spannung zu berechnen. Man bestimmt also, an welchem Punkt der sinusförmigen Schwingung sich Strom und Spannung befinden. Es ist also zwischen negativem und positivem Maximalwert jeder Wert möglich.

Für die Momentanwerte eines sinusförmigen Wechselstroms gilt:

- Für die Spannung U(t):

$$U = U_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

- Für die Stromstärke I(t):

$$I = I_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Dabei gilt: Maximalwert (Amplitude) der Spannung U_{max}, Maximalwert (Amplitude) des Stroms I_{max}.

Effektivwerte des Wechselstroms

Effektivwerte von Strom und Spannung

Wieso können die Stromversorger behaupten, sie liefern Wechselspannung von 230 V bei 50 Hz? Die Spannung geht dabei doch 100-mal pro Sekunde durch null (2-mal pro Periode). Der Grund hierfür ist, dass dies lediglich Effektivwerte für Strom und Spannung sind, eine Art Mittelwert also...

► Die von Stromversorgern angegebene Spannung und Stromstärke sind Effektivwerte.

Bei Wechselstrom bzw. Wechselspannung werden die Effektivwerte für Strom und Spannung berechnet über:

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

Die Strom- und Spannungsspitzen liegen weit darüber. Die Amplitude der Wechselspannung in unserer Steckdose erreicht einen maximalen Wert von U_{max}=311 V.

Wirkleistung des Wechselstroms P_W

Bei der Betrachtung zum Gleichstrom in ► Kap. 5.3 haben wir die elektrische Leistung kennengelernt als $P = U \cdot I$. Ändern sich nun Strom und Spannung permanent wie beim Wechselstrom, ändert sich auch die momentane Leistung ständig:

$$P(t) = U(t) \cdot I(t)$$

Im täglichen Leben interessiert uns dieser schnelle zeitliche Wechsel der Leistung eher nicht, bei einer elektrischen Heizung sind wir eher an der mittleren, über einen längeren Zeitraum abgegebenen

Leistung interessiert. Und genau hier kommen nun unsere Effektivwerte für Strom und Spannung ins Spiel. Bei einer Wechselspannung berechnet sich die mittlere verrichtete elektrische Leistung so:

$$P = U_{eff} \cdot I_{eff}$$

► Unter Berücksichtigung der Phasenverschiebung berechnet sich die Wirkleistung.

Aber wir müssen genau genommen noch die so genannte **Phasenverschiebung φ** (sprich »phi«) berücksichtigen. Bislang haben wir angenommen, dass immer dann, wenn die Spannung maximal ist, auch gleichzeitig der Strom maximal ist. Man bezeichnet dies: Spannung und Strom sind in Phase. Was geschieht aber, wenn der Strom der Spannung etwas hinterherhinkt? Dann gibt es gewisse Zeitspannen, in denen die Spannung positiv und der Strom noch negativ ist oder umgekehrt. Es entsteht also auch ein Teil »negative Leistung«. Für die tatsächlich nutzbare Leistung, auch **Wirkleistung** genannt, erhält man dann:

$$P_W = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos\varphi$$

Im Extremfall ist die Phasenverschiebung gleich 90°, der Strom hinkt der Spannung eine Viertel Periode hinterher. Der Cosinusfaktor wird dann zu cos 90°=0. **Es existiert bei einer Phasenverschiebung von 90° also keine Wirkleistung mehr.**

5.5.2 Elektrische Elemente im Wechselstromkreis

Kondensator im Wechselstromkreis

Wechselstromwiderstand eines Kondensators

Wenn wir uns noch einmal an die Situation im Gleichstromsystem zurückerinnern, so wissen wir, dass hier Kondensatoren einen unendlichen Gleichstromwiderstand aufweisen. Wenn die Platten einmal unterschiedlich geladen sind, fließt kein Strom mehr. Ein Kondensator stellt somit unter Gleichstrom ein unüberbrückbares Hindernis dar.

Dies ändert sich nun mit Umstellen des Stromkreises auf Wechselstrom. Jetzt wird die eine Kondensatorplatte negativ geladen, dann schon die andere. Diese Umladung des Kondensators erfordert natürlich einen Stromfluss in der Zuleitung des Kondensators, und zwar immer so lange, bis der Kondensator wieder voll aufgeladen ist. Je höher die Wechselstromfrequenz ist, desto öfter wechselt die Stromrichtung pro Sekunde und damit die Ladung der Kondensatorplatten. Der Kondensator wird gar nicht mehr voll aufgeladen: vorher nämlich hat sich die Richtung des Stroms schon wieder geändert.

► Kapazitiver Widerstand X_C = frequenzabhängiger Widerstand eines Kondensators bei Wechselstrom

In der Zuleitung zum Kondensator wechselt nun der Strom auch ständig die Richtung, wird aber nicht mehr unterbrochen, da ja ständig umgeladen wird. Das heißt, es sieht so aus, als ob der Kondensator dem Wechselstrom keinen Widerstand entgegenstellt. Je höher die Wechselfrequenz ist, desto geringer ist dann natürlich auch der Widerstand des Kondensators. Dieser frequenzabhängige Widerstand des Kondensators wird **kapazitiver Widerstand** X_C genannt.

Der kapazitive Widerstand eines Kondensators X_c wird berechnet durch:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Dabei gilt: Frequenz f und Kondensatorkapazität C.

Der Widerstand eines Kondensators im Wechselstromkreis wird umso geringer, je höher die Frequenz des Wechselstroms ist.

Phasenverschiebung an einem Kondensator

Ist lediglich ein Kondensator mit kapazitivem Widerstand im Stromkreis vorhanden, so eilt der Strom der Spannung um π/2 oder 90° voraus. Die Phasendifferenz φ beträgt also 90°. Dies können wir uns ebenfalls leicht an den physikalischen Eigenschaften des Kondensators erklären. Hier muss zunächst

einmal ein Strom fließen. Dadurch verteilen sich die Elektronen unterschiedlich auf die zwei Kondensatorplatten: eine ist negativ, die andere positiv geladen. Dadurch erst entsteht eine Spannung. Deshalb eilt die Spannung am Kondensator dem Strom voraus: **Ist ein Kondensator mit kapazitivem Widerstand im Stromkreis vorhanden, so eilt der Strom der Spannung um π/2 oder 90° voraus.**

Spule im Wechselstromkreis

Wechselstromwiderstand einer Spule

► Induktiver Widerstand X_L einer Spule = Widerstand, der durch Länge und Eigenschaften des gewickelten Drahts bedingt ist

Auch eine Spule besitzt neben einem ohmschen Widerstand, der durch die Länge und die Eigenschaften des aufgewickelten Drahts vorgegeben ist, einen Wechselstromwiderstand. Dieser wird als **induktiver Widerstand X_L einer Spule** bezeichnet.

Die Spule verhält sich wieder einmal genau umgekehrt wie ein Kondensator im Wechselstromkreis. Die Spule besitzt einen umso höheren Blindwiderstand, je höher die Frequenz des Wechselstroms ist. Aber warum? Das können wir uns auch wieder relativ leicht herleiten: Die Selbstinduktion einer Spule ist umso größer, je schneller sich der magnetische Fluss ändert. Je schneller sich also das Vorzeichen des Stroms von plus nach minus oder umgekehrt (also bei höherer Frequenz) ändert, desto schneller ändert sich eben auch dieser magnetische Fluss. Deswegen ist hier auch die Induktivität L der Spule größer. Und da die Selbstinduktivität immer ihrer Ursache entgegenwirkt (Lenzsche Regel, ► Kap. 5.4.2.4), versucht diese also jeweils den Stromfluss zu bremsen. Daher kommt der erhöhte induktive Widerstand einer Spule bei hoher Wechselstromfrequenz. Mathematisch wird der induktive Widerstand X_L einer Spule berechnet durch:

$$X_L = \omega \cdot L$$

Dabei gilt: Frequenz f und Induktivität L.

Der Widerstand einer Spule im Wechselstromkreis wird also umso höher, je höher die Frequenz des Wechselstroms ist.

Phasenverschiebung an einer Spule

Auch hier haben wir wieder ein gegensätzliches Bild zum Kondensator. Ist lediglich eine Spule mit ihrem induktiven Widerstand im Stromkreis vorhanden, so eilt die Spannung dem Strom um π/2 oder 90° voraus. Die Phasendifferenz φ beträgt also ebenfalls 90°, aber die Rollen von Strom und Spannung haben sich vertauscht.

Warum dies so ist, kann man sich leicht erklären: Wenn an einer Spule eine Spannung angelegt wird, so würde eigentlich auch sofort ein Strom fließen. Allerdings haben wir ja gelernt, dass durch den Stromfluss ein Magnetfeld entsteht, welches durch Selbstinduktion wiederum den Strom bremst. Deshalb eilt an einer Spule die Spannung dem Strom voraus: **Ist eine Spule mit induktivem Widerstand im Stromkreis vorhanden, so eilt die Spannung dem Strom um π/2 oder 90° voraus.**

5.5.3 Einfache Wechselstrom-Schaltkreise

Hintereinanderschaltung von kapazitivem, induktivem und ohmschen Widerstand (Siebkette)

► Impedanz = Gesamtwiderstand eines in Reihe geschalteten ohmschen, kapazitiven und induktiven Widerstands im Wechselstromkreis

Schaltet man einen Kondensator, eine Spule und einen ohmschen Widerstand (z. B. auch schon in Form der Widerstände der Leiter) in Reihe (Abb. 5.24), so kann man nicht, wie dies bei rein ohmschen Widerständen der Fall ist, die Nennwerte der Widerstände einfach zusammenzählen. Dies ist aufgrund der Phasenverschiebungen zwischen Strom und Spannung an den einzelnen Bauelementen nicht möglich. Außerdem haben wir ja eben gelernt, dass die Wechselstromwiderstände frequenzabhängig sind. **Der sich ergebende Gesamtwiderstand wird auch als Scheinwiderstand oder Impedanz Z bezeichnet.**

Die Impedanz Z eines in Reihe geschalteten ohmschen, kapazitiven und induktiven Widerstands im Wechselstromkreis wird berechnet durch

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \sqrt{R_\Omega{}^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$$

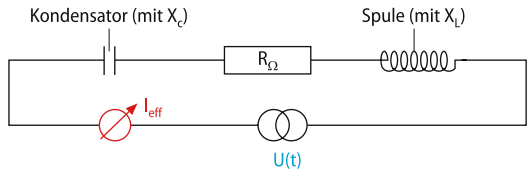


Abb. 5.24. Eine Siebkette besteht aus ohmschem Widerstand, Kondensator und Spule, die in Reihe geschaltet sind. Es wird eine Wechselspannung U(t) angelegt. Je nach Frequenz besitzt die Schaltung einen unterschiedlich großen Widerstand

Hier ist die effektive Wechselspannung U_{eff}, die effektive Stromstärke I_{eff}, der ohmsche Widerstand R_Ω, Kreisfrequenz ω, Induktivität L und Kapazität C.

► Bei der Resonanzfrequenz f_0 heben sich induktiver und kapazitiver Widerstand auf.

Diese Siebkette wird technisch verwendet. Betrachtet man nämlich die Frequenzeigenschaften des Widerstandes, so kann man eine so genannte Resonanzfrequenz f_0 bestimmen. Bei dieser heben sich induktiver und kapazitiver Widerstand gerade auf, und die Impedanz entspricht nur noch dem ohmschen Widerstand R. Bei dieser Frequenz kann der Strom also besonders gut über die Schaltung fließen, während für alle anderen Frequenzen der Stromfluss deutlich unterdrückt wird. **Diese Schaltung siebt also sozusagen eine bestimmte Frequenz heraus – deshalb auch der Name »Siebkette«.**

Elektromagnetischer Schwingkreis

► Elektromagnetischer Schwingkreis: Kondensator und Spule.

Ein elektromagnetischer Schwingkreis besteht aus einem Kondensator und einer Spule – wie in der Abb. 5.25 dargestellt.

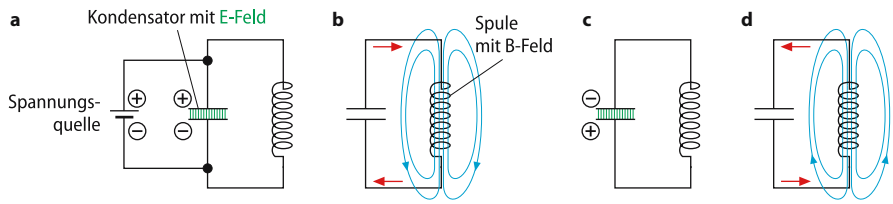


Abb. 5.25. Ein elektromagnetischer Schwingkreis besteht aus einem Kondensator und einer Spule

Der chronologische Ablauf einer kompletten Schwingung ist wie folgt (Abb. 5.25a–d):

a) Der Kondensator wird geladen und damit entsteht ein elektrisches Feld.
b) Die Spannungsquelle wird abgeklemmt. Der Kondensator entlädt sich über die Spule und induziert dort ein Magnetfeld.
c) Der Kondensator ist entladen. Eigentlich würde kein Strom mehr fließen. Aber dann müsste auch das magnetische Feld in der Spule verschwinden. Das zusammenfallende Magnetfeld induziert nun aber wiederum einen Strom und lädt so die Kondensatorplatten wieder auf. Dieses Mal werden die Kondensatorplatten in die andere Richtung voll aufgeladen, bis das Magnetfeld in der Spule verschwunden ist.
d) Nun können sich die Platten wieder über die Spule entladen. Das Spiel beginnt von vorn in Gegenrichtung.

Ein Schwingkreis kann elektrische in magnetische Felder und umgekehrt verwandeln. Betrachten wir den Schwingkreis einmal aus energetischer Sicht. Es wird also z. B. magnetische in elektrische Energie umgewandelt. Die Funktionsweise eines Schwingkreises beruht auf der Selbstinduktion von Spulen und der Speicherkapazität von Kondensatoren. Im ersten Schritt lädt man den Kondensator auf. Die Ladung wird ungleichmäßig auf die Kondensatorplatten verteilt. Man hat also maximale elektrische Energie. Auf der anderen Seite ist zu diesem Zeitpunkt keine magnetische Energie vorhanden. Nun schließt man den Stromkreis, und der Kondensator würde augenblicklich seine Ladung auf den Platten ausgleichen. Da der Strom aber vorher durch die Spule fließt, wird in ihr ein Magnetfeld induziert, welches, was wir aus ► Kap. 5.4.2.4 wissen, durch die Selbstinduktivität L diesen Stromfluss bremst. Irgendwann sind die Ladungen der Kondensatorplatten ausgeglichen, es fließt kein Strom mehr. Jetzt steckt sämtliche Energie im Magnetfeld und das elektrische Feld existiert nicht mehr.

Wird das Magnetfeld nun schwächer, weil kein Strom mehr fließt, wird wiederum eine Spannung induziert, die nun den Stromfluss unterstützt und Elektronen auf die andere Kondensatorplatte treibt (Lenzsche Regel, ▶ Kap. 5.4.3.2). Wenn man diesen Schwingkreis nun ungedämpft schwingen lassen könnte, was praktisch natürlich nicht möglich ist, würde der Schwingkreis eine unendlich andauernde freie Schwingung ausführen. Für diesen Idealfall kann man die Eigenfrequenz f_0 des Schwingkreises bestimmen.

▶ Idealfall ungedämpfte Schwingung: Schwingung ohne Reibungsverluste

Für die Eigenfrequenz eines elektromagnetischen Schwingkreises gilt unter der widerstandslosen Idealbedingung (R=0):

$$f_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Dabei ist die Induktivität L und Kapazität C.

In **Wirklichkeit** handelt es sich aber um eine gedämpfte Schwingung, die nur durch exakte, kurze Stromstöße, quasi als ungedämpfte aufrechterhalten werden kann. Diese anregenden Stromstöße müssen immer dann erfolgen, wenn der Kondensator durch das in sich zusammenfallende Magnetfeld aufgeladen wird. Durch den zusätzlichen kurzen Stromstoß sind die Kondensatorplatten jeweils voll geladen und das Spiel kann von Neuem beginnen.

Hertzscher Dipol

Diesen elektromagnetischen Schwingkreis kann man natürlich auch »etwas« aufdünnen, indem man zum einen eine Spule mit immer weniger Windungen in die Schaltung einbaut, zum anderen zudem auch die Kondensatorplatten und damit die Kapazität immer kleiner macht. Treibt man dies zur Spitze, hat man nur noch einen **geraden Leiter**. Die Enden repräsentieren die Kondensatorplatten, das Mittelstück die verkümmerte Spule. Diese Gebilde nennt sich **Hertzscher Dipol**. Hier wird die Schwingungsdauer minimal und die Frequenz maximal.

▶ Hertzscher Dipol: Schwingkreis, der lediglich aus einem geraden Leiter besteht.

Auch ein solcher Dipol würde, einmal angestoßen, ewig weiter schwingen, wenn keine Reibungsverluste auftreten würden. Dies ist natürlich in der Realität nicht der Fall. Die einzelnen Schwingungsphasen zeigt ◘ Abb. 5.26a–e. Vom Funktionsprinzip her arbeitet der Hertzsche Dipol immer noch genauso wie ein elektromagnetischer Schwingkreis. Selbst bei einem geraden Leiterstück entstehen also elektrische und magnetische Felder. Wegen der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit, mit der sich die Felder in dem umgebenden Raum aufbauen und wieder zusammenbrechen, kann man mit einem schwingenden Dipol eine **elektromagnetische Welle** erzeugen.

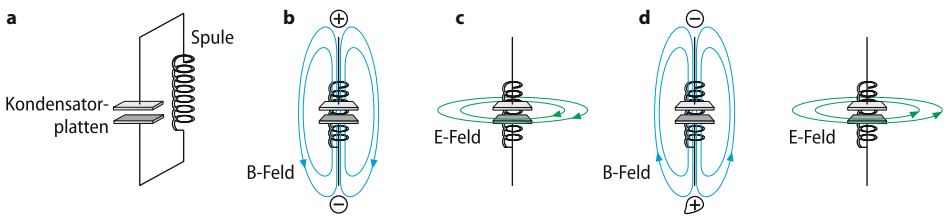
▶ Hertzscher Dipol funktioniert so wie ein elektromagnetischer Schwingkreis.

In einem bestimmten schmalen Frequenzbereich wird eine elektromagnetische Welle ja für unser Auge sichtbar. **Das vom menschlichen Auge sichtbare Licht besteht aus elektromagnetischen Wellen (Wellenlänge von ungefähr 400–800 nm).** Genaueres zum Thema Licht, Optik und Sehen wird in ▶ Kap. 6 erklärt.

Die Schwingungsdauer T und damit die Resonanzfrequenz eines Hertzschen Dipols lässt sich sehr einfach berechnen. Sie ist gegeben durch:

$$T = 2 \cdot \frac{l}{c}$$

Dabei ist die Länge des Leiterstücks l und die Lichtgeschwindigkeit c. Die Lichtgeschwindigkeit wird in der Regel mit ca. 300.000 km/s angegeben.



◘ **Abb. 5.26a–e.** Hertzscher Dipol. **a** Hier sind die »Spule« und der »Kondensator« bei einem Hertzschen Dipol eingezeichnet. **b** Zunächst sind auch hier die »Kondensatorplatten« geladen. **c** Im nächsten Schritt wird die Ladungsverschiebung ausgeglichen und das Magnetfeld entsteht. **d** Durch das zusammenbrechende Magnetfeld wird ein Strom in der »Spule« induziert, der die andere »Kondensatorplatte« auflädt. **e** Wieder gleicht sich die Ladung aus und ein neues Magnetfeld entsteht (Aus Harten 2006)

5.5.4 Menschlicher Körper im elektrischen Stromkreis und Schutzmaßnahmen

Elektrischer Strom: Freund oder Feind

Der Mensch muss im Umgang mit elektrischem Strom sehr vorsichtig sein. Dies liegt zum einen daran, dass menschliche Zellen leicht durch elektrischen Strom geschädigt werden können. Hier ist nicht unbedingt die anliegende Spannung entscheidend, sondern der fließende Strom. Schon Ströme von 100 mA können bei 50 Hz **tödlich** sein. Es kann bei einem elektrischen Unfall dazu kommen, dass z. B. jemand, der an ein defektes Elektrogerät greift, nicht mehr loslassen kann, weil die Muskeln verkrampfen. **Wenn man an eine Unfallstelle kommt, bei der Strom eine Rolle gespielt haben könnte, muss man sich als allererstes darum kümmern, dass der Strom abgestellt wird. Ansonsten ist man im besten Fall auch ein Fall für die Klinik.**

Eine ganz besondere Bedeutung kommt natürlich dem wichtigsten Organ des Menschen zu: dem **Herzen**. Es besteht aus Muskelfasern, die **elektromechanisch gekoppelt** sind. Das heißt auch im Normalzustand fließt bei jedem Herzschlag ein, allerdings sehr kleiner, Strom. Wird dieser Ablauf nun von einem anliegenden Strom, der durch den Brustkorb fließt, gestört, kann dies fatale Folgen für den Menschen haben – entweder in Form von Verbrennungen, Herzflimmern oder gar eines Herzstillstandes.

► Therapieprinzipien mit elektrischem Strom: Herzschrittmacher und Defibrillator

Aber auch zwei wichtige **Therapieprinzipien in der Humanmedizin** benutzen Stromstöße, allerdings von ganz unterschiedlicher Stärke:

Herzschrittmacher. Hier werden Elektroden meist in **beide Herzkammern** vorgeschoben, die in rhythmischen Abständen kleine elektrische Impulse abgeben. Diese Stromimpulse sorgen dafür, dass sich die Herzmuskulatur in gleichen Abständen und gemeinsam kontrahiert. So lassen sich Extrasystolen vermeiden und eine ökonomischere Arbeitsweise des Herzens sicherstellen.

► Eine Defibrillation erfolgt zunächst zweimal mit 200 J und dann mit 360 J.

Defibrillator. Das Defibrillieren wird in **Notfallsituationen** angewendet, insbesondere beim **Kammerflimmern**. Was viele nicht wissen und was auch in vielen Fernsehsendungen à la »Emergency Room« falsch gemacht wird, ist, dass ein Defibrillator bei einer Nulllinie im EKG des Patienten nicht angewendet wird. Hier ist nämlich keine elektrische Resttätigkeit des Herzens vorhanden und es wird medikamentös behandelt. Das Defibrillieren dient vielmehr dazu, ein »Reset« des Herzens zu erreichen. Beim Kammerflimmern entladen sich die Herzmuskelzellen unkoordiniert und eine Kontraktion des Herzens kommt nicht mehr zustande. Sind nun alle Herzmuskelzellen durch den Elektroschock entladen, kann wieder eine geregelte Tätigkeit einsetzen. Die abgegebene Energie beträgt dabei zwischen 200 und 360 J.

Schutzmaßnahmen

► Schutzmaßnahmen: Schutzkontaktstecker, Erdung, geeignetes Verhalten

Schutzkontaktsteckdosen. Es gibt zwei Arten von Netzsteckern an elektrischen Geräten: zum einen die kleineren flachen Netzstecker, die lediglich die beiden Kontakte für die Phasen besitzen und solche Netzstecker, die die Steckdose voll ausfüllen. Diese Netzstecker sind die so genannten Schutzkontaktstecker (Schuko-Stecker), denn die beiden seitlichen Einkerbungen kommen mit den Metallspangen der Steckdose in Kontakt. Über diese Verbindung läuft die Erdung der elektrischen Geräte.

Erdung. Sicher schon jeder hat einmal etwas von der Erdung elektrischer Geräte gehört. Aber was ist das eigentlich genau und wozu braucht man es? Die Erdung ist im Prinzip eine Verbindung vom Gehäuse des elektrischen Geräts bis ins Erdreich (sie wird hier mit den Wasserleitungen verbunden und hat deshalb breiten Kontakt zur Erde). Der Sinn einer solchen Erdung ist es zu verhindern, dass ein defektes Gerät elektrisch geladen wird. Gelangt also Ladung auf das Gehäuse, welches vom Benutzer berührt werden könnte, wird diese schnellstmöglich und sicher abgeführt werden. Zusätzlich ist dieser Erdungsleiter meist über eine Sicherheitsschaltung geleitet, die, wenn über sie ein unzulässiger Strom fließt, das Gerät vom Strom trennt. Dies dient also zum Schutz, weshalb dieser Leiter auch **Schutzleiter** genannt wird.

Verhalten. **Es ist immer größtmögliche Sicherheit im Umgang mit Elektrizität anzustreben.** Wer dennoch einmal mit ungeschützten hohen Spannungen zu tun hat, sollte immer jeweils nur eine

Hand benutzen. Die andere sollte man auf den Rücken nehmen. So kann, im Falle eines Falles, der Strom direkt vom Arm durch das seitengleiche Bein in die Erde abfließen. Ströme suchen sich ja immer den kürzesten Weg zur Erde. Ein Strom durchs Herz lässt sich so (wahrscheinlich) verhindern. Ausprobieren sollte man dies natürlich nicht.

kurz & knapp

- Der **kapazitive Widerstand** eines Widerstandes sinkt mit steigender Frequenz.
- Am **Kondensator** eilt der Strom der Spannung um 90° oder π/2 voraus.
- Eine **Spule** besitzt einen induktiven Widerstand, der mit steigender Wechselstromfrequenz zunimmt.
- Die Spannung eilt dem Strom an der Spule um 90° oder π/2 voraus.
- Ein **elektromagnetischer Schwingkreis**, der aus Kondensator und Spule besteht, wandelt ständig die Energie eines elektrischen Feldes in die Energie eines magnetischen Feldes um und umgekehrt.
- Ein **Hertzscher Dipol** ist ein »verkümmerter« Schwingkreis und strahlt eine elektromagnetische Welle ab.
- Es ist große Vorsicht im Umgang mit elektrischem Strom geboten!

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 Berechnen Sie die Maximalwerte eines Wechselstroms mit U_{eff}=110 V und I_{eff}=15 A. **Aufgabe 1**

Lösung 1 Hier müssen wir lediglich die Formel zur Errechnung des Wechselstroms bzw. der Wechselspannung umformen, einsetzen und erhalten:

U_{max}=155,6 V
I_{max}=21,2 A

Die Maximalwerte liegen also bei U_{max}=155,6 V und I_{max}=21,2 A.

Aufgabe 2 Berechnen Sie den induktiven Widerstand einer Spule mit Eisenkern (μ_r=750), bei 100 Windungen, einem Spulenquerschnitt von 2,25 cm^2 und einer Länge von 10 cm. Die Frequenz des Wechselstroms beträgt 50 Hz. **Aufgabe 2**

Lösung 2 Der induktive Widerstand X_L berechnet sich zu:

$$X_L = \omega \cdot L$$

Doch zunächst müssen wir L berechnen. Dies geschieht über die Formel für die Selbstinduktivität einer Spule. Wir müssen dabei auf die richtigen Einheiten achten!

$$L = \mu_0 \mu_r \cdot n^2 \cdot \frac{A}{l}$$

$L=2{,}12^{10-2}$

Und somit erhalten wir für den induktiven Widerstand: X_L=6,6 Ω.

Aufgabe 3 Eine Siebkette besitze eine Spule mit der Eigeninduktivität L=20 H und einen Kondensator mit einer Kapazität von 5,4 μF. Außerdem ist ein Widerstand von R=500 Ω enthalten. Bei welcher Frequenz wird der Widerstand minimal? **Aufgabe 3**

Lösung 3 Gesucht ist also die Resonanzfrequenz f_0. Um diese zu berechnen, brauchen wir den Ohmschen Widerstand überhaupt nicht. Denn es muss ja gelten:

$$\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} = 0$$

Jetzt wird nach der Frequenz $f_0 = 2 \cdot \pi \cdot \omega$ aufgelöst und wir erhalten:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \cdot C}}$$

Jetzt setzen wir ein und erhalten für die Resonanzfrequenz, also die Frequenz des geringsten Widerstandes f_0=21,66 Hz.

Alles klar!

Gefahren für Notärzte

Hier bringt unser Dr. Schock sich und seine Helfer in Lebensgefahr. Denn Wasser und Feuchtigkeit sind extrem gut stromleitend. Hier könnte also gleichzeitig die gesamte Helfercrew mitgeschockt werden. Auch in Badezimmern oder Schwimmbädern ist hier Vorsicht geboten. Deshalb ist eine **Defibrillation auf nassem Grund untersagt**. Selbst bei trockenen Verhältnissen muss sich der defibrillierende Notarzt **vor jedem** Auslösen des Elektroschocks vergewissern, dass alle anderen Personen keinen Kontakt zum Patienten haben.

5.6 Elektrizitätsleitung – Leitungsmechanismen

Philipp Wagner

- Elektrizitätsleitung in Feststoffen, Flüssigkeiten, Gasen und im Vakuum
- Funktionsweise von Ionisationskammer und Geiger-Müller-Zählrohr
- Glühemission und Fotoemission
- Vakuumdiode, Braunsche Röhre und Röntgenröhre

Wie jetzt?

Alles Schlucki oder was?

Die meisten Medikamente müssen wir oral einnehmen oder bekommen sie direkt ins Gewebe oder die Blutbahn gespritzt. Die Spritzen sind dabei meist nicht sehr angenehm und bringen auch immer die Gefahr einer Infektion mit sich. Medikamente, die der Patient schluckt, müssen dagegen immer durch Magen und Darm und wirken systemisch. Der Wirkstoff kann also andere Organsysteme belasten, auch wenn er nur an einer ganz bestimmten Stelle im Körper gebraucht werden, so z. B. am Herz oder an den Gelenken. Deshalb gibt es die Überlegung, Strom dazu zu nutzen, die Medikamente zu applizieren. Aber wie könnte das funktionieren? Einfach den Patient an die Steckdose anzuschließen, ist eine schlechte Idee.

5.6.1 Elektrizitätsleitung in Festkörpern

Man kann alle Festkörper in Leiter, Halbleiter und Isolatoren einteilen. Die Namensgebung bezieht sich dabei auf ihre Fähigkeit, Strom zu leiten.

Freie Elektronen in Metallen und Halbleitern

► Im Metall leiten Elektronen den elektrischen Strom.

Metalle. Der Grund für die gute Leitfähigkeit von Metallen ist die Anordnung der Atome. Diese sind in einer sehr engen Gitterstruktur so streng periodisch angeordnet, dass sich die äußersten Elektronen auf den Elektronenschalen »quasifrei« bewegen können. Wenn eine Spannung anliegt, können sie sozusagen von einer Atomschale zur nächsten springen und so Ladung und damit einen elektrischen Strom von a nach b übertragen.

Wenn man ein elektrisches Feld E anlegt, so bewegen sich die Elektronen in Richtung des positiven Pols. Es fließt ein Strom. Die einzelnen Elektronen im Leiter bewegen sich dabei aber erstaunlich langsam. Sie sind sogar eher »lahme Enten«. **Elektronen bewegen sich im Leiter nur wenige Zehntel Millimeter pro Sekunde (mittlere Driftgeschwindigkeit eines Elektrons).** Der Grund für die langsamen Elektronen ist die Tatsache, dass nicht nur das elektrische Feld anliegt, sondern dass sich die Elektronen ja auch zwischen den anderen Atomen durchquälen müssen. Es entsteht also starke **Reibung**. Bis also das Elektron, das im Moment des Einschaltens die Steckdose verlässt, beim Toaster ankommt, ist das Toastbrot längst schwarz.

► Elektronen bewegen sich im Leiter langsam: Driftgeschwindigkeit.

Elektronen bewegen sich in einem metallischen Leiter äußerst langsam. Allerdings geht das Licht ja sofort beim Einschalten an. Dies liegt daran, dass in der ganzen Leitung Elektronen in Reih und Glied aneinander sitzen. Sobald man den Lichtschalter umlegt und eine Spannung anliegt, setzen sich alle Elektronen in Bewegung. Die Spannung wird also mit Lichtgeschwindigkeit übertragen. Dies kann man sich an einer Wasserleitung veranschaulichen. Der Wasserturm hält einen konstanten Druck auf den Leitungen. Wenn man nun den Wasserhahn aufdreht, kommt sofort Wasser heraus, auch wenn die Wassermoleküle, die gerade am Wasserturm in die Leitung laufen, erst viel später bei uns ankommen.

Die mittlere **Driftgeschwindigkeit v_d** eines Elektrons in einer Leitung wird berechnet durch:

$$v_D = \frac{I}{n \cdot A \cdot e}$$

Dabei gilt: Stromstärke I, Leiterquerschnitt A und Elementarladung des Elektrons e.
Die Konzentration n der Elektronen im Leiter (Anzahldichte) ist gegeben durch:

$$n = \frac{N}{V}$$

Dabei ist: Anzahl N der Elektronen im Leiter und Volumen V des Leiters.

Die makroskopische Beschreibung der Stromleitung haben wir ja bereits in ► Kap. 5.3 ausführlich gelesen.

► Dotierte Halbleiter = mit einem geringen Anteil an Fremdatomen versetzte Halbleiter

Halbleiter. Halbleiter sind aus der heutigen Welt nicht mehr wegzudenken. Aus ihnen werden Mikrochips hergestellt, mit denen u. a. die heutige Computertechnologie erst möglich wurde. Die wichtigsten Halbleiter sind **Silizium**, **Germanium** und **Selen**. Schon am Namen »Halbleiter« lässt sich erkennen, dass sie sich in einer Zwischenstellung zwischen Leitern und Isolatoren befinden. Reine Halbleiter leiten einen Strom nur bei **hohen Temperaturen**. In der Elektrotechnik verwendet man aber Halbleiter, die durch einen geringen Anteil von Fremdatomen »verschmutzt« bzw. dotiert sind. So werden die mögliche Stromrichtung und die Widerstände von Halbleitern beeinflusst.

5.6.2 Elektrizitätsleitung in Flüssigkeiten

Stromtransport mittels Ionen

► Dissoziieren = Zerfallen einer Substanz in Ionen

In Flüssigkeiten wird ein Strom durch Ionen transportiert. Dies ist auch der Grund dafür, dass destilliertes Wasser eine sehr schlecht leitende Substanz ist, denn hier fehlen genau diese Ionen. Welche Stoffe bringen nun aber die Ionen ins Wasser? Dies sind **Salze, Säuren und Laugen**. Diese dissoziieren im Wasser in Ionen, die entweder positiv oder negativ geladen sind. Diese können nun Ladungen und damit einen Strom transportieren. **Wichtig ist, dass beim Stromtransport durch Ionen nicht nur Ladung, sondern auch Teilchen transportiert werden.**

► Elektrolyte sind Stoffe, welche in einer wässrigen Lösung stromleitend sind (z. B. Säuren, Basen, Laugen)

► Anode: Positive Elektrode. Von ihr werden die negativ geladenen Elektroden bzw. Anionen angezogen.

► Kathode: Negative Elektrode. Hier wandern die positiv geladenen Kathionen hin.

Wenn man an eine Elektrolytlösung einen Strom anlegt, so wandern negativ geladene Anionen an die positive Anode. In der Gegenrichtung wandern positiv geladene Kationen zur negativen Kathode. Dies hat Konsequenzen. Denn diese Teilchen können sich natürlich dann an der Elektrode ablagern, wenn sie durch die Flüssigkeit gewandert sind und durch die Aufnahme oder Abgabe eines Elektrons wieder elektrisch neutral werden.

Wenn man in ein Gefäß mit Silbernitratlösung ($AgNO_3$) zwei Elektroden eintaucht und einen Strom anlegt, passiert Folgendes: Das Silbernitrat dissoziiert fast vollständig zu Ag^+ und NO_3^-. Ag^+ wandert nun von der Anode zur Kathode und scheidet sich dort ab. Dies ist nach kurzer Zeit auch makroskopisch an der silbern schimmernden Kathode zu sehen. Umgekehrt hat NO_3^- ein Elektron zu viel und wandert zur Anode, um es dort abzugeben.

1. und 2. Faraday-Gesetz

Es werden also immer genauso viele Elektronen aufgenommen, wie abgegeben werden. **Die Elektroneutralität der Lösung bleibt also erhalten. Da elektrische Ladungen in Form von »Elektronen-Päckchen« transportiert werden, ist jeweils nur der Transport eines ganzzahligen Vielfachen der Ladung eines einzelnen Elektrons $e^0=1{,}60219 \cdot 10^{-19}$C möglich.** Diese Überlegungen lassen weitere Schlüsse zu:

In einer Elektrolytlösung ist die elektrolytisch abgeschiedene Masse Δm des abgelagerten Stoffs proportional zu der elektrisch transportierten Ladung ΔQ. Die Porportionalitätskonstante c ist stoffspezifisch:

1. Faraday-Gesetz: $\Delta m \sim \Delta Q$ oder $\Delta m = c \cdot \Delta Q$

Außerdem ist die abgeschiedene Masse Δm proportional zur molaren Masse M der Ionen. Das heißt, die abgeschiedene Masse Δm eines Elements ist proportional zum Atomgewicht M des abgeschiedenen Elements und umgekehrt proportional zu seiner Wertigkeit z:

2. Faraday-Gesetz: $\Delta m \sim M/z$

Die **Faraday-Konstante** gibt an, welche elektrische Ladung ein Mol an Ionen oder Elektronen trägt. Sie kann berechnet werden aus der Avogadrozahl N_A und der Elektronenladund e.
Die Faraday-Konstante ist $F = N_A \cdot e = 96{,}484$ C/mol
Zusammengefasst ergibt sich für die abgeschiedene Masse:

$$\Delta m = \frac{M \cdot \Delta Q}{F \cdot z} = \frac{M \cdot \Delta Q}{N_A \cdot e \cdot z}$$

Hätten Sie's gewusst?

Vergoldeter Schmuck und Physik

Der Abscheidungsprozess von Metallen ist auch unter dem Begriff **Galvanik** bekannt. Typische Anwendungen sind hier die Verchromung von Stahl oder das Versilbern oder Vergolden von Schmuck. Neben dem schöneren Aussehen dient dieser Überzug mit edlen Metallen auch dem Schutz, da diese Metalle eben widerstandsfähiger sind und nicht rosten.

Spezifische Ionenleitfähigkeit

Neben diesem mikroskopischen Verständnis der Elektrolytleitung ist natürlich noch die makroskopische Beschreibung interessant: also die Frage danach, wie sich die Leitfähigkeit eines Elektrolyten berechnen lässt.

Hierzu führt man die für jedes Ion i charakteristische spezifische Ionenleitfähigkeit σ_i^0 ein. Die Abhängigkeit von der Konzentration c – je mehr Ionen, desto höher die Leitfähigkeit – wird nun berücksichtigt durch

$$\sigma_i = \sigma_i^0 \cdot c$$

Um die Gesamtleitfähigkeit eines Elektrolyten zu bestimmen, addiert man einfach die Leitfähigkeiten der einzelnen Ionen:

$$\sigma_{Ges} = \sigma_1 + \sigma_2 + ... + \sigma_n$$

► Leitfähigkeit eines Elektrolyten entspricht dem Produkt aus spezifischer Ionenleitfähigkeit und Konzentration der Ionen.

Auf Ionen wirkende Kräfte

Welche Kräfte wirken auf die Ionen in einer elektrolytischen Lösung? Zum einen wirkt natürlich eine **elektrische Kraft** auf die geladenen Ionen. Aber färbt man diese Elektrolyte an, so kann man beobachten, dass sie sich nur sehr langsam bewegen. Es muss also noch eine weitere Kraft wirken. Wenn die Ionen von einer Elektrode zur anderen wandern, befinden sie sich ja nicht im leeren Raum oder Vakuum, sondern die Flüssigkeit besteht aus vielen anderen Molekülen, insbesondere natürlich aus Wasser. Die Ionen müssen sich deshalb durch dieses ganze Gewirr hindurchschlängeln. Dabei boxen sie hier und da an, rammen andere Moleküle usw. Die gesuchte Gegenkraft zur elektrischen Kraft ist deshalb die **Reibungskraft**. **Wenn man Ladung durch Ionen in einer Flüssigkeit transportiert, wirkt zum einen die elektrische Kraft und als Gegenkraft die Reibung.**

Auch die Ionen in einem Elektrolyten bewegen sich, jedes für sich, sehr langsam, wie die Elektronen in Metallen. Hier gilt ebenfalls: **die Menge macht's!**

5.6.3 Elektrizitätsleitung in Gasen

An sich sind Gasmoleküle **nichtleitend**. Sie sind elektrisch neutral und können deswegen nicht durch elektrische Pole angezogen werden. Dies hat auch wichtige Vorteile. Würden nämlich Gase, wie unsere Atemluft, leiten, müsste man sämtliche elektrischen Bauteile und Elemente isolieren, um zu verhindern, dass die Benutzer schon bei Näherung einen Stromschlag bekommen. **Gase sind elektrisch neutral und leiten keinen Strom.** Will man dies aber ändern und Gase leitend machen, so benötigt man Energie, die so genannte **Ionisierungsenergie W_i,** um aus den neutralen Atomen leitende Ionen zu machen.

► Ionisierungsenergie W_i = Energie, die benötigt wird, um aus elektrisch neutralen Gasen Ionen zu machen

Es stellt sich nun als nächstes die Frage, wie man diese benötigte Energie überhaupt aufbringen kann. Man kann ein Gas schließlich nicht so einfach an die Steckdose anschließen. Es stehen folgende Möglichkeiten zum Aufbringen der Ionisierungsenergie zur Verfügung: **Man kann Gasmoleküle durch hohe Temperaturen, aufprallende Elektronen, radioaktive Stahlen oder Röntgenstrahlen ionisieren.** Dies macht man sich in unterschiedlichen Bereichen zunutze.

► Durch die Ionisierungsenergie entstehen aus elektrisch neutralen Gasen positive Ionen und freie Elektronen.

Ionisationskammer

Mithilfe einer Ionisationskammer ist es möglich, die Stärke von radioaktiven Materialien oder auch von Röntgenstrahlen zu bestimmen. Dazu kommen die Proben in eine abgeschlossene Kammer, die von zwei großen Kondensatorplatten umgeben ist. Die Kammer füllt also den Raum zwischen den Platten komplett aus. Die Strahlung ionisiert nun enthaltene Gasmoleküle. Die Ionen sind nun aber nicht mehr elektrisch neutral wie das Gasmolekül, aus dem sie entstanden sind. Sie werden also, genau wie die freien Elektronen, aber in entgegengesetzte Richtung, sofort durch das elektrische Feld im Kondensator an die Kondensatorplatte gezogen, bevor sie sich wieder vereinigen können. So kann also zwischen den im Normalzustand isolierenden Kondensatorplatten plötzlich ein Strom fließen.

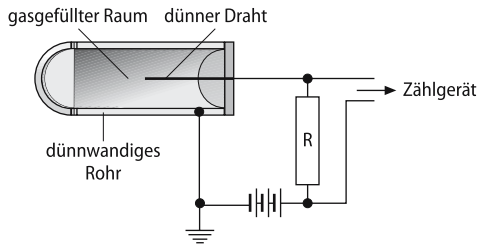
► Gasentladung = Vorgang, bei dem elektrischer Strom durch gasförmige Materie fließt

Diesen Ionisationsstrom misst ein Messverstärker. Dieser Vorgang wird als **Gasentladung** bezeichnet. Von der Stärke dieses Stroms lässt sich nun die Stärke der Strahlung herleiten. **Mit einer Ionisationskammer misst man die Stärke von radioaktiver Strahlung oder Röntgenstrahlen.** Wenn man allerdings das radioaktive Material entfernt, versiegt der Ionisationsstrom. Dies ist auch logisch, denn wo keine Ionen (mehr) sind, da ist keine Stromleitung.

Geiger-Müller-Zähler

► Das Geiger-Müller-Zählrohr ist eine spezielle Kondensatoranordnung.

Das Ticken des im Volksmund meist »Geigerzähler« genannten Geiger-Müller-Zählrohrs hat sicher jeder schon einmal gehört. Es ist ein sehr empfindliches Messgerät für den Nachweis radioaktiver Strahlung. Man kann damit sogar einzelne ionisierende Gasmoleküle nachweisen, die beim Zerfall eines einzelnen Atomkerns entstanden sind. Aber wie funktioniert es genau? Im Prinzip besteht das Geiger-Müller-Zählrohr aus einem langen dünnen Draht, der in der Mitte eines dünnwandigen Metallrohrs läuft (◘ Abb. 5.27). Im Metallrohr ist ein entsprechendes Gas eingeschlossen. Am Draht liegt eine hohe Spannung an. Es handelt sich also um eine spezielle Kondensatoranordnung.



◘ **Abb. 5.27.** Geiger-Müller Zähler

► Radioaktive Strahlung→ Ionisierung von Gasmolekülen→Stoßionisation

Radioaktive Strahlung in Form von α-, β- oder γ-Teilchen, die ins Innere des Metallrohrs gelangen (daher dünnwandig), ionisieren einige Gasmolekühle. Durch das starke elektrische Feld werden die Ionen augenblicklich stark beschleunigt. Diese Beschleunigung ist sogar so stark, dass sie andere Gasmoleküle ebenfalls ionisieren können (**Stoßionisation**). Es wird also eine **Ionenlawine bzw. Elektronenlawine** ausgelöst. Diese führt zu einem kurzen Stromstoß, welcher für einen Moment die Spannung absinken lässt. Dieser Abfall der Spannung wird durch ein Knacken hörbar gemacht: »Der Geigerzähler tickt«.

5.6.4 Elektrizitätsleitung im Vakuum

Wenn Elektronen durch ein Vakuum fliegen (so etwa wie in der Fernsehröhre), dann sind sie unabhängig von Leitern. Es spielen lediglich die Kräfte eine Rolle, die auf die Elektronen wirken. Dies können zum einen magnetische oder aber elektrische Felder sein.

Lorentzkraft auf Elektronen

Wenn nun ein Elektron durch ein magnetisches Feld fliegt, so erfährt auch dieses, analog zu dem bewegten Leiter im Magnetfeld, eine Lorentzkraft F_L. Diese ist natürlich viel kleiner als auf einem Leiter, der ja »vollgestopft« mit Elektronen ist. Man kann die Lorentzkraft auf ein einzelnes Elektron deshalb nicht messen, sondern nur berechnen. Wie wir aus ► Kap. 5.4.2 wissen, wird die Lorentzkraft eines Leiters im Magnetfeld berechnet durch $F_L = I \cdot B \cdot s$ in [N].

Für die Lorentzkraft auf ein einzelnes Elektron gilt dann:

$$F_L = e \cdot B \cdot v_s$$

Dabei ist die Elementarladung e eines Elektrons, die magnetische Flussdichte B und die Elektronengeschwindigkeit v_s senkrecht zum Magnetfeld.

Herleitung: Aus der Lorentzkraft

$$F_L = I \cdot B \cdot s$$

müssen wir die Stromstärke berechnen. Diese ist definiert als I=Q/t. Und die Ladung Q berechnen wir über Q=I · t=N · e, also die Elementarladung eines Elektrons mit der Anzahl N der Elektronen multipliziert. Wenn wir die Gleichung v=s/t nach t umformen, können wir auch die Zeit t (weil wir sie ja nicht wissen) durch t=s/v ersetzen. Es folgt

$$I = \frac{N \cdot e \cdot v_s}{s}$$

Diese Gleichung können wir jetzt in die Gleichung der Lorentzkraft einsetzen und erhalten das Ergebnis. Wichtig ist, dass wir ja jeweils nur den Teil der Geschwindigkeit v einsetzen dürfen, der **senkrecht** zum Magnetfeld steht! **Die Lorentzkraft F_L lenkt das Elektron dann senkrecht zu v_s und senkrecht zum Magnetfeld ab (Drei-Finger-Regel)** (▶ Kap. 5.4.2).

Glühemission und Photoemission

Glühemission

Elektronen kann man natürlich ohne Leiter »auf Reisen schicken«. Um einen solchen Elektronenstrahl zu erzeugen, muss man die Elektronen zunächst aber einmal irgendwo herholen. Man kann sie ja nicht einfach aus einem Stück Metalldraht herausschütteln.

Nehmen wir einmal an, ein Elektron entfernt sich von seiner Elektronenschale und möchte also den Atomverband verlassen. In diesem Moment entstehen aber zwei unterschiedlich geladene Teilchen. Zum einen das negativ geladene Elektron und das positiv geladene Molekül. Und weil wir ja wissen, dass sich unterschiedliche Ladungen anziehen, wirken also auch hier Coulombsche Kräfte. Man muss also Energie aufwenden, genauer die so genannte **Austrittsarbeit $E_{Austritt}$**, um Elektronen freizuschlagen. Hierzu eignen sich z. B. Wärme oder auch Licht gut.

▶ Austrittsarbeit $E_{Austritt}$ = Energie, die ein Elektron benötigt, um aus seinem atomaren Verband auszutreten.

Wärme können wir einfach dadurch zuführen, dass wir das Metallstück aufheizen, z. B. elektrisch über die Joulsche Wärme. Bei genügend hohen Temperaturen können einzelne Elektronen das Metall verlassen. Da bei diesen Temperaturen zu glühen beginnt, nennt man diesen Effekt **Glühemission.**

Fotoeffekt (auch lichtelektrischer Effekt genannt)

Wie wir in ▶ Kap. 6 lernen, kann Licht zum einen als elektromagnetische Welle wahrgenommen werden, zum anderen verhält es sich, als bestünde es aus lauter kleinsten Teilchen, den so genannten Lichtquanten. Die Energie eines solchen Lichtquants lässt sich bestimmen aus der Formel:

$$E = h \cdot f$$

Dabei gilt: Plancksches Wirkungsquantum $h=6{,}6 \cdot 10^{-34}$ N · m · s und die Frequenz f des Lichts.

Wenn nun Licht auf ein Material auftrifft, und die Energie eines Lichtquants (also seine kinetische Energie) auf ein Elektron übertragen wird, gewinnt dieses genau die Energie $E=h \cdot \nu$ des Quants. Ist diese Energie größer als die nötige Austrittsarbeit $E_{Austritt}$ des Elektrons, kann dieses den Metallverband der Fotokathode verlassen. **Allerdings hat das Elektron nun natürlich nur noch weniger Energie, denn man muss schließlich die Austrittsarbeit abziehen.**

Es folgt für die Energie eines Elektrons nach dem Austritt aus dem Metallverband der Fotokathode:

$$E_{Elektron} = h \cdot f - E_{Austritt}$$

Eine Anwendung des lichtelektrischen Effekts ist die Vakuumfotozelle. In Abb. 5.28 kann man den Aufbau einer solchen **Vakuumfotozelle** erkennen. Die Lichtquanten durchqueren die lichtdurchläs-

▶ Fotovakkumzelle = Grundprinzip einer Solarzelle

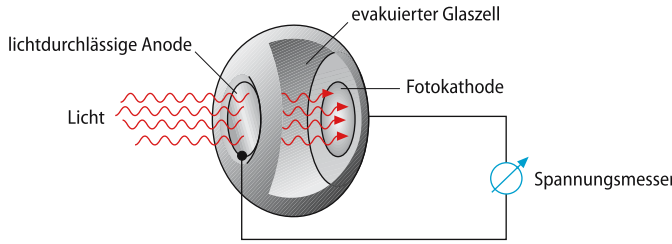


Abb. 5.28. Die Lichtquanten gelangen durch die lichtdurchlässige Anode auf die Fotokathode. Hier schlagen sie Elektronen frei, die irgendwann die Anode treffen und diese negativ aufladen. Es lässt sich daraufhin eine Spannung zwischen Kathode und Anode abgreifen. Die gesamte Vakuumfotozelle muss dabei, wie der Name schon vermuten lässt, unter Vakuum sein

sige Anode und schlagen an der Fotokathode die Elektronen heraus. Diese fliegen nun durch den Innenraum der Vakuumfotozelle. Viele von ihnen treffen irgendwann auf die Anode und laden diese negativ auf. Die Anode kann natürlich nur so weit aufgeladen werden, dass die Elektronen dank ihrer Restenergie $E_{Elektron}$ noch dagegen ankommen. Denn eigentlich stoßen sich die gleichnamigen Ladungen von Elektron und Anode ja ab. Je höher also die Frequenz des Lichts ist, desto höher ist auch die Energie des Lichtquants und eine desto höhere Restenergie $E_{Elektron}$ besitzt das Elektron noch. Deshalb kann bei höherer Lichtfrequenz auch die Spannung zwischen Kathode und Anode höher sein. **Die Höhe der erzeugten elektrischen Spannung einer Vakuumfotozelle ist nicht abhängig von der Lichtintensität, sondern von der Frequenz des Lichts.**

Auf der anderen Seite kann man dann aber auch eine so genannte Grundfrequenz f_0 bestimmen, bei der keine Spannung auftritt. Hier ist nämlich dann die Austrittsarbeit gleich der Energie des Lichtquants. **Die Vakuumfotozelle ist das Grundprinzip einer Solarzelle.** Heute werden allerdings fast ausschließlich Halbleiterbauelemente verwendet.

► Diode: elektronisches Bauelement, das für Strom nur in einer Richtung durchlässig ist.

Vakuumdiode

Will man Wärme verwenden, um die Austrittsarbeit $E_{Austritt}$ aufzubringen, muss man allerdings die meisten Leiter zum Glühen bringen. In einer normalen Glühbirne passiert dieses Phänomen also ständig. Aber diese herausgeschlagenen Elektronen werden sofort von den sie umgebenden Gasmolekülen wieder »eingefangen«. Dies ist der Grund, warum man bei der Glühemission unter einem Vakuum arbeitet. Im Prinzip benutzt man also einen **evakuierten Glaskolben**, in den eine Kathode (negativ) und eine Anode (positiv) hineinragen (Abb. 5.29). Ein solches Gebilde bezeichnet man als **Vakuumdiode**.

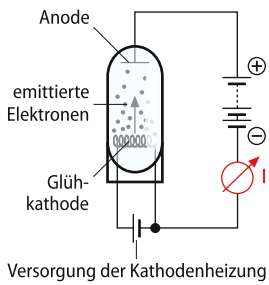


Abb. 5.29. Die Glühkathode emittiert Elektronen, die sogleich von der Anode angezogen werden. Es fließt ein so genannter Anodenstrom

Man bringt die Kathode nun zum Glühen. Die Anode dagegen bleibt kalt und ist unter positiver Spannung (ungefähr 100 V). Sobald nun ein Elektron die Kathode verlassen hat, wird es von der Anode angezogen. Es fließt also ein Strom, der von den Elektronen getragen wird, die von der Kathode zur Anode durchs Vakuum sausen: der **Anodenstrom**. Die Stärke wird im Wesentlichen von der Temperatur der Kathode bestimmt. Denn so ist es möglich, die Anzahl der Elektronen, die die erforderliche Austrittsarbeit $E_{Austritt}$ leisten können, zu regeln.

Aber was soll das Ganze? Was hat eine Vakuumdiode für Vorteile? Es ist so, dass Vakuumdioden früher als **Gleichrichter** verwendet wurden. Man kann also einen Wechselstrom anlegen und es fließt immer nur ein Strom, wenn die kalte Elektrode positiv geladen ist. Ist sie nämlich negativ geladen, werden die emittierten Elektronen ja nicht angezogen. Es fließt kein Strom. **Eine Vakuumdiode funktioniert als Gleichrichter.** Heute benutzt man dazu Halbleiterdioden.

► Eine Vakuumdiode funktioniert als Gleichrichter.

Braunsche Röhre

An der Anode werden die Elektronen normalerweise in alle Richtungen abgegeben. Man kann aber durch Leitbleche (die Elektronen wie eine Art Spiegel zurückwerfen) einen Elektronenstrahl erzeugen (**Elektronenkanone**). Diesen feinen Elektronenstrahl kann man nun durch ein Vakuum auf einen positiv geladenen Schirm prallen lassen. Es entsteht ein **Kathodenstrahloszillograph** (Abb. 5.30). Hier können die Elektronen durch **Elektrolumineszenz** (Umwandlung der Elektronenenergie in sichtbares Licht) sichtbar gemacht werden.

► Oszillograph: ein Gerät, mit dem man sich schnell ändernde Spannungen fürs Auge sichtbar machen kann.

Es wäre aber ziemlich langweilig, lediglich einem stehenden Punkt auf dem Monitor zuzuschauen. Deshalb legt man um den Elektronenstrahl zwei Kondensatoren senkrecht zueinander an. So ist es

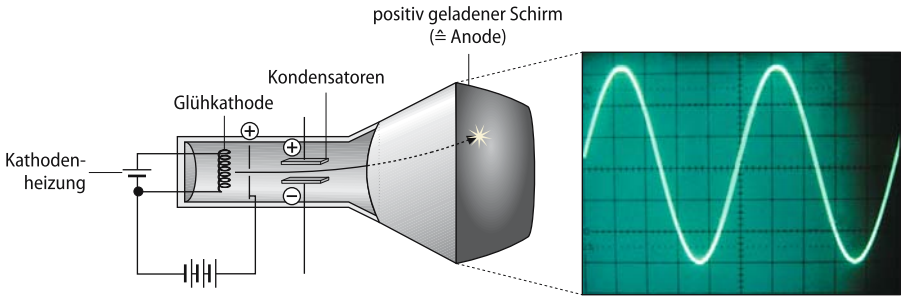


Abb. 5.30. Links: Die Elektronen werden durch Leitbleche so abgelenkt, dass sie in einem einzigen Strahl die Kathode verlassen. Durch seitlich angebrachte Kondensatoren lässt sich der Elektronenstrahl nun beliebig ablenken und so bewegte Bilder auf dem positiv geladenen Schirm anzeigen. Rechts: Angezeigt wird eine sinusförmige Wechselspannung

möglich, den Elektronenstrahl in jede Richtung abzulenken. Dieses Gerät wird auch als **Braunsche Röhre** bezeichnet. Es lassen sich Bilder erzeugen oder, in der Physik viel wichtiger, es lassen sich Spannungen sichtbar machen, die sich schnell ändern. Die sinusförmigen grünen Kurven hat sicher jeder schon einmal gesehen (Abb. 5.30 rechts). Allerdings werden diese Geräte heute fast nicht mehr eingesetzt. Sie wurden durch digitale Instrumente mit LCD- oder TFT-Bildschirme ersetzt.

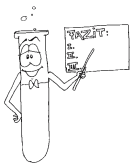
Röntgenröhre

► Eine Röntgenröhre funktioniert im Prinzip wie eine Vakuumdiode.

Eine weitere wichtige Anwendung ist die **Röntgenröhre**. Mit einer Röntgenröhre kann man, wie der Name wohl schon vermuten lässt, Röntgenstrahlung erzeugen. Sie ist im Prinzip wie eine Vakuumdiode aufgebaut, nur liegt hier eine tausendfach höhere Spannungsdifferenz zwischen Kathode und Anode (also ungefähr 100.000 V!). Die Elektronen werden also extrem beschleunigt. Wenn sie an der schräg gestellten Anode ankommen, werden sie dort von einer sehr hohen Geschwindigkeit abrupt abgebremst und geben all ihre kinetische Energie ab. Dadurch wird **Röntgenstrahlung** abgegeben, welche durch eine Öffnung zielgerichtet abgegeben werden kann. **Röntgenstrahlung besteht aus elektromagnetischen Wellen im Bereich von 10^{-8}–10^{-14} m.**

Dabei entspricht Röntgenstrahlung vom Frequenzspektrum her ziemlich genau γ-Strahlung. Der einzige Unterschied ist die Herkunft der Strahlung. Während Röntgenstrahlung durch abgebremste Elektronen emittiert wird, sind für γ-Strahlung Prozesse im Atomkern verantwortlich. Hinter dem Patient liegt dann der Film, der durch die Strahlung belichtet wird. So kommen also »die Knochen aufs Papier«. Die Knochen absorbieren dabei mehr Röntgenstrahlung als z. B. Weichteilgewebe. Deshalb ist nachher eine Unterscheidung zwischen den verschiedenen Gewebearten möglich.

kurz & knapp



- Elektrizitätsleitung ist in Metallen ist aufgrund der sehr engen periodischen Gitterstruktur der Metallatome möglich. **Die Elektronen können »quasifrei« driften.**
- Ladung wird in **Flüssigkeiten** durch **Ionen** transportiert.
- **Gase** sind an sich **nichtleitend**. Es muss zunächst eine **Ionisierungsenergie W_i** aufgebracht werden.
- **Gasentladung** ist das Prinzip von Ionisationskammer und Geiger-Müller-Zählrohr.
- Auch im Vakuum wirken Lorentzkräfte auf Elektronen.
- **Fotoemission** ist das Funktionsprinzip von Fotodioden.
- Vakuumdioden sind Gleichrichter und die benötigten Elektronen werden durch **Glühemission** emittiert.
- **Röntgenröhren** arbeiten mit stark beschleunigten Elektronen, die schnell abgebremst werden und ihre kinetische Energie in Form von Röntgenstrahlen abgeben

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1 Berechnen Sie die Zeit, die ein Elektron benötigt, um vom Lichtschalter zur Glühbirne zu gelangen. Die Stromstärke beträgt dabei 0,3 A und der Leiter ist 4,5 m lang. Die Konzentration der Elektronen im Leiter ist $n=3{,}5 \cdot 10^{21}$ 1/cm^3, Elementarladung des Elektrons $e_0=1{,}60219 \cdot 10^{-19}$ C und der Leiterquerschnitt A=2 mm^2.

Lösung 1 Zunächst müssen wir hier die Driftgeschwindigkeit berechnen und auf die richtigen Einheiten aufpassen. Es gilt:

$$v_d=I/(n \cdot A \cdot e) \rightarrow$$
$$v_d=0{,}3\ \text{A}/(3{,}5 \cdot 10^{21}\ 1\ \text{cm}^{-3} \cdot 2\ \text{mm}^2 \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\ \text{C})$$
$$=0{,}27\ \text{mm s}^{-1}$$

Die Elektronen bewegen sich also mit 0,27 mm/s.

Jetzt können wir die Zeit berechnen, die die Elektronen vom Lichtschalter zur Glühbirne benötigen. Dazu verwenden wir

$$v=s/t$$
$$t=s/v=4{,}5\ \text{m}/0{,}00027\ \text{m s}^{-1}=16.667\ \text{s}=278\ \text{min}=4{,}63\ \text{h}$$

Ein Elektron braucht also fast 5 h vom Schalter zur Glühbirne!!!

Aufgabe 2

Aufgabe 2 Berechnen Sie die Stärke des Magnetfeldes, wenn ein Elektron mit einer senkrechten Geschwindigkeitskomponente von 1,2 km s^{-1} eine Lorentzkraft von $2 \cdot 10^{17}$ N erfährt.

Lösung 2 Hierzu müssen wir die Formel für eine Lorentzkraft auf Elektronen umformen

$$F_L=e \cdot B \cdot v_s$$

Und dann heißt es wieder: Die Werte in den richtigen Einheiten einsetzen!

$$B=F_L/(e \cdot v_s)=2 \cdot 10^{17}\ \text{N}/(1{,}6022 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1200\ \text{m s}^{-1})=0{,}104\ \text{T}$$

Das Magnetfeld hat also eine Stärke von 0,1 T.

Alles klar!

Alles Spritzen oder was?

Die Technik, mit der man Medikamente durch Strom applizieren kann, heißt **Iontophorese**. Sie wird dazu eingesetzt, lokal wirkende Arzneimittel besser in den Körper des Patienten zu bringen. Dabei wird eine Salbe unter die Elektroden aufgetragen. Wichtig ist dabei, dass das Medikament in der Salbe in ionisierter Form vorliegt. Ansonsten würden die Moleküle ja im elektrischen Feld nicht reagieren. Es wird ein Gleichstrom verwendet und positive Ionen werden dabei unter der Anode, negative unter der Kathode angebracht. Durch die elektrische Abstoßung gleichnamiger Ladungen werden diese so in das Gewebe »getrieben«. Man benutzt dieses Verfahren also, um das »Einziehen« von Salben z. B. bei Rheuma oder Arthrose zu verbessern. Freilich lassen sich mit dieser Methode nur frei zugängliche Organe behandeln.

6 Optik

6.1 Licht – 242
Susanne Albrecht
6.1.1 Licht ist eine elektromagnetische Welle – 243
6.1.2 Licht besteht aus einzelnen Photonen – 244
6.1.3 Lichtquellen – 245
6.1.4 Lichtmessung – 247

6.2 Geometrische Optik – 249
Susanne Albrecht
6.2.1 Lichtbündel, Lichtstrahl – 250
6.2.2 Lichtausbreitung, Brechzahl, Stoffabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit – 251
6.2.3 Anwendung der Brechung/Abbildungen – 255
6.2.4 Bildentstehung – 257
6.2.5 Reelle und virtuelle Bilder – 260
6.2.6 Linsensystem – 260
6.2.7 Linsenarten – 261
6.2.8 Linsenfehler oder Abbildungsfehler – 263
6.2.9 Das menschliche Auge – 264

6.3 Wellenoptik – 270
Susanne Albrecht
6.3.1 Huygenssches Prinzip – 271
6.3.2 Beugung – 271
6.3.3 Polarisation des Lichts – 272

6.4 Optische Instrumente – 274
Susanne Albrecht
6.4.1 Die Lupe – 275
6.4.2 Mikroskop – 276
6.4.3 Fotometrie und Spektroskopie – 278
6.4.4 Polarimeter – 279

6.1 Licht

Susanne Albrecht

- Welle-Teilchen-Dualismus
  - Licht als Elektromagnetische Welle
  - Licht besteht aus Photonen
- Lichtquellen
  - Temperaturstrahler
  - Spektrallampen
  - Laser
- Lichtmessung

Wie jetzt?

Was genau ist eigentlich Licht?

Wir nehmen unsere Umwelt mit unseren Sinnen wahr. Als solches ist dies eine einfache Aussage. Bei genauerer Betrachtung dieses Satzes stellen wir aber fest, dass wir in erster Linie unseren Gesichtssinn, also das Sehen meinen, was uns besonders verdeutlicht wird, wenn in der Nacht der Strom ausfällt, und wir plötzlich auf unsere anderen Sinne alleine angewiesen sind, also im Dunkeln tappen.

Es scheint also sinnvoll zu sein, sich mit diesem Sinn etwas näher auseinander zu setzen. Aber mit was haben wir es da eigentlich zu tun? Na klar, mit Licht. Und was ist das denn nun eigentlich? Wie war das noch mit dem Welle-Teilchen-Dualismus?

Unter dem Begriff Optik verstehen wir alles, was mit der Entstehung, der Ausbreitung und dem Nachweis von Licht zu tun hat. Bevor wir uns also mit der Lichtausbreitung beschäftigen, müssen wir uns eine klare Vorstellung davon machen, was Licht denn eigentlich ist.

► Licht verhält sich je nach verwendeter Untersuchungstechnik unterschiedlich.

Diese Frage haben sich natürlich auch schon viele Naturwissenschaftler gestellt und sich dem Licht durch systematische Untersuchungen genähert. Dabei haben Sie eine erstaunliche Beobachtung gemacht. Je nachdem, mit welcher Untersuchungsmethode man dem Licht auf den Leib rückt, verhält es sich unterschiedlich.

► Licht als Welle

Betrachtet man, wie sich Licht ausbreitet, so lässt sich dies beschreiben, wenn wir Licht als **Wellenerscheinung** behandeln. Dies bezieht sich z. B. auf die detaillierte Untersuchung der Ausbreitung von Licht um kleine Hindernisse herum. Das führt zu vergleichbaren Erscheinungen wie die Betrachtung von Wasserwellen, die sich ja auch um Hindernisse herum ausbreiten können – oder, wie wir später noch sehen werden, um das Hindernis gebeugt werden.

► Licht besteht aus Photonen.

Betrachtet man hingegen die **Energie**, die zweifelslos mit der Lichtausbreitung verknüpft ist, so stellt man fest, dass Licht aus lauter einzelnen Energiepaketen oder »Teilchen« besteht. Diese nennt man **Photonen**, und je nach der Farbe des Lichts besitzen die einzelnen Photonen eine ganz bestimmte Energiemenge. Dies beobachtet man bei dem so genannten lichtelektrischen Effekt (auch **Photoeffekt** genannt), bei dem durch Lichteinwirkung Elektronen aus Metallen herausgeschlagen werden.

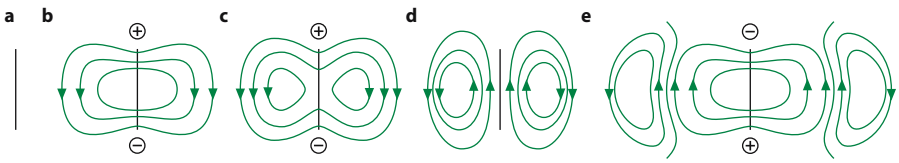
Licht ist also weder das eine oder das andere, es ist beides gleichzeitig, was in dem Begriff Welle-Teilchen-Dualismus des Lichts zum Ausdruck gebracht wird.

Fassen wir kurz die wichtigsten beschreibenden Eigenschaften, die sich aus den beiden Erscheinungsformen ergeben, zusammen.

6.1.1 Licht ist eine elektromagnetische Welle

Unter einer elektromagnetischen Welle versteht man die Ausbreitung eines elektrischen Feldes von einem schwingenden elektrischen Dipol weg. Das elektrische Feld eines elektrischen Dipols haben wir ja bereits in Kapitel ▶ Kap. 5.1.3 kennengelernt. Ändert der Dipol nun periodisch mit der Frequenz ν seine Richtung, fließen also die Ladungen immer hin und her, so muss sich auch das elektrische Feld im Umfeld des Dipols ständig ändern.

Es zeigt sich nun, dass sich das elektrische Feld nicht immer sofort an jedem Ort auf die neue Ladungsverteilung einstellt, sondern dass die Information sich mit einer maximalen Ausbreitungsgeschwindigkeit vom Dipol weg entfernt, sich die Feldlinien also von dem Dipol mit dieser Ausbreitungsgeschwindigkeit entfernen. Dies lässt sich an den kurz hintereinander aufgenommenen Momentaufnahmen eines schwingenden Dipols verdeutlichen (◘ Abb. 6.1).

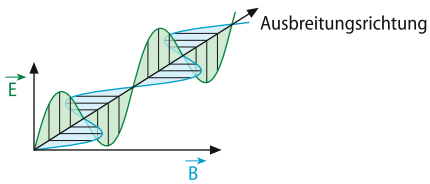


◘ **Abb. 6.1a–e.** Ausbreitung des elektrischen Feldes um einen mit der Frequenz ν periodisch schwingenden elektrischen Dipol. **a–e** sind hintereinander aufgenommene Momentaufnahmen des elektrischen Feldes

Die Physik besagt nun, dass mit einem sich wechselnden elektrischen Feld E immer ein magnetisches Feld B verbunden ist, welches sich dementsprechend mit dem elektrischen Feld vom Dipol entfernt. Diese Erscheinung nennt man eine **elektromagnetische Welle**.

▶ Mit einem wechselnden elektrischen Feld ist stets ein magnetisches Feld verbunden: Licht als elektromagnetische Welle

Trägt man ausgehend vom Dipol die in einem Augenblick bestehenden Feldstärken entlang einer Richtung senkrecht zum Dipol auf, so erhält man das in ◘ Abb. 6.2 gezeigte Bild.



◘ **Abb. 6.2.** Momentaufnahme der elektrischen (E) und magnetischen (B) Feldstärke entlang der Ausbreitungsrichtung einer elektromagnetischen Welle

Folgende Eigenschaft sollten wir uns merken: **Das B-Feld ist immer senkrecht zum E-Feld orientiert.**

Den räumlichen Abstand zwischen zwei Punkten, an denen das elektrische Feld den gleichen Betrag hat und sich in die gleiche Richtung ändert, also z. B. zwei 0-Durchgänge mit Änderung von plus nach minus, nennt man die **Wellenlänge λ** der Welle.

Zwischen der **Ausbreitungsgeschwindigkeit c**, der **Wellenlänge λ** und der **Frequenz** ν des schwingenden Dipols besteht der einfache, aber wichtige Zusammenhang

▶ Ausbreitungsgeschwindigkeit c= Wellenlänge λ · Frequenz ν

$$c = \lambda \cdot \nu$$

Im **Vakuum** beträgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit c=299.792.459 m s^{-1}. Dieser Wert ist im SI-System fest definiert. In der Praxis genügt es jedoch meist mit dem Wert $\mathbf{c=3 \cdot 10^8\ m\ s^{-1}}$ zu rechnen.

Die Frequenzen der elektromagnetischen Wellen, das **Spektrum**, erstrecken sich über einen sehr großen Bereich, was in ◘ Abb. 6.3 dargestellt ist.

Die einzelnen Bereiche werden unterschiedlich bezeichnet. Nur ein sehr kleiner Bereich des elektromagnetischen Spektrums wird von unserem Gesichtssinn, also von unseren Rezeptoren im Auge wahrgenommen, eben der **sichtbare Spektralbereich**. Dieser ist definiert als der Wellenlängen-

▶ Sichtbarer Bereich = 380 nm bis 780 nm

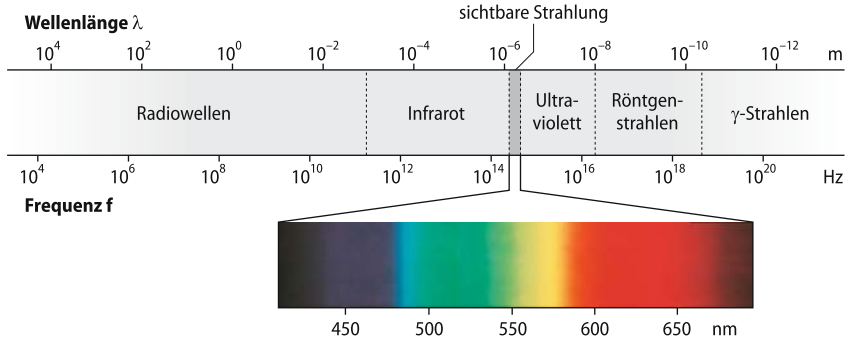


Abb. 6.3. Spektrum der elektromagnetischen Wellen. Zusammenhang zwischen der Frequenz ν und der Wellenlänge λ entsprechend der Formel $c=\lambda \cdot \nu$. Besonders hervorgehoben ist der Bereich des sichtbaren Spektrums von 380 nm bis 780 nm

bereich von **380 nm (blau) bis 780 nm (rot)**. Auch die direkt benachbarten Bereiche sind uns aus dem täglichen Leben bekannt:

- Da ist auf der einen Seite der **Infrarotbereich** mit Wellenlängen größer als 780 nm bis hinauf in den mm-Bereich, wo der Radiowellenbereich beginnt. Infrarotstrahlung empfinden wir als wärmend auf unserer Haut.
- Auf der anderen Seite im Spektrum schließt sich der **Ultraviolettbereich** an – mit Wellenlängen kleiner als 380 nm bis in den 10 nm Bereich. Die Energie der einzelnen Photonen (► Kap. 6.1.2) ist in diesem Bereich schon derart hoch, dass es zu einer Schädigung unserer Haut kommen kann; den Sonnenbrand hatte sicherlich schon einmal jeder.

6.1.2 Licht besteht aus einzelnen Photonen

Der Energietransport des Lichts geschieht über einzelne Energieportionen, auch **Quanten** oder **Photonen** genannt. Die Energie eines einzelnen Photons ist dabei direkt mit der Frequenz ν, die wir sie soeben aus der Wellenbetrachtung des Lichts kennengelernt haben, verknüpft. Es gilt:

$$E = h \cdot \nu$$

Der Proportionalitätsfaktor h ist nach Max Planck (1858–1947) als **Plancksches Wirkungsquantum** benannt und hat den Wert

$$h=6.6260755\ (40) \cdot 10^{-34}\ \text{Js}$$

► Photoeffekt ist Beweis für Quantennatur des Lichts.

Als eindeutiger Beweis für die Quantennatur des Lichts gilt der **Photoeffekt**. Dabei lässt man Licht mit bestimmter Wellenlänge im Vakuum auf eine Metallplatte fallen. Dieser gegenüber wird eine zweite Elektrode angebracht. Man beobachtet, dass aus der beleuchteten Metallplatte Elektronen herausgeschlagen werden, die dann auf die andere Elektrode gelangen und somit eine Potenzialdifferenz zwischen den beiden Elektroden aufbauen.

Genaue Untersuchungen ergeben:

- Erst ab einer bestimmten Frequenz ν_m des Lichts wird diese Spannung aufgebaut.
- Danach steigt die Spannung linear mit der Frequenz ($U \sim \nu$).
- Von der Intensität des Lichts ist die Spannung unabhängig.

Mit der Annahme, dass das Licht aus einzelnen Photonen besteht, lassen sich diese Beobachtungen einfach erklären.

Die Elektronen im Metall können aus dem Licht Energie aufnehmen, also einzelne Photonen absorbieren. Ist die Frequenz zu klein, also die Photonenenergie zu klein, reicht diese Energie nicht aus, damit die Elektronen das Metall verlassen können. Es ist eine minimale Energie notwendig, um

die Elektronen aus dem Metall austreten zu lassen, diese wird deshalb **Austrittsarbeit** des Metalls genannt. Haben die Photonen eine noch höhere Energie, also Frequenz $\nu > \nu_m$, nehmen sie diesen Überschuss über der Austrittsarbeit als kinetische Energie mit und können somit gegen die Spannung auf die andere Elektrode gelangen, weshalb die Spannung mit zunehmender Frequenz des Lichts immer weiter ansteigt.

Dass die Spannung von der Intensität des Lichts unabhängig ist, lässt sich auch sofort erklären, denn ist die Spannung einmal aufgebaut, können auch viele Elektronen – hohe Intensität = viele Photonen – jedes für sich diese Potenzialdifferenz nicht mehr überwinden.

► Beim Photoeffekt ist die Spannung unabhängig von der Lichtintensität.

Schließt man zwischen den Elektroden jedoch einen Stromkreis, so beobachtet man, dass die erzielbare Stromstärke zwischen den Elektroden sehr wohl von der Intensität abhängig ist. Das ist klar, denn viele Photonen erzeugen viele Elektronen, was einem hohen Strom entspricht.

► Die Stromstärke ist abhängig von der Lichtintensität.

6.1.3 Lichtquellen

Nachdem wir uns mit der Natur des Lichts beschäftigt haben, wollen wir uns kurz mit den Lichtquellen beschäftigen. Hier beobachtet man im Wesentlichen zwei unterschiedliche Typen:

- Temperaturstrahler
- Spektrallampen

► Lichtquellen sind Temperaturstrahler oder Spektrallampen

Temperaturstrahler

Temperaturstrahler sind Lichtquellen, die Licht mit einer kontinuierlichen Verteilung an Frequenzen, einem kontinuierlichen Spektrum, erzeugen. Bei solchen Quellen besteht ein Zusammenhang zwischen der Temperatur der strahlenden Oberfläche und der Intensitätsverteilung über den emittierten Frequenzen. Deshalb werden diese Quellen auch **Temperaturstrahler** genannt. Ein typischer Vertreter dieser Quellen ist unsere **Sonne**, deren kontinuierliches Spektrum wir in jedem Regenbogen beobachten können (▶ Kap. 6.4).

Ein idealer Temperaturstrahler wird auch **schwarzer Körper** genannt. Bei ihm gelten wichtige Gesetze für die resultierende **schwarze Strahlung**:

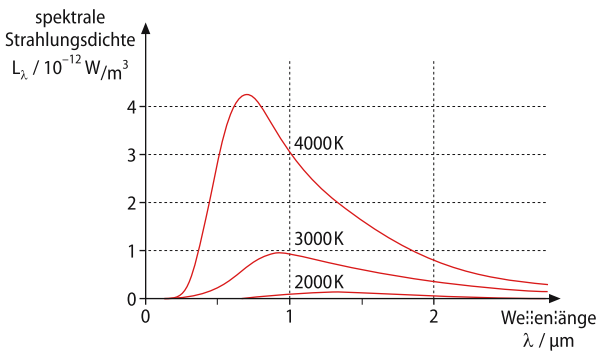
► Ein idealer Temperaturstrahler wird schwarzer Körper genannt.

Die Gesamte von einem schwarzen Strahler emittierte Strahlungsleistung P ergibt sich nach dem **Stefan-Boltzmann-Gesetz** zu

$$P(T) = A \cdot \sigma \cdot T^4$$

Dabei ist A die Fläche des Strahlers, T die Temperatur (natürlich in Kelvin) und σ die Strahlungs- oder Stefan-Boltzmann-Konstante mit dem Wert $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$. **Man beachte besonders die 4. Potenz in der Temperaturabhängigkeit.**

Die spektrale Verteilung der Leistung, die spektrale Strahlungsdichte, verschiebt mit steigender Temperatur die Wellenlänge mit maximaler Intensität zu kürzeren Wellenlängen, also höheren Frequenzen (◘ Abb. 6.4).



◘ **Abb. 6.4.** Temperaturabhängigkeit der spektralen Strahlungsdichte eines schwarzen Strahlers

Für die Wellenlänge λ_{max}, bei der die Strahlungsdichte ihr Maximum hat, gilt das **Wiensche Verschiebungsgesetz**

$$\lambda_{max} = S/T$$

Dabei ist die Konstante S=2898 μm K.

Spektrallampen

► Beispiel für eine Spektrallampe ist die Gasentladungslampe.

Spektrallampen erzeugen ein Linienspektrum, es werden also nur bestimmte Frequenzen emittiert. Typische Vertreter sind die **Gasentladungslampen**, in denen einzelne Gasatome angeregt werden Photonen auszusenden. Dies geschieht z. B. durch Stöße von Elektronen mit den Gasatomen, wie in unseren Leuchtstoffröhren. Die Elektronen des durch das Gas fließenden Stroms stoßen mit den Atomen des Gases zusammen. In diesen Atomen gelangen dadurch gebundene Elektronen der Elektronenhülle in höhere Energiezustände (vgl. Bohrsches Atommodell ► Kap. 2.2.2). Diese purzeln dann wieder in energetisch günstigere Bahnen herunter und geben dabei Photonen mit einer bestimmten Energie ab, die der Energiedifferenz zwischen den beiden Schalen entspricht.

Für unterschiedliche Atome ist die Zusammensetzung der möglichen Frequenzen, das **Linienspektrum**, eindeutig, also sozusagen ein Fingerabdruck für die jeweilige Atomsorte (◘ Abb. 6.5). Die einzelnen Linien werden **Spektrallinien** genannt.

◘ **Abb. 6.5.** Charakteristisches Linienspektrum des Quecksilbers

Laser

Um eine besondere Lichtquelle handelt es sich bei Lasern. Die Funktionsprinzipien sind je nach Typ sehr unterschiedlich, was jeder Interessierte sich in speziellen Büchern nachlesen sollte. Wegen der besonderen Eigenschaften seines Lichts wird der Laser sowohl im täglichen Leben eingesetzt, wie beim Laserpointer, CD-Spieler usw., aber auch in der Medizin. Daher werden hier die wichtigsten Eigenschaften der Laserstrahlung beschrieben.

Laser werden so gebaut, dass sie in der Regel nur Licht mit einer einzigen Frequenz aussenden. Ihr Spektrum enthält also nur eine einzige Spektrallinie und sie werden deshalb als **monochromatisch** bezeichnet.

► Laser senden nur eine Spektrallinie aus, sie sind monochromatisch

Während in einer normalen Gasentladungslampe die einzelnen Atome ihre Photonen unabhängig voneinander aussenden, was man als **spontane Emission** bezeichnet, werden in Lasern die Photonen derart erzeugt, dass die einmal erzeugten Photonen immer mehr Photonen mitreißen, also die Erzeugung weiterer Photonen stimulieren, weshalb dieser Prozess auch **stimulierte Emission** genannt wird. Daraus ergibt sich eine weitere spezielle Eigenschaft der Laserstrahlung. Laser erzeugen einen Lichtstrahl, eben den **Laserstrahl**. Alles Licht wird in eine Richtung ausgesendet, weshalb man Laserstrahlen mit sehr hoher Intensität erzeugen kann.

► Laser senden alles Licht nur in eine Richtung aus→hohe Intensität

Hätten Sie's gewusst?

Laser in der Medizin

Wie wir in der geometrischen Optik noch sehen werden, lassen sich Laserstrahlen sehr gut auf einen Punkt bündeln. An dieser Stelle werden dann sehr hohe Intensitäten erzielt. Dadurch lassen sich Laserstrahlen auch als optisches Skalpell verwenden – Verdampfen von Gewebe im Brennpunkt – oder bei geringeren Energien »nur« zur Koagulation von Eiweiß, z. B. beim Anheften der Netzhaut bei einer Netzhautablösung, oder ebenfalls in der Augenheilkunde zum Verändern der Hornhautkrümmung als Brillenersatz (LASIK).

6.1.4 Lichtmessung

Wie misst man eigentlich die Intensität von Licht? Da jede elektromagnetische Welle Energie transportiert, wird die **Strahlungsintensität S** als Energie, hier die **Strahlungsenergie Q,** pro Zeit und Fläche definiert. Die Strahlungsenergie dQ pro Zeit dt nennt man auch den **Strahlungsfluss Φ=dQ/dt.** Die Einheiten dieser Größen sind:

$[Q]=J$; $[\Phi]=W$ und $[S]=J\ s^{-1}\ m^{-2}=W\ m^{-2}$.

Man misst also einfach den Energieeintrag dQ in einer bestimmten Zeit dt auf einer bestimmten Fläche A, z. B. durch die Erwärmung des Detektors, und kann bei bekannter Wärmekapazität des Detektors die Strahlungsintensität bestimmen. Dies geschieht natürlich in physikalischen Detektoren technisch sehr geschickt, sodass wir das Ergebnis einfach ablesen können. Durch unsere Sonne z. B. kommt außerhalb der Erdatmosphäre eine Strahlungsintensität, die als **Solarkonstante** bezeichnet wird, von $\mathbf{S_{Sonne}=1{,}37\ kW\ m^{-2}}$ an.

► Die Strahlungsintensität S = Strahlungsenergie Q pro Zeit t und Fläche A: $S = \frac{Q}{t \cdot A}$

Trifft die Strahlungsintensität S auf eine Fläche, so spricht man von der **Bestrahlungsstärke E** auf dieser Fläche und diese hat die Einheit $[E]=W\ m^{-2}$.

Betrachten wir nun aber nur die Intensität, die wir mit unseren Augen wahrnehmen können, interessiert nur der sichtbare Anteil des gesamten Spektrums und man spricht von den entsprechenden **Lichtmessgrößen.**

Als Basisgröße im SI-System ist hier die **Lichtstärke** mit der Einheit cd (Candela) definiert. Daraus abgeleitet gibt es den **Lichtstrom**, der in lm (Lumen) gemessen wird, er entspricht dem Strahlungsfluss in W bei den Strahlungsgrößen. Wie dort die Bestrahlungsstärke E, definiert man als entsprechende Lichtmessgröße die **Beleuchtungsstärke** als Lichtstrom pro Fläche. Als Einheit ergibt sich demnach $lm\ m^{-2}$, oder das lx (lux).

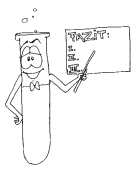
► Beleuchtungsstärke in lux = Lichtstrom pro Fläche

Auch für die Beleuchtungsstärke gibt es entsprechende Messgeräte. In ◘ Tab. 6.1 finden Sie einen kleinen Überblick über typische Werte für die Beleuchtungsstärke, wie wir sie täglich wiederfinden.

◘ **Tab. 6.1.** Typische Beleuchtungsstärken

Beleuchtungsstärke in lx	Beiepiel
20.000	Helles Sonnenlicht
10.000	Tageslicht
5.000	Tageslicht im Schatten
500	sollten zum Lesen im Büro sein
150–200	genügen im Straßenverkehr

kurz & knapp



- Licht zeigt sowohl typische Welleneigenschaften als auch typische Teilcheneigenschaften. Dies nennt man den **Welle-Teilchen-Dualismus.**
- Als elektromagnetische Welle ist Licht ein kleiner Ausschnitt des elektromagnetischen Spektrums.
- **Sichtbares Licht** liegt zwischen den Wellenlängen λ=380 nm (violett-blau) bis λ=780 nm (rot)
- Im Vakuum breitet sich Licht mit der **Vakuum-Lichtgeschwindigkeit $c=3 \cdot 10^8\ m\ s^{-1}$** aus (genau 299.792.459 $m\ s^{-1}$). Mit der Frequenz v des Lichts besteht der Zusammenhang: $c = \lambda \cdot \upsilon$

▼

- Als Teilchenstrom besteht Licht aus einzelnen **Photonen**. Jedes Photon besitzt die Energie $E = h \cdot \nu$. h ist das Plancksche Wirkungsquantum. $h=6{,}6260755(40) \cdot 10^{-34}$ Js
- **Temperaturstrahler** sind Lichtquellen die aufgrund ihrer Temperatur ein **kontinuierliches Spektrum** emittieren.
- Für ideale Temperaturstrahler, auch schwarze Strahler genannt, gilt:
- Die gesamte abgestrahlte Leistung berechnet sich nach Stefan-Boltzmann:

  $P(T) = A \cdot \sigma \cdot T^4$; A ist die Fläche des Strahlers, $\sigma=5{,}67 \cdot 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ ist die Stefan-Boltzmann-Konstante und T die Temperatur des Strahlers.

  Die maximale Strahlungsdichte wird bei $\lambda_{max} = \frac{S}{T}$ mit S=2898 µm · K emittiert

- **Spektrallampen** emittieren ein **Linienspektrum**, also nur bei ganz bestimmten Wellenlängen.
- Die einzelnen Spektrallinien erklären sich durch charakteristische Übergänge zwischen den Energieniveaus der Atome (Bohrsches Atommodell).
- **Laser** erzeugen in der Regel Licht mit nur einer einzigen Freuqenz, sie sind **monochromatisch.** Das Licht eines Lasers ist stark gebündelt, weshalb es sehr hohe Intensitäten erreicht.
- Physikalisch misst man das Licht durch die **Strahlungsintensität S.** Dies ist die pro Zeit durch eine Fläche transportierte Energie des Lichts. Das Sonnenlicht hat außerhalb unserer Atmosphäre die Intensität $S_{Sonne} = 1{,}37\ kW\ m^{-2}$. Dies nennt man die **Solarkonstante**.

  Betrachtet man die auf eine Fläche auftreffende Strahlungsintensität, so nennt man diese die Bestrahlungsstärke E, $[E]=W\ m^{-2}$.
- Bezieht man die physikalischen Größen auf die Empfindlichkeit des Auges, so spricht man von den **Lichtmessgrößen.** Für die Ausleuchtung eines Arbeitsplatzes ist die **Beleuchtungsstärke** in lx (lux) die zu betrachtende Größe. Zum Lesen sollte man das Buch mit ca. 500 lx ausleichten.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1 Berechnen Sie die zu den (Vakuum-)Wellenlängen für blaues und rotes Licht gehörigen Frequenzen.

Lösung 1 Für Licht gilt der Zusammenhang: $c = \lambda \cdot \upsilon$
Daraus lassen sich mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit für Licht im Vakuum $c=3 \cdot 10^8\ m\ s^{-1}$ die Frequenzen berechnen:

$$\upsilon = \frac{c}{\lambda}$$

Man erhält:

$$\upsilon_{blau} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{380\,nm} = 7{,}89 \cdot 10^{14} \frac{1}{s} = 789\,THz$$

$$\upsilon_{rot} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{780\,nm} = 3{,}85 \cdot 10^{14} \frac{1}{s} = 385\,THz$$

Aufgabe 2

Aufgabe 2 Wie lange benötigt eigentlich Licht von unserer Sonne bis zu uns auf die Erde?

Lösung 2 Die Sonne ist im Mittel 149.597.870 km von der Erde entfernt. Aus der Gleichung $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, die natürlich auch für die Lichtausbreitung mit Lichtgeschwindigkeit c gilt erhalten wir:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{c} = \frac{149597870000\,\text{m}}{300000000\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 499\,\text{s}$$

Oder: 8 min und 19 s.

Übrigens, bis zum Mond, der gerade mal 384.403 km von der Erde entfernt ist, benötigt das Licht nur knapp über eine Sekunde (1,28 s).

Alles klar!

Welle oder Teilchen?

Wie wir gesehen haben, ist Licht also weder das eine alleine, also eine elektromagnetische Welle, noch das andere alleine, ein Strom aus einzelnen Teilchen. Je nachdem, wie wir diesem Phänomen »Licht« auf den Laib rücken, können wir die erhaltenen Beobachtungen einmal mit Welleneigenschaften und einmal mit Teilcheneigenschaften beschreiben. Die Physik bietet keine einfachere Beschreibung an, die beide Aspekte abdecken kann.

Somit müssen wir uns einfach merken, Licht ist sowohl Welle als auch Teilchen, was sich eben in dem Begriff **Welle-Teilchen-Dualismus** niederschlägt.

6.2 Geometrische Optik

Susanne Albrecht

- Lichtstrahlen und Lichtbündel
- Ausbreitung des Lichts
  - Reflexion
  - Brechung
  - Totalreflexion
  - Dispersion
- Abbildungen – Anwendung der Brechung
  - Abbildung mittels sphärisch gekrümmter Flächen
  - Abbildung mit dünnen Linsen
- Bildentstehung
  - Zeichnerische Bildkonstruktion
  - Berechnungen zur Abbildung – Linsengleichung
- Linsensysteme
- Linsenarten
- Linsenfehler oder Abbildungsfehler
- Das menschliche Auge
  - Akkomodation
  - Fehlsichtigkeit
  - Vergrößerung

Wie jetzt?

Wie kommt die Welt auf die Netzhaut?

»Ich seh Dir in die Augen, Kleines« oder in etwas abgewandelter Form »Schau mir in die Augen, Kleines« – wer kennt diesen berühmten Filmsatz aus dem Film Casablanca mit Humphrey Bogart und Ingrid Bergen nicht....

Beim Augenarzt bekommt dieser Satz aber eine ganz andere Bedeutung – oder? Dieser schaut einem auch in die Augen, um den Zustand unserer Netzhaut und damit den Gesundheitszustand unserer Augen zu beurteilen. Aber wie kann man sich eigentlich erklären, was man da sieht? Wie kommt eigentlich das Bild auf unserer Netzhaut zustande?

Nachdem wir nun kennengelernt haben, was Licht ist, und wo es herkommt, können wir uns damit beschäftigen, wie sich Licht ausbreitet und was das mit unserem Sehen zu tun hat.

Für die Beschreibung des Sehens können wir die Welleneigenschaft des Lichts vernachlässigen, da die Wellenlänge des sichtbaren Lichts (380 nm bis 780 nm) vernachlässigbar klein ist relativ zur Größe der Objekte, die wir mit unserem Gesichtssinn wahrnehmen.

Somit vereinfacht sich die Wellenoptik zur **geometrischen Optik**. Hier brauchen wir nur den Begriff des **»Lichtstrahls«** und die Kenntnis über das **Verhalten von Lichtstrahlen in einem Medium**.

► Es gibt Primärquellen und Sekundärquellen des Lichts

Doch zuvor noch eine kleine Anmerkung zum Ursprung des Lichts, das wir mit unseren Augen verarbeiten: Wir haben in unserer Umwelt ja nicht nur selbstleuchtende Lichtquellen, wie die Sonne und Glühlampen, sondern wir sehen auch andere Gegenstände. Allerdings gilt das nur, wenn diese von einer selbstleuchtenden Quelle beleuchtet werden. Man unterscheidet also dies dadurch, dass man im einem Fall von einer **Primärquelle** spricht und im anderen Fall von einer **Sekundärlichtquelle**.

Dabei kann man sich vorstellen, dass das Licht der Primärquelle durch die Atome oder Moleküle des beleuchteten Gegenstandes einfach umgelenkt, man sagt auch gestreut, werden. Für die weitere Ausbreitung des Lichts dienen diese Streupunkte dann wieder als der Ursprung des Lichts, für das dann wieder das Konzept des Lichtstrahls angewendet wird.

6.2.1 Lichtbündel, Lichtstrahl

Lichtstrahl

Ein Strahl ist ein geometrisches Gebilde, das von einem Punkt ausgeht und geradlinig durch den Raum zieht. Anschaulich denken wir hier z. B. an die Lichtstrahlen der Sonne, wenn diese durch eine Wolkendecke nur an einzelnen Punkten hindurchkommen und wir dann »Lichtstrahlen« sehen.

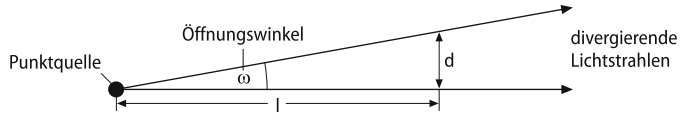
Lichtbündel

Physikalisch ist so ein einzelner Lichtstrahl nicht realisierbar. Ein Lichtbündel eines Laserpointers kommt einem Lichtstrahl schon sehr nahe, obwohl er schon einen nachweisbaren Durchmesser hat.

Der Durchmesser des Lichtbündels wird, ausgehend von der punktförmigen Lichtquelle, im Verlauf immer größer. Grund dafür ist, dass ein Lichtbündel aus mehreren Lichtstrahlen immer divergiert, d. h. die einzelnen Strahlen auseinander streben (◘ Abb. 6.6).

► Öffnungswinkel eines Lichtbündels: ω=d/l

Diese Divergenz beschreibt man mit dem **Öffnungswinkel ω**, der näherungsweise als Quotient aus Bündeldurchmesser d und Abstand l von der punktförmigen Lichtquelle betrachtet werden kann.



◘ Abb. 6.6. Divergenz eines Lichtbündels

Das Auge kann nur Licht verarbeiten, wenn dessen Lichtbündel direkt ins Auge einfallen. Quer zur Blickrichtung verlaufende Lichtbündel hingegen erreichen das Auge nicht oder erst dann, wenn diese wiederum an Körpern gestreut (in der Luft z. B.: Staubpartikel) oder gebrochen (Glasflächen) werden. Erst dann können wir diese als Sekundärlichtbündel wahrnehmen, die von so genannten Sekundärlichtquellen aus dem Primärbündel »heraus« gestreut wurden.

► Das Auge kann nur direkt einfallende Lichtbündel verarbeiten; quer verlaufende müssten zunächst gestreut werden

Der Raum wird somit von unzähligen, diffus in alle Richtungen verlaufenden Sekundärlichtbündeln ausgefüllt. Das Auge greift sich jedoch nur einen geringen Bruchteil von ihnen heraus. **Dabei fungiert die Pupille wie eine Blende mit kleinem (variablem) Öffnungswinkel.** Dadurch erreichen schließlich nur kleine divergente Lichtbündel, die von unserem optischen Auge noch »bearbeitet« werden, die Netzhaut. Das Gehirn kann die Ausgangspunkte dieser Lichtbündel erkennen und setzt aus ihnen letztendlich ein räumliches Bild der Umwelt zusammen.

Zur Konstruktion des Strahlengangs im Auge vereinfacht man die vielen ins Auge einfallenden Lichtstrahlen jedes Lichtbündels dadurch, dass man jedes Lichtbündel durch einen **Zentralstrahl** repräsentiert, der letztendlich die Hauptrichtung des Lichtbündels wiedergibt.

6.2.2 Lichtausbreitung, Brechzahl, Stoffabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit

Lichtstrahlen im Vakuum verlaufen »immer geradeaus«. Was geschieht aber nun mit den Lichtstrahlen, wenn sich das Medium ändert?

Hier interessieren uns eigentlich nur die Medien, die Licht auch durchlassen, die so genannten transparenten Medien. Denn wird das Licht von einem Medium absorbiert, ist es für unseren Gesichtssinn verloren.

Trifft ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche zwischen zwei transparenten Medien (z. B. Luft-Glas, Luft-Wasser oder Glas-Wasser,…), so gibt es jetzt zweierlei Beobachtungen:

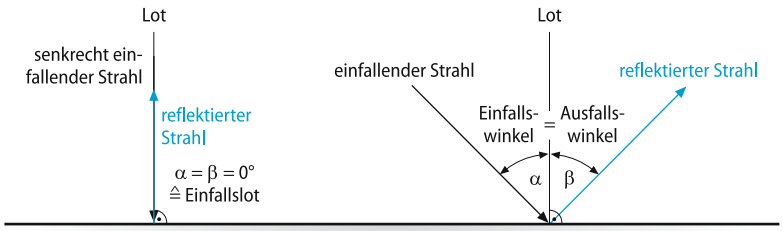
- Teilweise wird der Strahl an der Grenzschicht reflektiert, man spricht dann von der Reflexion.
- Teilweise dringt der Strahl auch in das andere Medium ein, d. h. er transmittiert durch die Grenzschicht und ändert dabei unter Umständen auch seine Richtung, hier spricht man dann von der **Brechung**.

► Beim Übergang eines Strahls zwischen zwei transparenten Medien beobachtet man Reflexion und Brechung.

Reflexion oder Spiegeln

An der Oberfläche eines Spiegels wird das gesamte einfallende Licht vollständig zurückgeworfen, d. h. vollständig reflektiert. Deswegen erscheint uns die Oberfläche eines Spiegels auch als so glatt und glänzend. **Je weniger Licht von der Oberfläche eines Körpers reflektiert wird, desto matter erscheint sie uns.** In der ◘ Abb. 6.7 ist die Reflexion veranschaulicht.

► Reflexionsgesetz: Einfallswinkel α= Ausfallswinkel β



◘ **Abb. 6.7.** Reflexion von Lichtstrahlen

Zur Beschreibung der Richtung von Lichtstrahlen verwendet man den Winkel, unter dem ein Lichtstrahl relativ zum Lot auf die betrachtete Grenzfläche trifft. Das **Lot** ist die Senkrechte auf der Grenzfläche in dem Punkt, in dem der Lichtstrahl die Grenzfläche trifft. Für einen auf die Grenzfläche einfallenden Strahl ist dies der **Einfallswinkel** und für den von der Grenzfläche weggehenden Strahl ist es der **Ausfallswinkel**.

► Der Ausfallswinkel β des Lichts hängt vom Einfallswinkel α ab

Dabei hängt der Ausfallswinkel β des Lichts, also die Richtung, mit der der reflektierte Strahl die Oberfläche wieder verlässt, vom Einfallswinkel α des Lichtstrahls ab.

Der einfallende Strahl, der reflektierte Strahl und das Einfallslot am Auftreffpunkt auf der Körperoberfläche liegen dabei in einer Ebene. **Nach dem Reflexionsgesetz sind dabei Einfallswinkel α und Ausfallswinkel β gleich.**

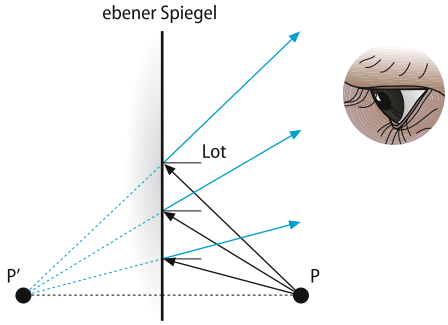
► Senkrechter Strahl läuft auf sich selbst zurück; paralleler Strahl wird nicht reflektiert

Ein **senkrecht einfallender Strahl** läuft in sich selbst zurück, da $\alpha=\beta=0°$. Beim anderen Extremfall, also wenn der Strahl parallel zur Oberfläche läuft und diese somit nur streift ($\alpha=\beta=90°$), wird er überhaupt nicht reflektiert und somit auch nicht abgelenkt.

Virtuelles Bild

Bei einem ebenen Spiegel stehen alle Einfallslote parallel und jeweils senkrecht zum Spiegel. Somit behält ein einfallendes Lichtbündel seinen Öffnungswinkel bei, da alle Strahlen des Lichtbündels dem Reflexionsgesetz folgen, Randstrahlen wie Zentralstrahl.

Wenn dieses reflektierte Bündel nun in unser Auge einfällt, erscheint es so, als ob das Licht von einem Punkt hinter dem Spiegel ausginge. Dieser Punkt hat dabei den gleichen Abstand vom Spiegel wie die eigentliche Lichtquelle vor dem Spiegel (◘ Abb. 6.8). **Somit sieht man in einem Spiegel das Bild dort, wo es sich in Wirklichkeit gar nicht befindet, man spricht deswegen von einem virtuellen Bild.**



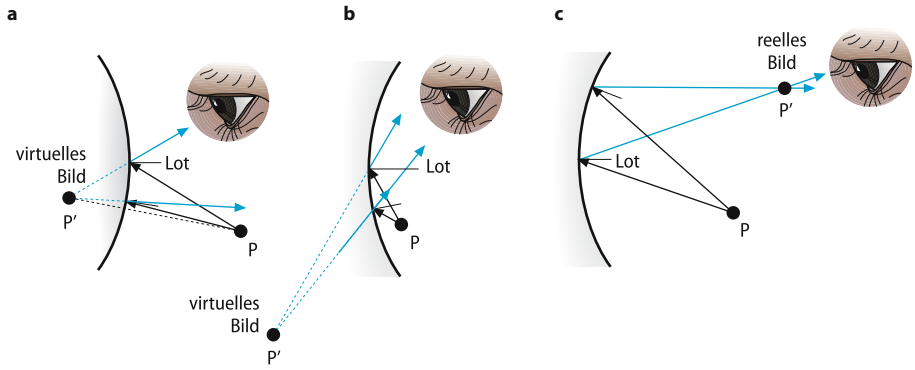
◘ **Abb. 6.8.** Bildentstehung an einem ebenen Spiegel, virtuelles Bild bei Spiegelung

Solche virtuellen Bilder (= Spiegelbilder) sind seitenverkehrt, unterscheiden sich also, was rechts-links anbelangt; oben und unten ist jedoch gleich. Davon kann sich jeder überzeugen, wenn er sich selbst im Spiegel betrachtet.

Besonderes gilt noch für vorgewölbte Spiegel und Hohlspiegel:

► Im vorgewölbten Spiegel erscheint das virtuelle Bild kleiner.

Vorgewölbte Spiegel. Für jeden Lichtstrahl ist hier ein eigenes Lot zuständig, da die Oberfläche ja gekrümmt ist. Dadurch ist der Öffnungswinkel des reflektierten, divergierenden Bündels größer als der des einfallenden Lichtbündels. Das Resultat ist, dass das virtuelle Bild kleiner erscheint, da es durch den Strahlengang näher am Spiegel liegt (◘ Abb. 6.9a).



◘ **Abb. 6.9a–c.** Bildentstehung an einem (**a**) gewölbten Spiegel bzw. (**b** und **c**) einem Hohlspiegel

Hohlspiegel/reelles Bild. Im Gegensatz zum vorgewölbten Spiegel wird hier der Öffnungswinkel verkleinert. Dies kann jetzt zweierlei Konsequenzen haben, abhängig von der Lage der Lichtquelle zum Spiegel.

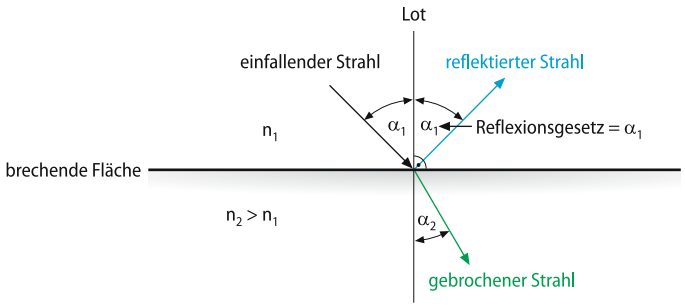
► Im Hohlspiegel entsteht je nach Entfernung der Lichtquelle ein vergrößertes virtuelles oder ein reelles Bild

Liegt die Lichtquelle nahe genug am Spiegel, ergibt sich wieder ein virtuelles Bild, jetzt vergrößert und mit größerem Abstand zum Spiegel (◘ Abb. 6.4b)

Liegt die Lichtquelle weit genug weg vom Spiegel, wird der Öffnungswinkel so klein, dass die reflektierten Strahlen nicht mehr divergieren, sondern konvergieren und sich an einem Punkt treffen (◘ Abb. 6.4b). Es entsteht ein reelles Bild des Gegenstandes. Für das Auge ist nun dieser Konvergenzpunkt der Ausgangspunkt des reflektierten Lichts. Man sieht nun ein reelles Bild, zwar immer noch nicht von der Stelle der eigentlichen Lichtquelle aus, doch kommen die einfallenden Strahlen der Lichtquelle wirklich aus dieser Richtung (► Kap. 6.2.5).

Brechung

Wie oben schon erwähnt, wird ein Lichtstrahl beim Auftreffen auf die Grenzschicht zwischen zwei transparenten Medien teilweise reflektiert und teilweise dringt er auch in das andere Medium ein. Für die Ausbreitung des eindringenden Strahls ändern sich dabei zwei Dinge: zum einen ändert sich seine Ausbreitungsgeschwindigkeit v im Medium und zum anderen auch seine Ausbreitungsrichtung. **Die Änderung der Ausbreitungsrichtung nennt man Brechung.**



◘ **Abb. 6.10.** Brechung eines Lichtstrahls beim Übergang zwischen zwei unterschiedlichen transparenten Medien

Dabei ist die Brechung abhängig von den Stoffeigenschaften des Mediums (◘ Abb. 6.10). Diese für die Brechung wichtigen Eigenschaften werden durch die **Brechungsindices** n_1 und n_2 der beiden Medien angegeben.

► Die Ausbreitungsgeschwindigkeit v ist eine Eigenschaft des Mediums!

Der **Brechungsindex (= Brechzahl)** n eines Mediums ist das Verhältnis zwischen der Lichtgeschwindigkeit c im Vakuum (ca. $c=3 \cdot 10^8$ m s^{-1}) und der Lichtgeschwindigkeit v in dem Medium. Als Quotient zweier Geschwindigkeiten besitzt der Brechungsindex keine Einheit, sein Zahlenwert ist größer als 1 (◘ Tab. 6.2).

► Brechungsindex n = Lichtgeschwindigkeit c im Vakuum/Lichtgeschwindigkeit v im Medium

◘ **Tab. 6.2.** Brechzahlen einiger transparenter Materialien

Material	Brechzahl
Luft	1,00027
Glas, je nach Glasart	~ 1,5
Wasser	1,333
Hornhaut des Auges	1,376
Kammerwasser und Glaskörper des Auges	1,336
Augenlinse am Rand	1,385
Augenlinse im Kern	1,406

Die Ausbreitungsrichtung der Lichtstrahlen bei der Brechung wird durch den Einfallswinkel α_1 und den Brechungswinkel α_2 zwischen den Lichtstrahlen und dem Lot beschrieben.

Man beobachtet folgende Phänomene:

- Wird beim Durchgang durch die Grenzfläche der Brechungsindex größer ($n_2>n_1$), d. h. beim Übergang vom optisch dünneren (kleinerer Brechungsindex) ins optisch dichtere Medium, so wird der Winkel zum Lot hin kleiner ($\alpha_2<\alpha_1$): Man sagt, der Lichtstrahl wird zum Lot hin gebrochen.
- Beim Übergang vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium ($n_2< n_1$), gilt der umgekehrte Fall $\alpha_1<\alpha_2$, Der Lichtstrahl wird vom Lot weg gebrochen.

► Vom optisch dünneren ins optisch dichtere Medium: $n_1<n_2 \rightarrow \alpha_1>\alpha_2$: Brechung zum Lot hin
Vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium: $n_1>n_2 \rightarrow \alpha_1<\alpha_2$: Brechung vom Lot weg

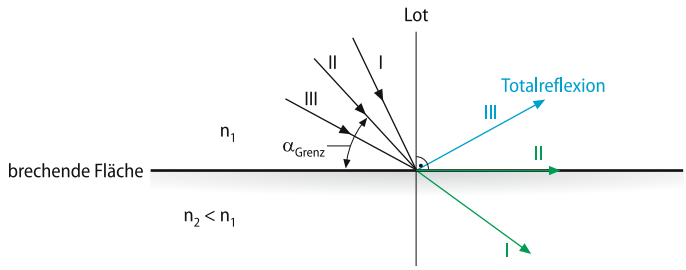
Berechnen kann man diese Änderung mithilfe des **Snellius-Brechungsgesetz (1621)**:

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{n_2}{n_1}$$

► Brechungsgesetz: $\sin \alpha_1/\sin \alpha_2=n_2/n_1$

Totalreflexion

Bei der Brechung vom Lot weg, also dem Übergang von einem optisch dichten in ein optisch dünnes Medium ($n_2<n_1$), gibt es einen Grenzwinkel für α_1, bei dem $\alpha_2=90°$ ist. Für größere Winkel tritt die so genannte **Totalreflexion** ein, d. h. der Lichtstrahl kann das Medium nicht mehr verlassen und die gesamte Intensität des einfallenden Strahls wird in das Medium 1 zurückreflektiert (◘ Abb. 6.11). Es tritt also nur noch der reflektierte Strahl auf, für den natürlich das Gesetz der Reflexion gilt.



◘ Abb. 6.11. Totalreflexion. Beim Übergang aus einem optisch dichten in ein optisch dünnes Medium gibt es einen Grenzwinkel α_{Grenz}, ab dem der Lichtstrahl das Medium nicht mehr verlassen kann und total reflektiert wird

Hätten Sie's gewusst?

Lichtleiter in der Medizin

Neben der nachrichtentechnischen Anwendung in Form von **Lichtleitern** zur Informationsübertragung wird die Totalreflexion auch in der Medizin eingesetzt, in der **Endoskopie**. Mittels einzelner dünner und flexibler Lichtleiter, die zu einem Bündel zusammengefasst werden, kann dabei sowohl Licht in einen dunklen Innenraum (Körperhöhlen) transportiert werden, als auch die Bildinformation die man durch ein abbildendes System auf der Stirnseite des Bündels erzeugt, punktweise (pixelweise) auf die andere Seite des Bündels übertragen werden.

Dispersion

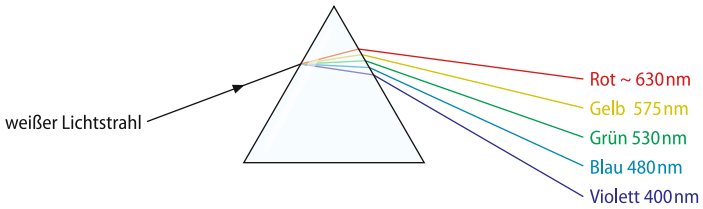
► Dispersion: Der Brechungsindex eines Materials ist von der Wellenlänge des Lichts abhängig, $n=n(\lambda)$

Da die Brechung direkt mit dem materialabhängigen Brechungsindex verknüpft ist, muss eine besondere Eigenschaft des Brechungsindex berücksichtigt werden. Es zeigt sich, dass die Brechzahl eines Mediums in der Regel nicht für alle Wellenlängen im sichtbaren Bereich gleich ist. Der Brechungsindex ist von der Wellenlänge λ und damit von der Frequenz ν abhängig. Man nennt diese Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge **Dispersion**, ausgedrückt in der Form $n=n(\lambda)$ (sprich der Brechungsindex ist eine Funktion der Wellenlänge λ).

Im Normalfall sinkt die Brechzahl n mit steigender Wellenlänge λ. Allerdings besteht **keine direkte Proportionalität**, sondern die entsprechenden Werte sind in so genannten Dispersionskurven für die jeweiligen Glassorten grafisch zusammengestellt und können entsprechenden Tabellenwerken entnommen werden.

► Weißes Lichtbündel wird durch ein Glasprisma in seine Spektralfarben zerlegt

Diesen Effekt kann man sehr gut beobachten, wenn man ein weißes Lichtbündel, z. B. von der Sonne (Temperaturstrahler mit kontinuierlichem Spektrum), durch ein Glasprisma fallen lässt. Der uns als weißes Licht vorkommende Lichtstrahl wird in seine Spektralfarben zerlegt, da wegen der Dispersion die Lichtstrahlen für jede Wellenlänge unterschiedlich stark gebrochen werden (◘ Abb. 6.12). Lichtstrahlen kleinerer Wellenlängen, wie die des blauen Spektralbereichs, werden dabei stärker gebrochen als die mit größerer Wellenlänge λ, z. B. rot.



◘ **Abb. 6.12.** Spektrale Zerlegung eines »weißen« Lichtstrahls, z. B. von der Sonne

► Beim Laser gibt es keine Dispersion

Würde man denselben Versuch mit einem Laserstrahl durchführen, würde man diesen Effekt der Dispersion nicht wahrnehmen können, da Laserlicht monochromatisch ist, d. h. nur elektromagnetische Wellen einer bestimmten Wellenlänge beinhaltet, für die genau ein Brechungsindex gilt und somit sich auch nur ein Brechungswinkel ergibt (► Kap. 6.1).

6.2.3 Anwendung der Brechung/Abbildungen

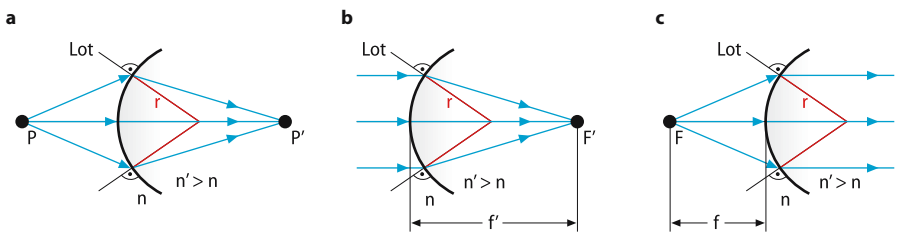
Abbildung durch sphärisch gekrümmte Flächen

► Brechungsgesetz gilt auch für gekrümmte Grenzflächen zwischen zwei Medien, z. B. Hornhaut des Auges.

Das Brechungsgesetz gilt auch für gekrümmte Grenzflächen zwischen zwei Medien mit unterschiedlichen Brechungsindices. Denken wir nur einmal an die Hornhaut des menschlichen Auges. Wie wir später noch sehen werden, ist der Übergang von der Luft auf die Hornhaut die am stärksten brechende Grenzfläche und nicht die Linse, sie macht nur einen sehr geringen Teil der Brechung aus. **Die Hornhaut stellt eine stark und annähernd sphärisch gekrümmte (= kugelförmig-gekrümmt) Trennfläche zwischen Luft und Kammerwasser dar** (vgl. Schemazeichnung des Auges, Kapitel 6.2.4).

Streng genommen existieren zwei Grenzflächen: nämlich einmal zwischen Luft–Hornhaut und weiterhin zwischen Hornhaut–Kammerwasser. Da die Brechnungsindices von Hornhaut und Kammerwasser annähernd gleich sind (◘ Tab. 6.1), kann man die Brechung an der zweiten Grenzschicht vernachlässigen.

Für die Brechung an einer sphärischen Fläche und dem Fall, dass n<n' ist, ergeben sich folgende Möglichkeiten der Abbildung (◘ Abb. 6.13):



◘ **Abb. 6.13a–c.** Möglicher Strahlenverlauf an einer sphärisch gekrümmten Fläche. **a** Entstehung des Bildpunkts P′ von P. **b** Bündelung parallel einfallender Strahlen – Definiton des Brennpunkts F′. **c** Umkehrung von **b**, Erzeugung eines parallelen Strahlenbündels

1. Strahlen, die von einem Punkt (P) ausgehen, können in diesem Fall hinter der Grenzfläche wieder in einem Punkt (P') gebündelt werden (◘ Abb. 6.13a). Eine solche Grenzfläche hat also abbildende Eigenschaften. **Man bezeichnet daher P' auch als Bild von P**.
2. **Spezialfall**: die Lichtstrahlen treffen parallel auf die Grenzfläche ein. Dies ist der Fall, wenn die Lichtstrahlen von einer sehr weit entfernten Lichtquelle wie der Sonne kommen (◘ Abb. 6.13b). Sie werden dann in einem Punkt gebündelt, den man als den **bildseitigen Brennpunkt F'** bezeichnet. Sein Abstand zum Flächenscheitel ist die **bildseitige Brennweite f'**.

► Strahlengänge sind umkehrbar

3. Eine weitere Möglichkeit ist der umgekehrte Strahlengang zu 2. und eigentlich keine wirklich neue Möglichkeit, da Strahlengänge umkehrbar sind; d. h. es ist egal, von welcher Seite ich den Strahlengang verfolge, das eine führt zwangsläufig immer zur anderen Situation auf der Gegenseite. Verlaufen nun also Lichtstrahlen, die von einem ganz bestimmten Punkt F vor der Grenzfläche ausgehen, hinter der Grenzfläche parallel zueinander, dann bezeichnet man diesen Punkt als **gegenstandsseitigen Brennpunkt F** und seinen Abstand zum Flächenscheitel als **gegenstandsseitige Brennweite f** (◘ Abb. 6.13c).

Beide Brennweiten f und f' hängen dabei sowohl vom Krümmungsradius der Fläche als auch von den Brechungsindices beider beteiligten Medien ab. Zwischen f und f' hat man folgenden Zusammenhang:

$$\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}$$

Betrachten wir dies wiederum am Beispiel unseres menschlichen Auges. Für die Hornhaut des Auges gilt: $n=n_{luft}=1$ und $n'=n_{Kammerwasser}=1{,}336$. Also ist $f/f'=n/n'=1/1{,}336\sim0{,}75$. Das heißt die gegenstandsseitige Brennweite f ist somit um den Faktor 0,75 kleiner als die bildseitige Brennweite f'.

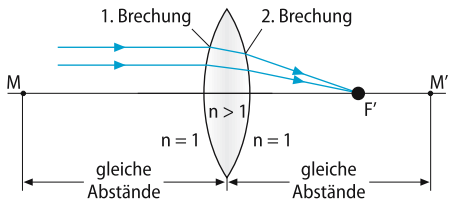
Abbildung durch dünne Linsen/Sammellinsen

► Beim Durchtritt durch eine Linse werden die Lichtstrahlen zweimal gebrochen.

Abgesehen von unserem Auge, das wir in einfacher Näherung gerade als nur eine gekrümmte Fläche mit unterschiedlichen Brechungsindices auf beiden Seiten betrachtet haben, ist der Normalfall eines abbildenden Systems eine Linse.

Linsen. Linsen werden in der Regel durch zwei sphärische Flächen begrenzt, die zwei verschiedene Krümmungsradien besitzen können. Lichtstrahlen, die eine Linse durchlaufen, werden also zweimal gebrochen, einmal beim Eintritt in das Linsenmaterial und dann noch mal beim Verlassen des Materials.

Zur besseren Übersicht und Angabe der Strahlengänge ist es üblich, eine Bezugslinie zu definieren, die **optische Achse** des Systems. **Durch die Krümmungsmittelpunkte M und M' der zwei sphärischen Grenzflächen wird eine Gerade festgelegt, die man als optische Achse der Linse bezeichnet** (◘ Abb. 6.14). Vor und hinter der Linse können sich zwei verschiedene Medien mit den Brechungsindices n_1 und n_2 befinden, die wiederum vom Brechungsindices n' des Linsenmaterials verschieden sind. In der Regel, wie z. B. bei einer Brille, handelt es sich bei dem umgebenden Medium um Luft ($n_1=n_2=1$) und der Brechungsindex des Linsenmaterials sei n.



◘ **Abb. 6.14.** Strahlengang bei der Abbildung durch eine dünne Linse

Betrachten wir nun einmal den Fall, dass beide Krümmungsradien gleich sind und die gewölbten Flächen jeweils von der Linse weg zeigen. Wenn sich diese symmetrische, bikonvexe, dünne Linse in

einem Medium befindet, dessen Brechungsindex kleiner ist als der des Linsenmaterials, handelt es sich um eine **Sammellinse,** wie das in der Abbildung dargestellt ist. Das heißt ihre sphärischen Flächen haben denselben Krümmungsradius (symmetrisch) und ihre sphärische Fläche weist auf beiden Seiten nach außen (bikonvex).

Solche Linsen haben die Eigenschaft, parallel einfallende Lichtstrahlen in einem Punkt zu sammeln, worauf sich auch der Name Sammellinse bezieht. Dabei hat sie ähnlich abbildende Eigenschaften wie die in ◘ Abb. 6.13b besprochenen sphärischen Flächen. So werden also parallel zur optischen Achse einfallende Lichtstrahlen im bildseitigen Brennpunkt F' gebündelt. Dies erreicht man, wenn man die Gegenstandsweite sehr groß wählt. Die vom Gegenstand ausgehenden noch durch die Linse fallenden Lichtstrahlen verlaufen dann vor der Brechung an der Linse nahezu parallel und werden schließlich im Brennpunkt F' gebündelt. Umgekehrt verlaufen Lichtstrahlen, die vom gegenstandsseitigen Brennpunkt F ausgehen, hinter der Linse parallel zur optischen Achse (wir wissen ja, der Strahlengang ist umkehrbar).

► Konvex versus konkav: Merkspruch »Konvex ist der Buckel von der Hex«

Dadurch, dass auf beiden Seiten der Linse das gleiche Medium ist, sind die beiden Brennweiten gleich.

Brennweite f und Brechkraft D

Die Eigenschaften einer Linse sind mit ihrer **Brennweite f** vollständig beschrieben. Hieraus ergibt sich auch die **Brechkraft D,** die als Größe im Bereich der Augenheilkunde und Augenoptik wesentlich gebräuchlicher ist als die Brennweite f. So wird bei Brillengläsern und Kontaktlinsen nicht die Brennweite f, sondern die Brechkraft D (»Gläserstärke) angegeben.

► Brechkraft D = Kehrwert der Brennweite f in Metern; D=1/f; [D]=1/m=dpt

Definiert ist die **Brechkraft D** als der Kehrwert der Brennweite f, wobei f in Metern anzugeben ist:

$$D = \frac{1}{f}$$

Ihre Einheit, die sich eigentlich demnach zu 1/m ergibt, ist die **Dioptrie, [D]=dpt.**

Eine hohe Brechkraft D bedeutet also kleine Brennweite f, die Linse bricht also das einfallende Licht sehr stark. Umgekehrt entspricht einer großen Brennweite f eine geringe Brechkraft D, die Linse bricht das einfallende Licht also nur gering.

► Hohe Brechkraft = kleine Brennweite und geringe Brechkraft = große Brennweite

Bei der Umrechnung ist unbedingt darauf zu achten, die Brennweite immer erst in Metern umzurechnen, da sich die Dioptrien auf Meter beziehen bzw. sie dessen Kehrwert ist!

6.2.4 Bildentstehung

Nachdem wir nun die prinzipiellen Eigenschaften von brechenden Flächen besprochen haben, müssen wir uns, wie kann es in einer exakten Wissenschaft wie der Physik anders sein, etwas näher mit der genauen Beschreibung der Abstände bei der Abbildung durch Linsen beschäftigen. Es gibt prinzipiell zwei verschiedene Möglichkeiten für eine bestimmte Linse bei vorgegebener **Gegenstandsweite g** und **Gegenstandsgröße G** und bekannter **Brennweite f**, die Lage und die Größe des **Bildes B** zu ermitteln: eine **zeichnerische** und eine **rechnerische Lösung.**

Zeichnerische Bildkonstruktion

Wenn die Form der Linse und ihr Brechungsindex bekannt sind, kann man den Verlauf einzelner Lichtstrahlen durch die Linse nach dem **Brechungsgesetz** konstruieren.

Wie in der ◘ Abb. 6.15 gezeigt, werden die Strahlen hierbei an der vorderen und hinteren Linsenfläche gebrochen. Führt man dies für mindestens zwei Strahlen durch, die von einem Punkt G aus durch die Linse gehen, so ergibt der Schnittpunkt der an beiden Linsenflächen gebrochenen Strahlen den **Bildpunkt B.**

Hauptebene

Bei dünnen Linsen, und das ist in den meisten Fällen der Fall, kann man dieses aufwendige Verfahren vereinfachen, indem man die dünne Linse in der Zeichnung durch die so genannte **Hauptebene** er-

► Statt einer dünnen Linse kann man von einer Hauptebene ausgehen

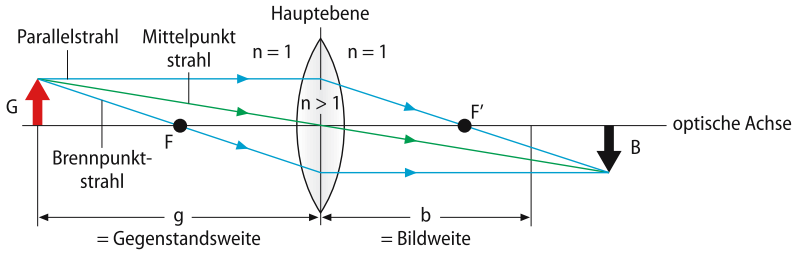


Abb. 6.15. Zeichnerische Bildkonstruktion an einer bikonvexen Linse

setzt, und so tut, als ob die gesamte Brechung der beiden Grenzflächen der Linse in dieser Hauptebene stattfindet. Sie befindet sich in der Linsenmitte und ist somit der Bezugspunkt für die Definition der Brennweiten und der Gegenstands- und Bildweite (Abb. 6.15).

Die gegenstands- bzw. bildseitige Brennweite f bzw. f′ ist der Abstand zwischen gegenstands- (F) bzw. bildseitigem Brennpunkt F′ und Hauptebene.

Die Gegenstands- g bzw. Bildweite b entspricht dem Abstand zwischen Gegenstand G bzw. Bild B und Hauptebene.

Doch wie können wir nun, ohne die Brechung an den einzelnen Flächen zu berechnen, die Brechung der Strahlen an der Hauptebene konstruieren? Wie wir gleich sehen werden, haben wir bereits alle notwendigen Informationen zusammen. Man braucht für die Konstruktion eines Bildpunkts nur die folgenden Dinge:

- Die Lage der **Hauptebene**
- Die Lage der **Brennpunkte F und F'**, die durch die optische Achse und die Brennweiten f und f' eindeutig bestimmt sind.
- Drei spezielle Strahlen, die vom Gegenstand ausgehen und nach bestimmten Regeln gebrochen werden, die drei **Konstruktionsstrahlen:**
  - **Brennpunktstrahl**
  - **Parallelstrahl**
  - **Mittelpunktstrahl**

► Brennpunktstrahlen werden an der Hauptebene Parallelstrahlen.

Brennpunktstrahlen werden an der Hauptebene zu Parallelstrahlen, d. h. jeder Strahl, der aus der Richtung des gegenstandsseitigen Brennpunkts F auf die Hauptebene trifft, verläuft hinter der Hauptebene parallel zur optischen Achse, entsprechend der Definition von F.

► Parallelstrahlen werden an der Hauptebene Brennpunktstrahlen.

Parallelstrahlen werden an der Hauptebene zu Brennpunktstrahlen, d. h. jeder Strahl, der parallel zur optischen Achse auf die Hauptebene trifft, verläuft hinter der Hauptebene auf den bildseitigen Brennpunkt F', ebenfalls entsprechend der Definition von F'.

► Mittelpunktstrahlen verlaufen bei gleichen Medien auf beiden der Seite der Hauptebene geradlinig

Mittelpunktstrahlen verlaufen geradlinig durch die Hauptebene unter der Voraussetzung, dass sich auf beiden Seiten der Linse das gleiche Medium befindet (n=n'). Das heißt, dass Mittelpunktstrahlen, also Strahlen, die auf den **Schnittpunkt zwischen Hauptebene und optischer Achse** treffen, ihre Richtung nicht ändern.

Streng genommen findet hier beim Durchtritt durch den Mittelpunkt aber schon eine Brechung des Strahls statt, auch wenn man dies zeichnerisch vernachlässigt. Auswirken tut sich diese Brechung in Form eines »**Strahlversatz**«, denn die beiden Brechungen an der Vorder- bzw. Rückseite ergeben zusammen keine Richtungsänderung.

Bei der **Konstruktion der Abbildung** z. B. eines Pfeils (Abb. 6.16), der senkrecht auf der optischen Achse steht, gilt auch für dessen Bild, dass es senkrecht auf der optischen Achse steht. Deshalb reicht hier die Konstruktion von nur einem Bildpunkt, was in unserem Fall der Pfeilspitze entspricht, aus, um die Lage und Größe des gesamten Bildes konstruieren zu können.

Wie die Abb. 6.16a–c zeigt, kann sich in Abhängigkeit von der Gegenstandsweite g das Bild B vergrößern (kurz: B>G) oder verkleinern (B<G). **Auch die Bildweite b hängt offensichtlich von der Gegenstandsweite g ab.**

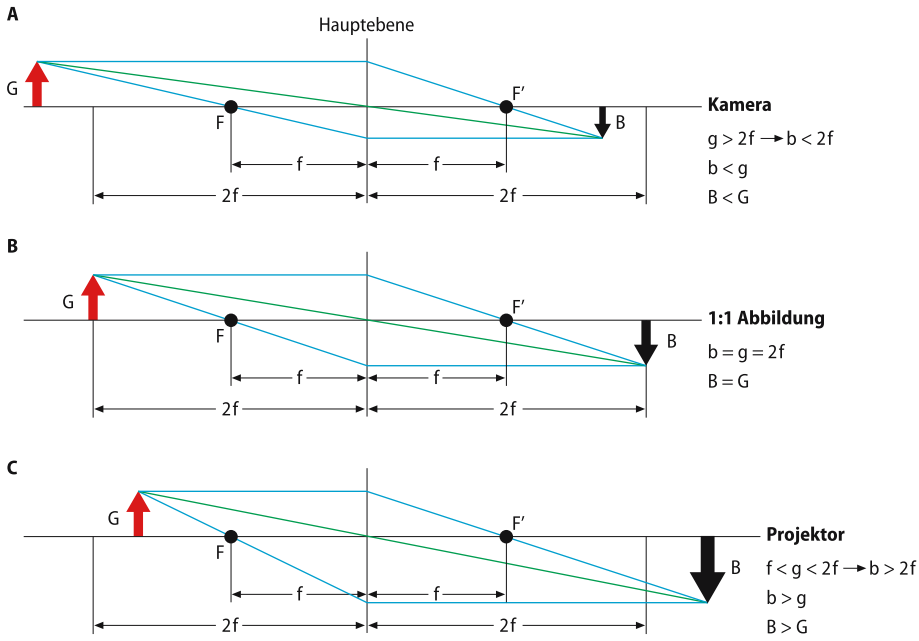


Abb. 6.16a–c. Konstruktion der Bildweite b und Bildgröße B in Abhängigkeit von der Gegenstandsweite g

Rechnerisches Verfahren

► Berechnung der Abhängigkeit der Bildgröße B und Bildweite b von der Gegenstandsweite g

Neben der zeichnerischen Lösung gibt es natürlich in der Physik auch Formeln, mit denen die **Abhängigkeit der Bildgröße B und Bildweite b von der Gegenstandsweite g** berechnet werden kann.

Ohne auf die Herleitung einzugehen (die findet sich in vielen Optikbüchern), merken wir uns einfach die beiden folgenden Gleichungen für den Fall, dass sich die Linse mit dem Brechungsindex n in Luft befindet (Brille).

Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

Abbildungsmaßstab

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = v$$

Dabei werden folgende Bezeichnungen verwendet:

- g= Gegenstandsweite
- G= Größe des Gegenstandes
- f= Brennweite
- b= Bildweite
- B= Größe des Bildes
- v= die Vergrößerung der Abbildung

Bedeutung der Abbildungsgleichung. Aus dem Abbildungsmaßstab leitet sich schließlich ab, was man in Abb. 6.16 beobachten kann. Formen wir dazu die Abbildungsgleichung nach b um (kleine Übung am Rande):

$$b = \frac{f \cdot g}{g - f}$$

Wenn wir dies dann in den Abbildungsmaßstab einsetzen, erhalten wir für die Vergrößerung der Abbildung:

$$v = \frac{B}{G} = \frac{f}{g - f}$$

► Je nach der Gegenstandsweite g im Verhätnis zur Brennweite f ergeben sich verschiedene Bildgrößen.

Betrachten wir nun die Fälle wie in der Konstruktion in ◘ Abb. 6.16 und ermitteln die Konsequenzen für die Lage und die Größe des Bildes:

- Für g=f ist die Bildgröße nicht definiert. Wie wir wissen, verlaufen die Lichtstrahlen nach der Linse alle parallel, sie schneiden sich nie, es gibt also keinen Bildpunkt.
- Für g=2 f erhalten wir B/G=1. Befindet sich also der Gegenstand in der doppelten Brennweite vor der Linse, ist das Bild gleich groß wie der Gegenstand. Die Bildweite ergibt sich übrigens zu b=2 f (◘ Abb. 6.16b).
- Für g zwischen f und 2 f gilt: B/G>1. Wir erhalten also ein reelles, vergrößertes Bild. Diese Einstellung wird bei allen **Projektoren** gewählt (◘ Abb. 6.16c).
- Für g größer als 2 f gilt: B/G<1. Das Bild ist kleiner als der Gegenstand. Dies wird für die Abbildung in einem **Fotoapparat** verwendet (◘ Abb. 6.16a).
- Für g kleiner als die Brennweite wird der Abbildungsmaßstab negativ. Dies bedeutet, dass kein reelles Bild entsteht. Die Konstruktionsstrahlen scheinen aus einem Punkt auf der Gegenstandsseite zu kommen.

6.2.5 Reelle und virtuelle Bilder

Man unterscheidet prinzipiell zwischen virtuellen und reellen Bildern. Dies soll an dieser Stelle noch mal kurz klar definiert werden.

► Reelle Bilder entstehen z. B. auf der Leinwand eines Kinos

Reelle Bilder. Bei einem reellen Bild vereinigen sich die Lichtstrahlen, werden also konvergent (Sammellinse). Somit kann das Bild B des Gegenstandes G auf einem Bildschirm sichtbar gemacht werden. Zum Beispiel handelt es sich auf unserer Netzhaut immer um reelle Bilder, oder im Kino wird durch einen Diaprojektor ein reelles Bild auf die Leinwand geworfen und in unserem Fotoapparat entsteht ein reelles Bild in der Filmebene (oder heutzutage auf dem CCD-Chip in unserer Digitalkamera).

► Virtuelle Bilder lassen sich nicht auf einem Schirm darstellen; z. B. unser Spiegelbild

Virtuelle Bilder (virtuell, frz.: scheinbar). Ein durch optische Geräte erzeugtes virtuelles Bild kann man nicht auf einem Schirm darstellen. Die von einem Gegenstand G ausgehenden Lichtstrahlen verlaufen nach dem optischen System divergent auseinander. Will man diese Lichtstrahlen wieder zu einem reellen Bild auf einem Schirm bündeln, benötigt man eine weitere Sammellinse, oder man betrachtet das virtuelle Bild mit dem Auge, denn dieses hat selbst eine Sammelwirkung.

Die wichtigste Eigenschaft ist jedoch, dass wir ein Bild sehen, wo eigentlich in der Realität gar keines existiert, es scheint sich hier also nur scheinbar zu befinden. Typisches Beispiel ist unser Spiegelbild. Die Lichtstrahlen, die von uns ausgehen, bleiben solange divergent, bis sie von unserem Auge wieder gebündelt werden. Unser »Gegenüber« steht dabei scheinbar hinter dem Spiegel.

6.2.6 Linsensystem

Nur in sehr einfachen Anwendungen, z. B. der Lupe (► Kap. 6.4), benutzt man eine einzelne Linse zur Abbildung. Bei anspruchsvolleren optischen Geräten, z. B. dem Mikroskop und dem Fotoapparat, setzt man in der Regel **Linsensysteme** ein; d. h. ein System mehrerer Linsen.

► Das Auge als Beispiel für ein Linsensystem

Auch das Auge ist ein klassisches Beispiel eines Linsensystems mit zwei Komponenten: die Abbildung erfolgt hier durch die brechende Wirkung der Hornhaut **und** Augenlinse. Bei Fehlsichtigkeit kommt häufig als dritte Komponente noch ein Brillenglas oder eine Kontaktlinse hinzu.

Unter der Voraussetzung, dass die einzelnen Komponenten sehr eng hintereinander stehen, d. h. der Abstand d der Einzellinsen deutlich kleiner sein muss als deren Brennweite, kann man die Wirkung eines Linsensystems auf die Brechung sehr einfach durch die Beiträge seiner Komponenten beschreiben. Dazu benötigt man wieder den Begriff der Brechkraft D.

Kombiniert man nun zwei Linsen mit den Brechkräften D_1 und D_2, so kann man die Brechkraft des Linsensystems folgendermaßen berechnen:

$$D_{Gesamt} = D_1 + D_2 - \frac{d}{n} \cdot D_1 \cdot D_2$$

Dabei ist d der Abstand zwischen den Linsenmitten und n der Brechungsindex des Mediums, das sich zwischen den Linsen befindet (im Auge wäre das das Kammerwasser).

Vereinfachen kann man die obige Gleichung, wenn der Fall besteht, dass der Abstand zwischen den Einzellinsen sehr klein gegenüber deren Brennweiten ist, also wenn d annähernd gleich 0 ist. Der dritte Term der obigen Gleichung ($d/n \cdot (D_1 \cdot D_2)$) wird dann gegenüber D_1+D_2 sehr klein und kann vernachlässigt werden.

Somit vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$D_{Gesamt} = D_1 + D_2$$

► Die Brechkräfte D_1 und D_2 der Einzellinsen addieren sich zur Brechkraft des Linsensystems

Diese Gleichung ist für prinzipielle Überlegungen ausreichend. Im Einzelfall muss man den 3. Term in der ersten Gleichung jedoch mit einbeziehen, z. B. bei der Anpassung für Korrekturlinsen wie **Brille** oder **Kontaktlinse** bei Fehlsichtigkeit.

Kontaktlinsen werden direkt auf die Hornhaut platziert, der Abstand d ist also wesentlicher geringer als bei einem Brillenglas. Hier spielt somit der Abstand d eine wesentliche Rolle. Dies ist der Grund dafür, weswegen Brillengläser eine höhere Brechkraft besitzen müssen, um dieselbe Korrekturwirkung wie Kontaktlinsen zu erreichen, was man sich anhand des Minuszeichens vor dem Korrekturterm klar machen kann.

6.2.7 Linsenarten

► Sammellinse, Zerstreuungslinse und Zylinderlinse als Linsenformen

An dieser Stelle wollen wir noch ein paar Bemerkungen zu den Linsen und ihren Eigenschaften einfügen. Dies bezieht sich zum einen auf die Form der Linse und die daraus resultierenden Eigenschaften, zum anderen auf nichtideale Abbildungseigenschaften, wie sie sich aus dem Material oder dem Herstellungsprozess (Linsenschleifen) ergeben.

Bezüglich der Linsenform gibt es drei Typen, die uns geläufig sein sollten:

- Sammellinse (konvexe Linse)
- Zerstreuungslinse (konkave Linse)
- Zylinderlinse

Konvexe Linsen/Sammellinsen

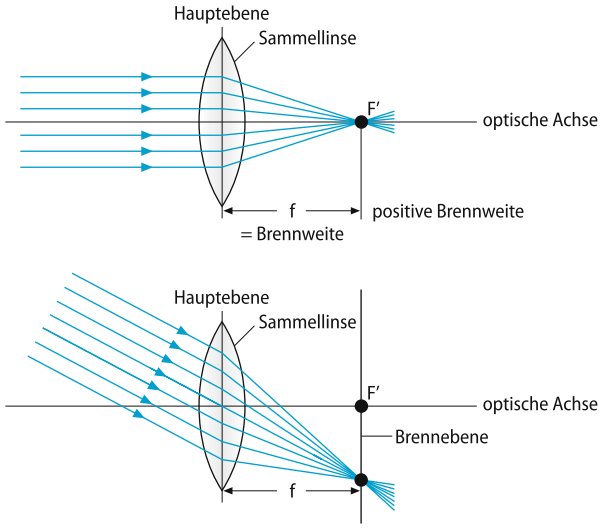
Konvexe Linsen, oder auch Sammellinsen genannt, wurden in den vorhergehenden Kapiteln schon eingehend besprochen. Wichtig ist, dass ihre sphärische Fläche auf beiden Seiten nach außen (bikonvex) weist (Abb. 6.17).

Sie haben die Eigenschaft, parallel einfallende Lichtstrahlen in einem Punkt (konvergent) zu sammeln, worauf sich auch der Name »Sammellinse« bezieht. Dieser Punkt befindet sich in diesem Fall im Abstand f, der Brennweite, hinter der Linse (Abb. 6.17 oben). Sind die parallelen Strahlen auch noch parallel zur optischen Achse, sammeln sich diese Strahlen im Brennpunkt F der Linse (Abb. 6.17 unten).

Für Sammellinsen gilt:

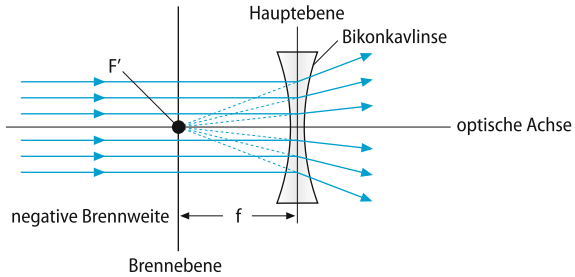
- Sie erzeugen in der Regel ein reelles Bild.
- Sie besitzen eine positive Brennweite f und somit auch eine positive Brechkraft D=1/f.

Abb. 6.17. Strahlengänge an einer Konvexlinse



Konkave Linsen/Zerstreuungslinsen

Abb. 6.18. Strahlengang an einer Konkavlinse



► Sammellinsen erzeugen meist ein reelles Bild und besitzen eine positive Brechkraft.

Konkave Linsen oder auch Zerstreuungslinsen sind Linsen, deren sphärische Flächen nach innen zeigen. Sie sind somit in der Mitte dünner als an den Rändern.

Bei parallel einfallenden Lichtstrahlen vergrößern Zerstreuungslinsen deren Öffnungswinkel, sodass diese Lichtstrahlen nach der Linse divergieren (auseinanderstreben) (Abb. 6.18). Deswegen werden diese Linsen auch Zerstreuungslinsen genannt. Sie erzeugen ausschließlich virtuelle Bilder, da es so erscheint, als ob die Lichtstrahlen virtuellen Punkten auf der Gegenstandsseite der Linse entstammen, also von einem Ort, wo sich der Gegenstand gar nicht befindet.

► Zerstreuungslinsen erzeugen ein virtuelles Bild und besitzen eine negative Brechkraft.

Weil sich die Brennebene jetzt eigentlich auf der falschen Seite befindet, gibt man die Brennweite f mit einem negativen Vorzeichen an, somit ist auch die Brechkraft negativ. Auch die Abbildungsgleichung ist somit wieder ausgeglichen.

Zylinderlinsen

Zylinderlinsen haben Bedeutung für die **Korrektur des Astigmatismus** (Stabsichtigkeit) (s. u.). Ihre Flächen sind zylinderförmig gekrümmt. **Bei Zylinderlinsen werden einfallende parallele Lichtstrahlen nicht zu einem Punkt, sondern zu einem Strich zusammengezogen.** Dieser Bildstrich liegt dabei in der Lage, in der sich auch die Achse der Zylinderlinse befindet; d. h. wenn man eine Zylinderlinse mit einer horizontalen Achse verwendet, erhält man einen horizontalen Bildstrich (Abb. 6.19a). Man kann somit auch für diese Linsen eine Brennweite definieren, nämlich den Abstand des Bildstrichs von der Hauptebene.

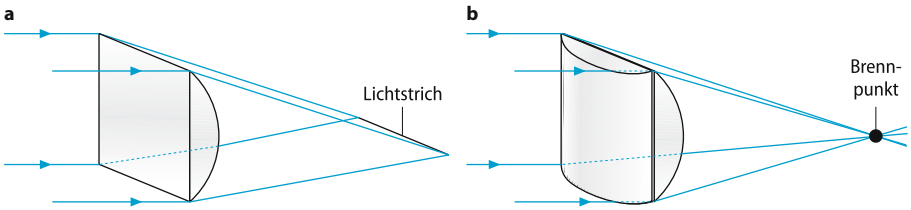


Abb. 6.19a,b. Strahlengang an einer Zylinderlinse (**a**); Kombination zweier gleicher Zylinderlinsen (**b**) (Aus Harten 2006)

Nimmt man eine zweite Zylinderlinse mit gleicher Brennweite f, aber mit einer zur ersten Linse senkrechten Zylinderachse hinzu, erhält man wieder einen klaren Bildpunkt (Abb. 6.19b). Hat die zweite Zylinderlinse jedoch eine andere Brennweite f_2, liefert sie ihren eigenen Bildstrich in einem anderen Abstand.

► Kombination aus Zylinderlinse und sphärischer Linse korrigiert Astigmatismus.

Genauso kann man auch eine Zylinderlinse mit einer sphärischen Linse kombinieren. Die Kombination hat dann keinen eindeutigen Brennpunkt mehr, sondern für die beiden Ebenen parallel bzw. senkrecht zur Zylinderachse eine andere Brennweite, in der sich ebenfalls ein Bildstrich bildet. Eine solche Linse ist dann astigmatisch und kann beim Ausgleich eines Astigmatismus der Hornhaut (s. u.) verwendet werden.

6.2.8 Linsenfehler oder Abbildungsfehler

Wenn wir uns noch einmal an die **Abbildungsgleichung** erinnern: **1/f=1/g+1/b**, trifft diese und die obigen zeichnerisch konstruierten Strahlengänge eigentlich streng genommen nur für Linsen mit idealen Eigenschaften zu. Die Linse unseres Auges ist annähernd so eine ideale Linse, denn beim alltäglichen Sehen haben wir keine Einschränkungen, Gegenstände scharf zu sehen.

► Brillen, Kontaktlinsen und optische Geräte zeigen Linsenfehler/Aberrationen

Anders ist es bei künstlichen Linsen. Auch bei sorgfältigster Herstellung wird eine solche Linse immer Abweichungen gegenüber einem idealen Strahlengang zeigen. **Diese Abweichungen vom idealen Strahlengang sind die so genannten Linsenfehler, auch Abberationen genannt.**

Die sphärische und die chromatische Abberation sind hier als die wichtigsten zu nennen und aus medizinischer Hinsicht durchaus wichtig, wenn man bedenkt, dass Brillen, Kontaktlinsen oder auch optische Geräte diese Abberationen zeigen (Abb. 6.20a,b).

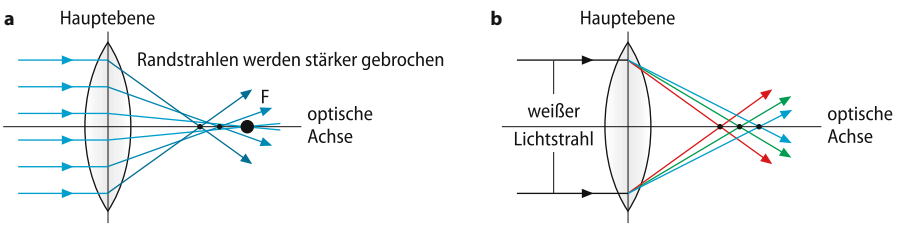


Abb. 6.20a,b. Abbildungsfehler. **a** Sphärische Abberation. Randstrahlen werden an sphärischen Linsen stärker gebrochen als Strahlen nahe der optischen Achse. **b** Chromatische Abberation: weil der Brechungsindex eine Funktion der Wellenlänge ist (Dispersion), werden verschiedene Farben unterschiedlich stark gebrochen

Sphärische Abberation

Es ist so, dass eine sphärische Linse nicht die ideale Form für eine punktförmige Abbildung ist. Die Randstrahlen werden stärker gebrochen als die, die näher an der optischen Achse liegen. Dadurch vereinigen sich die gebrochenen Lichtstrahlen hinter der Linse natürlich nicht mehr scharf in einem Punkt, er wird dadurch unscharf gesehen. Dieses Phänomen wird als **sphärische Abberation** bezeichnet.

► Sphärische Abberation: nicht alle Lichtstrahlen vereinigen sich hinter der Linse in einem Punkt.

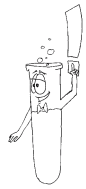
Wenn man schon die Ursache kennt, könnte man ja einfach die Linsenform nehmen, die diesen Fehler nicht zeigt. Dies ist prinzipiell möglich, sphärische Linsen sind aber erheblich leichter herzustellen und dadurch billiger. Verwendet man sphärische Linsen nur im achsnahen Bereich, sind die Fehler auch in der Regel akzeptabel.

► Chromatische Abberation: verschiedene Farbanteile des Lichts werden verschieden stark gebrochen.

Chromatische Abberation

Bei der chromatischen Abberation beobachtet man, dass die unterschiedlichen Farbanteile des Lichts unterschiedlich stark gebrochen werden. Ursache hierfür ist die Dispersion der optischen Materialien (n=n(λ), ► Kap. 6.2.2), also die unterschiedlichen stoffabhängigen Brechungsindices für Wellen unterschiedlicher Wellenlängen λ.

Normalerweise nimmt der Brechungsindex mit steigender Wellenlänge ab (normale Dispersion) weshalb kurzwelliges Licht (violett oder blau: geringere Wellenlänge λ) stärker gebrochen wird als langwelliges Licht (rot: größere Wellenlänge λ).



Hätten Sie's gewusst?

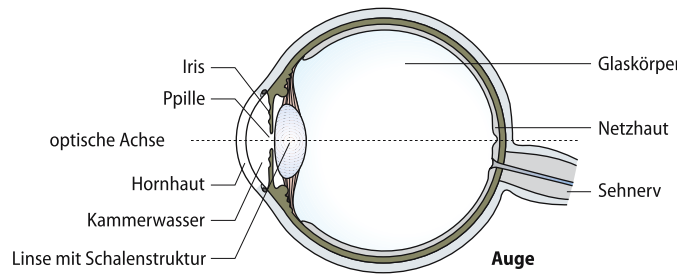
Rot sehen mit Brille...

Bei der Brille gelingt die Kompensation nicht vollständig. Man kann hier die chromatische Abberation v. a. am Brillenrand feststellen (zum Eigenversuch blickt man z. B. vom Augenwinkel aus (mit Brille natürlich) mit einiger Entfernung auf die Kante z. B. einer Schranktür. Wenn man nun leicht die Position ändert, also den Kopf nach links oder rechts dreht, sieht man, wie diese Kante einmal eher rötlicher erscheint und dann wieder eher bläulicher. Dies ist die chromatische Abberation unserer Brille im Randbereich (für das Gelingen dieses Versuchs wird übrigens keine Haftung übernommen...)

6.2.9 Das menschliche Auge

Anatomie: Cornea und Linse

Abb. 6.21. Das menschliche Auge



Unsere Augen sind sehr kompliziert aufgebaute Systeme, wie Abb. 6.21 zeigt. Folgen wir einem Lichtstrahl auf seinem Weg in unser Auge, so durchläuft er folgende Bestandteile:

- Zunächst die gekrümmte Hornhaut (n=1,376),
- dann das Kammerwasser (n=1,336),
- danach die Augenlinse (n=1,385 am Rand bis n=1,406 im Zentrum),
- schließlich den Glaskörper (n=1,34).

Dann trifft der Lichtstrahl auf der Netzhaut auf. Bei der Abbildung im Auge kann man die Funktion der Netzhaut mit der eines Bildschirms vergleichen, auf dem man ein reelles Bild B auffängt. Natürlich gilt auch hier die Abbildungsgleichung. **Doch ist die Bildweite b beim Auge nicht veränderlich, da sie ja dem Abstand (ca. 24 mm) zwischen Hornhaut und Netzhaut entspricht.** So stellt sich die Frage, wie es das Auge dann eigentlich schafft, dass wir unterschiedlich weit entfernte Gegenstände, v. a. nahe Gegenstände, trotzdem scharf sehen können.

► Die Cornea ist eine Sammellinse.

Hornhaut (Cornea)

Die lichtdurchlässige Hornhaut bildet den etwas stärker gebogenen vorderen Teil des Augapfels. Ihre Funktion ist die Lichtbrechung. Durch ihre fast annähernd sphärisch gekrümmte Form wirkt sie

dabei als **Sammellinse**, die die einfallenden Lichtstrahlen auf die Netzhaut bündelt und damit eine scharfe Abbildung ermöglicht. **Die Brechkraft D der Linse beträgt 43 dpt.** Da der Unterschied der Brechungsindices an der Grenzfläche Luft–Hornhaut (n_{Luft}=1, $n_{Hornhaut}$=1,376) viel größer ist als an der Grenzfläche Kammerwasser–Linse ($n_{Kammerwasser}$=1,336, n_{Linse}=1,385) ist, findet deshalb auch hier der größte Anteil der Brechung statt!

► An der Grenzfläche Luft-Hornhaut findet der größte Anteil der Lichtbrechung statt.

Akkomodation/Augenlinse

Um immer ein scharfes Bild auf der Netzhaut zu haben, bedient sich unser Auge eines Mechanismus, den man **Akkommodation** nennt.

► Akkomodation = Scharfeinstellung der Linse durch Änderung der Linsenkrümmung

Bei der Akkomodation wird die Brechkraft D der Linse erhöht. Um verstehen zu können, wie die Linse es schafft ihre Brechkraft zu ändern, muss man wissen, dass die Linse elastisch verformbar ist. Die bikonvexe, transparente Linse besteht aus einem kaum verformbaren Linsenkern, umgeben von einer sehr elastischen Linsenrinde mit Linsenkapsel.

Ein Muskel (M. ciliaris) bewirkt über seine Erschlaffung oder Anspannung eine Abflachung (geringere Brechkraft, fernsehen) oder eine stärkere Rundung (höhere Brechkraft, nahsehen) der elastischen Linse. Durch dünne Fasern, den Zonulafasern, ist er mit der Linsenkapsel verbunden. Er liegt ringförmig um die Linse, sodass er sich bei Kontraktion der Linse annähert. Dies erklärt, warum sich bei seiner Kontraktion die Zonulafasern entspannen und die Linse sich durch ihre Elastizität stärker krümmen kann. Es gilt:

- Eine **stärkere Krümmung der Linse** (hohe Brechkraft) ist dabei wichtig zum **scharfen Sehen in der Nähe**
- eine **schwächere Krümmung** (geringe Brechkraft) zum **scharfen Sehen in der Ferne**

Die Brechkraft der Linse beträgt nur 15 dpt. So erhält man eine Gesamtbrechkraft D_{System} des Auges von 58–59 dpt.

► Brechkraft D der Hornhaut. 43 dpt,
Brechkraft D der Linse: 15 dpt,
Gesamtbrechkraft des Auges: 58 dpt

Mit zunehmendem Alter verringert sich durch Wasserverlust die Rinde zugunsten des Kerns. Die Elastizität nimmt immer weiter ab und versteift schließlich, sodass man im Alter nur noch in der Ferne scharf sehen kann. Die Linse hat somit ihre Anpassungsfähigkeit verloren (Alterssichtigkeit, Presbyopie; ► Kap. 6.2.9.3).

Akkomodationsbreite

Den Bereich, in dem durch die Akkomodation die Brechkraft der Linse variiert werden kann, nennt man die Akkomodationsbreite. Um sie zu bestimmen, ermittelt man einmal die Brechkraft des Auges für den **Nah**- und den **Fernpunkt**.

Nahpunkt. Bei Annäherung eines Gegenstandes zum Auge muss immer stärker akkomodiert werden, bis schließlich die Grenze des Scharfsehens in der Nähe erreicht ist. Dieser Grenzpunkt wird als Nahpunkt bezeichnet. Er ist also dann erreicht, wenn bei maximaler Akkomodation ein punktförmiges Objekt noch scharf auf der Netzhaut abgebildet werden kann.

► Nahpunkt = scharfe Abbildung eines nahen Punkts bei maximaler Akkomodation.

Fernpunkt. Der Fernpunkt entspricht dem maximal entspannten Sehen in die Ferne und liegt bei einem Normalsichtigen (Emmetropen) im Unendlichen.

► Fernpunkt = maximal entspanntes Sehen in der Ferne

Die Differenz zwischen der Brechkraft des dioptischen Apparats (also Hornhaut und Linse zusammen) beim Fernpunkt D_F (maximal entspanntes Sehen) und dem Nahpunkt D_N (bei maximalen Akkomodation) nennt man die **Akkomodationsbreite A.** Wie die Brechkraft wird sie in dpt angegeben.

$$A = D_F - D_N$$

Fehlsichtigkeiten und ihre Korrektur

Beim Auge wird die **sphärische Abberation** durch ihren speziellen Aufbau korrigiert. Dabei ist die Augenlinse nicht optisch homogen aufgebaut, man muss sich ihren **Aufbau eher wie bei einer Zwiebel** vorstellen. Durch die vielen Lagen kommt es dazu, dass der Brechungsindex n in der Mitte, also im Kernbereich, größer ist als am Randbereich und das gleicht die sphärische Abberation weitgehend aus.

Auch bezüglich der **chromatische Abberation** schafft der Zwiebelaufbau der Linse des Auges Abhilfe. Man würde ansonsten einen farbigen Gegenstand im Alltag als Doppelbilder aufgetrennt nach seinen Farbanteilen hintereinander wahrnehmen.

Presbyopie (Alterssichtigkeit)

► Akkomodationsbreite nimmt mit dem Alter ab→ Presbyopie

Mit zunehmendem Lebensalter nimmt die Akkomodationsfähigkeit langsam ab, was man als Alterssichtigkeit bezeichnet. Dies wird dadurch verursacht, dass die Linse das ganze Leben über wächst, aber die Linsenkapsel kein Zellmaterial abstoßen kann. So vergrößert und verdichtet sich der unverformbare Kern der Linse zunehmend. Gleichzeitig verliert die Linse, aber auch andere Strukturen (u. a. der Ziliarmuskel), an Elastizität, was ja die Grundlage für die Akkomodation war. Die Folge ist, dass die **Akkomodationsbreite A** mit dem Alter zunehmend abnimmt (ca. 0,75 dpt pro 5 Jahre).

So können Kinder im gesamten Entfernungsbereich von unendlich bis auf 5–7 cm (= Nahpunkt) scharf sehen, was einer Akkomodationsbreite von ca. 15 dpt entspricht. Der Nahpunkt rückt mit zunehmendem Alter immer weiter weg und die Akkomodationsbreite beträgt mit 60 Jahren nur noch 1–2 dpt. Typisches Bild der Alterssichtigkeit ist, dass die betroffenen älteren Personen ihre Zeitung beim Lesen immer weiter weghalten müssen, um die Schrift scharf erkennen zu können, bis schließlich irgendwann die Arme zu kurz sind.

Korrektur. Hier ist eine zusätzliche Sammellinse notwendig, um den Nahpunkt wieder »in den Arbeitsbereich« anzunähern. Eine Lesebrille ist die normale Konsequenz.

Ametropien (Refraktionsanomalien)

Bei vielen Menschen kommt es zur Fehlsichtigkeit aufgrund von Störungen im »dioptischen Apparat« (= Gesamtheit des Auges als optisches System aus Hornhaut und Linse). Diese Störungen werden als Refraktionsanomalien oder **Ametropien** bezeichnet und kommen gleichermaßen bei jungen und alten Menschen vor.

Man unterscheidet weiterhin zwischen **Brechungs- und Achsenametropien**.

► Brechungsametropie = Störung der Brechkraft des Auges

Brechungsametropie. Bei einer Brechungsametropie liegt eine Störung der Brechkraft des dioptischen Apparats vor und kann entweder die Linse, oder aber, und was viel häufiger ist, die Hornhaut betreffen.

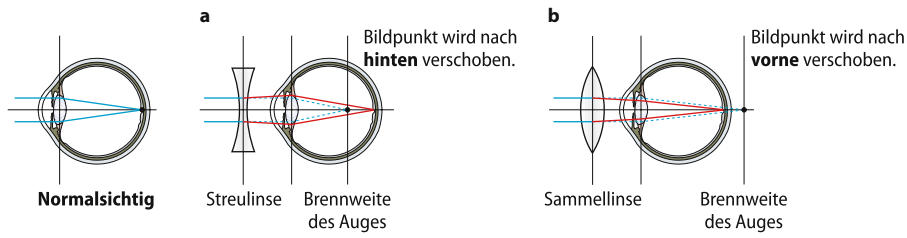
So ist die häufigste Form einer Brechungsametropie der so genannte Astigmatismus. Die hier zugrunde liegende Störung der Brechkraft wird durch einen veränderten Krümmungsradius der Hornhautvorderfläche hervorgerufen, man spricht deshalb auch von einer **Hornhautverkrümmung,** d. h. also, dass die Krümmung ungleichmäßig ist (z. B. vertikal mehr als horizontal). So erkennt man einen Punkt nicht als Punkt, sondern als Stab, deswegen wird diese Form auch als **Stabsichtigkeit (Astigmatismus)** bezeichnet.

► Astigmatismus = Stabsichtigkeit

Abhilfe kann hier eine **Zylinderlinse** (► Kap. 6.2.7) verschaffen, bei der die Zylinderachse entgegen der Achse des Auges steht. Beispiel: Wenn die Brechkraft meines Auges in vertikaler Richtung höher ist als in horizontaler, kann ich mit einer Zylinderlinse (die natürlich dieselbe Brechkraft wie das Auge haben muss) mit horizontaler Achse diese Fehlsichtigkeit ausgleichen.

► Achsenametropien sind Folge einer veränderten Längsachse des Bulbus.

Achsenametropien. Achsenametropien entstehen durch Veränderungen der Längsachse des Glaskörpers (Bulbus), was eine **Myopie** (Kurzsichtigkeit) oder **Hyperopie** (Weitsichtigkeit) zur Folge hat (◘ Abb. 6.22). Dabei sind die Brechungsverhältnisse meistens normal.



◘ **Abb. 6.22a, b.** Fehlsichtigkeiten des Auges. Kurz- (**a**) und Weitsichtigkeit (**b**)

Myopie (Kurzsichtigkeit)

Bei der Myopie (Abb. 6.22a) ist der Augapfel etwas zu lang, somit ist auch der Hornhaut-Netzhaut-Abstand größer als normalerweise. Die Brechkraft der Linse ist hier also zu stark, um einen Gegenstand in der Ferne, d. h. also beim entspannten Sehen in die Ferne, scharf auf der Netzhaut abbilden zu können. **Bei einer myopen Person liegt somit der Fernpunkt auch nicht mehr im Unendlichen, sondern liegt näher am Auge.** Die Korrektur erfolgt hier mit Hilfe einer **konkaven Zerstreuungslinse,** deren Brechkraft D negativ ist (**negative Dioptrien**).

► Myopie erfordert eine Zerstreuungslinse mit negativer Brechkraft.

Hyperopie (Weitsichtigkeit)

Bei der Hyperopie (Abb. 6.22b) ist es genau umgekehrt wie bei der Myopie: Hier ist der Augapfel etwas zu kurz, somit ist auch der Hornhaut-Netzhaut-Abstand geringer als normal. Die Brechkraft der Linse reicht nicht aus, um nahe gelegene Dinge scharf auf der Netzhaut abbilden und somit diesen Gegenstand scharf sehen zu können**. Also liegt bei der Hyperopie der Nahpunkt weiter vom Auge entfernt als beim Normalsichtigen.** Abhilfe schafft in diesem Fall die Korrektur mit einer **konvexen Sammellinse**, deren Brechkraft D positiv (**positive Dioptrien**) ist.

► Hyperopie erfordert eine konvexe Sammellinse mit positiver Brechkraft.

Vergrößerung

Durch den dioptischen Apparat des Auges wird auf unserer Netzhaut ein **reelles Bild** erzeugt. Je größer dieses Bild auf der Netzhaut ist, desto größer erscheint uns der betrachtete Gegenstand. **Dabei ist die Größe dieses reellen Bildes auf der Netzhaut proportional zum Sehwinkel ε, unter dem der Gegenstand betrachtet wird**, wie Abb. 6.23 zeigt.

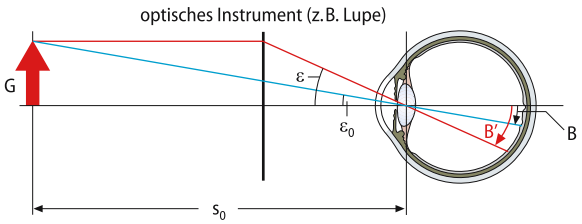


Abb. 6.23. Definition des Sehwinkels ε eines Objekts vor dem Auge. Mit einem optischen Instrument erhält man den größten Sehwinkel ε

Um einen Gegenstand möglichst groß zu sehen, ist es also ratsam, den Gegenstand so nah wie möglich an das Auge heranzubringen. Im vorigen Abschnitt haben wir aber erfahren, das dies nur bis zum Nahpunkt Sinn macht.

Reicht uns diese Größe immer noch nicht aus, verwenden wir optische Hilfsmittel wie die Lupe oder das Mikroskop. Bevor wir uns aber in ► Kap. 6.4 mit diesen näher beschäftigen, soll an dieser Stelle, da es eigentlich noch zum Auge gehört, der Begriff der Vergrößerung am Auge erklärt werden.

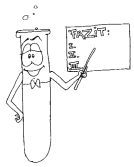
Bei der Abbildung mit Linsen haben wir bereits eine Vergrößerung kennengelernt; dort war es das Verhältnis von Gegenstands- zu Bildgröße. Da das Auge auf der Netzhaut immer ein verkleinertes Bild der Umgebung entwirft, wäre die »Vergrößerung« immer kleiner als eins, denn das Auge funktioniert ja wie ein Fotoapparat.

Deshalb wird für die Betrachtung der Vergrößerung in Bezug auf das Auge eine andere, wie wir sehen werden praktischere, Definition verwendet. **Jedes optische Hilfsmittel, das uns ein größeres Bild des Gegenstandes auf der Netzhaut erzeugt – relativ zu der Bildgröße ohne Hilfsmittel – , muss also den Sehwinkel ε vergrößern.**
Man definiert dementsprechend die **Vergrößerung V**

$$V = \frac{\text{Sehwinkel mit Hilfsmittel}}{\text{Sehwinkel ohne Hilfsmittel}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

Dabei wird der **Sehwinkel ohne Hilfsmittel ε_0** für einen festen Abstand, die **deutliche Sehweite s_0=25** cm bestimmt. Das ist der Abstand, in dem ein normalsichtiger (junger) Mensch ohne größere Anstrengung Dinge mit optimaler Auflösung erkennt. In diesem Abstand liest es sich auch am einfachsten.

► Deutliche Sehweite s_0=25 cm.



kurz & knapp

- In der **Geometrischen Optik** betrachtet man die Ausbreitung von Licht als Lichtstrahlen.
- Abbildungen kommen durch **Reflexionen** oder **Brechungen** zustande.
- Bei der **Reflexion** gilt: Winkel werden zum **Lot** hin angegeben; Lot = Senkrechte auf der brechenden oder spiegelnden Fläche, **Einfallswinkel = Ausfallswinkel**
- **Brechungsindex n** ist das Verhältnis von Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum zur Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium.
- Unter **Dispersion** versteht man die Abhängigkeit des Brechungsindex n von der Wellenlänge λ.
- Bei der **Brechung** gilt:

  $\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{n_2}{n_1}$ Snellius'sches Brechungsgesetz

  oder

  Beim Übergang vom optisch dünnen zum dichten Medium: Brechung zum Lot hin; beim Übergang vom optisch dichten zum dünnen Medium: Brechung vom Lot weg.
- Bei der **Abbildung durch dünne Linsen** gelten die Formeln:

  Linsengleichung: $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ mit f= Brennweite, g= Gegenstandsweite, b= Bildweite und

  Abbildungsmaßstab: $v = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$ mit B= Bildgröße und G= Gegenstandsgröße

- Die zeichnerische Bildkonstruktion an einer dünnen Linse erfolgt mit 3 Hilfsstrahlen:
  - Der **Mittelpunktsstrahl** geht gerade durch den Linsenmittelpunkt
  - Der **Parallelstrahl** (parallel zur optischen Achse) wird zum Brennpunktsstrahl
  - Der **Brennpunktsstrahl** (verläuft durch den Brennpunkt der Linse) wird zum Parallelstrahl
- Die wichtigsten **Linsenformen** sind:
  - Die **Sammellinse** (konvex, in der Mitte Dicker als am Rand) erzeugt reelle Bilder.
  - Die **Zerstreuungslinse** (konkav, in der Mitte dünner als am Rand) erzeugt virtuelle Bilder.
  - Die **Zylinderlinse** ist nur in eine Richtung gekrümmt.
- Abbildungsfehler:
  - **Sphärische Abberation** = Randstrahlen werden stärker gebrochen als Achsennahe Strahlen
  - **Chromatische Abberation** = Verschiedene Farben werden unterschiedlich stark gebrochen (Ursache ist die Dispersion des brechenden Materials)
- Für das **Auge** gilt:
  - Die Hauptbrechung erfolgt durch die Hornhaut.
  - Die Augenlinse ist für die **Akkomodation** zuständig (Brechkraftanpassung).
- **Fehlsichtigkeiten:**
  - Alterssichtigkeit (Presbyopie) = Abnahme der Akkomodationsbreite
  - Kurzsichtigkeit (Myopie) = Der Augapfel ist zu lang. Korrektur mittels Zerstreuungslinse.
  - Weitsichtigkeit (Hyperopie) = Der Augapfel ist zu kurz. Korrektur mittels Sammellinse
- Vergrößerung V:

  $V = \frac{\text{Sehwinkel mit Hilfsmittel}}{\text{Sehwinkel ohne Hilfsmittel}}$; ohne Hilfsmittel in der deutlichen Sehweite s_0=25 cm.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 Wegen der Totalreflexion sieht ein Fisch im Wasserglas die Außenwelt nur bis zu einem maximalen Einfallswinkel. Wie groß ist dieser? **Aufgabe 1**

Lösung 1 Nach dem Brechungsgesetz gilt für den Grenzwinkel, bei dem Totalreflexion einsetzt:

$$\sin(\alpha_1) = \sin(\alpha_2) \cdot \frac{n_2}{n_1} \text{ mit } \alpha_2=90°,\ n_1=1{,}333 \text{ (Wasser) und } n_2=1{,}0 \text{ (Luft)}$$

Daraus berechnet sich der Grenzwinkel $\alpha_1 = \arcsin\frac{n_2}{n_1}$ (der arcsin ist die Umkehrfunktion des Sinus) zu $\alpha_1=48{,}6°$.

Wer im Schwimmbad (oder der Badewanne) einmal abtaucht und wartet, bis sich die Wasseroberfläche beruhigt hat (nicht zu lange warten – die Luft wird knapp), erhält so einen sehr interessanten »Ausblick«.

Aufgabe 2 Die Brillengläser eines Weitsichtigen haben eine Stärke von +3 dpt. In welcher Entfernung hinter dieser Brille lassen sich die Lichtstrahlen der Sonne bündeln, also ein reelles Bild der Sonne erzeugen? **Aufgabe 2**

Lösung 2 Die Lichtstrahlen, die von der Sonne kommen, verlaufen wegen der großen Entfernung parallel. Parallele Lichtstrahlen werden im Brennweitenabstand hinter einer Sammellinse gebündelt (fokussiert). Die Brennweite f einer Linse ist der Kehrwert der Dioptrienzahl in Metern, also hier f=1/3 m=0,33 cm.

Aufgabe 3 Die Bildgröße B ist 4-mal größer als die Gegenstandsgröße G und das Bild entsteht 2 m hinter der abbildenden Sammellinse. Berechnen Sie die Brennweite der Linse. **Aufgabe 3**

Lösung 3 Aus dem Abbildungsmaßstab $\upsilon = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$ erhalten wir $g = \frac{1}{4} \cdot b$. Eingesetzt in die Linsengleichung und nach f aufgelöst folgt:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}25 \cdot b} + \frac{1}{b} = \frac{5}{b}$$

oder

$$f = b / 5 = 0{,}4\,\text{m}$$

Alles klar!

Der Blick auf die Netzhaut

Wenden wir doch einfach die zeichnerische Bildkonstruktion auf das »Auge in Auge« an wie in der ◘ Abb. 6.24a,b zu sehen.

Der Patient sollte dabei völlig entspannt in die Ferne blicken. Dadurch werden die vom beleuchteten Hintergrund des Auges, der Netzhaut, ausgehenden Lichtstrahlen von der Augenlinse des Patienten parallel ausgerichtet. Durch das Auge des Untersuchenden erhält man dann ein Abbild der Patientennetzhaut auf der Netzhaut des Untersuchenden (◘ Abb. 6.24a).

Eine alternative Methode stellt das indirekte Spiegeln (◘ Abb. 6.24b) dar. Hier wird durch eine Sammellinse ein reelles Zwischenbild der Patientennetzhaut erzeugt, das der Untersuchende dann anschauen kann.

Der Unterschied zwischen beiden Methoden besteht in der Größe des Bildausschnitts, den der Untersuchende sieht. Beim direkten Spiegeln sieht man einen kleinen Ausschnitt in starker Vergrö-

▼

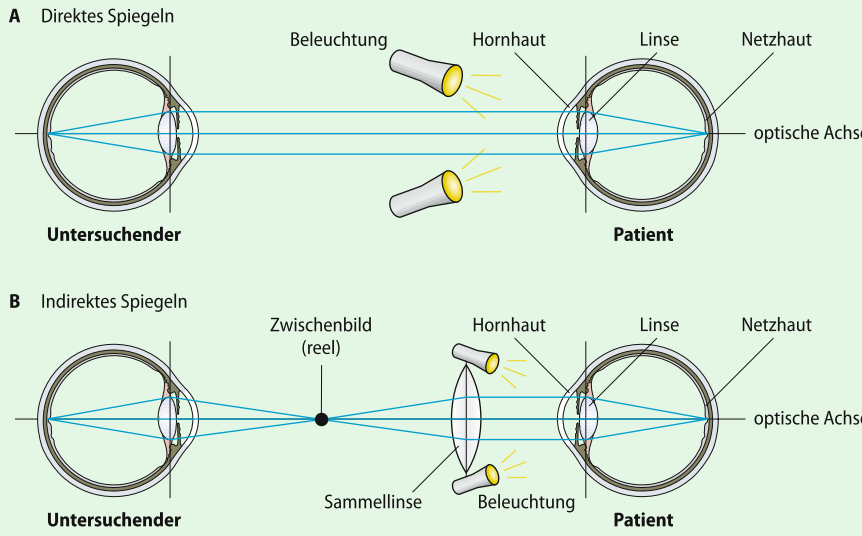


Abb. 6.24a, b. Zeichnerische Bildkonstruktion beim direkten (**a**) und indirekten (**b**) Spiegeln

ßerung, während beim indirekten Spiegeln ein größerer Ausschnitt beobachtet wird, der zudem auf dem Kopf steht.

Übrigens, da die Lichtwege umkehrbar sind, kann es dazu kommen, dass der Patient gleichzeitig die Netzhaut des Untersuchenden sieht.

6.3 Wellenoptik

Susanne Albrecht

- Huygenssches Prinzip
- Beugung
- Polarisation

Wie jetzt?

Beugung am Auge?

Wie wir gerade gesehen haben, lassen sich die abbildenden Erscheinungen durch Licht sehr gut mit den Formeln der geometrischen Optik beschreiben und berechen. Dies gilt auch für die Abbildungseigenschaften unseres Auges. Bei den optischen Instrumenten hingegen ist die Auflösung durch die Beugung begrenzt, wie wir im nächsten Kapitel noch sehen werden.

Wie ist das aber nun bei unserem Auge, spielt die Beugung hier ebenfalls eine Rolle?

► Wellencharakter des Lichts ist für das Verständnis optischer Instrumente wichtig.

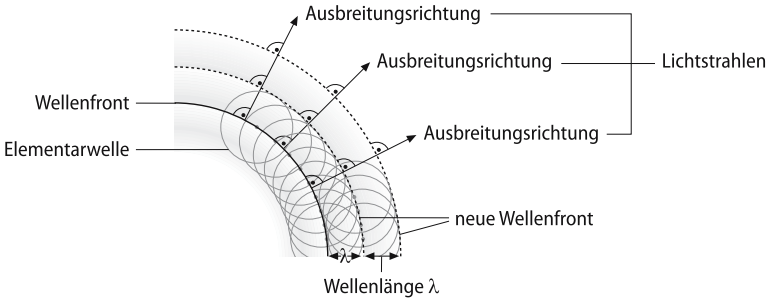
Im letzten Kapitel haben wir uns mit der Ausbreitung des Lichts beschäftigt und dabei die Wellennatur des Lichts völlig außer Acht gelassen. Wie wir gesehen haben, lässt sich vieles im Rahmen der geometrischen Optik erklären und verstehen.

Ein paar Erscheinungen des Lichts, die aber für das Verständnis der Funktionsweise optischer Instrumente wichtig sind, lassen sich nur mit dem Wellencharakter des Lichts verstehen. Einige

der Details haben wir bereits im ▶ Kap. 3.3 kennengelernt, wie das Huygenssche Prinzip, die Beugung und die Interferenz. Deshalb sollen hier nur die für das Licht wichtigsten Dinge zusammengestellt werden.

6.3.1 Huygenssches Prinzip

Licht ist eine elektromagnetische transversale Welle; der elektrische und der magnetische Feldvektor steht im Vakuum immer senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung. Zur Beschreibung der Wellenausbreitung können wir die Ausbreitung der Punkte mit maximaler elektrischer Feldstärke betrachten, wie wir das bei einer Wasserwelle (Wellenberge) auch getan haben (◘ Abb. 6.25). Die Verbindungslinie aller Punkte maximaler Feldstärke nennen wir eine **Wellenfront**.



◘ **Abb. 6.25.** Huygenssches Prinzip. Details im Text

Huygens hat sich nun die Wellenausbreitung folgendermaßen vorgestellt:

- Jeden Punkt einer Wellenfront stellen wir uns als Punktquelle einer neuen Kugelwelle um diesen Punkt vor, einer so genannten **Elementarwelle.**
- Die Überlagerung aller dieser Elementarwellen gibt wiederum die neue, sich ausbreitende Welle. Die neue Wellenfront ist die Einhüllende aller Elementarwellen.
- Die Senkrechte auf den Wellenfronten entspricht der Ausbreitungsrichtung der Welle.

Übrigens sollte uns diese Senkrechte irgendwie bekannt vorkommen. Es ist nichts anderes als der Lichtstrahl, den wir in der geometrischen Optik verwendet haben.

6.3.2 Beugung

Licht breitet sich also in alle Richtungen des Raums aus, wenn keine Hindernisse im Weg stehen. Was passiert jedoch, wenn doch ein Hindernis die Ausbreitung behindert?

Betrachten wir die Ausbreitung der Elementarwellen hinter einem Hindernis, z. B. einem Spalt (◘ Abb. 6.26).

▶ Licht wird an einem Hindernis (einem Spalt) gebeugt.

Hinter dem Spalt, den die von links einfallende ebene Welle durchläuft, erkennt man ein Abweichen der Welle von der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung. Die Einhüllende, also die neue Wellenfront, gelangt auch in Bereiche, in die entsprechend der geometrischen Optik das Licht eigentlich nicht hinkommen dürfte. Diese Abweichung wird als **Beugung** bezeichnet.

Für eine genaue Beschreibung der Beugung am Spalt muss die Interferenz (▶ Kap. 3.3) aller Elementarwellen, die sich an der Linie des Spalts ausbreiten, in jedem Beobachtungspunkt berechnet werden. Dies ist sehr aufwendig, weshalb wir dies den Physikern überlassen können. Deshalb betrachten wir nur das Resultat dieser Rechnungen.

▶ Die neue Wellenfront nach Beugung am Spalt hat ein zentrales Intensitätsmaximum und mehrere -minima.

Die Intensitätsverteilung hinter einem Spalt zeigt ein zentrales Maximum und daneben Minima (Intensität =0) und weitere so genannte Nebenmaxima, deren Intensität schnell abnimmt, je weiter

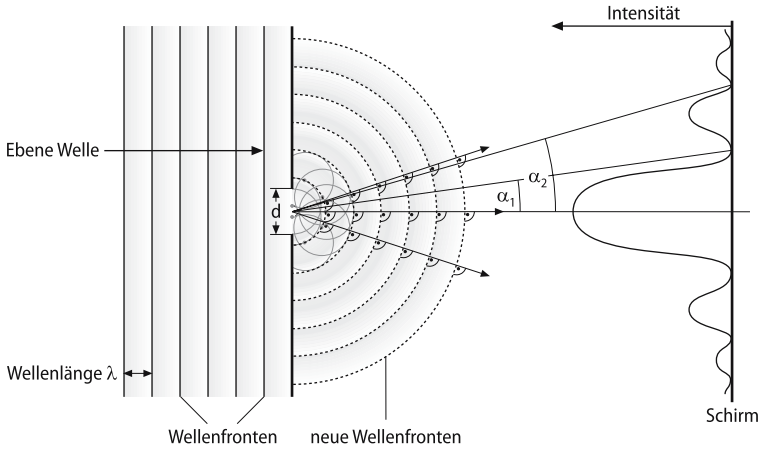


Abb. 6.26. Beugung am Spalt

man sich vom Zentrum entfernt. Die Richtung des n-ten Minimums (von der Mitte aus gezählt) erhält man aus der Gleichung

$$\sin(\alpha_n) = n \cdot \frac{\lambda}{d}$$

Dabei ist λ die Wellenlänge des verwendeten Lichts und d die Spaltbreite.

An dieser Gleichung kann man auch sofort sehen, wann Beugung überhaupt eine Rolle spielt. Der Winkel für das erste Minimum gibt an, wie groß der zentrale Lichtfleck ist. Für Spaltbreiten in der Größenordnung der Wellenlänge wird dieser doch sehr groß. Ist die Wellenlänge hingegen klein gegenüber der Spaltbreite, werden die Winkel für die Beugungsmaxima (Nebenmaxima) sehr klein, bleiben nahezu bei 0. Dies haben wir in der geometrischen Optik angenommen.

Wichtig wird die Beugung also nur dann, wenn wir sehr kleine Objekte betrachten wollen, da dann das Beobachtungslicht an diesem Objekt gebeugt wird. Die Beugung begrenzt dann das Auflösungsvermögen des optischen Instruments, wie z. B. Lupe und Mikroskop (► Kap. 6.4.2).

6.3.3 Polarisation des Lichts

► Licht besteht aus elektrischem Feld und magnetischem Feld.

► Beide Felder schwingen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung und senkrecht aufeinander.

Wie wir in Kapitel 4.1 gelernt haben, ist Licht eine **elektromagnetische Welle,** somit besteht sie aus einem elektrischen und magnetischen Feld. Elektromagnetische Wellen sind **Transversalwellen**, d. h. sowohl das elektrische als auch das magnetische Feld schwingen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Somit ist die Richtung der elektromagnetischen Welle schon mal eingeschränkt, jedoch noch nicht völlig festgelegt: Denn beide Anteile können gleichzeitig nach rechts und links, nach oben und unten usw. schwingen, immer jedoch senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, und sie müssen einen rechten Winkel zueinander haben (senkrecht aufeinander stehen) (Abb. 6.2).

In **unpolarisiertem natürlichen Licht** kann das elektrische Feld also in alle Richtungen zeigen, es ist keine bestimmte Richtung vorgegeben.

Man kann jedoch **polarisiertes Licht** herstellen, in dem das elektrische Feld in eine ganz bestimmte Richtung weist. Hierzu gibt es verschiedene Verfahren. Die einfachste ist die Verwendung einer Polarisationsfolie.

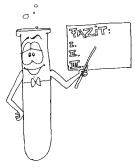
Hätten Sie's gewusst?

Optisch aktive Substanzen im polarisierten Licht

Polarisationsfolien lassen aufgrund ihrer inneren Struktur nur Licht einer bestimmten Richtung des elektrischen Feldes, der **Polarisationsrichtung** durch, die dann in einer bestimmten Ebene ausgerichtet ist. Dazu beleuchtet man die Polarisationsfolie mit natürlichem unpolarisiertem Licht. Ein Teil des Lichts wird dann adsorbiert, der andere Teil verlässt die Folie als **linear polarisiertes Licht**.

Anwendung. Man kann mithilfe von polarisiertem Licht Lösungen **optisch aktiver Substanzen** (z. B. eine Zuckerlösung) untersuchen. Optisch aktive Substanzen besitzen die Eigenschaft, die Ebene polarisierten Lichts zu drehen. Dabei sind der Drehwinkel, also der Wert, um welchen die Ebene verändert wurde, und auch die Richtung charakteristisch für jede einzelne optisch aktive Substanz.

kurz & knapp



- Das **Huygenssche Prinzip** beschreibt die Ausbreitung einer Welle durch die Überlagerung (Interferenz) von Elementarwellen.
- **Beugung** ist das Wellenphänomen, bei dem Licht durch Überlagerung der Elementarwellen nach dem Huygensschen Prinzip auch in Raumbereiche kommen kann, die aufgrund der geometrischen Optik verboten sind.
- Die **Polarisation** der Transversalwelle Licht gibt an, in welche Richtung das elektrische Feld schwingt. Linear polarisiertes Licht ist Licht, bei dem das E-Feld nur in eine bestimmte Richtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung schwingt.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 Berechnen Sie den Abstand B zwischen den beiden Beugungsminima links und rechts vom Hauptmaximum hinter einem Spalt der Breite d=5 mm im Abstand von A=30 mm hinter dem Spalt. Die Wellenlänge des verwendeten Lichts betrage 500 nm.

Lösung 1 Der Winkel für die Richtung des 1. Beugungsminimums relativ zur Senkrechten auf dem Spalt ergibt sich aus

$$\sin(\alpha_1) = 1 \cdot \frac{\lambda}{d} = \frac{500\,\text{nm}}{5\,\text{mm}} = 10^{-4}$$

Außerdem gilt:

$$\tan(\alpha_1) = \frac{B/2}{A}$$

Für den Abstand B ergibt sich somit

$$B = 2 \cdot A \cdot \tan(\arcsin(\alpha_1) = 0{,}006\,\text{mm} = 6\,\mu\text{m}$$

Alles klar!

Beugung des Lichts an der Irisblende in unserem Auge

Betrachten wir einmal das Licht (rechnen wir mit $\lambda = 500\,\text{nm}$), das von Gegenständen kommend durch die Brechkraft unseres Auges (Hornhaut plus Linse) diese auf der Netzhaut abbildet. Die Gegenstände sind relativ zum Durchmesser D (~5 mm) unserer Irisblende sehr weit entfernt. Deshalb können wir die Lichtwellen als ebene Welle ansehen.

Trifft diese ebene Welle nun auf die Irisblende, wirkt diese wie ein Spalt, und es sollte sich hinter der Blende ein Beugungsbild ergeben. In einfacher Näherung können wir die Formel für die Richtungen der Beugungsminima am Spalt heranziehen, um die Größe des Lichtflecks auf unserer Netzhaupt zu berechnen (Übungsaufgabe zu diesem Kapitel).

Für eine kreisförmige Blende mit Durchmesser D lautet die genaue Formel für den 1. dunklen Ring genauer: $\sin(\alpha_1) = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$.

Die Rechnung liefert, dass eine punktförmige Quelle auf unserer Netzhaut durch Beugung einen Lichtfleck mit einem Durchmesser von ungefähr 6 µm erzeugt – kleiner kann es nicht werden.

Betrachten wir demgegenüber die Tatsache, dass in unserem Auge im Bereich der besten Auflösung ca. 40.000 Zäpfen (Farblichtrezeptoren) auf einem 1 mm^2 sind. Jedes Zäpfchen »beobachtet« also eine Fläche mit ca. 5×5 µm oder in etwa 5 µm Durchmesser.

Ein interessanter Vergleich – oder?

6.4 Optische Instrumente

Susanne Albrecht

- Die Lupe
- Das Mikroskop
  - Auflösungsvermögen
- Fotometrie und Spektroskopie
  - Lambert-Beersches Gesetz
- Polarimeter

Wie jetzt?

Das Tor zur winzig kleinen Welt

Wenn wir winzig kleine Strukturen sichtbar machen wollen, reicht uns unser Auge und selbst eine Lupe nicht aus. Wir nehmen – auch schon als Medizinstudenten z. B. im Histologiekurs – ein Mikroskop zuhilfe, um den mikroskopischen Aufbau der Niere, die Muskelzellen des Herzens oder aber auch Zellen des Bluts beispielsweise genauer studieren zu können.

So ist es durchaus interessant zu wissen, wie diese Vergrößerung entsteht, die uns diese detailreichen Einblicke in diese winzige Welt verschafft. Wo sind die Grenzen?

► Lupe, Mikroskop, Fotometer, Spektrometer als optische Geräte

Zum Abschluss des Themenkomplexes Optik wollen wir uns mit der Anwendung all dessen beschäftigen, was wir an Theorie bislang gelernt haben. Die Anwendung finden wir in den optischen Instrumenten, den Hilfsmitteln, mit denen auch der Mediziner umgeht. Das sind nicht nur die Brille, die Lupe und die vielzähligen Mikroskope, sondern auch alle anderen Geräte, die aus dem modernen Labor nicht mehr wegzudenken sind, wie Fotometer und Spektrometer.

6.4.1 Die Lupe

Um später das Mikroskop verstehen zu können, müssen wir zunächst einmal wissen, wie eine Lupe funktioniert, denn im Mikroskop ist eine Lupe enthalten.

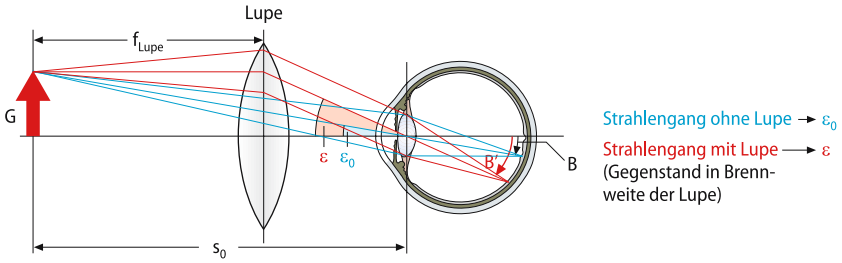
Wenn man etwas sehr Kleines noch erkennen will, aber die Akkomodation des Auges nicht mehr ausreicht, nimmt man eine Lupe zuhilfe. Durch sie hindurch kann man z. B. eine winzig kleine Schrift noch entziffern, die man mit bloßem Auge nicht mehr lesen hätte können.

Die Lupe ist ein sehr einfaches optisches Instrument und besteht nur aus einer Konvexlinse. Diese Sammellinse wird dabei derart verwendet, dass sie ein virtuelles vergrößertes Bild des Gegenstandes erzeugt, das wir uns dann mit unserem Auge anschauen können. Wenn wir ihr Funktionsprinzip verstehen wollen, müssen wir uns nochmals an ▶ Kap. 6.2.9. erinnern: Wir hatten gelernt, dass Vergrößerung durch die Vergrößerung des Sehwinkels ε erzeugt wird.

▶ Die Lupe besteht nur aus einer Konvexlinse = Sammellinse.

Die Lupe verwenden wir derart, dass wir – und das macht jeder so, ohne darüber nachzudenken – den Gegenstand in die Brennebene, Abstand f vor der Linse, bringen und dadurch die vom Gegenstand ausgehenden Lichtstrahlen in parallele Lichtstrahlen verwandeln, die in das entspannte Auge einfallen und auf der Netzhaut ein reelles Bild abbilden, als kämen sie aus unendlicher Ferne. Der Sehwinkel ε wird auf diese Weise vergrößert, was im Umkehrschluss heißt, dass eine Vergrößerung stattfindet (◘ Abb. 6.27).

▶ Durch eine Lupe wird der Sehwinkel vergrößert



◘ **Abb. 6.27.** Die Lupe. Dargestellt ist die Sehwinkelvergrößerung durch eine Lupe. (Aus Harten 2006)

Die Vergrößerung V des Bildes kann man dann durch folgende Formel berechnen (▶ Kap. 6.2.9):

$$v = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

Dabei sind ε der Sehwinkel mit Lupe, $ε_o$ der Sehwinkel ohne Lupe.
Aus der Abbildung entnehmen wir:

$$\tan(\varepsilon_0) = \frac{G}{s_0} \text{ und } \tan(\varepsilon) = \frac{G}{f}$$

Da es sich meist um kleine Winkel handelt, gilt mit den Näherungen $\tan \varepsilon_0 = \varepsilon_0$ und $\tan \varepsilon = \varepsilon$:

$$\varepsilon_0 = \frac{G}{s_0} \text{ und } \varepsilon = \frac{G}{f}$$

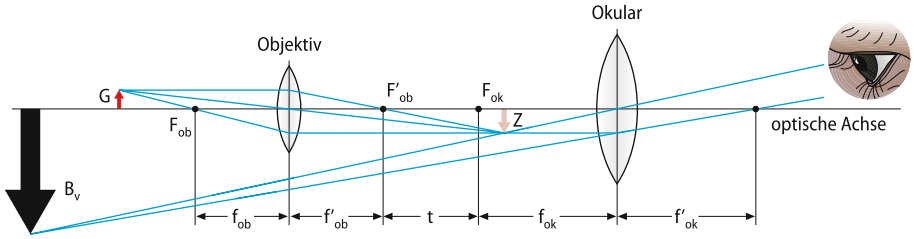
Dies gibt in der Kombination die Lupenvergrößerung wieder:

$$v_{Lupe} = \frac{s_0}{f}$$

6.4.2 Mikroskop

► Ein Mikroskop besteht aus zwei Linsen: Objektiv und Okular.

Beim Mikroskop wird zur Abbildung nun ein Linsensystem bestehend aus zwei Linsen verwendet. Es handelt sich um das **Objektiv und das Okular**. Beides sind Sammellinsen, die den betrachteten Gegenstand stufenweise vergrößern (◘ Abb. 6.28). Die **Gesamtvergrößerung** kommt so als das **Produkt der Einzelvergrößerungen** zustande.



◘ **Abb. 6.28.** Strahlengang in einem Mikroskop

Im Einzelnen gelingt die Vergrößerung folgendermaßen: dadurch, dass sich der Gegenstand unter dem Mikroskop außerhalb der einfachen Brennweite f_{Ob} des Objektivs befindet, entwirft das Objektiv ein vergrößertes reelles Bild B, das so genannte **Zwischenbild** zwischen den beiden Linsen – diesen Bereich nennt man **Tubus**. Das vergrößerte reelle Zwischenbild wird durch das Okular f_{Ok}, das wie eine Lupe wirkt, in ein noch größeres virtuelles Bild vergrößert, auf das jetzt unser Auge akkomodiert (s. o.).

Die Vergrößerung des Okulars haben wir soeben kennengelernt (Lupe):

$$v_{Lupe} = \frac{s_0}{f}$$

Die Vergrößerung der Abbildung des Objektivs, der Abbildungsmaßstab v (► Kap. 6.2), ergibt sich zu:

$$v_{Ob} = \frac{B}{G} = \frac{t}{f_{Ob}}$$

Hierbei wird t die optische Tubuslänge genannt, die in normalen Mikroskopen 180 mm beträgt. **Als Gesamtvergrößerung eines Mikroskops erhalten wir somit:**

$$v_{Mik} = v_{Ob} \cdot v_{Ok} = \frac{s_0 \cdot t}{f_{Ob} \cdot f_{Ok}}$$

► Die Beugung begrenzt das erzielbare Auflösungsvermögen.

Rein prinzipiell muss man die Brennweiten nur klein genug machen, um eine beliebig große Vergrößerung zu erhalten und damit beliebig kleine oder nah beieinander liegende Details eines Objekts noch einzeln sehen zu können. Hier macht uns nun die im ► Kap. 6.3 besprochene Beugung einen Strich durch die Rechnung. Diese begrenzt nun das erzielbare Auflösungsvermögen.

Auflösungsvermögen

Mit unseren Augen können wir im Abstand der deutlichen Sehweite s (25 cm) noch zwei Punkte als einzelne Punkte wahrnehmen, die 0,1 mm voneinander entfernt sind. Mikroskope oder andere optischen Instrumente, die zu einer Vergrößerung des betrachteten Gegenstandes führen, können auch noch Punkte voneinander getrennt wahrnehmen, die noch einen geringeren **Abstand d** voneinander haben. Man spricht dabei vom Auflösungsvermögen eines optischen Apparats oder auch des Auges. **Das heißt also, dass sich das Auflösungsvermögen aus dem kleinsten Abstand d zweier Punkte ergibt, die noch getrennt voneinander wahrgenommen werden können: Auflösungsvermögen =1/d.**

Beim Mikroskop. Dadurch, dass beim Mikroskop das Objektiv die erste Vergrößerung bewirkt und das Okular nur zu einer Vergrößerung dieses Zwischenbildes (s. o.) führt, wird hier das Auflösungsvermögen des gesamten mikroskopischen Apparats vom Auflösungsvermögen des Objektivs vorgegeben. Alles, was das Objektiv (◘ Abb. 6.28) abbilden kann, kann auch das Okular als nachgeschaltete Lupe nicht sichtbar machen.

► Das Aufösungsvermögen eines Mikroskops wird nur durch das Objektiv bestimmt.

Nummerische Apertur. Beim Auflösungsvermögen des Objektivs ist jedoch ein entscheidender Faktor begrenzend: die Beugung. Am Mikroskop werden die Lichtstrahlen an der Linsenfassung gebeugt, man erhält so genannte Beugungsmuster (► Kap. 6.3). Dies bedeutet, dass hier ein Punkt nicht mehr als Punkt, sondern als so genanntes **Beugungsscheibchen** abgebildet wird. Diese ähneln, wenn man sich an ► Kap. 6.3.2. erinnert, Wellen, die an einen Spalt oder Hindernis treffen und dort auch bestimmte Beugungsmuster aufwerfen.

► Nummerische Apertur: Beugung ist wichtig für die Auflösung

Beim Mikroskop hat dies folgende Konsequenz: **Der Abstand d zwischen zwei Punkten muss so groß sein, dass diese Beugungsmuster, die beiden zentralen Lichtflecke der beiden Punkte, in der Bildebene so weit getrennt sind, dass die Punkte als zwei einzelne Punkte noch wahrzunehmen sind.** Dies nennt man das **Rayleigh-Kriterium**.

Erinnern wir uns kurz an die Formel für die Größe d des zentralen Lichtflecks oder Beugungsscheibchens in ► Kap. 6.2. Darin steht, dass der Durchmesser proportional zur Wellenlänge λ des verwendeten Lichts ist. Somit ist die Auflösung eines Mikroskops auch abhängig von der Wellenlänge λ des Lichts, da eben Licht unterschiedlicher Wellenlänge λ an der Linsenfassung unterschiedlich gebeugt wird.

► Auflösung eines Mikroskops ist abhängig von der Wellenlänge λ des Lichts.

Eine detaillierte Rechnung liefert einen Zusammenhang:

$$\frac{\lambda}{d} = n \cdot \sin(\alpha)$$

Dabei ist **n sin(α)= die nummerische Apertur** des Objektivs und daher eine für eine bestimmtes Mikroskop gegebene Konstante. Der Winkel α ist dabei der halbe Winkel des Strahlenbüschels, das maximal vom Objekt in das Objektiv gelangen kann, und n der Brechungsindex des Mediums (Immersionsflüssigkeit) zwischen Objekt und Objektiv.

Durch diese Formel wird auch ersichtlich, dass bei kleinen Wellenlängen und bauartbedingt vorgegebener nummerische Aperatur die beste Auflösung erreicht werden kann. Im optischen Bereich empfiehlt es sich also eher, blaues Licht zu verwenden.

Verschiedene Arten von Mikroskopen

Im Prinzip sind alle Mikroskope nach diesem Grundprinzip aufgebaut. Durch bestimmte Änderungen erreicht man eine erhöhte Auflösung, wie es z. B. beim **Elektronenmikroskop** der Fall ist. Hier verwendet man statt Licht schnelle Elektronen, die sich genauso wie Licht, nur mit viel, viel kleineren Wellenlängen λ verhalten.

► Elektronen verhalten sich wie Licht, aber mit kleiner Wellenlänge.

Man hat beobachtet, dass sich kleine Teilchen, wenn sie nur einen entsprechend hohen Impuls p (Produkt aus Masse und Geschwindigkeit) haben, wie Wellen einer bestimmten Wellenlänge λ verhalten. Der Zusammenhang ist gegeben durch

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

h ist das Plancksche Wirkumsquantum.

Wie oben geschildert, ist die Auflösung über die nummerische Aperatur von der Wellenlänge λ abhängig. **Somit erreicht man mit der kurzwelligen Elektronenstrahlung eine noch viel höhere Auflösung als bei einem Lichtmikroskop.** Somit können noch kleinere Details sichtbar gemacht werden.

In der Histologie wird man auch über die **Fluoreszenzmikroskopie** stolpern. Hier werden bestimmte Strukturen mit Fluoreszenzfarbstoff angefärbt, der dann beim Beleuchten z. B. mit Schwarzlicht leuchtet und man so Strukturen bestimmter Eigenschaften im mikroskopischen Bild besser erkennen und zuordnen kann.

6.4.3 Fotometrie und Spektroskopie

Fotometrie und Spektroskopie zusammengefasst ergibt ein **Spektralfotometer.**

► Emissionsspektrum gibt Auskunft über Art der Lichtquelle.

Wie wir bereits bei der Frage »Was ist Licht?« gesehen haben, gibt die Verteilung der Intensität auf die einzelnen Wellenlängen im Spektrum (**Emissionsspektrum**) Auskunft über die Art der Lichtquelle. Genauso wird nun Licht von verschiedenen Stoffen unterschiedlich stark absorbiert, ja sogar unterschiedlich absorbiert bei verschiedenen Wellenlängen. Eine blaue Fensterscheibe schwächt wohl alle Farben außer eben blau derart ab, dass nur noch der blaue Anteil des kontinuierlichen Spektrums der Sonne hindurchkommt, und sie deshalb eben als blau von uns gesehen wird. Wir erinnern uns: das Spektrum eines Temperaturstrahlers wie der Sonne (ca. 5600 K) ist ein kontinuierliches Spektrum mit allen Regenbogenfarben, die wir in der Summe als weiß empfinden.

► Absorptionsspektrum gibt Auskunft über Art der angestrahlten Substanz sowie deren Konzentration.

Die Art, wie stark Licht von einer Substanz bei verschiedenen Wellenlängen absorbiert wird, nennt man **Absorptionsspektrum.** Dies ist nun wiederum charakteristisch für die jeweilige Substanz, zu vergleichen mit dem Fingerabdruck bei uns Menschen. Mehr noch, die Substanz kann man in der Regel bereits aus den Frequenzen ablesen, bei denen das Licht absorbiert wird, sodass sich aus der Bestimmung, wie stark die Absorption ist, auf die Konzentration der Substanz rückschließen lässt.

Lambert-Beersches Gesetz

Licht wird beim Durchgang durch eine Farblösung exponenziell geschwächt. Wir können so die Abschwächung durch eine Exponenzialfunktion errechnen:

$$I = I_0 \cdot e^{-k \cdot d}$$

Io ist dabei die Intensität des Lichts vor dem Durchgang, I die Intensität nach dem Durchgang des Lichts, d die Schichtdicke der Küvette, in der sich die Lösung befindet und **k der Extinktionskoeffizient**. Dieser Extinktionskoeffizient ist die substanzcharakteristische Größe.

Unter der Extinktion E (lat. Auslöschen) versteht man die Abschwächung des Lichts, also das Verhältnis

$$T = \frac{I}{I_0} = e^{-k \cdot d}$$

► Der Extinktionskoeffizient k ist direkt proportional zur Stoffkonzentration c.

Der Faktor k×d wird deshalb als Extinktion E=k×d bezeichnet. In einer Lösung ist nun der Extinktionskoeffizient k direkt proportional zur Konzentration c des Stoffs und lässt sich mit dem spezifischen molaren Extinktionskoeffizenten K, welcher für viele Substanzen tabelliert wurde, schreiben als

$$k = K \cdot c \rightarrow E = K \cdot d \cdot c$$

Zusammengefasst erhält man **das Lambert-Beersche Gesetz** für die spektrale Absorption von Lösungen

$$I = I_0 \cdot e^{-K \cdot d \cdot c}$$

oder für die **Transmission T**

$$T = \frac{I}{I_0} = e^{-K \cdot d \cdot c}$$

Der experimentelle Aufbau eines Spektralfotometers ist in der ◘ Abb. 6.29 dargestellt.

► Das Spektra lfotometer nutzt die Dispersion eines Prismas aus

Ausgehend von einer Lichtquelle mit kontinuierlichem Spektrum, z. B. einer Glühlampe, wird das Licht an einem Prisma in seine einzelnen Farben zerlegt. Dabei wird die Dispersion des Prismenmaterials ausgenutzt (► Kap. 6.2). Mittels einer Blende B_2 wird nun nur eine Farbe, also Wellenlänge, durch die Küvette geschickt, und für diese Wellenlänge die Extinktion bestimmt.

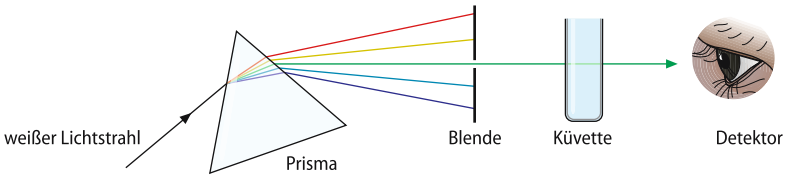


Abb. 6.29. Aufbau eines Spektralphotometers

Letzteres geschieht meist durch den Vergleich zweier Küvetten, einmal mit und einmal ohne die zu untersuchende Substanz, um wirklich nur den Absorptionsanteil der Substanz zu erhalten.

In automatischen Geräten erhält man dann ein Absorptionsspektrum, in dem die Extinktion gegenüber der Wellenlänge aufgetragen ist, wie z. B. in der Abb. 6.30 dargestellt.

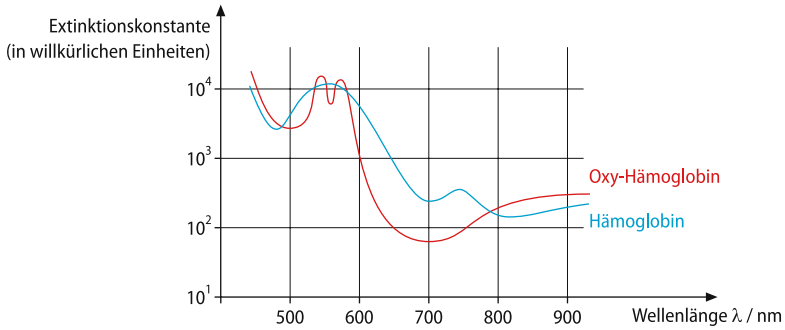


Abb. 6.30. Absorptionsspektrum von Hämoglobin (schwarz) und Oxy-Hämoglobin (Aus Harten 2006)

6.4.4 Polarimeter

► Polarisationsmeter nutzen den Einfluss optisch aktiver Substanzen.

Das Polarimeter nutzt den Einfluss einer Substanz auf die Polarisationsrichtung des Lichts aus (► Kap. 6.3). Substanzen, die in der Lage sind die Polarisationsrichtung zu drehen, nennt man **optisch aktive Substanzen.** Ein typischer Vertreter ist Zucker oder Saccharose. Der Versuchsaufbau ist denkbar einfach (Abb. 6.31).

Der erste Polarisator P_1 lässt nur Licht mit einer bestimmten Polarisationsrichtung von der Lichtquelle durch. Stellt man hinter P_1 einen zweiten Polarisator P_2, den man dann auch Analysator nennt, und orientiert diesen derart, dass er nur Licht durchlässt, welches genau senkrecht zur Richtung von P_1 polarisiert ist, kommt kein Licht mehr durch P_2 (Abb. 6.31a).

► Optisch aktive Substanzen drehen die Polarisationsrichtung von Licht.

Stellt man nun zwischen beide Polarisatoren eine Küvette mit der Lösung einer optisch aktiven Substanz, so wird die Polarisationsrichtung etwas gedreht, und das an P_2 ankommende Licht besitzt eine E-Feldkomponente (das elektrische Feld ist ein Vektor), die durch P_2 hindurchgelassen wird.

Nun dreht man P_2 so lange, bis hinter P_2 alles wieder dunkel ist. **Der Drehwinkel α ist dann ein Maß für die optische Aktivität der Lösung** (Abb. 6.31b).

► Optisch aktive Substanzen haben spezifische Drehvermögen.

Für die in Frage kommenden Substanzen sind die spezifischen Drehvermögen α_{spez} in Tabellen zusammengefasst.

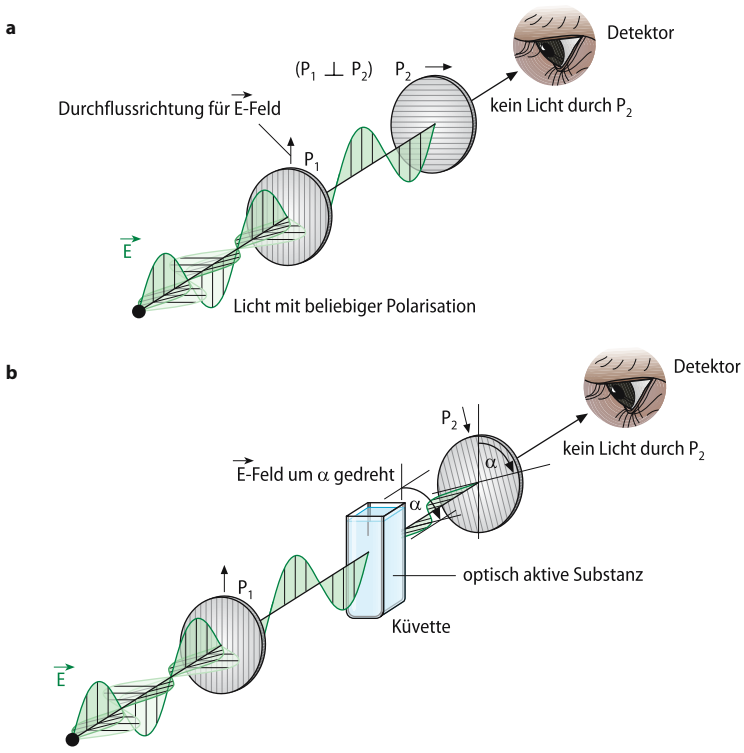
Der Drehwinkel α ergibt sich dann aus

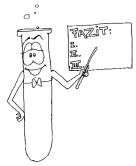
$$\alpha = \alpha_{Spez} \cdot c \cdot d$$

Dabei ist die Küvettenlänge d und der Konzentration c der optisch aktiven Substanz.

Verwendet wird dies z. B. zur Messung des Zuckergehalts im Traubensaft, der – wie allen Weinkennern bekannt ist – für das Gelingen eines »guten Tropfens« wichtig ist.

Abb. 6.31a,b. Aufbau zur Messung der optischen Aktivität einer Substanz





kurz & knapp

- Eine **Lupe** ist eine einfache Sammellinse. Die Vergrößerung die mit einer Lupe erzielt werden kann ist gegen durch:

  $v = \frac{s_0}{f}$ mit der deutlichen Sehweite s_0=25 cm und f der Brennweite der Linse.

- Ein **Mikroskop** besteht aus zwei Linsen. Die dem Objekt zugewandte Linse (Objektiv) mit f_{Okular} erzeugt ein vergrößertes reelles Bild. Dieses Zwischenbild wird mit einer als Lupe verwendeten zweiten Linse (Okular) mit f_{Okular} betrachtet. Die Vergrößerung eines Mikroskops ergibt sich zu $v = \frac{s_0 \cdot t}{f_{Okular} \cdot f_{Objektiv}}$ wobei ist t die optische Tubuslänge (im Normalmikroskop t=180 mm)
- Die **Auflösung** eines Mikroskops ist durch Beugung begrenzt (▶ Kap. 6.3).
- Mit einem **Spektralfotometer** untersucht man das Absorptionsverhalten einer Substanz bei verschiedenen Wellenlängen, **Absorptionsspektrum**. Das Absorptionsspektrum einer Substanz ist ein »Fingerabdruck« der Substanz.
- Die Abschwächung von Licht durch eine Substanz kann mit dem **Lambert-Beerschen Gesetz** beschrieben werden $I = I_0 \cdot e^{-k \cdot d}$.
- Mit einem **Polarimeter** bestimmt man die optische Aktivität einer Substanz (Lösung). Die Drehung der Polarisationsrichtung ist proportional zur Schichtdicke d der Substanz und proportional zur Konzentration c der gelösten optisch aktiven Substanz.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 Welche Brennweite f muss eine Sammellinse haben, damit diese als Lupe verwendet ein 10-fache Vergrößerung bewirkt? **Aufgabe 1**

Lösung 1 Für die Vergrößerung einer Lupe gilt $v = \frac{s_0}{f}$. Somit berechnet sich die benötigte Brennweite zu $f = \frac{s_0}{v} = \frac{25\,\text{cm}}{10} = 2{,}5\,\text{cm}$.

Aufgabe 2 Mit einem Okular der Brennweite f=10 mm wird die Lupe aus Aufgabe 1 zu einem Mikroskop mit Normaltubuslänge t=180 mm kombiniert. Berechnen Sie die Gesamtvergrößerung des Mikrokops. **Aufgabe 2**

Lösung 2 Für die Gesamtvergrößerung eines Mikroskops gilt $v = \frac{s_0 \cdot t}{f_{\text{Okular}} \cdot f_{\text{Objektiv}}}$. Einsetzen der Werte liefert

$$v = \frac{0{,}25\text{m} \cdot 0{,}180\text{m}}{0{,}025\text{m} \cdot 0{,}010\text{m}} = 180$$

Das Mikroskop liefert also ein 180-fache Vergrößerung.

Aufgabe 3 Das Spektralfotometer misst eine Transmission T=0,1 für eine bestimmte Wellenlänge. Wie groß ist die Transmission T', wenn Sie die Konzentration durch Verdünnen auf 10% reduzieren? **Aufgabe 3**

Lösung 3 Für die Transmission gilt $T = \frac{I}{I_0} = e^{-K \cdot d \cdot c}$. Für T=0,1 erhalten wir für die Extinktion E

$E = K \cdot d \cdot c = -\ln(T) = -\ln(0{,}1) = 2{,}3$. Für das 0,1-Fache der Konzentration ergibt sich $E' = K \cdot d \cdot c/10 = 0{,}23$, und somit für die Transmission T'

$T' = e^{-E'} = e^{-0{,}23} = 0{,}79$

Aufgabe 4 Wie verändert sich der Drehwinkel einer optisch aktiven Substanz, wenn Sie die Konzentration c vervierfachen und gleichzeitig die Küvettenlänge halbieren? **Aufgabe 4**

Lösung 4 Der resultierende Drehwinkel einer optisch aktiven Substanz ist direkt proportional zur Konzentration und zur Küvettenlänge. Deshalb ergibt die Vervierfachung der Konzentration einen 4-fachen Drehwinkel. Die Halbierung der Küvettenlänge halbiert dann den Drehwinkel wieder. Somit ergibt sich insgesamt eine Änderung um den Faktor 4/2=2, also ein Verdopplung des Drehwinkels.

Alles klar!

Die Grenzen der Vergrößerung

Wie wir jetzt wissen, ist die Auflösung durch die Beugung begrenzt, auch wenn wir rein rechnerisch die Vergrößerung eines Mikroskops beliebig hoch treiben könnten. Nehmen wir einmal an – was durchaus realistisch ist – wir haben ein Objektiv mit einer Nummerischen Apertur von NA=0,9.

Somit erhalten wir für das Verhältnis λ/d=NA=0,9. Für den kleinsten Abstand d zwischen 2 Punkten des Objekts, die noch getrennt gesehen werden können, ergibt sich bei der verwendeten Wellenlänge λ:

$d=\lambda/0{,}9.$

Für blaues Licht erhalten wir somit einen minimalen Abstand von d=380 nm/0,9~420 nm. Dies entspricht einem Auflösungsvermögen AV von $AV=1/d\sim 2{,}4 \cdot 10^6$ 1/m.

Man kann sich also einfach merken, dass für optische Mikroskope bei der Verwendung der kürzesten Wellenlänge (blaues Licht) noch Details gesehen werden können, die einen Abstand im Bereich der verwendeten Wellenlänge besitzen, also ca. 400 nm.

7 Ionisierende Strahlung

7.1 Radioaktivität – 284
Dominik Schneidawind
7.1.1 Aufbau eines Atoms – 285
7.1.2 Definition der Radioaktivität – 285
7.1.3 Arten und Eigenschaften radioaktiver Strahlung – 286
7.1.4 Verschiebungsgesetze – 287
7.1.5 Zerfallsreihen und Nuklidtafel – 288
7.1.6 Zerfallsgesetz – 289

7.2 Röntgenstrahlung – 292
Dominik Schneidawind
7.2.1 Aufbau und Funktionsprinzip einer Röntgenröhre – 292
7.2.2 Strahlungsleistung – 294
7.2.3 Bildentstehung und Absorptionsgesetz – 294
7.2.4 Wechselwirkung zwischen γ-Strahlung und Materie – 296
7.2.5 CT, SPECT und PET – 298

7.3 Wirkung ionisierender Strahlung – 300
Dominik Schneidawind
7.3.1 Methoden zum Nachweis und zur Messung radioaktiver Strahlung – 300
7.3.2 Energiebegriffe – 302
7.3.3 Biologische Strahlenwirkung – 303
7.3.4 Strahlenschutz – 304

7.1 Radioaktivität

Dominik Schneidawind

- Aufbau eines Atoms
- Definition der Radioaktivität
- Arten und Eigenschaften radioaktiver Strahlung
- Verschiebungsgesetze
- Zerfallsreihen und Nuklidtafel
- Zerfallsgesetz

Wie jetzt?

Mammakarzinom und Strahlentherapie

Signiora Mammaria aus Palermo fällt bei der Selbstuntersuchung ihrer linken Brust eine kleine, schlecht verschiebbare Verhärtung auf, die sie zuvor noch nie bemerkt hatte. Daraufhin konsultiert sie ihren Frauenarzt, der nach einer manuellen Palpation und einer Ultraschalluntersuchung der Brust ein Mammakarzinom vermutet. Um seinen Verdacht zu bestätigen, überweist er Signiora Mammaria zur Mammographie in eine radiologische Praxis. Auf dem **Röntgenbild** (Abb. 7.1) lässt sich der Tumor als unscharf begrenzte Aufhellung mit radiären Ausläufern identifizieren. Weitere diagnostische Verfahren, unter anderem ein **CT**, sichern die Diagnose: Signiora Mammaria hat Brustkrebs.

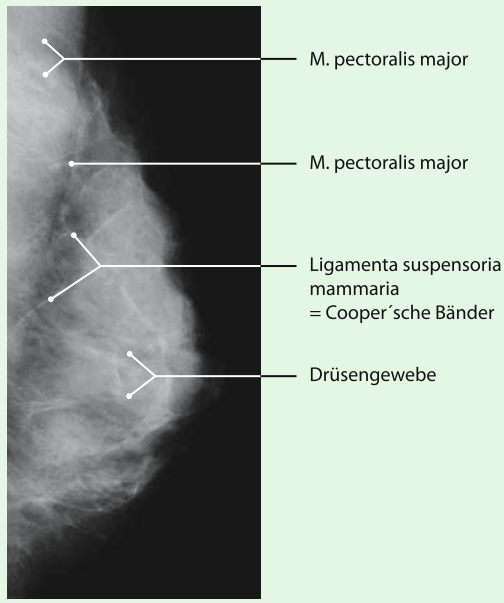


Abb. 7.1. Mammakarzinom. (Aus Tillmann 2005)

Jetzt bespricht der behandelnde Arzt mit ihr mögliche Therapieverfahren. Welche könnten dies sein und was haben sie mit dem Thema »Ionisierende Strahlung« zu tun?

Dieses Beispiel zeigt schon jetzt, wie wichtig die Kenntnis der physikalischen Grundlagen der ionisierenden Strahlung im klinischen Alltag zum Verständnis von Diagnoseverfahren und Therapiemöglichkeiten bei verschiedenen Erkrankungen ist. Es zahlt sich also aus, auch das letzte Kapitel dieses Buchs mit Begeisterung durchzuarbeiten. Es sei noch darauf hingewiesen, dass der Autor versucht, einen Kompromiss zwischen Verständnis, klinischer Relevanz und Forderungen des GK zu finden.

7.1.1 Aufbau eines Atoms

► Aufbau der Atome: Kern (Protonen+Neutronen) und Hülle (Elektronen)

Zunächst betrachten wir zur Wiederholung den Aufbau eines Atoms (► Kap. 2.2). Ein **Atom** besteht aus einer Hülle, die einen Atomkern umgibt. Die Hülle besteht aus negativ geladenen **Elektronen**. Der Atomkern, auch **Nuklid** genannt, setzt sich aus positiv geladenen **Protonen** und ungeladenen **Neutronen** zusammen, die gemeinsam als Nukleone bezeichnet werden.

Tab. 7.1. Aufbau eines Atoms

Teilchen	Lokalisation	elektrische Ladung	Masse
Elektronen	Hülle	negativ	$9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg
Protonen	Kern	positiv	$1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg
Neutronen	Kern	neutral	$1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg

► Protonenzahl = Ordnungszahl

Wenn man in Tab. 7.1 die Massen der Elementarteilchen betrachtet, fällt auf, dass die **Atommasse** quasi ausschließlich von der Masse der Protonen und Neutronen abhängt, da die Elektronenmasse vergleichsweise gering ist. Die Anzahl der Protonen (**Protonenzahl**, Kernladungszahl) in einem Atom definiert das Element und damit die Stellung im Periodensystem, d. h. die Protonenzahl entspricht der **Ordnungszahl.** Das Element mit zwölf Protonen wird z. B. als Kohlenstoff bezeichnet und besitzt eben die Ordnungszahl zwölf.

Aus diesen Tatsachen ergeben sich die folgenden Formeln:

Neutronenzahl = Massenzahl–Ordnungszahl
Zahl der Elektronen im ungeladenen neutralen Zustand = Ordnungszahl (= Protonenzahl)

Uran z. B. steht im Periodensystem an 92igster Stelle und besitzt die Massenzahl 235. Das bedeutet, dass dieses Uran aus 92 Protonen, 235-92=143 Neutronen und im ungeladenen Zustand aus 92 Elektronen besteht. Man schreibt das folgendermaßen: $^{235}_{92}\mathrm{U}$.

► Isotope = Atome gleicher Protonen-, aber unterschiedlicher Neutronenzahl

Die Protonenzahl definiert, wie bereits gesagt, das Element, d. h. Uran besitzt immer 92 Protonen. Besitzt es weniger oder mehr Protonen, ist es kein Uran mehr, sondern ein anderes Element. Die Neutronenzahl kann dahingegen variieren, ohne das Element als solches zu verändern. Atome gleicher Protonenzahl, aber unterschiedlicher Neutronenzahl, werden als **Isotope** bezeichnet. So existieren von Uran unterschiedliche Isotope, die sich nur in der Neutronenzahl und damit in der Atommasse unterscheiden, z. B. Uran-253 oder Uran-238.

7.1.2 Definition der Radioaktivität

► Radioaktivität = Kernumwandlung unter Aussendung energiereicher Strahlung

Isotope unterscheiden sich voneinander häufig in ihrer **Stabilität**.

Die Abb. 7.2 zeigt den Zusammenhang zwischen Neutronenzahl, Protonenzahl und der Stabilität eines Atomkerns. Die als Punkte eingezeichneten stabilen Kerne bilden das so genannte Stabilitätsband. **Atome, deren Protonen-Neutronen-Verhältnis in diesem Stabilitätsband liegt, sind eben besonders stabil.** Kerne über oder unter dem Stabilitätsband versuchen durch Veränderungen im

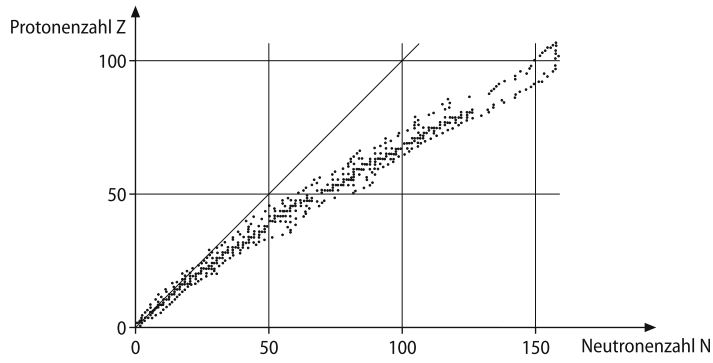


Abb. 7.2. Nuklidtafel: Jeder Punkt repräsentiert einen stabilen Kern mit zugehöriger Protonen- und Neutronenzahl

Kern, das Protonen-Neutronen-Verhältnis so zu verändern, dass der resultierende Kern wieder im Stabilitätsband liegt. Das gelingt, indem sich die Zahl der Neutronen oder der Protonen verändert. Dabei wird Strahlung ausgesendet. Man sollte im Hinterkopf behalten, dass eine Änderung der Protonenzahl eine Änderung der Ordnungszahl und somit des Elements bedeutet. Bei der Kernumwandlung wird die Energiedifferenz zwischen energetisch günstigem und energetisch ungünstigem Zustand frei. Diese Vorgänge bezeichnet man als **Radioaktivität.** **Radioaktivität ist die Eigenschaft eines Elements, energiereiche Strahlung auszusenden und dabei die Struktur des Kerns zu verändern.**

Radioaktive Nuklide sind also Atomkerne, die zu einer Kernumwandlung neigen. Auch in der Natur kommen instabile Isotope vor. Medizinisch relevant sind z. B.:

- $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$
- $^{40}_{19}\mathrm{K}$
- $^{14}_{6}\mathrm{C}$

Hätten Sie's gewusst?

Instabile Isotope in unserem Körper

Da wir diesen instabilen Isotopen ständig exponiert sind, nehmen wir sie in unseren Körper wie die stabilen Isotope auf, wo sie verstoffwechselt werden. Chemisch reagieren nämlich alle Isotope gleich, da die Außenlektronen in der Atomhülle für die chemischen Eigenschaften eines Elements verantwortlich sind. Es kommt daher zu Einlagerungen in Knochen, Haare, usw. Näheres dazu finden Sie in ► Kap. 7.3.3.

7.1.3 Arten und Eigenschaften radioaktiver Strahlung

► Natürliche radioaktive Strahlung:
α- und β-Strahlung: Teilchenstrahlung;
γ-Strahlung: elektromagnetische Strahlung

Radioaktive Nuklide strahlen wie eine Glühlampe kugelförmig in alle Richtungen. Zur Analyse der Strahlung legt man deshalb ein radioaktives Präparat in einen Bleikasten mit einer kleinen Öffnung. Dadurch erhält man eine gerichtete radioaktive Strahlung, die nun durch ein Magnetfeld geleitet wird, wie in der Abb. 7.3 dargestellt.

In diesem Magnetfeld wird die radioaktive Strahlung in drei einzelne Komponenten aufgetrennt. Zwei der drei Komponenten werden durch das Magnetfeld in entgegengesetzte Richtungen ausgelenkt. Die dritte wird vom Magneten nicht abgelenkt. Aus der Polung des Magnetfeldes und der (Nicht)Ablenkung lässt sich auf die elektrische Ladung der Strahlungskomponenten schließen. Dieses Experiment führte zur Unterscheidung in **α-, β- und γ-Strahlung**. Weitere wichtige Eigenschaften sind in Tab. 7.2 zusammengefasst.

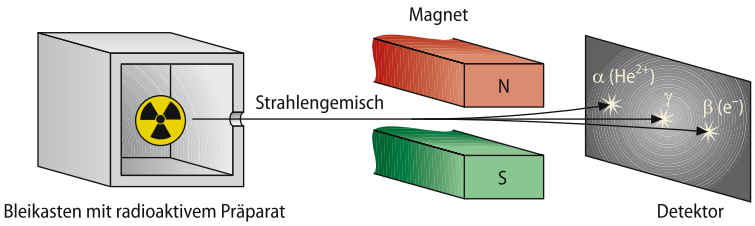


Abb. 7.3. Aufspaltung der drei vorkommenden radioaktiven Strahlungen im Magnetfeld

Tab. 7.2. Übersicht über die drei verschiedenen Arten natürlicher radioaktiver Strahlung

	α-Strahlung	β-Strahlung	γ-Strahlung
Ablenkung im Magnetfeld	ja	ja	nein
Natur	Teilchenstrahlung		Kurzwellige elektromagnetische Strahlung
Was genau?	Zweifach positiv geladene Heliumkerne: He^{2+}	Einfach negativ geladene Elektronen: e^{-1}	
Typische Reichweite in Luft Sehr energieabhängig!	wenige cm	Wenige m	Viele m große Reichweite

Normalerweise sendet ein radioaktives Nuklid entweder **α- oder β-Strahlung** aus, sehr selten beide gemeinsam. **γ-Strahlung** tritt begleitend zu den anderen beiden Strahlungsarten auf und entspricht dabei der oben genannten frei werdenden Energiedifferenz zwischen stabilem und instabilem Kern. Neben den strahlungsspezifischen Eigenschaften besitzt radioaktive Strahlung noch weitere allgemeine Charakteristika:

- Manche radioaktiven Präparate leuchten im sichtbaren Bereich (**Lumineszenz**).
- Radioaktive Strahlung färbt durch die **Beeinflussung von Silberhalogeniden** Fotoplatten schwarz.
- Atome oder Moleküle, egal ob im gasförmigen, flüssigen oder festen Zustand, können durch radioaktive Strahlung **ionisiert** werden.

Hätten Sie's gewusst?

Strahlenschäden an Zellen

Aus diesen Eigenschaften wird die Aggressivität der Strahlung für Soma- und Keimzellen des Körpers sehr leicht verständlich. Die Strahlung führt z. B. durch Ionisation zur Schädigung der DNA und damit zu Fehlern in der Proteinbiosynthese, was den Zellhaushalt und schlimmstenfalls die Zellduplikation durcheinander bringt. Es kann vom **Absterben** der Zelle bis zur **Tumorenbildung** kommen. Näheres dazu finden Sie in ► Kap. 7.3.3.

7.1.4 Verschiebungsgesetze

Radioaktivität ist unabhängig von äußeren Einflüssen, wie Temperatur oder Druck. Es handelt sich eben nicht um eine chemische Reaktion, die sich in der Elektronenhülle abspielt, sondern um Vorgänge im Atomkern.

Der Begriff radioaktiver **Zerfall** lässt sich ziemlich wörtlich nehmen. Aus Gründen der Stabilität (► Kap. 7.1.2) finden Umwandlungen im Atomkern statt. Bei natürlichen Vorgängen »zerfällt« der Mutterkern dabei in einen α- oder β-Partikel und in den übrig bleibenden Tochterkern. Man

kann also zwei in der Natur spontan vorkommende Arten von Zerfall unterscheiden: den α- und β-Zerfall.

α-Zerfall

► α-Zerfall = Emission von Heliumkernen aus dem Atomkern

Beim **α-Zerfall** emittiert der Kern ein α-Partikel (zweifach positiv geladener **Heliumkern** = zwei Protonen und zwei Neutronen). Dieser Partikel besitzt die Massenzahl vier und die Ordnungszahl zwei. Deshalb muss der Tochterkern um die Massenzahl vier und um die Ordnungszahl zwei kleiner sein.

Allgemein: ${}^{M}_{P}X \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{M-4}_{P-2}Y$

Beispiel: ${}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{231}_{90}Th$

Nachträglich werden aus der Atomhülle zwei Elektronen abgegeben, damit das neu entstandene Element ungeladen ist. Beim **α-Zerfall** entsteht immer ein neues Element, das sich **zwei Positionen weiter links** vom ursprünglichen Element im Periodensystem befindet, also um 2 Positionen nach links verschoben ist.

β-Zerfall

► β-Zerfall = Emission von Elektronen aus dem Atomkern

Beim **β-Zerfall** emittiert der Kern ein β-Partikel (**Elektron**). Dieses Elektron stammt nicht aus der Hülle, sondern aus dem Kern. Es entsteht bei der Umwandlung eines Neutrons zu einem Proton und einem Elektron. Ein Elektron besitzt die Massenzahl 0 und die »Kernladungszahl« −1. Deshalb besitzt der Tochterkern nach der Emission eine dem Mutterkern identische Massenzahl und eine um eine Einheit erhöhte Protonenzahl. Die Neutronenzahl hat um eine Einheit abgenommen.

Allgemein: ${}^{M}_{P}X \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{M}_{P+1}Y$

Beispiel: ${}^{227}_{89}Ac \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{227}_{90}Th$

Beim **β-Zerfall** entsteht immer ein neues Element, das sich **eine Position weiter rechts** vom ursprünglichen Element im Periodensystem befindet, also um eine Position nach rechts verschoben ist.

Man kann sich bei Zerfallsgleichungen merken, dass die Summe der Massenzahlen und Kernladungszahlen auf beiden Seiten gleich groß sein müssen (Erhaltungsgrößen).

7.1.5 Zerfallsreihen und Nuklidtafel

► Sind die Tochterkerne nach einem Zerfall selbst radioaktiv, entsteht eine Zerfallsreihe.

Es gibt in der Natur von einem Mutterkern ausgehend eine Kette an α- und β-Zerfällen, wenn die Tochterkerne jeweils selbst radioaktiv sind. Solche Ketten werden als natürliche **Zerfallsreihen** bezeichnet. Es gibt nur 4 verschiedene Zerfallsreihen, die nach ihrem »Mutterkern« benannt sind. Dies sind die 3 natürlichen Zerfallsreihen, Thoriumreihe, Uran-Radium-Reihe und die Actiniumreihe, die alle bei einem stabilen Bleiisotop enden. Dazu gehört auch die Neptuniumreihe, deren Elemente nur noch künstlich erzeugt werden können, und am Ende alle bei einem stabilen Isotop des Wismut enden. Die Elemente der Neptuniumreihe kommen deshalb in unserer Natur nicht mehr vor, weil sie im Laufe der Erdgeschichte bereits alle zerfallen sind, während bei den anderen Zerfallsreihen noch genügend Radionuklide in der Natur vorhanden sind, da sie wesentlich langsamer zerfallen.

Für detailliertere Informationen sei auf andere Lehrbücher der Physik verwiesen, denn es macht wenig Sinn, die Abfolge der α- und β-Zerfälle einer solchen Zerfallsreihe auswendig zu lernen.

Auf einer **Nuklidtafel** (Abb. 7.4) ist die Protonenzahl gegen die Neutronenzahl aufgetragen. Dadurch befinden sich in einer Reihe alle Isotope eines Elements. Die Nuklidtafel bietet den Vorteil, dass man bei einem radioaktiven Zerfall ausgehend von einem Mutterkern ziemlich rasch den Tochterkern identifizieren kann, wenn man folgende Regeln beachtet:

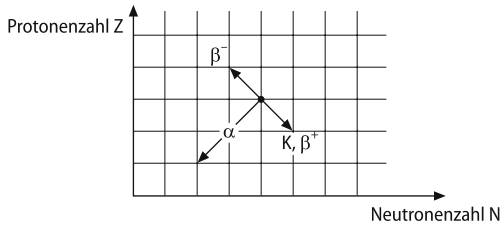


Abb. 7.4. Ausschnitt aus einer Nuklidtafel zur Erläuterung des α- und des β-Zerfalls – Verschiebungsgesetze

- Beim **α-Zerfall** wird die Protonen- und die Neutronenzahl des Mutternuklids um jeweils zwei reduziert. Das Tochternuklid befindet sich deshalb auf der Nuklidtafel zwei Stellen weiter links und zwei Stellen weiter unten.
- Beim **β-Zerfall** wird die Protonenzahl um eins erhöht und die Neutronenzahl um eins reduziert. Das Tochternuklid befindet sich deshalb auf der Nuklidtafel eine Stelle weiter links und eine Stellen weiter oben.

7.1.6 Zerfallsgesetz

Zerfallsrate

Der radioaktive Zerfall eines Präparats erfolgt gemäß einer mathematischen Gesetzmäßigkeit. Die Kenntnis dieser Beziehungen ist von großer Bedeutung, da sich dadurch z. B. Vorhersagen über die Strahlungsdauer eines Präparats oder eines Tracers machen lassen.Tracer sind übrigens radioaktive Nuklide mit deren Hilfe Stoffwechselwege im menschlichen Körper über die Detektion deren Strahlung nachvollzogen werden können. **Und zwar ist die Zerfallsrate dN/dt, d. h. die Anzahl der Zerfälle pro Zeit, proportional zur Anzahl der unzerfallenen Nuklide N.**

$$-\frac{dN}{dt} \sim N \text{ oder}$$

$$\frac{dN}{dt} = -k \cdot N$$

Da durch den Zerfall die Anzahl dieser Nuklide verringert wird, nimmt auch die Zerfallsrate ab (negatives Vorzeichen). Die Einführung einer **Zerfallskonstanten k** erlaubt die Transformation der proportionalen Beziehung in eine Gleichung. Sie ist für jede Nuklidart **spezifisch**.

Man muss sich unbedingt Folgendes über den Begriff »Zerfall« klarmachen: Es handelt sich dabei um ein statistisches Problem. **Der Zerfall eines einzelnen Nuklids lässt sich nämlich nicht vorhersagen**, sondern nur, welcher Anteil einer großen Anzahl an Nukliden zerfällt. Der Zusammenhang zwischen der Anzahl N(t) der nach der Zeit t noch vorhandenen Nuklide und der ursprünglichen Anzahl N0=N(t=0) der Nuklide wird durch folgende Gleichung beschrieben, auf deren mathematische Herleitung hier nicht näher eingegangen wird. Es handelt sich dabei um eine Exponenzialfunktion:

► Zerfallsgesetz: $N(t) = N_0 \cdot e^{-k \cdot t}$; Zerfallskonstante ist für jede Nuklidart spezifisch.

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

Dank dieser Gleichung kann man jetzt z. B. Aussagen darüber machen, nach welcher Zeit nur noch ein bestimmter Bruchteil an radioaktiven Nukliden vorhanden ist.

► Halbwertszeit: $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$

Halbwertszeit

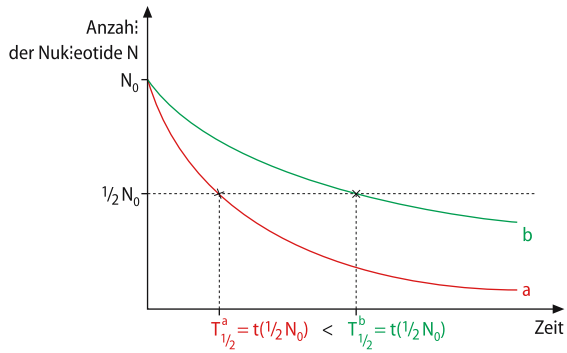
Genauso spezifisch für eine Nuklidart, nur sehr viel greifbarer als die Zerfallskonstante k, ist die **Halbwertszeit $T_{1/2}$** eines radioaktiven Präparats. **Die Halbwertszeit ist die Zeit, nach der nur noch die Hälfte der ursprünglichen Anzahl an Nukliden vorhanden ist.** Sie lässt sich aus der obigen Gleichung

herleiten. Setzt man $N(T_{1/2}) = \frac{1}{2} N_0$ ein und löst nach $T_{1/2}$ auf, so erhält man in Abhängigkeit von der Zerfallskonstanten k die Halbwertszeit $T_{1/2}$.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} \approx \frac{0{,}693}{k}$$

► Hohe Halbwertszeit→langsamer Zerfall; niedrige Halbwertszeit→schneller Zerfall.

Nuklide mit hoher Halbwertszeit zerfallen langsamer, Nuklide mit niedriger Halbwertszeit zerfallen schneller, wie die ◘ Abb. 7.5 zeigt.



◘ **Abb. 7.5.** Unterschiedliche Zerfallskonstanten

Aktivität

► Aktivität: Zerfälle pro Sekunde

Die **Aktivität A** eines radioaktiven Präparates gibt an, wie viele Kerne pro Zeiteinheit zerfallen werden. Die Einheit der Aktivität ist **Becquerel** (Bq), wobei ein Bq einem Zerfall pro Sekunde entspricht. Da gilt $A_0 = k \cdot N_0$ (die Aktivität eines Strahlers ist proportional zu der Anzahl der vorhanden radioaktiven Nuklide), erhält man für die Aktivität folgende Gleichung:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

Um diese wichtigen Beziehungen besser zu verstehen, gehen wir jetzt gemeinsam eine Beispielrechnung durch.

Praktisches Beispiel

Schilddrüsenkrebs lässt sich – selbst in fortgeschrittenen Stadien – mit dem **radioaktivem Jod-131** behandeln. Dieses Jodisotop reichert sich nämlich in den Krebszellen der Schilddrüse an. Beim Zerfall des Isotops wird **β-Strahlung** frei, die die Tumorzellen zerstört. Jod-131 hat eine **Halbwertszeit von 8 Tagen**. Herr Türoxün aus Istanbul mit Schilddrüsenkrebs erhält ambulant ein Präparat mit einer Aktivität von 400 MBq. Herr Türoxün möchte von Ihnen als Famulant/in wissen, **wann** das Präparat nur noch **ein Viertel seiner ursprünglichen Aktivität** besitzt. Sie erinnern sich an die Formel aus diesem Buch und beginnen zu überlegen:

Es werden die Gleichung für das zeitliche Verhalten der Aktivität und der Zusammenhang zwischen k und $T_{1/2}$ benötigt.

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-k \cdot t},\ T_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} \rightarrow \quad k = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Ohne die Zahlenwerte einzusetzen, lohnt es sich zunächst eine allgemeine Lösung zu finden, in die wir dann die Zahlenwerte einsetzen können. Also lösen wir die Gleichungen nach t auf. Hierfür benötigen wir die Umkehrfunktion zur e-Funktion, die in ► Kap. 1.4.5 diskutiert wurde. Wir erhalten

$$t = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} \cdot \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)$$

Jetzt setzen wir die Vorgaben $A(t) = \frac{1}{4} \cdot A_0$ und $T_{1/2}$=8 Tage ein und erhalten t=16 Tage.

Nach 16 Tagen wird nur noch ein Viertel der ursprünglichen Aktivität vorhanden sein – also 100 MBq. Nun werden Sie sagen, dass man hier einen Taschenrechner braucht. Auf diese Lösung kann man allerdings durch Überlegen auch etwas leichter kommen: **Denn ein Viertel der Aktivität entspricht zweimal der Hälfte der Aktivität**, also der Hälfte einer Hälfte. Die Halbwertszeit gibt ja die Zeit an, nach der nur noch die Hälfte der ursprünglichen Aktivität bzw. Anzahl der Nuklide vorhanden ist. Die Hälfte der Aktivität ist daher noch nach 8 Tagen vorhanden. Die Hälfte von der Hälfte (ein Viertel) ist nur noch nach weiteren 8 Tagen vorhanden. So kommt man insgesamt auch auf 16 Tage.

Nun möchte es Herr Türoxün ganz genau wissen. Er fragt Sie, **wie viele** radioaktive **Jodisotope** 131 **nach diesen 16 Tagen** noch in seiner Schilddrüse **vorhanden** sind. Jetzt müssen Sie aber wirklich ins Stationszimmer, um einen Taschenrechner zu holen.

Sie wissen ja aus obiger Rechnung, dass die Aktivität nach 16 Tagen noch ein Viertel der ursprünglichen Aktivität, also 100 MBq beträgt. Da Sie den Zusammenhang zwischen A und N soeben kennengelernt haben, können Sie diese Anzahl leicht berechnen:

$$A_0 = k \cdot N_0 \rightarrow A(t) = k \cdot N(t),\ T_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} \rightarrow k = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Durch Auflösen der Gleichung nach N(t) und einsetzen von *k* ergibt sich:

$$N(t) = \frac{A(t) \cdot T_{1/2}}{\ln 2}$$

Das Einsetzen der bekannten Größe liefert das Ergebnis:

$$N_t = \frac{100\ \ \text{MBq} \cdot 8\text{d}}{\ln 2} = \frac{10^5 \frac{\text{Teilchen}}{\text{s}} \cdot 691\ \ 200\text{s}}{\ln 2} \approx 9{,}97 \cdot 10^{10}\ \ \text{Teilchen}$$

Nun können Sie Herrn Türoxün sagen, dass sich nach 16 Tagen noch knapp 10^{11} radioaktive Jodisotope in seiner Schilddrüse befinden. Beeindruckt von der großen Zahl gibt er dir jetzt fünf Euro Trinkgeld für deine hervorragenden Rechenkünste – na ja vielleicht.

kurz & knapp

Radioaktivität

- Ein **Atom** besteht aus einer Hülle (Elektronen) und einem Kern (Protonen, Neutronen).
- **Radioaktivität** beschreibt Kernumwandlungen unter Emission energiereicher Strahlung.
- Man unterscheidet drei verschiedene Strahlungen: α-, β- und γ-Strahlung.
  - **α-Strahlung** besteht aus 2-fach positiv geladenen Heliumkernen.
  - **β-Strahlung** besteht aus Elektronen.
  - Beide sind also Teilchenstrahlung und werden im Magnetfeld abgelenkt.
  - **γ-Strahlung** ist eine kurzwellige elektromagnetische Strahlung, die in einem Magnetfeld keine Ablenkung erfährt

- Für den α- und β-Zerfall gelten folgende Gesetzmäßigkeiten:
  - α-**Zerfall**: ${}^{M}_{P}X \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{M-4}_{P-2}Y$
  - β-**Zerfall**: ${}^{M}_{P}X \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{M}_{P+1}Y$
- Radioaktiver Zerfall kann durch das Zerfallsgesetz beschrieben werden, aus dem sich die Halbwertszeit ableiten lässt:
- **Zerfallsgesetz**: Für die Anzahl der vorhandenen Radionuklide $N(t) = N_0 \cdot e^{-k \cdot t}$ bzw. für die Aktivität $A(t) = A_0 \cdot e^{-k \cdot t}$
- Zusammenhang zwischen der Teilchenanzahl N und der Aktivität A: $A = k \cdot N$
- Halbwertszeit: $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} \approx \frac{0,693}{k}$

7.2 Röntgenstrahlung

Dominik Schneidawind

- Aufbau und Funktionsprinzip einer Röntgenröhre
- Strahlungsleistung
- Bildentstehung und Absorptionsgesetz
- Wechselwirkung zwischen γ-Strahlung und Materie
- CT, SPECT und PET

Jeder von uns ist schon mal irgendwo geröntgt worden: der gebrochene Knochen in der Ambulanz, die schiefe Wirbelsäule beim Orthopäden, der Kiefer beim Kieferorthopäden; Eingeweide wie die Speiseröhre, der Darm oder die Herzkranzgefäße lassen sich mithilfe von Kontrastmitteln darstellen. Das Röntgen zählt heute zu den Routineverfahren in jeder Klinik. Um Röntgenbilder wie Abb. 7.1 richtig zu beurteilen und zu befunden, sollte man die Entstehung eines solchen Bildes unbedingt verstehen.

7.2.1 Aufbau und Funktionsprinzip einer Röntgenröhre

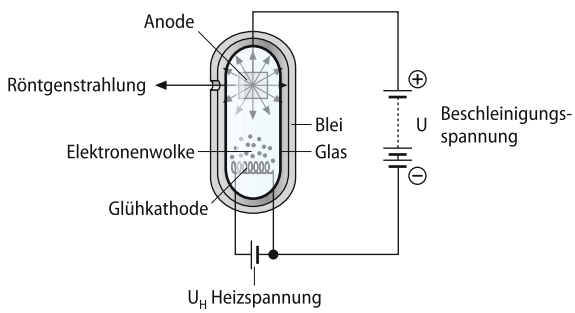


Abb. 7.6. Aufbau einer Röntgenröhre. Details zur Funktion werden im Text erklärt

► An eine Röntgenröhre wird eine Heizspannung und eine Beschleunigungsspannung angelegt.

Die Abb. 7.6 zeigt schematisch den Aufbau einer Röntgenröhre. An die **Heizspirale** wird eine Spannung – die so genannte **Heizspannung** – angelegt, wodurch durch die Heizspirale ein Heizstrom fließt. Durch die Hitze bildet sich um die Heizspirale eine negative **Elektronenwolke** (Glühemission

▶ Kap. 5.6). Die Elektronen stammen aus den Hüllen der Metallatome des Drahts. Die Elektronenwolke bildet nun die Kathode. Die Größe der Elektronenwolke lässt sich über den Heizstrom regulieren. Um die Elektronen aus der Elektronenwolke abzuziehen, wird eine zweite Spannung – die **Beschleunigungsspannung** (Anodenspannung) – angelegt und zwar so, dass die **Anode** (positiv) gegenüber der Heizspirale liegt.

Die Elektronen werden von dieser Anode angezogen. Die Geschwindigkeit, und damit die Energie, mit der die Elektronen auf die Anode zufliegen, wird über die Beschleunigungsspannung reguliert. Alle Bestandteile der Röntgenröhre befinden sich im Vakuum, damit eine unerwünschte Wechselwirkung der Elektronen mit den Luftmolekülen verhindert wird. Beim Aufprall der Elektronen auf das Anodenmaterial finden nun die entscheidenden Prozesse für die Strahlungsentstehung statt:

Die Elektronen besitzen eine kinetische Energie (entsprechend ihrer Geschwindigkeit), die von der Beschleunigungsspannung (zwischen 30.000 V und 200.000 V) abhängig ist. Diese **Energie E** errechnet sich aus dem Produkt der Elektronenladung Q und der angelegten Spannung U (▶ Kap. 5.2):

$$E = Q \cdot U$$

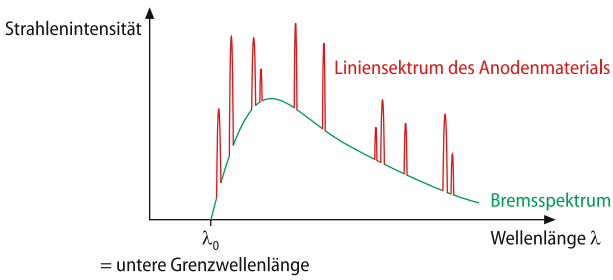
Normalerweise wird eine Energie in Joule angegeben. Man definiert nun für die Energie von Elektronen aus Gründen der Übersichtlichkeit eine neue Maßeinheit: das Elektronenvolt. **Ein Elektronenvolt eV entspricht der Energie, die ein Elektron besitzt, wenn es im elektrischen Feld mit einer Potenzialdifferenz von 1 V beschleunigt wird.**

$$1\ \text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{As} \cdot 1\ \text{V} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Ws} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$$

Diese Energie muss beim Aufprall auf die Anode in eine andere Energieform überführt werden: 99% gehen als Wärme verloren und ~1% wird in **Röntgenbremsstrahlung (γ-Strahlung)** überführt. Als Anodenmaterial wird häufig Wolfram verwendet, da es der hohen thermischen Belastung gewachsen ist und außerdem eine relativ hohe Strahlenausbeute sicherstellt.

Schauen wir uns das Ganze einmal für ein einzelnes Elektron an. Dieses kann nämlich auf der einen Seite seine gesamte kinetische Energie in Röntgenbremsstrahlung oder auf der anderen Seite die gesamte kinetische Energie in Wärme überführen. Dazwischen ist alles möglich, ein Teil Wärme – der andere Teil Strahlung, wodurch ein kontinuierliches Spektrum mit kleinster unterer Grenze für die Wellenlänge entsteht – das so genannte **Röntgenbremsspektrum** (■ Abb. 7.7).

▶ Röntgenbremsspektrum = Spektrum der Energie, die ein Elektron beim Abbremsen im Anodenmaterial als EM-Strahlung abgeben kann.



■ **Abb. 7.7.** Spektrum einer Röntgenröhre

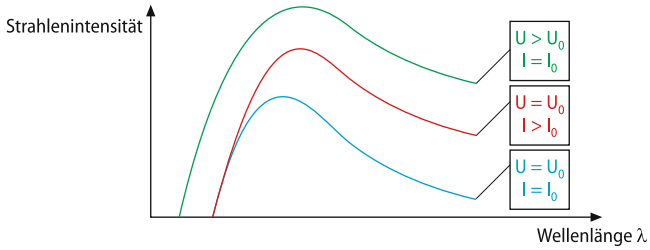
In der ■ Abb. 7.7 ist die Wellenlänge der Röntgenstrahlung gegen die Strahlenintensität aufgetragen. **Die Strahlenintensität entspricht quasi der Häufigkeit, mit der eine bestimmte Wellenlänge in einem Strahlenbündel vorkommt.** Die untere Grenze (kleinste vorkommende Wellenlänge im Strahlenbündel) wird durch die Maximalgeschwindigkeit eines Elektrons bestimmt, das seine gesamte Energie in Strahlung überführt, d. h. die untere Grenze hängt von der Beschleunigungsspannung ab. Bei hoher Beschleunigungsspannung besitzen die Elektronen eine hohe kinetische Energie, die in kurzwellige Röntgenstrahlung überführt wird.

► Das Röntgenbremsspektrum ist unabhängig vom Anodenmaterial.

Das Röntgenbremsspektrum ist unabhängig vom Anodenmaterial. Allerdings wird, wie ◘ Abb. 7.7 zeigt, das Röntgenbremsspektrum durch eine **für das Anodenmaterial charakteristische** Röntgenstrahlung (**Linienspektrum**) überlagert. Ein Elektron trifft auf ein Hüllenelektron eines Atoms der Anode und stößt dieses auf eine höhere Bahn. Beim Zurückfallen auf die ursprüngliche Bahn wird die Energiedifferenz zwischen den Bahnen als Röntgenquant ausgesendet. Diese Energiedifferenz ist spezifisch für das Anodenmaterial und führt zum charakteristischen Linienspektrum des Anodenmaterials.

7.2.2 Strahlungsleistung

Je nach Fragestellung des Arztes muss die Strahlungsleistung der Röntgenröhre angepasst werden. So benutzt man z. B. bei Aufnahmen von Knochen eine andere Leistung als bei Weichteilaufnahmen (Mamma etc.). Die Strahlenleistung (Wellenlänge und Strahlenintensität) hängt sowohl vom Heizstrom als auch von der Beschleunigungsspannung einer Röntgenröhre ab (◘ Abb. 7.8).



◘ Abb. 7.8. Die abgestrahlte Leistung einer Röntgenröhre ist abhängig vom Heizstrom. Mit der Beschleunigungsspannung erhöht sich die Energie der einzelnen Röntgenquanten

Dabei gilt Folgendes:

- Eine **Erhöhung des Heizstroms** führt zu einer Erhöhung der Strahlungsintensität über das gesamte Röntgenbremsspektrum, da mehr Elektronen in der Elektronenwolke zum »Absaugen« zur Verfügung stehen.
- Eine **Erhöhung der Beschleunigungsspannung** führt auch zu einer Erhöhung der Strahlenintensität, da pro Zeit mehr Elektronen abgezogen werden können. **Vor allem** aber führt dies zu einer Erhöhung der Energie der einzelnen Elektronen und damit zu einer Erniedrigung der Wellenlänge und damit zu einer Erniedrigung der unteren Grenze, da die Elektronen stärker beschleunigt werden können (Erhöhung der kinetischen Energie).

► Weiche Strahlung = Strahlung mit v. a. großen Wellenlängen.
Harte Strahlung = Strahlung mit v. a. kurzen Wellenlängen.

Strahlung mit überwiegend niedrigen Wellenlängen wird als **harte Strahlung** bezeichnet. Diese wird z. B. bei Knochenaufnahmen benutzt. Strahlung mit hohen Wellenlängen wird entsprechend als **weiche Strahlung** bezeichnet, um z. B. Aufnahmen von Weichteilen anzufertigen.

7.2.3 Bildentstehung und Absorptionsgesetz

Jetzt muss noch geklärt werden, wie mithilfe von Röntgenstrahlung (energiereiche γ-Strahlung = elektromagnetische Welle mit extrem kurzer Wellenlänge) ein Röntgenbild entstehen kann.

Prinzipiell kann man sich die Bildentstehung veranschaulichen, indem man die Röntgenröhre mit einer Lampe vergleicht. Das Licht, das von der Lampe ausgesendet wird, fällt auf einen Körper und wird von diesem zum Teil reflektiert (wir können den Körper ja sehen), zum Teil aber auch absorbiert und in Wärme umgewandelt. Der Körper lässt also kein Licht durch, sodass sich auf einer Leinwand der Körper als Schatten darstellt.

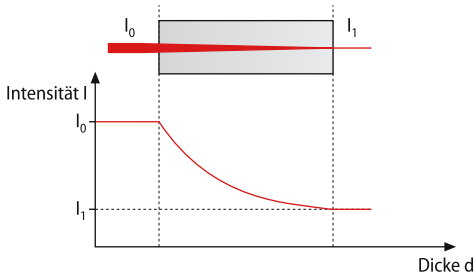
Nun ist Röntgenstrahlung viel kurzwelliger und damit energiereicher als Licht im für das Auge sichtbaren Spektrum von 400–800 nm, weshalb sie Körper (sowohl im physikalischen als auch im

medizinischen Sinne) durchdringen kann. Dabei wird die γ-Strahlung allerdings abgeschwächt. **Das Ausmaß dieser Abschwächung hängt von der Beschaffenheit des zu durchdringenden Materials und von der Wellenlänge der Strahlung ab.** Da der menschliche Körper nicht homogen aufgebaut ist, wird sich auch die Strahlungsintensität nach der Passage durch den Körper in jedem Punkt unterschiedlich stark verringert haben. An einem Punkt musste die Strahlung Haut, Fett, Darm, Fett und Haut durchdringen. 3 cm daneben musste die Strahlung Haut, Fett, Brustbein, Herz, Speiseröhre, Wirbelkörper, Fett und Haut durchdringen, wodurch die Strahlungsintensität hier – vor allen Dingen wegen der Knochen – sehr viel stärker abgenommen hat.

Die Abnahme der Intensität lässt sich physikalisch durch die **Absorption** (▶ Kap. 7.2.4) erklären. Die Abnahme der Intensität hängt also vom zu durchdringenden Material, von der Wellenlänge der Strahlung und von der Dicke d des zu durchdringenden Gegenstandes ab (◘ Abb. 7.9). Dieser Zusammengang wird durch das **Absorptionsgesetz** beschrieben:

▶ Absorptionsgesetz: $I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot d}$

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot d}$$



◘ **Abb. 7.9.** Abnahme der Intensität in einem absorbierenden Material

Die Abnahme der Intensität erfolgt dabei **exponenziell**. Der **Massenabsorptionskoeffizient μ** ist von der **Ordnungszahl** des Elements und von der mittleren **Wellenlänge** der Strahlung abhängig und damit spezifisch für ein bestimmtes Material. **Die Strahlung wird umso stärker abgeschwächt, je länger die Wellenlänge der Strahlung, je höher die Ordnungszahl des durchstrahlten Materials und je dicker das durchstrahlte Material d ist.**

Entsprechend dieser Formel lässt sich auch, wie wir das beim Zerfallsgesetz gemacht haben, eine **Halbwertsdicke $D_{½}$** herleiten:

▶ Halbwertsdicke: $D_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$

$$D_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

Die Halbwertsdicke ist die Dicke d, nach der die Strahlung nur noch die halbe Intensität besitzt.

Hätten Sie's gewusst?

Absorption bei α- und β-Strahlung

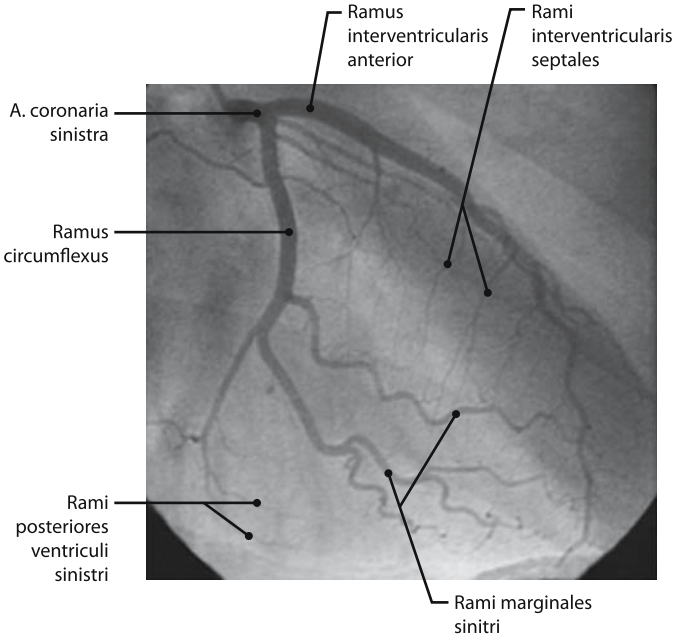
Absorption findet auch bei α- und β-Strahlung statt. Allerdings geschieht dies bei gleicher zu durchdringender Materie viel stärker als bei elektromagnetischer Strahlung, da korpuskuläre Strahlung aufgrund ihrer Beschaffenheit (Größe, Ladung) stärker Wechselwirkung mit der zu durchstrahlenden Materie zeigt. Die Halbwertsdicke ist hier also viel geringer.

Nachdem die Strahlung einen Körper durchdrungen hat, ist also die **Intensität** entsprechend der durchdrungenen Materie **abgeschwächt**. Bei röntgendichten Materialien wie Knochen, Verkalkungen (z. B. eine verkalkte Hypophyse), aber auch Kontrastmitteln (z. B. Barium oder Jod) hat die In-

tensität relativ stark abgenommen. Bei weniger röntgendichten Materialien wie Muskeln oder Luft hat die Strahlungsintensität relativ gesehen weniger abgenommen.

► Kontrastmittel absorbieren die Röntgenstrahlung fast vollständig.

Kontrastmittel sind aus Jod (Ordnungszahl 53) oder Barium (Ordnungszahl 56) und absorbieren aufgrund ihrer hohen Ordnungszahl die Röntgenstrahlung beinahe vollständig. Kontrastmittel für die Speiseröhre z. B. sind ziemlich viskos (zäh), wodurch sie an der Schleimhaut hängen bleiben und das Schleimhautrelief im Röntgenbild gut darstellen. Es gibt aber auch Kontrastmittel, die in Gefäße appliziert werden, wodurch z. B. die Herzkranzgefäße oder die Hirnarterien auf dem Röntgenbild sichtbar werden und beurteilt werden können (Verengungen, Verschlüsse,…) (◘ Abb. 7.10).



◘ **Abb. 7.10.** Röntgenaufnahme einer verengten Herzkranzarterie (mit Kontrastmittel). (Aus Tillmann 2005)

Die Strahlung trifft nach Durchquerung des Körpers auf eine mit **Silberhalogeniden** beschichtete Folie. Dadurch fällt elementares **Silber** aus. Die Entwicklung funktioniert prinzipiell wie bei einem Fotofilm. Modernere Röntgengeräte arbeiten mit digitaler Bildentstehung, deren Erläuterung hier zu weit führen würde. Im Röntgenbild stellen sich **röntgendichte Strukturen heller** und **weniger röntgendichte Materialen dunkler** dar: Knochen sind also weiß und Muskeln schwarz.

Aber wie kommt den nun das Bild eigentlich zustande? Bislang haben wir nichts über eine Abbildung gesagt, wie wir sie aus der Optik in ► Kap. 6 kennen. Dort werden ja Linsen verwendet, um eine Abbildung zu erzeugen. In der Röntgentechnik gibt es keine Linsen oder etwas ähnliches für Röntgenstrahlung. **Die Röntgenabbildung erfolgt ganz einfach als Schattenwurf.** Das bedeutet natürlich, dass die Größe des Bildes **nicht** mit der Größe des Originals übereinstimmt und sogar von den relativen Abständen zwischen Quelle, Objekt und Fotoplatte abhängt. Legt man das Objekt direkt auf die Fotoplatte, wie es meistens realisiert wird, so kommt die Bildgröße der Originalgröße sehr nahe.

7.2.4 Wechselwirkung zwischen γ-Strahlung und Materie

Auf molekularer Ebene finden eine Reihe von möglichen Wechselwirkungen zwischen Röntgenstrahlung und der durchstrahlten Materie ab, die für die Radiologie nicht uninteressant sind. Die wichtigsten sind:

- Absorption
- Streuung
- Compton-Effekt

Diese Wechselwirkungen beziehen sich ausschließlich auf γ-Strahlung. Die Wirkungsweise radioaktiver Strahlung werden in ▶ Kap. 7.3 beschrieben. Zunächst sei aber kurz auf den **Wellen-Korpuskel-Dualismus** hingewiesen. γ-Strahlung kann sowohl als Welle als auch als Teilchen (γ-Quant) verstanden werden. Dabei besteht der Zusammenhang in der Energie beider Zustände:

▶ γ-Strahlung lässt sich als Welle oder als Teilchen verstehen.

Für das Teilchen gilt: $E = m \cdot c^2$
Für die Welle gilt: $E = h \cdot f \quad (c = f \cdot \lambda)$
Daher ergibt sich: $m \cdot c^2 = h \cdot f$

Dabei gilt: E= Energie als Teilchen oder als Welle (jeweils der gleiche Betrag), m= Masse des Teilchens, f= Frequenz der Welle, h= Plancksches Wirkungsquantum $=6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js, c= Wellengeschwindigkeit (hier: Lichtgeschwindigkeit$=3 \cdot 10^8$ m/s)

Beide Zustände sind zur Erklärung der Wechselwirkungen erforderlich.

Absorption

γ-Strahlung besteht aus γ-Quanten (Korpuskel). Ein γ-Quant dringt in die Materie ein. Trifft es dabei auf ein **Elektron**, kann es dieses aus seiner Atomhülle **herausschlagen (Fotoeffekt)**. Dabei gibt das γ-Quant seine **gesamte Energie**, abzüglich der Energie, die zum Herausschlagen aus der Atomhülle nötig war, als kinetische Energie **an das Elektron** ab, welches von nun an als β-Partikel weiterfliegt. Das eben beschriebene γ-Quant wird den Körper nicht mehr als solches verlassen (höchstens dessen Energie in einem Elektron, wobei hier die Reichweite als Korpuskel stark herabgesetzt ist). Die Intensität der γ-Strahlung hat abgenommen. Die Absorption hängt dabei von der durchstrahlten **Materie** und der **Wellenlänge** der Strahlung folgendermaßen ab: **Die Absorption steigt mit der dritten Potenz der Ordnungszahl und mit der dritten Potenz der Wellenlänge.**

▶ Bei der Absorption gibt ein γ-Quant seine gesamte Energie ab.

Das heißt konkret: Ist die Ordnungszahl der einen Materie doppelt so hoch wie die der anderen, wird die Absorption durch die eine Materie 2^3=8-mal so hoch sein wie durch die andere. Man kann sich das Phänomen der Absorption gut am Billiard-Spiel vorstellen: Stellen Sie sich vor, die rote vier liegt in der Ecke ganz knapp vor dem Loch. Sie stoßen die weiße Kugel so geschickt, dass sie ihre gesamte kinetische Energie an die rote vier abgibt und selbst stehen bleibt, damit sie nicht mitversenkt wird.

Streuung

Die Streuung ist von besonderer Bedeutung, denn selbst wenn ionisierende Strahlung stark auf einen Punkt fokussiert wird, wird das radiologische Personal wegen der Streuung mit radioaktiver Strahlung stark belastet. Diese Streuung findet nämlich zu allen Seiten hin statt. Dieses Phänomen lässt sich folgendermaßen erklären: Beim Zusammenstoß eines **γ-Quants** mit einem Elektron aus einer Atomhülle **gibt es seine Energie nicht ab**, sondern **ändert lediglich seine Richtung**. Zwischen **Wellenlänge** und Streuung besteht folgender Zusammenhang: **Die Intensität der Streuung steigt mit der vierten Potenz der Frequenz.**

▶ Streuung findet nach allen Seiten hin statt.

▶ Bei der Streuung behält das γ-Quant seine gesamte Energie.

Dabei sei kurz wiederholt: Die Frequenz f ergibt multipliziert mit der Wellenlänge λ die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c. Diese ist in unserem Fall konstant und gleich der Lichtgeschwindigkeit. Deshalb verhält sich die Frequenz umgekehrt zur Wellenlänge. **Eine hohe Frequenz entspricht also einer niedrigen Wellenlänge und umgekehrt.**

$$c = \lambda \cdot f = \text{konstant} \rightarrow \lambda = \frac{c}{f}$$

Beim Billard entspräche das Prinzip der Streuung dem Spielen der weißen Kugel gegen die Bande. Dabei behält sie ihre kinetische Energie (beinahe) komplett, ändert jedoch ihre Richtung.

Hätten Sie's gewusst?

Das optimale Röntgenbild

Der aufmerksame Leser bemerkt jetzt, dass es einen **Kompromiss** zu finden gilt zwischen dem Ausmaß der **Streuung** und dem der **Absorption**. Bei niedriger Wellenlänge findet zwar wenig Streuung statt (gut für den Arzt) aber ziemlich viel Absorption (u. U. schlechtes Bild). Bei hoher Wellenlänge haben wir weniger Absorption (besseres Bild) aber dafür viel Streuung (schlecht für den Arzt). Deshalb sollte das Personal beim Schießen von Röntgenbildern nicht im Raum sein. Bei extrem hoher Wellenlänge wird sich gar kein Kontrast mehr abzeichnen, da die Absorption sehr gering geworden ist. In der Radiologie gibt es also ein Optimum der Wellenlänge, was die Bildqualität betrifft.

Compton-Effekt

► Beim Comptom-Effekt gibt das γ-Quant einen Teil seiner Energie ab.

Bis jetzt haben wir zwei Extremfälle betrachtet: Bei der Absorption hat das γ-Quant seine gesamte Energie an das Elektron abgegeben und bei der Streuung seine gesamte Energie behalten. Beim Compton-Effekt gibt das **γ-Quant** während eines **elastischen Stoßes** einen **Teil seiner Energie an das Elektron** ab. Dieses kann dabei aus seiner Bindung in der Atomhülle gelöst werden und sich selbst mit einer gewissen kinetischen Energie bewegen. Den anderen **Teil der Energie behält das γ-Quant**. Sein Energieverlust geht mit einer Erniedrigung der Frequenz f bzw. **Erhöhung der Wellenlänge λ** einher:

$$E = h \cdot f$$

Beim Billard sähe das Ganze so aus: Auf dem Billardtisch liegt die schwarze acht bezogen auf die weiße Billardkugel in einer besonders ungünstigen Position, z. B. in der Mitte des Tischs. Um sie zu versenken, dürfen Sie die schwarze acht nur leicht anspielen. Vor dem Zusammenstoß hat die weiße Kugel eine gewisse kinetische Energie. Nach dem Zusammenstoß hat sie einen Teil ihrer kinetischen Energie an die schwarze Kugel abgegeben – diese bewegt sich jetzt auch. Folglich bewegt sich die weiße Kugel jetzt langsamer (Energieerhaltungssatz). Beide Kugeln bewegen sich nun in verschiedene Richtungen … versenkt und gewonnen!

7.2.5 CT, SPECT und PET

Verschiedene bildgebende Verfahren basieren auf dem oben beschriebenen Prinzip der Bildentstehung. Durch eine trickreiche Umsetzung lassen sich durch deren Hilfe für die Diagnostik weitere wertvolle Informationen gewinnen. Allerdings wird deren Funktionsprinzip hier nur kurz umrissen, da sie der Gegenstandskatalog nicht schwerpunktmäßig behandelt.

Computertomographie

Bei der Computertomographie (**CT**) werden horizontale Schnittbilder des menschlichen Körpers mithilfe von Röntgenstrahlung erstellt. Um das Prinzip zu verstehen, betrachten wir zunächst eine solche Schnittebene. Dabei wird nicht wie bei der konventionellen Röntgentechnik eine Art Schattenwurf eines Körpers erstellt, sondern man verwendet verschiedene **Projektionswinkel** für ein und dieselbe Ebene. Für jeden dieser Projektionswinkel ergibt sich eine **spezifische Absorption** entsprechend der von der Strahlung durchdrungenen Materie. Ein Computer kann aus diesen **Absorptionsprofilen** jedem Punkt der durchstrahlten Ebene einen **Absorptionskoeffizienten** zuordnen (über viele Gleichungen mit vielen Variablen), der für das durchdrungene Material spezifisch ist. Dadurch lässt sich jeder Struktur ein **Helligkeitswert** zuordnen. Die Röntgenröhre wird während der Aufnahme längs bewegt, sodass mehrere horizontale Ebenen entstehen. Großer Nachteil dieses Verfahrens ist wohl die ziemlich **hohe Strahlenbelastung** für den Patienten.

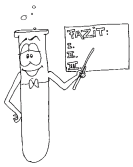
SPECT

SPECT bedeutet **Single Photon Emission Computed Tomography**. Dieser Name verrät eigentlich schon das Funktionsprinzip dieser Anwendung. Dem Patienten werden **radioaktive Nuklide** appliziert, bei deren Zerfall **γ-Strahlung** emittiert wird. Diese Strahlung kann durch **Fotozellen** detektiert werden (NaJ-Kristalle emittieren beim Beschuss mit γ-Strahlung Photonen, die ihrerseits durch den Fotoeffekt wieder Elektronen freisetzen, ▶ Kap. 7.3.1). Die **Auflösung** ist gegenüber dem CT stark **herabgesetzt** und eignet sich z. B. zur Messung des zerebralen Blutflusses.

PET

PET steht für **Positron-Emmisions-Tomographie**. Auch hier werden wie bei der SPECT **radioaktive Nuklide** eingesetzt. Bei deren Zerfall wird nun aber β^+-Strahlung emittiert. β^+-Teilchen werden auch als **Positronen** bezeichnet. Diese haben die gleiche Masse wie Elektronen. Sie unterscheiden sich aber von den Elektronen dadurch, dass sie positiv geladen sind. Diese Strahlungsart gehört zur künstlichen Radioaktivität. Die beim Zerfall der radioaktiven Nuklide frei werdenden Positronen schnappen sich das nächstbeste **Elektron**. Elektron und Positron vernichten sich gegenseitig (**Paarvernichtung**) unter Aussendung zweier Lichtquanten (**Photonen**). Diese Photonen entfernen sich vom Ort der Paarvernichtung in **entgegengesetzter Richtung**. Die Zeitdifferenz, die zwischen der Detektion dieser beiden Photonen besteht, lässt sich zur Berechnung des Orts der Paarvernichtung heranziehen. Dadurch erreicht man eine relativ **gute Auflösung**. Die PET eignet sich zum Untersuchen von Stoffwechselvorgängen, wie z. B. dem Glucoseverbrauch in einzelnen Hirnarealen.

kurz & knapp



Röntgenstrahlung

- Eine **Röntgenröhre** umfasst folgende wichtige Bausteine: Eine evakuierte Röhre mit geheizter Kathode und einer Anode. Durch die Wechselwirkung zwischen den von der Kathode zur Anode beschleunigten Elektronen und dem Anodenmaterial entsteht γ-Strahlung.
- Die energetische Verteilung der Röntgenstrahlung wird durch das kontinuierliche **Röntgenbremsspektrum**, für das eine kleinste untere Grenze typisch ist, dargestellt.
- Dieses ist von einem für das **Anodenmaterial typischen Linienspektrum** überlagert.
- Die **Strahlungsleistung** wird über den **Heizstrom** und über die **Anodenspannung** der Röntgenröhre reguliert.
- Es lässt sich dadurch **weiche Strahlung** (niedrigere Energie der Quanten) von **harter Strahlung** abgrenzen.
- Typische Wechselwirkungen zwischen Röntgenstrahlung und Materie auf molekularer Ebene wären **Absorption**, **Streuung** und der **Compton-Effekt**.
- Die Abschwächung, die Röntgenstrahlung bei der Passage durch Materie erfährt, wird durch das **Absorptionsgesetzt** beschrieben:

  $I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot d}$

- Die Technik der Röntgenaufnahme ist der **Schattenwurf.**

7.3 Wirkung ionisierender Strahlung

Dominik Schneidawind

- Methoden zum Nachweis und zur Messung radioaktiver Strahlung
- Energiebegriffe
- Biologische Strahlenwirkung
- Strahlenschutz

Ionisierende Strahlung zeichnet sich durch typische Eigenschaften aus, die bereits in ▶ Kap. 7.1.3 besprochen worden sind. Dazu zählen die Ionisierung von Gasen, die Lumineszenz und die Beeinflussung von Silberhalogeniden.

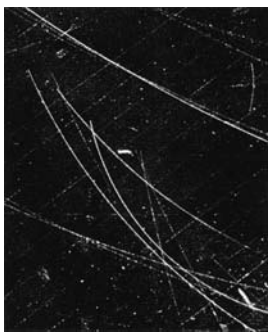
7.3.1 Methoden zum Nachweis und zur Messung radioaktiver Strahlung

Zur Messung der radioaktiven Strahlung macht man sich deren Eigenschaften zunutze. Das sind vor allen Dingen die ionisierende und die fluoreszierende Wirkung. Sie finden z. B. Anwendung in der Nebelkammer, im Geiger-Müller-Zähler und im Szintillationszähler.

Die Nebelkammer

▶ In einer Nebelkammer hinterlassen radioaktive Strahlen eine Nebelspur.

Die Nebelkammer besteht aus einem geschlossenen Behälter, der im Inneren mit **Wasserdampf** gesättigt ist. Durch Abkühlung entwickelt sich eine Übersättigung der Dampfatmosphäre. Wassertropfen können sich allerdings nicht bilden, da keine Partikel (Staub, Ionen, etc.) zur Kondensation zur Verfügung stehen. Radioaktive Strahlung hat nun die Eigenschaft auf Gase **ionisierend** zu wirken. Dadurch bilden sich auf dem Weg der Strahlung eben Ionen, an denen eine Kondensation des übersättigten Wasserdampfs stattfinden kann. Die Strahlung hinterlässt so eine **Nebelspur**. Dicke und Länge dieser Nebelspur hängt dabei von der Strahlungsart ab (◘ Tab. 7.3, ◘ Abb. 7.11).



◘ **Abb. 7.11.** Spuren radioaktiver Strahlung in einer Nebelkammer. (Aus Harten 2006)

◘ **Tab. 7.3.** Nebelspuren in der Nebelkammer

Strahlungsart	Aussehen der Nebelspur	Grund
α-Strahlung	kurz, dick, wenig unterbrochen	großteilig, stark ionisierend (He^{2+})
β-Strahlung	dünner, länger, öfters unterbrochen	kleiner, schwächer ionisierend (e^{-1})
γ-Strahlung	dünn, relativ häufig verzweigt	Erzeugung einiger Elektronen (e^{-1})

Der Geiger-Müller-Zähler

Der Geiger-Müller-Zähler besteht aus einem gegen die Umwelt isolierten Metallrohr, in dessen Mitte sich ein dünner Draht befindet (◘ Abb. 7.12). Zwischen diesen beiden ist eine Gleichspannung angelegt. In das Rohr ist ein **Fenster** eingearbeitet, durch das die **Strahlung** in das Innere des Geiger-Müller-Zählers gelangen kann. Das Metallrohr ist mit einem so genannten **Zählgas** (in der Regel Edelgase) gefüllt, das durch die eintretende Strahlung ebenfalls **ionisiert** wird. Die Spannung zwischen Draht und Metallrohr beschleunigt die durch die Ionisation frei werdenden Elektronen in Richtung Anode. Dabei stoßen sie auf andere Gasatome, die dadurch auch ionisiert werden: Die beschleunigten Elektronen stoßen andere Elektronen aus deren Atomhülle. Dieser Vorgang wird als **Stoßionisation** bezeichnet, welche eine **Elektronenlawine** auslöst. Es kommt letztendlich zur **Entladung**.

▶ Im Geiger-Müller-Zählrohr kommt es durch Stoßionisation zur Gasentladung (→»Klicken«)

Der Stromstoß kann registriert und akustisch als »Klicken« hörbar gemacht werden. Danach kann sich dieser Vorgang wiederholen. Die Frequenz dieses Klickens ist ein Maß für die Aktivität der

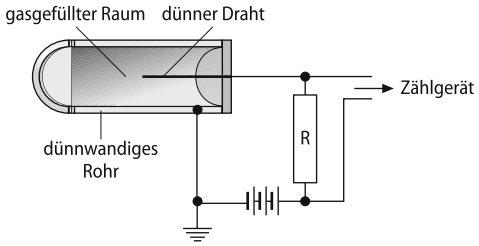


Abb. 7.12. Prinzipieller Aufbau eines Geiger-Müller-Zählrohres

Strahlung. **Wegen des kleinen Fensters hat der Geiger-Müller-Zähler vor allen Dingen gegenüber γ-Strahlung nur eine ziemlich geringe Empfindlichkeit.**

Der Szintillationszähler

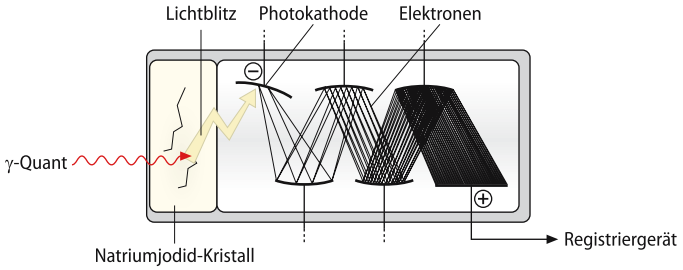


Abb. 7.13. Aufbau eines Szintillationszählers

► Der Szintillationszähler misst γ-Strahlung

Der Szintillationszähler macht sich die **fluoreszierenden Wirkung** der γ-**Strahlung** zunutze. Ein γ-Quant erzeugt beim Einfallen in einen **Natriumiodid-Kristall** einen Lichtblitz (scintilla = Funke). Die Stärke dieses Lichtblitzes ist proportional zur Energie des γ-Quants. Die Lichtenergie muss zur Registrierung in elektrische Energie umgewandelt werden. Der **Lichtblitz** trifft dazu auf eine Fotokathode, wo er durch den **Fotoeffekt** Elektronen löst. Diese **Elektronen** werden wieder in einem elektrischen Feld beschleunigt. In diesem sind mehrere Metallplatten hintereinander geschaltet. Hier schlagen die beschleunigten Elektronen immer wieder neue Elektronen aus dem Metall, die das Signal verstärken. Diese Vorrichtung wird als **Fotomultiplier** (photo = Licht, to multiply = vervielfachen) bezeichnet. Ein Registriergerät erfasst die Zahl und die Energie der einfallenden γ-Quanten.

Hätten Sie's gewusst?

Metastasen per Szintigramm sichtbar gemacht

Bei der **Szintigraphie** wird dem Patienten radioaktives Technetium intravenös verabreicht. Dieses reichert sich hauptsächlich in Metastasen von Tumoren (z. B. Knochenmetastasen mit Primärtumor in der Brust) an. Beim Zerfall wird ein **γ-Quant** frei, das über so genannte **Gamma-Kameras** registriert wird. Eine Gamma-Kammera funktioniert dabei genauso wie ein Szintillationszähler. Anhäufungen von radioaktivem Technetium, die auf Metastasen hindeuten, werden durch die dort höhere Gamma-Aktivität sichtbar.

7.3.2 Energiebegriffe

► Aktivität A, Ionendosis I, Energiedosis D, Äquivalentdosis H

Wir haben ja bereits den Begriff Aktivität kennengelernt: **Die Aktivität A gibt die Zahl der Zerfälle pro Zeit mit der Einheit Becquerel (Bq) an.** Die Aktivität geht jedoch nicht auf die durch radioaktive Strahlung entstandenen Ionen ein. Diese Größe wird als Ionendosis bezeichnet. **Die Ionendosis I gibt an, wie viel Ladung durch Ionisation pro durchstrahlte Masse entstanden ist. Die Einheit wäre das Röntgen (r).**

Diese Begriffe berücksichtigen aber nicht, dass ionisierende Strahlung ziemlich energiereich ist. Man kann sich das leicht vorstellen: wir haben schon gesehen, dass γ-Strahlung NaJ-Kristalle zur Fluoreszenz anregt. Dabei wird die Energie der Strahlung in Lichtenergie umgewandelt. Da der Energiebegriff für die biologische Wirksamkeit der Strahlung entscheidend ist, führt man die Energiedosis ein. Dabei ist nicht die gesamte potenzielle Energie, die die Strahlung besitzt, von Interesse, sondern der Energieanteil der Strahlung, der auch tatsächlich auf einen Körper wirkt, also von diesem absorbiert wird.

Die Energiedosis D gibt an, wie viel Energie E von der durchstrahlten Masse m absorbiert werden. Die Energiedosis wird in Gray (Gy) gemessen. Dieser Energiebegriff beschreibt zwar die Energie, die auf einen Körper einwirkt, allerdings bleibt die Art der Strahlung unberücksichtigt. Es ist leicht nachzuvollziehen, dass γ-Strahlung (kleine, hochfrequente, elektromagnetische Welle) im Körper bei gleicher Energiedosis eine geringere Wirkung hat als α-Strahlung (fette zweifach positiv-geladene Heliumkerne). Um der biologischen Wirksamkeit der ionisierenden Strahlung gerecht zu werden, führt man den Begriff der Äquivalentdosis ein. **Die Äquivalentdosis H leitet sich aus der Energiedosis her, indem man die Energiedosis mit einem für die Strahlungsart spezifischen dimensionslosen Faktor F multipliziert (Tab. 7.4).** Sie besitzt zwar die gleiche Einheit, nämlich J/kg, wird aber nicht als Gray, sondern als Sievert (Sv) angegeben.

Tab. 7.4. Strahlungsartabhängige Faktoren zur Ermittlung der Äquivalentdosis

Strahlungsart	dimensionsloser Faktor F
γ-Strahlung (u. a. Röntgenstrahlung)	1
β-Strahlung	2
Protonenstrahlung	10
α-Strahlung	20

Diese Tabelle gibt die dimensionslosen Faktoren für verschiedene Strahlungsarten zur Berechnung der Äquivalentdosis aus der Energiedosis an. Je größer das Teilchen und die Ladung der Strahlung, desto größer ist deren biologische Wirksamkeit, was sich in einem größeren Fakor widerspiegelt.

► In Bezug auf die Zeit der Einwirkung ergeben sich Ionendosisleistung, Energiedosisleistung, Äquivalentdosisleistung.

Man kann diese Energiebegriffe noch mit der Zeit verbinden, denn es macht einen Unterschied, ob die gleiche Energiedosis 3 min oder 3 Wochen auf das Gewebe einwirkt. Daher kann man die Ionendosis, die Energiedosis und die Äquivalentdosis durch die Zeit t teilen, die diese Dosis gewirkt hat und erhält die **Ionendosisleistung** $\dot{I}$, die **Energiedosisleistung** $\dot{D}$ und die **Äquivalentdosisleistung** $\dot{H}$.

Ein Beispiel aus der Klinik für diese Strahlenwirksamkeit kann ich an dieser Stelle noch geben: als Komplikation bei der Bestrahlung eines Lungentumors erlitt ein Patient aufgrund der zu hohen Energiedosisleistung eine schwere Verbrennung auf der Haut. Diese war rechteckig und klar abgrenzbar.

Wichtig ist an dieser Stelle noch folgender Zusammenhang: **Die Energiedosisleistung einer Röntgenquelle ist indirekt proportional zum Abstand im Quadrat.** Dieses beruht nicht auf den Gesetzen der Absorption, sondern auf der kugelförmigen Ausbreitung der Strahlung im Raum (Lampe). Der Abstand zwischen den einzelnen γ-Quanten wird bei dieser Form der Ausbreitung mit zunehmendem Abstand von der Strahlenquelle immer größer. So treffen auf eine bestimmte Fläche nahe der

Tab. 7.5. Zusammenfassung verschiedener Energiebegriffe und der Aktivität

Begriff	Definition	Einheit
Aktivität A	$A = \frac{n}{t}$	Bequerel (Bq); 1 Bq=1 s^{-1}
Ionendosis I	$I = \frac{Q}{m}$	Röntgen (r); 1 r=1 C kg^{-1}
Energiedosis D	$D = \frac{E}{m}$	Gray (Gy); 1 Gy=1 J kg^{-1}
Äquivalentdosis H	$H = F \cdot D$	Sievert (Sv); 1 Sv=1 J kg^{-1}

Strahlenquelle viele γ-Quanten, wohingegen in größerer Entfernung weniger γ-Quanten auf dieselbe Fläche treffen.

$$\dot{D} \sim \frac{1}{r^2}$$

Das bedeutet, dass bei doppelter Entfernung zur Strahlenquelle die Energiedosisleistung bereits um das Vierfache abgenommen hat. Bei dreifacher Entfernung hätte die Energiedosisleistung um das Neunfache abgenommen, usw. Deshalb gilt Abstand zur Strahlenquelle als wirkungsvolle Technik zur Vermeidung unnötiger Strahlenexposition.

► Abstand von der Strahlungsquelle halten!

7.3.3 Biologische Strahlenwirkung

Inkorporation radioaktiver Nuklide

Wir sind permanent radioaktiven Isotopen (z. B. radioaktive Kohlenstoffisotope, Calciumisotope, Iodisotope,…) und radioaktiver Strahlung (z. B. Höhenstrahlung, terrestrische Strahlung, Röntgenstrahlung) ausgesetzt. Inkorporation bedeutet in diesem Zusammenhang **Aufnahme von radioaktivem Material in den menschlichen Organismus**. Normalerweise befindet sich die Aufnahme und Ausscheidung dieser Isotope **im Gleichgewicht**, weshalb es zu keiner Anreicherung radioaktiver Nuklide im Organismus kommt. Radioaktive Kohlenstoffisotope z. B. können sich quasi in allen kohlenstoffhaltigen Molekülen befinden, radioaktive Calciumisotope sind vorwiegend im Knochen, etc.

► Inkorporation = Aufnahme radioaktiver Nuklide in den Organismus

Problematisch wird eine **Intoxikation** mit radioaktiven Nukliden. Die Aufnahme kann über die Nahrung, die Atmung, eine Wunde, intravenös, etc. erfolgen. Dabei ist nicht nur die **Menge**, **Aktivität**, **Strahlungsart** und **Energie** entscheidend, sondern v. a. das **Element** selbst, da sich die Isotope eines Elements chemisch alle gleich verhalten und so ganz normal verstoffwechselt werden. Calcium z. B. stellt sich als ziemlich problematisch dar, da es relativ lange in den Knochen eingelagert wird (es besitzt eine hohe biologische Halbwertszeit) und dadurch großen Schaden anrichten kann.

Biologische Halbwertszeit

Unter biologischer Halbwertszeit versteht man die Zeit, die der Körper benötigt, bis er die **Hälfte aller inkorporierten radioaktiven Nuklide ausgeschieden** hat. Sie ist von der physikalischen Halbwertszeit zu unterscheiden, die die Zeit angibt, nach der die Hälfte aller radioaktiven Nuklide noch vorhanden sind – unabhängig vom Ort des Zerfalls. Stoffe mit langer Verweildauer im Körper besitzen eine hohe biologische Halbwertszeit. Stoffe mit kurzer Verweildauer besitzen eine niedrige biologische Halbwertszeit.

► Biologische Halbwertszeit = Zeit, nach der die Hälfte aller radioaktiven Nuklider vom Körper ausgeschieden worden ist.

Molekulare Veränderungen durch radioaktive Strahlung

Inkorporierte radioaktive Nuklide emittieren bei deren Zerfall radioaktive Strahlung. Diese Strahlung tritt auf dem Weg durch die Zellen in **Wechselwirkung mit Molekülen**, insbesondere mit gro-

► Biologische Strahlenwirkung: energiereiche radioaktive Strahlung →Zerstörung der DNA →fehlerhafte Genexpression →Störung des Zellhaushalts →Tumoren, Nekrose

ßen Molekülen wie der DNA, die die Information für die Proteinbiosynthese enthält. Häufig werden diese Moleküle durch die absorbierte Strahlenenergie direkt **zerbrochen**, **ionisiert** oder in **freie Radikale** (besonders reaktionsfreudige Moleküle mit einem halben Elektronenpaar) gespalten. Diese Bruchstücke reagieren sofort mit anderen Molekülbruchstücken. Es kommt durch die Zerstörung bzw. **Veränderung der DNA** zur **fehlerhaften Genexpression**.

Der gesamte Zellhaushalt wird auf den Kopf gestellt, da benötigte Proteine (u. a. Enzyme) nicht mehr funktionsfähig sind. Tumorsuppressorgene sind unter Umständen zerstört worden, wodurch der Zellzyklus unkontrolliert abläuft. Es kommt zur **Tumorgenese**. Ist die Zelle soweit geschädigt, dass sie nicht mehr lebensfähig ist, kommt es zur **Nekrose**. Dies kann aber auch bei der Tumortherapie durch kontrollierte Bestrahlung ausgenutzt werden. Veränderungen können Soma- oder Keimzellen betreffen. Mutationen in Keimzellen führen entweder zur **Infertilität** oder zu schweren **Entwicklungsstörungen** während der Embryogense der werdenden Frucht.

Nichtstochastische und stochastische Schäden

► Nichtstochastische Schäden folgen einer Dosis-Wirkungskurve; stochastische Schäden sind »Zufallsschäden«.

Die eben beschriebenen Veränderungen führen zu zwei verschiedenen Arten von Schädigungen:

Unter **nichtstochastische Schäden** fällt z. B. die Strahlenkrankheit (Rötung der Haut, Übelkeit, Geschwüre, Haarausfall,…). Damit diese Schädigungen eintreten, muss eine gewisse Schwellendosis (0,25–1 Sv) überschritten werden. Danach ist die Schwere des Schadens proportional zur Energiedosis.

Davon sind **stochastische Schäden** zu unterscheiden. Darunter versteht man »zufallsbedingte« Erkrankungen, wie z. B. die Entstehung von Tumoren durch radioaktive Strahlung. Es existiert hier keine Schwellendosis. Vielmehr ist die Wahrscheinlichkeit des Eintretens dieser Erkrankungen proportional zur Energiedosis.

Bei kurzzeitiger Ganzkörperbestrahlung über 7 Sv tritt der Strahlentot ein.

7.3.4 Strahlenschutz

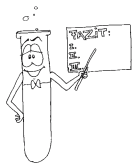
► Strahlenschutz (5 A's): Abstand, Abschirmung, Aktivität, Arbeitszeit, Absolute Sauberkeit

Ionisierende Strahlung ist in zu hohen Dosen also ziemlich schädlich für den menschlichen Körper, weshalb die Entscheidung zur Aufnahme eines Röntgenbildes nicht leichtfertig getroffen werden sollte. Medizinisches Personal, v. a. Radiologen und MTAs, ist diesen Gefahren tagtäglich ausgeliefert, weshalb sie sich vor radioaktiver Strahlung schützen müssen. Die Möglichkeiten zum Schutz lassen sich aus den bereits ausführlich beschriebenen Eigenschaften der Strahlung herleiten.

Zum einen muss von radioaktiven Präparaten **Abstand** gehalten werden, denn die Energiedosisleistung nimmt mit der Entfernung stark ab (► Kap. 7.3.2). Je geringer die **Aktivität** eines Präparats ist, desto geringer ist auch die Strahlenbelastung pro Zeit. Die **Zeit der Exposition** sollte möglichst gering sein. Bei einer Angiographie (Darstellung der Gefäße mithilfe von Kontrastmittel) muss, da es sich dabei um ein invasives Vorgehen handelt, ein Arzt dabei sein. Dieser kann keinen Abstand halten, muss sich also anderweitig schützen. Die radioaktive Strahlung kann **abgeschirmt** werden. Dies gelingt mithilfe von schweren Bleischürzen. **Blei** besitzt eine hohe Ordnungszahl, wodurch die Strahlung absorbiert wird.

Trotzdem darf eine gewisse **Maximalbelastung pro Jahr** vom medizinischen Personal nicht überschritten werden. Die Strahlendosis wird deshalb mit einem **Dosimeter** kontrolliert, das die betroffenen Personen bei Strahlenexposition bei sich tragen müssen. Des Weiteren ist darauf zu achten, dass radioaktives Material nicht in den Körper gelangt. Außerdem sind weitere strenge **Sicherheitsvorschriften** einzuhalten, die die Lagerung und den Umgang mit radioaktiven Materialien betreffen.

kurz & knapp



Wirkung ionisierender Strahlung

- Die Eigenschaften erklären die Wirkung ionisierender Strahlung. Der Nachweis und zum Teil die quantitative und qualitative Messung der Strahlung gelingt u. a. mit der **Nebelkammer**, dem **Geiger-Müller-Zähler** und dem **Szintillationszähler**.
- Wichtige Begriffe zur Beschreibung radioaktiver Energetik wären die **Ionendosis**, die **Energiedosis** und die **Äquivalentdosis**. Dividiert durch die Zeit ergibt sich die jeweilige **Dosisleistung.**
- Radioaktive Strahlung hat in Überdosen verheerenden **Einfluss auf den Zellhaushalt**. Durch Zerstörung der DNA ergeben sich Defekte in der Proteinbiosynthese, die von Nekrosen bis zu Tumoren führen.
- Radioaktive Strahlung kann aber auch bei der Tumortherapie durch kontrollierte Bestrahlung ausgenutzt werden. Wichtig ist in diesem Zusammenhang auch die **biologische Halbwertszeit**, die sich auf die Verweildauer des radioaktiven Präparats im menschlichen Körper bezieht.
- Daher ist es unerlässlich, sich vor ionisierender Strahlung zu schützen. Hauptpunkte wären **Abstand**, **Abschirmung**, möglichst geringe **Aufenthaltsdauer** und absolute **Sauberkeit** beim Umgang mit radioaktiven Materialien. Auch die **Aktivität** sollte möglichst gering sein, um die Strahlenbelastung zu minimieren.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 **Zerfallsgleichungen.** Ergänzen Sie die folgenden Zerfallsgleichungen: **Aufgabe 1**

a) ${}^{X}_{X}\mathrm{N} + \mathrm{He}^{2+} \rightarrow {}^{18}_{X}\mathrm{X}$

b) ${}^{X}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{89}_{36}\mathrm{Kr} + {}^{144}_{X}\mathrm{X} + 3\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$

Lösung 1 Die Summe der Massenzahlen und der Kernladungszahlen beider Seiten muss identisch sein. Daher ergibt sich:

${}^{14}_{7}\mathrm{N} + \mathrm{He}^{2+} \rightarrow {}^{18}_{9}\mathrm{F}$

${}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{89}_{36}\mathrm{Kr} + {}^{144}_{56}\mathrm{Ba} + 3\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$ (n= Neutron mit der Massenzahl 1 und der Kern**ladung**szahl 0)

Aufgabe 2 Zerfallsgesetz. **Aufgabe 2**

Ein radioaktives Präparat mit einer Halbwertszeit von 5 Tagen besitzt eine Aktivität von 600 Bq. Welche Aktivität besitzt das Präparat nach 20 Tagen?

Ein radioaktives Präparat besteht aus 100.000 Nukliden. Nach 90 Tagen sind nur noch 1000 Nuklide vorhanden. Welche Halbwertszeit besitzt das Präparat?

Lösung 2

20 Tage entsprechen 4-mal der Halbwertszeit. Daher beträgt die Aktivität nur noch ein Achtel der ursprünglichen Aktivität, also 75 Bq.

Hier hilft nur rechnen: Man nutzt dabei das Zerfallsgesetz und die Halbwertszeit aus. Man berechnet zunächst den Zerfallskoeffizienten k im Zerfallsgesetz und ermittelt daraus die Halbwertszeit. Man erhält dann 27,1 Tage für die Halbwertszeit.

Aufgabe 3 **Absorptionsgesetz.** Wie dick muss ein Bleiblock (Absorptionskoeffizient: 1 cm^{-1}) mindestens sein, damit Röntgenstrahlung nach dessen Passage nur noch ein Viertel seiner ursprünglichen Intensität besitzt? **Aufgabe 3**

Lösung 3 Auch hier muss gerechnet werden: Wir verwenden die Gleichung für das Absorptionsgesetz aus ▶ Kap. 7.2.3. Dieses muss nach d aufgelöst werden.

Da $A = \frac{1}{4} A_0$ gilt, lässt sich die Gleichung soweit reduzieren, dass nur noch $d = \frac{-\ln 0{,}25}{\lambda}$ da steht.

Da $\lambda = 1 \ \text{cm}^{-1}$, ergibt sich als Lösung:

Der Bleiblock muss mindestens $d = -\ln 0{,}25 \ \text{cm} \approx 1{,}4 \ \text{cm}$ dick sein.

Alles klar!

Mammakarzinom

Signiora Mammaria, die Brustkrebspatientin aus Palermo, die zu Beginn dieses Kapitels vorgestellt wurde, hat Glück, denn der Tumor ist noch relativ klein und kann zusammen mit benachbarten Lymphknoten brusterhaltend operativ entfernt werden. Daran schließt sich eine **Bestrahlung** des betroffenen Gebiets an, damit eine erneute Wucherung verhindert wird. Um eine eventuelle Metastasierung des Primärtumors in das Knochengewebe nachzuweisen bzw. auszuschließen, wird außerdem ein **Szintigramm** erstellt.

III Chemie

8 Allgemeine Chemie – 309

9 Anorganische Chemie – 385

10 Organische Chemie – 401

11 Komplexchemie – 485

12 Nomenklatur der Chemie – 499

8 Allgemeine Chemie

8.1 Einführung – 310
Jürgen Schatz

8.2 Chemische Bindungen – 312
Lisa Schiefele
8.2.1 Grundlagen zum Verständnis chemischer Verbindungen – 312
8.2.2 Die Ionenbindung – 315
8.2.3 Die Atombindung – 319
8.2.4 Molekülorbitale – 322
8.2.5 Die Metallische Bindung – 332

8.3 Das chemische Gleichgewicht – 336
Katharina Trenkle
8.3.1 Das Massenwirkungsgesetz – 336
8.3.2 Säuren und Basen – 338
8.3.3 Der pH-Wert – 339
8.3.4 Das Löslichkeitsprodukt – 350

8.4 Oxidation – Reduktion – 354
Birgit Beyrle
8.4.1 Einleitung – 355
8.4.2 Was ist eine Oxidation, was eine Reduktion? – 355
8.4.3 Oxidationszahlen – 356
8.4.4 Aufstellen einer Redoxgleichung – 356
8.4.5 Redoxreihe – 358
8.4.6 Galvanisches Element – 360
8.4.7 Nernst-Potenzial – 362
8.4.8 Batterie – 362
8.4.9 Elektrolyse – 363

8.5 Chemische Reaktionsenergetik und -kinetik – 366
Karin Baur
8.5.1 Begriffsklärung – 367
8.5.2 Energetik – 367
8.5.3 Reaktionskinetik – 347
8.5.4 Energieprofile – 380

8.1 Einführung

Jürgen Schatz

- Einführende Bemerkungen

Wie jetzt?

Wofür braucht ein (angehender) Mediziner Chemie?

Herzlichen Glückwunsch, Sie sind erfolgreich im Teil »Chemie« angekommen. In den folgenden Kapiteln 8–12 werden die Grundlagen für folgende Gebiete der Chemie kurz dargestellt:

- allgemeine Chemie ▶ Kap. 8
- anorganische Chemie ▶ Kap. 9
- organische Chemie ▶ Kap. 10
- Komplexchemie ▶ Kap. 11

Abgeschlossen wird der Teil der Chemie mit einem Extrakapitel über Nomenklatur ▶ Kap. 12. Dieses Kapitel wurde mit aufgenommen, da gerade die Benennung chemischer Verbindungen oft ein großes Problem darstellt und es hier zu viel »Reibungsverlust« kommt.

Bevor Sie weiterlesen, empfiehlt es sich, (nochmal) die allgemeinen naturwissenschaftlichen Grundlagen ▶ Kap. 2 durchzuarbeiten, denn daraus werden Begriffe benötigt, wie

- Bohrsches Atommodell
- Stoffe, Gemisch, Reinstoff, Element, Ionen
- Masse, Stoffmenge, Dichte, Konzentration

Außerdem sollten einfache stöchiometrische Rechnungen und die dazugehörigen mathematischen Dinge (▶ Kap. 1.1 Gleichungen, ▶ Kap. 1.4 e-Funktion und ln, ▶ Kap. 1.5 einfache Integrale) bekannt sein; das macht das Leben im Folgenden leichter.

Alles klar!

Chemie für Mediziner!

Wie immer im Leben gibt es mehrere Antworten auf eine Frage.

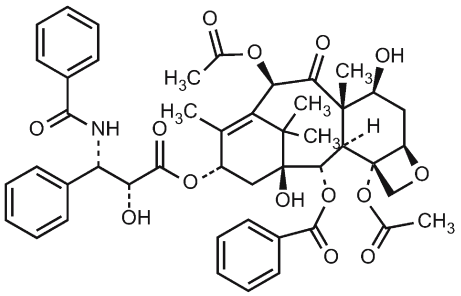
Im Studium kann man die Frage ganz pragmatisch angehen: Der Studienplan sieht das Fach vor und man muss einfach durch. Außerdem ist es die Grundlage der Biochemie.

Nach der einfachen Antwort auch eine etwas komplexere: In der modernen (molekularen) Medizin ist die Bedeutung chemischer und biochemischer Zusammenhänge enorm gestiegen. Inzwischen gibt es sogar wissenschaftliche Vorträge von Chirurgen (!), die auf der ersten Präsentationsfolie eine chemische Struktur zeigen, da tagtäglich im Rahmen der aktuellen Forschung damit umgegangen wird. Den häufigsten Kontakt aber hat man in der Medizin mit der Chemie in Form von Wirkstoffen (◘ Abb. 8.1). Das Spektrum ist dabei extrem breit.

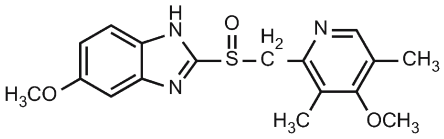
Hochkomplexe Strukturen, z. B. Taxol, werden im Kampf gegen Krebs eingesetzt. Es finden sich aber auch Wirkstoffe, die auch von großem wirtschaftlichen Interesse sind. Omeprazol, ein so genannter Protonenpumpen-Hemmer, findet sich in vielen Magenmitteln, z. B. Antra® oder Prilosec®. Damit werden jährliche Umsätze von mehr als 5 Mrd. Euro gemacht.

Dass Zivilisationserkrankungen ein großes Problem in den Industrieländern sind, zeigt auch der Lipidsenker Atorvastatin, im europäischen Markt als Sortis®, im US-amerikanischen als Lipitor® bekannt. Im Jahr 2004 wurden damit 10,9 Mrd. US-Dollar Umsatz gemacht.

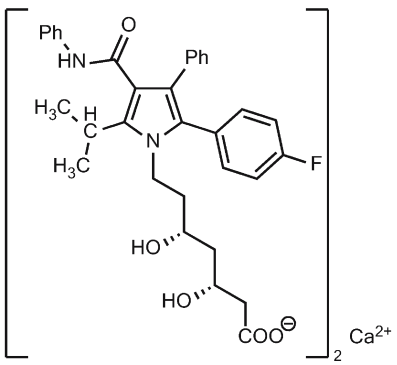
▼



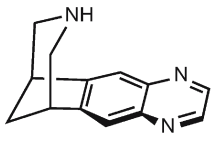
Taxol



Omeprazol



Atorvastatin



Vareniclin

Abb. 8.1. Ausgewählte Pharmaka

Eine interessante Anwendung zeigt das gerade (Oktober 2006) zugelassene 7,8,9,10-Tetrahydro-6,10-methano-6*H*-pyrazino[*2,3-h*][3]benzazepin. Dieses Molekül ist ein Partialantagonist des Nicotinrezeptors und wird zur Rauchentwöhnung eingesetzt. Da der korrekte chemische Name »7,8,9,10-Tetrahydro-6,10-methano-6*H*-pyrazino[*2,3-h*][3]benzazepin« etwas unhandlich ist, hat der Hersteller den Wirkstoff den Trivialnamen Vareniclin gegeben. Um das Leben noch schwieriger zu gestalten, muss man sich auch noch Handelsnamen – Chantix® – dazu merken.

Dieses Dreigestirn aus chemischen Namen, Trivialnamen und Präparatenamen begleitet Mediziner und Pharmazeuten durch den beruflichen Alltag. Zur Illustration: Die »Rote Liste«, ein Verzeichnis aller zugelassenen Medikamente in Deutschland, führt 2308 Wirkstoffe in 8890 Präparaten auf (Stand: Juli 2006), im Schnitt knapp 4 unterschiedliche Präparate pro Wirkstoff. Eine chemische Strukturformel ist dann da doch eindeutiger.

► Trivialnamen: Kurze Bezeichnung einer chemischen Verbindung außerhalb offizieller Namensgebungsregeln.

8.2 Chemische Bindungen

Lisa Schiefele

- Valenzelektronen
- Oktettregel und Edelgaskonfiguration
- Elektronegativität
- Ionenbindung
- Salze und Ionen
- Atombindung – polare Atombindung
- Moleküle
- Freie Radikale
- Molekülorbitale
- Mesomerie
- Metallische Bindung

Wie jetzt?

Woher kommt Eiter?

Ein Patient wird aufgrund einer großen Wunde am Fuß ins Krankenhaus gebracht. Er gibt Schmerzen im Bereich der Wunde an und beim Messen der Temperatur stellen Sie fest, dass er leichtes Fieber hat. Sie nehmen den Verband von der Wunde und erkennen Eiter in entzündetem Gewebe. Die Wunde ist also infiziert und der Körper scheint sich heftig gegen die Eindringlinge zu wehren. Aber woher kommt denn eigentlich der Eiter?

► Chemische Verbindungen halten Atome zusammen.

In uns und um uns herum sind Atome, alles besteht aus Atomen. Damit aus diesen kleinen »Kügelchen« so viele verschiedene Dinge entstehen können, müssen sich Atome gleicher und verschiedener Elemente miteinander verbinden bzw. sich zumindest zusammenlagern können. Wenn Atome nicht fest miteinander verbunden sind, aber doch zusammenhalten, bezeichnet man dies als Wechselwirkung. Hier sind neben den van der Waals-Wechselwirkungen noch die Wasserstoffbrückenbindungen von Bedeutung. Über chemische Bindungen werden Atome ganz fest zusammengehalten. **Atome können über vier verschiedene Arten zusammengehalten werden.** Dies sind:

- die Ionenbindung
- die Atombindung oder kovalente Bindung
- die metallische Bindung
- die koordinative Bindung.

Bis auf die koordinative Bindung, die in einem eigenen Kapitel abgehandelt wird, sollen im Folgenden die chemischen Bindungen erklärt werden.

8.2.1 Grundlagen zum Verständnis chemischer Verbindungen

8.2.1.1 Atombau, PSE und Valenzelektronen

► Ohne Periodensystem geht gar nichts.

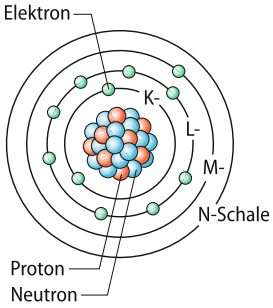
Warum ein Atom in der Reaktion genau diese Bindung eingeht und nicht eine andere, warum auf einmal drei Atome und nicht zwei oder vier sich verbinden, ist für viele Lernende schwierig nachzuvollziehen. Um dies zu verstehen ist es hilfreich, einige Grundregeln der Reaktionen von Atomen zu kennen. Diese werden wir zuerst kennenlernen, bevor wir uns den einzelnen Bindungen widmen.

Als erstes muss man den **Aufbau eines Atoms** kennen, v. a. die Verteilung der Protonen und Elektronen im Atom (◘ Abb. 8.2). Außerdem kommt man nicht um das **PSE** (Periodensystem der

Elemente) herum: Auch wenn es für manchen mehr wie eine Beschäftigungsmaßnahme wirken mag, ist es hilfreich das PSE auswendig zu wissen, also Periode und Gruppe der (häufig gebrauchten) Hauptgruppenelemente zu kennen. Deshalb ist es sinnvoll, sich vor diesem Kapitel noch einmal mit den Grundlagen zu Atombau, PSE etc. zu beschäftigen (▶ Kap. 2.1; für Ausführlicheres zum PSE ▶ Kap. 9).

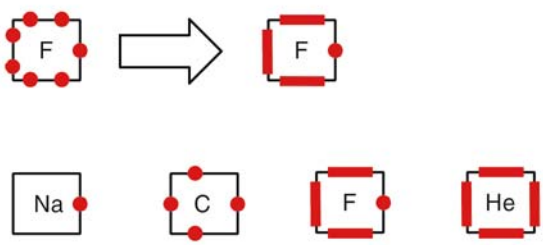
Für die Verbindungen (der Hauptgruppen) ist es wichtig, die so genannten **Valenzelektronen** (◘ Abb. 8.2) zu betrachten. **Valenzelektronen sind die Elektronen der äußersten Schale eines Atoms.** Die Nummer der Hauptgruppe eines Elements gibt die Zahl der Valenzelektronen an: Sauerstoff steht in der VI. Hauptgruppe, besitzt also sechs Valenzelektronen. Natrium findet man in der I. Hauptgruppe, besitzt ein Valenzelektron usw. (Das ist der Grund, weshalb man die Hauptgruppen der einzelnen Elemente wissen sollte.)

Gilbert N. Lewis hat eine Schreibweise zur Darstellung von Atomen mit deren Valenzelektronen entwickelt, die **Valenzstrichformel oder Lewis-Formel**: Hier werden die Elektronen in einem (gedachten) Quadrat um das Elementsymbol angeordnet. Einzelne Elektronen werden als Punkte dargestellt, Elektronenpaare als Striche. Die ersten vier Elektronen werden auf je einer Seite des Quadrats verteilt, ab dem fünften Valenzelektron werden Paare gebildet (◘ Abb. 8.3).



◘ **Abb. 8.2.** Aufbau eines Atoms mit Atomkern und Valenzelektronen

▶ Valenzstrichformel = Lewis-Formel zur Darstellung von Atomen und Valenzelektronen.



◘ **Abb. 8.3.** Darstellung einzelner Atome in der Lewis-Formel

Das PSE in Valenzstrichformel (Lewis-Formel) ist in ◘ Abb. 8.4 dargestellt.

Hauptgruppe

Periode	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	H·							|He|
2	Li·	Be·	·B·	·C·	·N·	|O·	|F·	|Ne|
3	Na·	Mg·	·Al·	·Si·	·P·	|S·	|Cl·	|Ar|
4	K·	Ca·	·Ga·	·Ge·	·As·	|Se·	|Br·	|Kr|
5	Rb·	Sr·	·In·	·Sn·	·Sb·	|Te·	|I·	|Xe|
6	Cs·	Ba·	·Tl·	·Pb·	·Bi·	|Po·	|At·	|Rn|
7	Fr·	Ra·						

◘ **Abb. 8.4.** Periodensystem in Valenzstrichformel

Die Lewis-Formel wird neben der Darstellung vom Elementen auch für Ionen und Moleküle und deren Valenzelektronenkonfigurationen verwendet.

▶ Lewis-Formel eignet sich auch für Ionen und Moleküle.

Wasser: H_2O H–Ö–H

Chloridion: Cl^- :Cl:$^-$

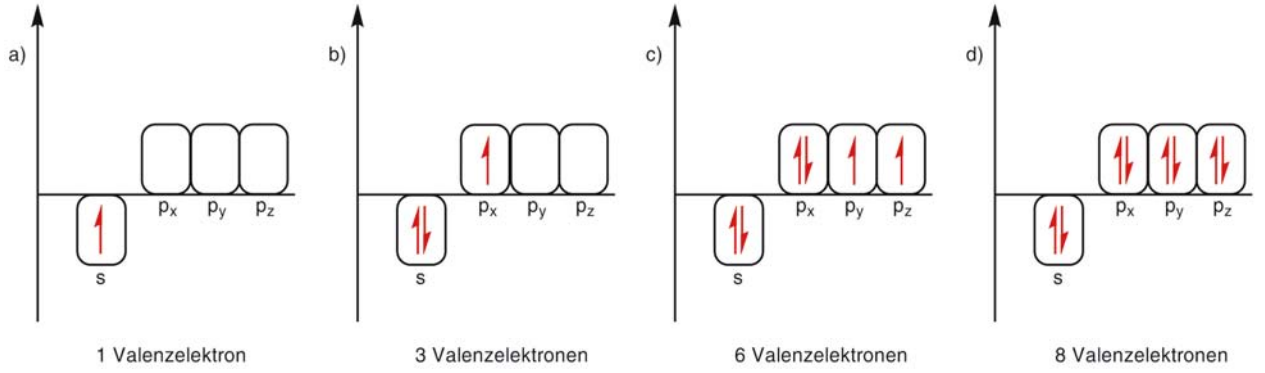


Abb. 8.5. Darstellung der Unterorbitale und deren Besetzung mit Elektronen

8.2.1.2 Die Oktettregel

Wie man die Unterorbitale und deren Besetzung mit Elektronen darstellt, ist in Abb. 8.5 gezeigt: Kästchen stehen für Orbitale, Pfeile für Elektronen. Die Elektronen der s-Schale und der p-Unterorbitale besitzen jeweils einen entgegengesetzten Spin, was an entgegengesetzt gerichteten Pfeilen zu erkennen ist (▶ Kap. 8.2.4).

Nun darf man sich nicht durcheinander bringen lassen: Bei der Lewisformel haben wir die Elektronen gleichmäßig um das Atom herum verteilt. In dieser Schreibweise wird das energetische Niveau der einzelnen Elektronen jedoch nicht beachtet. Bei der jetzigen Darstellung wird dies berücksichtigt und man stellt fest, dass zuerst die energetisch tiefere s-Schale doppelt besetzt wird und erst anschließend die p-Schalen anfangs einfach und dann doppelt besetzt werden.

► Atome streben nach einer voll besetzten Außenschale. Ausnahmen davon sind die Elemente der ersten Periode.

Sind s- und p-Schale gefüllt, hat das Atom sein Ziel erreicht: es ist in einem energetisch stabilen Zustand. Wir merken uns also: alle Atome wollen eine voll besetzte äußere Schale. Mit Ausnahme der Elemente der ersten Periode (hier sind es nur zwei Elektronen) sind das bei allen anderen Elementen **acht Valenzelektronen**! Das nennt man auch **Oktettregel (okta = acht): Atome streben nach einer voll besetzten Außenschale, also nach acht Valenzelektronen, da dies ein energetisch sehr stabiler Zustand ist.**

► Ausnahme von der Oktettregel: Wasserstoff und Helium.

Eine **Ausnahme** bilden, wie bereits angesprochen, die Elemente der ersten Periode, Wasserstoff und Helium. Diese sind mit zwei Valenzelektronen zufrieden. Helium besitzt bereits zwei, Wasserstoff muss nur noch ein Elektron abgeben oder aufnehmen, um eine voll besetzte Außenschale zu erlangen.

► Edelgaskonfiguration = Außenschale ist mit acht Elektronen voll besetzt.

Edelgase besitzen von Natur aus eine voll besetzte Außenschale, also mit Ausnahme des Heliums immer acht Valenzelektronen. Deshalb nennt man die Valenzelektronenkonfiguration, bei der die Außenschale mit acht Elektronen voll besetzt ist, Edelgaskonfiguration. Da die Edelgase schon von Natur aus mit acht Valenzelektronen gesegnet sich, müssen sich also mit keinem Bindungspartner mehr arrangieren, um das Oktett zu erreichen. **Deshalb sind Edelgase sehr reaktionsträge.** Stoffe, die reaktionsträge sind, werden in der Chemie als »Edel« bezeichnet. Edelmetalle (Gold, Silber, Kupfer) sind Metalle, die sich ebenfalls sehr reaktionsträge zeigen, was manchmal von großem Nutzen sein kann.

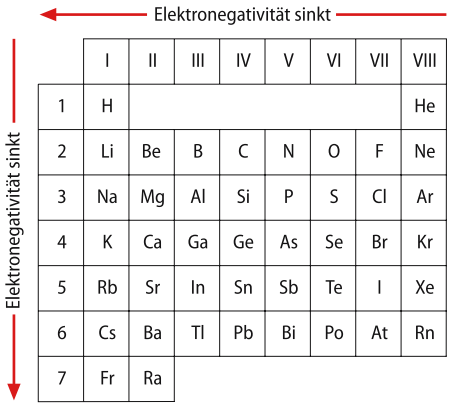
► Um ein Valenzelektronenoktett zu erlangen, können Atome Elektronen aufnehmen, abgeben oder mit einem anderen Atom teilen.

Die anderen Elemente gehen chemische Bindungen ein, um zum höchsten der Gefühle eines Atoms, dem Valenzelektronenoktett, zu gelangen. Um das zu erreichen, können sie Elektronen aufnehmen, abgeben oder mit einem anderen Atom teilen. Welche Bindung bevorzugt wird, hängt von Bindungspartner und Zahl der Valenzelektronen ab.

8.2.1.3 Elektronegativität

Ein letzter wichtiger Begriff, der benötigt wird, um die Bindungen in der Chemie zu erklären, ist die Elektronegativität.

Metalle besitzen eine geringe Elektronegativität (z. B. Natrium 0,93) – im Gegensatz zu Halogenen (z. B. Chlor 3,2) oder Elementen der Sauerstoffgruppe (z. B. O_2 3,4), die stark elektronegativ sind. Das Periodensystem hilft uns mal wieder, wenn wir abschätzen wollen, wie groß die Elektro-



	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	H							He
2	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar
4	K	Ca	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
5	Rb	Sr	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
6	Cs	Ba	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
7	Fr	Ra						

Abb. 8.6. Elektronegativität der Elemente im Periodensystem

negativität der einzelnen Elemente ist (Abb. 8.6): Die Elektronegativität nimmt von rechts nach links und von oben nach unten ab!

► Die Elektronegativität nimmt im PSE von rechts nach links und von oben nach unten ab.

Reagieren Elemente mit stark unterschiedlicher Elektronegativität, entstehen Ionen. Ist die Elektronegativität der Reaktionspartner ähnlich, entstehen Atombindungen (kovalente Bindungen) zwischen den Nichtmetallen bzw. metallische Bindungen zwischen den Metallen.

8.2.2 Die Ionenbindung

Die Ionenbindung basiert darauf, dass sich entgegengesetzt geladene Ionen, also Kationen und Anionen, elektrostatisch anziehen.

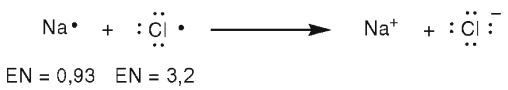
8.2.2.1 Ionen

Aber was sind eigentlich Ionen?

Wir wissen bereits, dass Atome Elektronen verschieden stark an sich binden können (Elektronegativität). Reagieren nun Elemente mit stark verschiedener Elektronegativität miteinander, entreißt das Atom mit hoher Affinität dem anderen Atom ein Elektron der Außenschale. Durch den Übergang des Elektrons wandert eine negative Ladung vom einen Atom aufs andere, sodass geladene Teilchen, so genannte **Ionen** entstehen. Das Ion mit zusätzlichem Elektron ist nun negativ (-) geladen, also ein so genanntes **Anion** A^-. Der Reaktionspartner, dem ein Elektron entrissen wurde, ist nun positiv geladen. Ein positiv geladenes Teilchen nennt man **Kation** K^+.

► Ionen sind geladene Teilchen. Anion: negativ geladen, hat mehr Elektronen. Kation: positiv geladen, musste Elektronen abgeben.

Ionen entstehen bei der Reaktion von Metallen mit Nichtmetallen. Ein Beispiel ist die Reaktion des Metalls Na mit dem Nichtmetall Cl_2:



Die Bezeichnungen Ion, Kation und Anion gelten nicht nur für einatomige elektrisch geladene Teilchen, sondern auch für geladene Moleküle (= Teilchen aus mehreren miteinander verbundenen Atomen).

Die **Ionenwertigkeit** (= Ladungszahl) gibt die Anzahl der Ladungen (egal ob positiv oder negativ) eines Ions an. Einwertige Ionen sind einfach geladen, z. B. Na^+ oder Cl^-. Zweifach geladene Teilchen, wie Ca^{2+} oder O^{2-}, sind zweiwertig, dreifach geladene dreiwertig etc.

► Die Ionenwertigkeit gibt die Anzahl der Ladungen eines Ions an.

Nun zurück zur **Oktettregel**: Elemente wollen eine voll besetzte Außenschale. Das erreichen die Nichtmetalle, indem sie Elektronen aufnehmen, die Metalle, indem sie Elektronen abgeben. Warum das so ist, kann man sich gut vorstellen:

Tab. 8.1. Elemente der Nebengruppen mit ihren zugehörigen Ionen

Element der Nebengruppen	Zugehörige Ionen
Eisen Fe	Fe^{2+} Fe^{3+}
Kupfer Cu	Cu^{+} Cu^{2+}
Zink Zn	Zn^{2+}
Silber Ag	Ag^{+}
Quecksilber Hg	Hg^{+} Hg^{2+}

► Ist die äußerste Schale durch Abgabe eines Elektrons leer, wird die nächst tiefere Schale zur äußersten Schale.

Metalle stehen links im PSE, besitzen also nur wenige Valenzelektronen. Durch Elektronenaufnahme das Oktett zu erlangen, ist fast unmöglich: Natrium zum Beispiel müsste zur Edelgaskonfiguration sieben Elektronen aufnehmen, was schon wegen der Ladungsabstoßung zwischen den Elektronen unmöglich ist. Also bleibt noch die Möglichkeit Elektronen abzugeben: Gibt ein Atom alle Valenzelektronen ab, ist die äußerste Schale leer. Die nächste tiefer gelegene Schale wird nun zur äußersten Schale, und diese ist voll besetzt. Das Metallatom hat also durch Abgabe von Elektronen sein Ziel erreicht: die Außenschale ist voll besetzt.

Die **Nichtmetalle** finden sich im PSE rechts, besitzen also viele Valenzelektronen. Elemente der VII. Hauptgruppe beispielsweise besitzen bereits sieben Valenzelektronen, müssen also nur noch eines aufnehmen, um zum Oktett zu gelangen. Die Elemente der VI. Hauptgruppe müssen zur Edelgaskonfiguration zwar zwei Elektronen aufnehmen, was aber auf jeden Fall viel einfacher zu meistern ist als sechs Valenzelektronen abzugeben.

► Metalle geben Elektronen ab → positiv geladene Kationen. Nichtmetalle nehmen Elektronen auf → negativ geladene Anionen.

Auch die Elemente der Nebengruppen können Ionen bilden, z. B. $Cu \rightarrow Cu^{2+}$. Zu erklären, wie diese Stoffe reagieren, würde den Rahmen dieses Buchs sprengen. **Man sollte sich aber merken, welche Ionen aus wichtigen Elementen der Nebengruppen entstehen können.** Dabei hilft die Tab. 8.1.

Fassen wir noch einmal kurz das wichtigste zusammen: **Metalle geben Elektronen ab und werden zu positiv geladenen Kationen. Nichtmetalle nehmen Elektronen auf und werden so zu negativ geladenen Anionen.**

8.2.2.2 Die Ionenbindung

► Elektrostatische Anziehung: positiv und negativ geladenen Teilchen ziehen sich an.

Nun aber endlich zur Ionenbindung an sich: Gegensätze ziehen sich an: Kationen und Anionen ziehen sich elektrostatisch an. Die elektrostatischen Kräfte der einzelnen Teilchen wirken in alle Richtungen, die **Ionen sind also kleine geladene Kugeln** (Abb. 8.7)**, die von einem ihrer Ladung ent-**

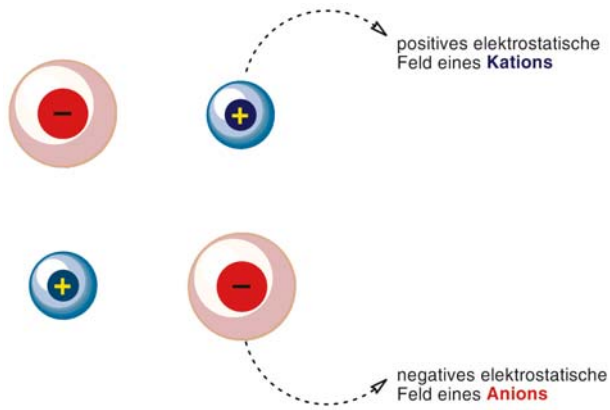


Abb. 8.7. Elektrische Felder von Ionen

sprechenden elektrischen Feld umgeben sind. Die elektrostatischen Kräfte umgeben die gesamte Kugel in allen Richtungen und ziehen entgegengesetzt geladene Teilchen an.

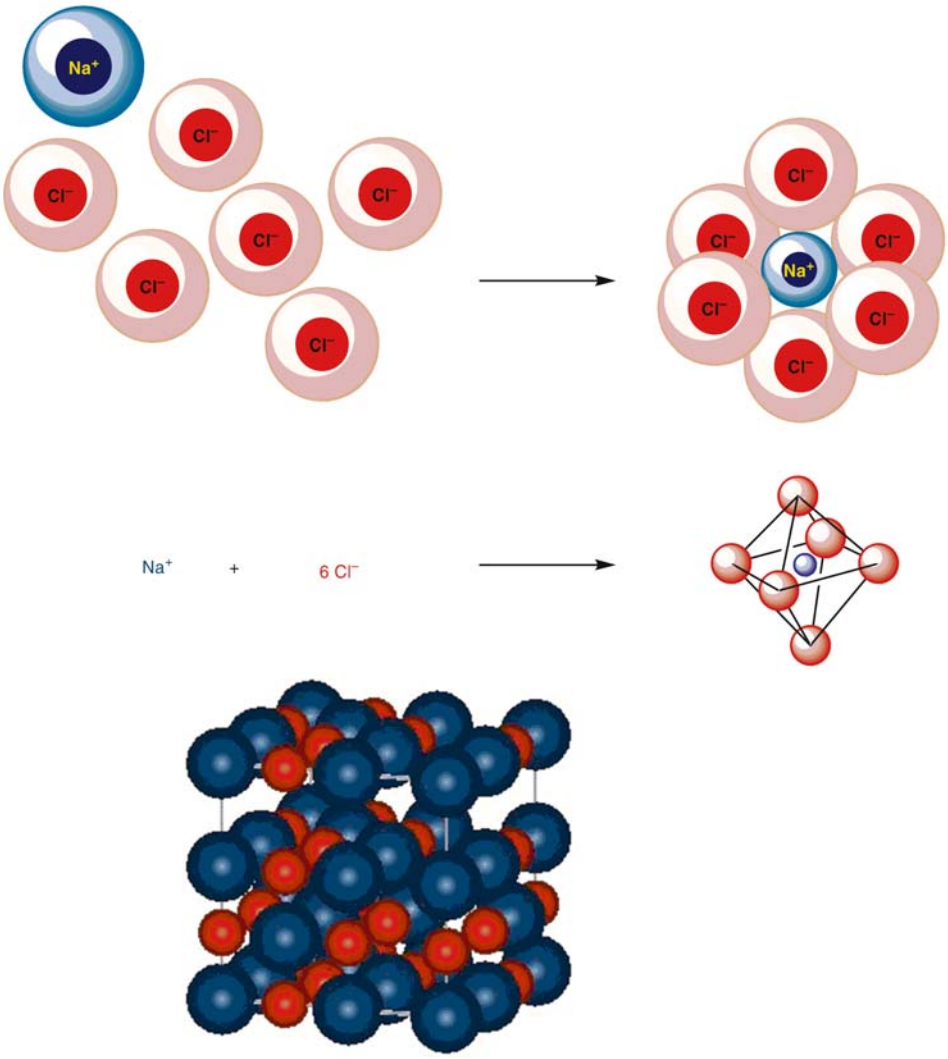
Nehmen wir wieder **NaCl als Beispiel** (zum Folgenden ◘ Abb. 8.8): Das positiv geladene Na^+ ist eine Kugel, dessen elektrostatischen positiven Kräfte rundherum wirken und negativ geladenen Cl^- anziehen. Diese verteilen sich um das Kation herum (sechs Cl^- um ein Na^+). Nun besitzen aber auch die negativ geladenen Cl^- ein elektrostatisches Feld, das wiederum positiv geladenes Na^+ um sich schart (Ebenfalls sechs Na^+ um ein Cl^-). Jetzt sind die Na^+ wieder an der Reihe, dann wieder die Cl^- und so fort, sodass aus diesen Ionen eine Gitterstruktur entsteht, das so genannte **Ionengitter**.

Während sich diese Ionen so anordnen, wird Energie frei, **die Gitterenergie** ΔH_{Gitter} .Diese frei werdende Energie ist sehr hoch (für NaCl: ΔH_{Gitter}=-788 KJ mol^{-1}), sodass ein Ionengitter eine sehr stabile Struktur darstellt. **Das Gitter wird durch die elektrostatischen Anziehungen der entgegengesetzt geladenen Ionen zusammen gehalten, die so genannte Ionenbindung.**

Stoffe, die im festen Zustand ein Ionengitter ausbilden, heißen **Salze**. Salze sind sehr fest und stabil, kristallisieren leicht und besitzen so einen hohen Schmelzpunkt (NaCl 801°C). Sie sind meist gut wasserlöslich. In geschmolzener und gelöster Form leiten sie sehr gut elektrische Ströme. Dabei

► Aus positiv und negativ geladenen Ionen entsteht ein Ionengitter.

► Stoffe, die im festen Zustand ein Ionengitter ausbilden, nennt man Salze. Salze sind nach außen hin neutral = gleich viele negative wie positive Ladungen.



◘ Abb. 8.8. Entstehung eines Ionengitters

wird der Strom durch **Ionenwanderung** fortgeleitet. Salze sind nach außen neutral, müssen also immer gleich viele negative wie positive Ladungen besitzen.

8.2.2.3 Salze und Ionen

Salze kommen in gelöster Form als Ionen überall im Körper vor. Ionen sorgen u. a.

- für die richtige Verteilung des Wassers in den verschiedenen Kompartimenten unseres Körpers,
- ermöglichen die Fortleitung elektrischer Impulse am Nerv,
- die Kontraktion der Muskulatur (Ca^{2+}),
- Sauerstofftransport im Blut (Fe^{2+}) und vieles mehr.

Wie bereits gesagt, können Ionen abhängig von ihrer Stellung im Periodensystem einfach oder mehrfach positiv bzw. negativ geladen sein. Die Ladung des Ions wird rechts oben neben das Elementsymbol gestellt. Bei Ionen entspricht die Ladung der Wertigkeit und der Oxidationszahl (▶ Kap. 8.4, Redoxreaktionen) des Ions.

In ◘ Tab. 8.2 sind für den Mediziner wichtige Ionen und deren Namen aufgelistet.

◘ Tab. 8.2. Wichtige Ionen und deren Namen

Kationen		Anionen	
Na^+	Natrium-Ion	F^-	Fluorid
K^+	Kalium-Ion	Cl^-	Chlorid
Ca^{2+}	Calcium-Ion	Br^-	Bromid
Mg^{2+}	Magnesium-Ion	I^-	Iodid
H^+	Wasserstoff-Ion/Proton	OH^-	Hydroxid
Cu^+	Kupfer(I)-Ion	S^{2-}	Sulfid
Cu^{2+}	Kupfer(II)-Ion	SO_4^{2-}	Sulfat
Fe^{2+}	Eisen(II)-Ion	NO_3^-	Nitrat
Fe^{3+}	Eisen(III)-Ion	CO_3^{2-}	Carbonat
Co^{2+}	Cobalt(II)-Ion	PO_4^{3-}	Phosphat
NH_4^+	Ammonium-Ion	HCO_3^-	Hydrogencarbonat
		CH_3COO^-	Acetat

Aus diesen (und anderen) Ionen werden Salze einfach zusammengestöpselt. Salze werden in ihrer Summenformel angegeben: Man nimmt ein Anion und ein Kation und schreibt diese nebeneinander, das Kation zuerst. Dabei ist zu beachten, dass Salze nach außen hin neutral sind. **Man schaut sich also die Ladung der am Salz beteiligten Ionen an und verbindet die geringste Anzahl der Ionen miteinander, bei der das Salz nach außen elektrisch neutral ist.**

Die Elementsymbole der Ionen schreibt man ohne Ladung nebeneinander. Die Anzahl der »verwendeten« Ionen wird als tief gestellte Zahl rechts neben das Elementsymbol gestellt.

Na^+ und Cl^- sind beide einfach geladen, also braucht man von beiden nur jeweils ein Ion: Die Formel des Salzes ist also NaCl.

Bei der Reaktion von Ca^{2+} mit F^- brauchen wir ein Calcium-Ion und zwei Fluoride, dass das Salz nach außen neutral ist. Die Summenformel ist also: CaF_2.

▶ $CaCO_3$: Calcium(-ion) Carbonat → Salz heißt Calciumcarbonat.

Der Namen des Salzes setzt sich einfach aus den Namen der beteiligten Ionen zusammen, wobei von den Kationen die Endung -ion weggelassen wird: $CaCO_3$ heißt Calciumcarbonat.

Manche Salze besitzen zusätzlich **Trivialnamen**. Diese sind in ◘ Tab. 8.3 an zweiter Stelle angegeben.

Tab. 8.3. Salze

Summenformel eines Salzes	Chemischer Name, Trivialnamen
NaCl	Natriumchlorid, Kochsalz
KI	Kaliumiodid
$NaHCO_3$	Natriumhydrogencarbonat, Natron
$CaCO_3$	Calciumcarbonat, Kalk
Na_2CO_3	Natriumcarbonat
$MgSO_4$	Magnesiumsulfat, Bittersalz
$(NH_4)_2SO_4$	Ammoniumsulfat
$AgNO_3$	Silbernitrat
NaH_2PO_4	Natriumhydrogenphosphat
CH_3COONa	Natriumacetat

8.2.3 Die Atombindung

8.2.3.1 Grundlagen zur Atombindung

Nun können aber neben Metallen mit Nichtmetallen auch Nichtmetalle mit Nichtmetallen oder Atome desselben Elements miteinander reagieren. Bei solchen Reaktionen besitzen die Reaktionspartner eine ähnliche oder sogar gleiche Elektronegativität. Sie »ziehen« beide mit ähnlichen Kräften an ihren Elektronen, sodass diese nun nicht vom einen auf ein anderes Atom übergehen können.

Also müssen sich diese Atome einen anderen Weg suchen, ihre Außenschale zu füllen. Was sie nun tun, kann man sich als eine Art »Elektronensharing« vorstellen: Die Atome hätten gerne **vier Elektronenpaare** (mit Ausnahme des Wasserstoff und des Heliums, die mit einem Elektronenpaar zufrieden sind). Besitzen die Reaktionspartner bereits drei Elektronenpaare, aber noch ein freies Elektron, tun sich zwei solche Atome zusammen: jeder stellt sein freies Elektron zur Verfügung, sodass aus zwei einzelnen Elektronen ein Paar wird. Dieses Paar kann nun keines der beiden Atome für sich beanspruchen, also müssen sie es gemeinsam »nutzen«. Die Atome besitzen ein **gemeinsames Elektronenpaar**. Beide sind glücklich, da sie jetzt vier Elektronenpaare, also wieder acht Elektronen, auf ihrer Außenschale besitzen, die Oktettregel ist erfüllt.

Das gemeinsame Elektronenpaar verbindet die beiden Atome fest miteinander. **Eine Bindung über ein gemeinsames Elektronenpaar nennt man Elektronenpaarbindung oder auch Atombindung oder kovalente Bindung.** Die drei Begriffe können synonym verwendet werden.

► Elektronenpaarbindung = Atombindung = kovalente Bindung.

Freie Elektronen sind also immer sehr reaktiv: je mehr freie Elektronen und je höher die Elektronegativität, desto aggressiver wollen die Atome oder Verbindungen mit einem Partner eine kovalente Bindung eingehen.

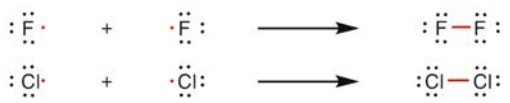
Auch zur Darstellung einer Atombindung eignet sich am ehesten die **Lewis-Formel**. Als Beispiel für eine einfache Atombindung betrachten wir erst einmal Wasserstoff und die Halogene:

► Lewis-Formel zur Darstellung einer Atombindung.

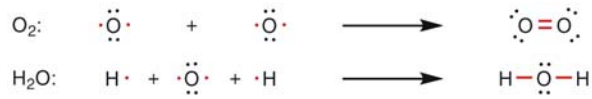
Wasserstoff besitzt ein Valenzelektron: H·. Treffen nun zwei H· aufeinander, bilden die freien Elektronen ein gemeinsames Elektronenpaar, dass die beiden Wasserstoffatome fest miteinander verbindet:

$$H\cdot + \cdot H \rightarrow H{-}H$$

Die Halogene besitzen neben drei Elektronenpaaren ein freies Elektron, sodass auch hier zwischen zwei Halogenatomen eine kovalente Bindung entsteht:



Es gibt aber ja auch Elemente mit mehreren freien Elektronen, z. B. Sauerstoff (2 freie e^-) Kohlenstoff (4 freie e^-). Um zum Oktett zu gelangen, bilden diese Elemente mehrere Elektronenpaare aus. Diese Paare können mit einem einzigen Atom ($^1O_2$) oder auch mit verschiedenen Atomen ausgebildet werden (H_2O).



► Die Anzahl der möglichen kovalenten Bindungen ist gleich der Zahl der freien Valenzelektronen.

Die Ausbildung von Elektronenpaarbindungen zum Erlangen der Edelgaskonfiguration ist übrigens auch der Grund, weshalb Wasserstoff, Sauerstoff und die Halogene im Element als Molekül aus zwei Atomen vorkommen.

Die Anzahl der möglichen kovalenten Bindungen entspricht also der Zahl der freien Valenzelektronen. So kann N (V. Hauptgruppe, drei freie Valenzelektronen) drei Atombindungen ausbilden, Kohlenstoff (IV. Hauptgruppe, vier freie Valenzelektronen) vier.

Die **Bindigkeit** eines Atoms gibt an, wie viele Atombindungen eingegangen werden können. Die Bindigkeit entspricht also wieder der Zahl der freien Valenzelektronen eines Atoms. Elemente, die eine Atombindung ausbilden, z. B. die Halogene oder der Wasserstoff, nennt man einbindig. Zweibindige sind die Elemente der VI. Hauptgruppe, also Sauerstoff, Schwefel. Elemente der V. Hauptgruppe sind dreibindig, die der IV. Hauptgruppe sind vierbindig (◘ Tab. 8.4).

◘ Tab. 8.4. Bindigkeit eines Atoms

Anzahl der möglichen Atombindungen	Bindigkeit	Elemente
1	einbindig	VII. Hauptgruppe
2	zweibindig	VI. Hauptgruppe
3	dreibindig	V. Hauptgruppe (N, P)
4	vierbindig	Kohlenstoff

► Ein Atom hat maximal vier freie Valenzelektronen und kann daher maximal vier Atombindungen eingehen. Es gibt Einfach-, Doppel- und Dreifachbindungen. Vierfachbindungen sind unmöglich (für unsere Betrachtungen).

Ein Atom kann maximal vier Atombindungen eingehen, da es maximal vier freie Valenzelektronen besitzen kann.

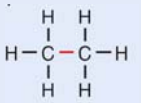
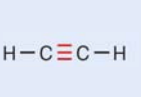
Atombindungen können durch die Anzahl der gemeinsamen Elektronenpaare beschrieben werden. Sind Atome über **eine** Atombindung verbunden, nennt man es eine **Einfachbindung**. Bei Mehrfachbindungen halten mehrere Elektronenpaare die Atome zusammen: Bei der Doppelbindung werden die Atome von zwei gemeinsamen Elektronenpaaren zusammengehalten, bei der **Dreifachbindung** durch drei (◘ Tab. 8.5). Eine Vierfachbindung zwischen zwei Atomen ist unmöglich.

8.2.3.2 Bindungslänge und Bindungsenergie

► Bindungslänge = Mittelwert zwischen den verschiedenen Schwingungsabständen der Kerne.

Die durch eine kovalente Bindung verknüpften Atome besitzen einen gewissen Abstand. Der Abstand zwischen den Kernen bezeichnet man als **Bindungslänge**. Eigentlich gibt es diesen festen Abstand nicht, da die Kerne geringfügig um einen bestimmten Abstand schwingen. Die Bindungslänge beschreibt den Mittelwert zwischen den verschiedenen Schwingungsabständen der Kerne. Die

Tab. 8.5. Beispiele für Einfach-, Doppel- und Dreifachbindungen

Einfachbindung	Doppelbindung	Dreifachbindung
Fluor (Molekül)	Sauerstoffmolekül	Stickstoffmolekül
Ethan 	Ethen	Ethin 

Bindungslänge bewegt sich zwischen Werten von 0,07 und 0,3 nm (nm=10^{-9}) bzw. 70–300 pm (pm=Pikometer=10^{-12}).

Wollen wir eine Atombindung wieder spalten, müssen wir Energie aufbringen. Der Betrag der aufzubringenden Energie ist genauso groß wie der, der bei der Bildung der Atombindung frei wird. Deshalb wird diese Energie **Bindungsenergie** genannt. Jede Bindung hat eine bestimmte Bindungsenergie. **Als Richtwert der Energie einer Atombindung kann man sich 400 kJ mol^{-1} merken**. Im vorderen Buchdeckel sind verschiedene Werte von Atombindungen angegeben.

► Bindungsenergie = Energie, die bei der Bildung der Atombindung frei wird = Energie, die aufgebracht werden muss, um die Atombildung wieder zu spalten.

8.2.3.3 Moleküle

Aber warum sind Atombindungen so wichtig? **Atomverbände, die durch kovalente Bindungen entstehen, nennt man Moleküle:** Und ein Großteil aller Stoffe besteht aus Molekülen. Unsere Zellwände, Enzyme, Nährstoffe wie Zucker und vieles andere mehr in unserem Körper besteht aus Atomen, die über kovalente Bindungen verknüpft sind.

In Molekülen findet man zwei Arten von Elektronenpaaren:

- die **bindenden Elektronenpaare** zwischen den Atomen (grün) und
- die so genannten **freien Elektronen** (rot).

► Moleküle = Atomverbände, die durch kovalente Bindungen entstehen.

Letztere sind die »eigenen« Elektronenpaare der Atome, die nicht an Atombindungen beteiligt sind.

Es gibt zwei Möglichkeiten, Moleküle darzustellen: als **Summenformel** oder als **Strukturformel**.

Da uns die Summenformel keine Auskunft über die Anordnung der Atome im Molekül gibt, verwendet man die **Strukturformel**. **Vor allem bei organischen Stoffen ist es wichtig, die Struktur des Moleküls zu kennen, da diese Verhalten und Eigenschaften der Stoffe bestimmt.** In den Beispielen in ◘ Abb. 8.9 ist bei Glutaminsäure besonders deutlich zu erkennen, wie wenig die Summenformel über die Struktur aussagt.

Diese beiden Darstellungsweisen werden auch gemischt, um die Strukturformel übersichtlich zu halten, aber trotzdem die wichtigen Strukturmerkmale zu zeigen (◘ Abb. 8.9).

► Molekülstrukturen bestimmen das Verhalten und die Eigenschaften eines Stoffs.

8.2.3.4 Freie Radikale

Freie Radikale sind Verbindungen oder Atome mit einem ungepaarten Elektron und sehr hoher Instabilität. Durch diese Eigenschaften sind sie **sehr** reaktionsfreudig, man kann sie eigentlich als aggressiv beschreiben: Sie reagieren am liebsten mit allem, was ihnen in den Weg kommt. Weil sie so radikal versuchen, einen Bindungspartner zu finden, nennt man sie Radikale. Ein einzeln vorkommendes Fluoratom ist beispielsweise ein solches freies Radikal – es möchte sogleich mit irgendeinem anderen Stoff reagieren, um sein Oktett zu erreichen. Dabei können sie auch bereits bestehende Atombindungen aufbrechen, um selbst in eine stabile Bindung zu gelangen.

► Freie Radikale sind sehr reaktionsfreudig.

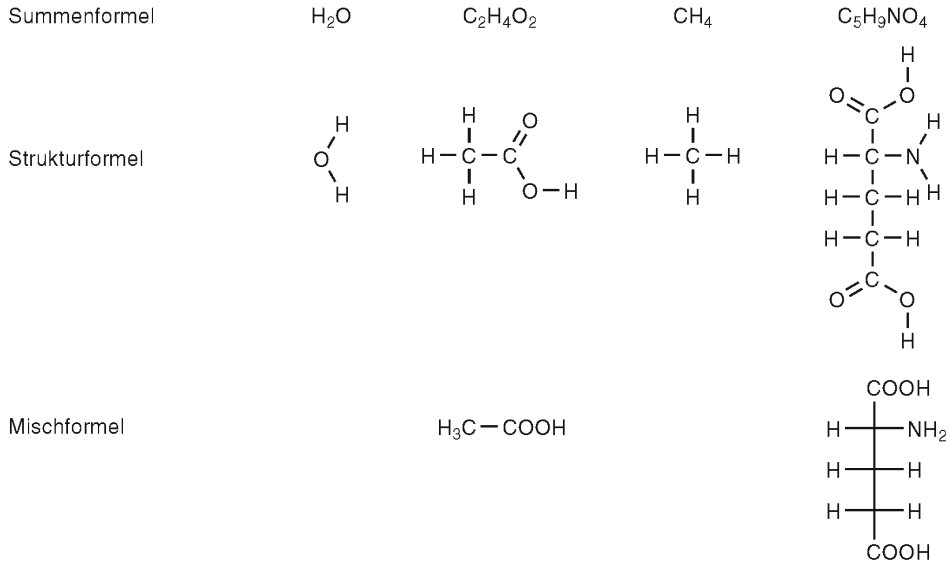
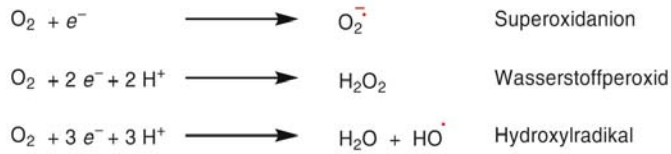


Abb. 8.9. Summenformel und Strukturformel zur Darstellung von Molekülen

In unserem Körper entstehen täglich viele freie Radikale, die durch ihre hohe Reaktivität zu Zellschädigungen führen können. Aber auch in unserer Umwelt gibt es sehr viele hochreaktive Radikale. Einige der Radikale, die in unserem Körper entstehen, sind hier dargestellt:



8.2.4 Molekülorbitale

8.2.4.1 Atomorbitale

Um genau nachvollziehen zu können, wie eine Atombindung entsteht, müssen wir uns noch ein wenig genauer mit Atom- und Molekülorbitalen beschäftigen.

Wir wissen bereits, dass Atome Orbitale besitzen, die in Unterorbitale aufgeteilt werden können. Die äußere Schale besitzt ein s-Orbital und drei p-Orbitale, p_x, p_y und p_z. Jedes dieser Orbitale kann mit zwei Elektronen mit entgegengesetztem Spin besetzt werden, die Elektronen der p-Orbitale besitzen jedoch mehr Energie als die des s-Orbitals.

Auch an der Form lassen sich Unterschiede zwischen p- und s-Orbital erkennen:

- Das s-Orbital legt sich kugelförmig um den Kern herum (Abb. 8.10).
- Das p-Orbital, aufgeteilt in p_x, p_y und p_z, ordnet sich hantelförmig um den Atomkern (Abb. 8.10).

Orbitale darf man sich nicht als eine Art festen Raum vorstellen, in dem die Elektronen festgehalten werden. Vielmehr sind es Bereiche, in denen sich die Elektronen mit höchster Wahrscheinlichkeit aufhalten. **Das bedeutet also, dass die meisten Elektronen die meiste Zeit in dem Raum ihres Atomorbitals zu finden sind.**

► Ein Elektron gehört immer zu einem bestimmten Orbital und besitzt die entsprechende Energie.

Ein Elektron ist einem bestimmten Orbital zugeordnet und besitzt entsprechend dieses Orbitals eine bestimmte Energie (Elektronen des p-Orbitals also mehr als die des s-Orbitals. Elektronen in Orbitalen niederer Schalen ebenfalls weniger als die höherer Schalen.).

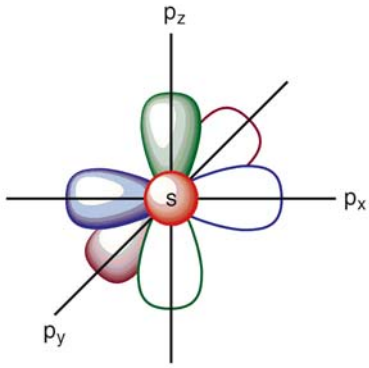


Abb. 8.10. Atomorbitale der äußersten Schale

8.2.4.2 Orbitale und Atombindung

Aber warum soll das für die Atombindung wichtig sein?

Die kovalente Bindung entsteht, wie wir wissen, durch die Bildung eines gemeinsamen Elektronenpaars. Infolge der Überlagerung von Atomorbitalen, die mit nur einem Elektron besetzt sind, entsteht ein neues Orbital, das nun mit zwei Elektronen besetzt ist, also ein Elektronenpaar besitzt. **Also entsteht eine Atombindung durch Überlagerung zweier einfach besetzter Atomorbitale**. Jetzt kann man sich fragen, warum sich Bereiche mit negativer Ladung zusammenschließen wollen – eigentlich müssten sie sich ja abstoßen. Betrachten wir einen solchen Zusammenschluss am Beispiel zweier Wasserstoffatome, da diese nur ein s-Orbital besitzen und so recht übersichtlich sind (Abb. 8.11).

► Eine Atombindung entsteht durch Überlagerung zweier einfach besetzter Atomorbitale.

Abb. 8.11. Zwei H-Atome mit s-Orbitalen (K = Kern)

Wie wir wissen, sind Elektronen nicht gern allein, sondern bevorzugen das paarweise Dasein. Man geht davon aus, dass sich die einfach besetzten s-Atomorbitale überlagern, wenn sie aufeinander treffen. So entsteht ein gemeinsames Orbital, dass nun als **Molekülorbital** bezeichnet wird (Abb. 8.12). Dieses Molekülorbital besitzt zwischen den Kernen einen Bereich höherer Dichte (dunkler gepunktet), in dem die Wahrscheinlichkeit ein Elektron anzutreffen höher ist. Das ist gut nachzuvollziehen, da hier beide Kerne mit ihrer Anziehung wirken und die Elektronen in diesem stärker positiven Feld besser gehalten werden. Die Elektronen können um beide Kerne schwirren, so dass die Kerne ein gemeinsames Elektronenpaar besitzen. Durch das zweite nun um ihren Kern herumschwirrende Elektron sind die Atome glücklich, da sie jetzt ihre Edelgaskonfiguration erreicht haben.

► Nicht vergessen: Atome streben nach einer Edelgaskonfiguration.

Das Molekülorbital hält die Atome fest zusammen. **Ein Molekülorbital, das aus zwei s-Orbitalen entstanden ist, nennt man σ-Orbital.** (σ= »sigma«). Entsprechend heißt eine solche Atombindung **σ-Bindung**.

Die **Lewis-Formel** stellt eine σ-Bindung durch **einen** Strich zwischen den Elementsymbolen dar: H_2 als H–H.

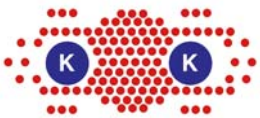


Abb. 8.12. Molekülorbital

σ-Bindung

Das war die anschauliche Vorstellung. Als man die σ-Bindung genauer betrachtet hat, stellte man fest, dass die beiden Atomorbitale nicht völlig verschmolzen sind, sondern im eigentlichen Sinne nach wie vor zwei Orbitale bestehen, die aber nun anders aufgebaut sind. Die Orbitale besitzen verschiedene energetische Niveaus: eines ein höheres energetisches Niveau als das Atomorbital, das andere ein niedrigeres. Die beiden Elektronen besetzen jetzt **beide** das Orbital mit geringerem Niveau, was die Stabilität der Bindung erklärt. Das energiereichere Orbital bleibt unbesetzt.

► Wenig Energie bedeutet wie immer Stabilität.

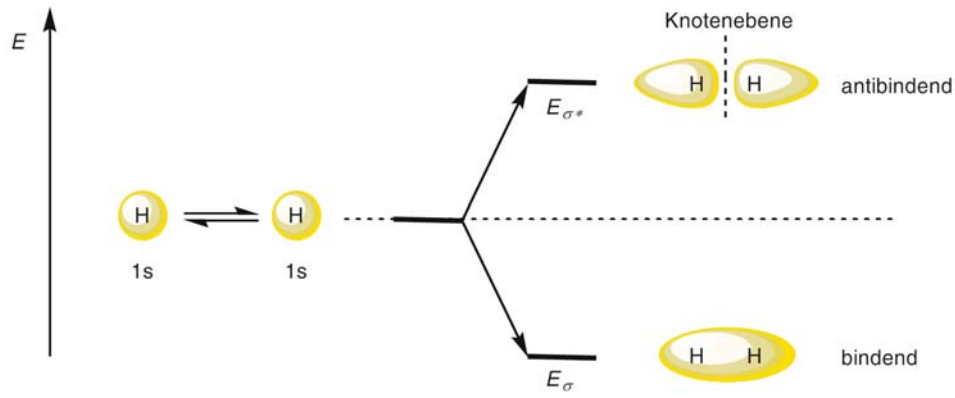


Abb. 8.13. Bindendes und antibindendes Orbital beim Beispiel von Wasserstoff (H_2)

Das Orbital, welches beide Elektronen beherbergt, hält also die Atome zusammen und wird deswegen als bindendes Orbital bezeichnet. Das andere, leere Orbital, wird antibindend genannt, da es nicht zur Bindung beträgt (Abb. 8.13).

Wir wissen auch, dass zwischen zwei Atomen mehrere Bindungen ausgebildet werden können (v. a. die Elemente der 2. Periode neigen durch Hybridisierung zu Mehrfachbindungen).

Die erste Bindung zwischen zwei Atomen ist immer eine σ-Bindung. Sie liegt genau zwischen den Kernen auf der Verbindungslinie dieser Atome, also **koaxial.**

► Eine σ-Bindung ist immer Voraussetzung für Mehrfachbindungen.

Die Bindung kommt bei **allen** Molekülen vor, deren Atome einfach oder mehrfach miteinander verbunden sind. Sind zwei Atome also miteinander verbunden, sind sie auch immer über eine σ-Bindung verbunden. Sie ist die Voraussetzung für Mehrfachbindungen.

π-Bindung

Grundsätzlich können sich verschiedenste Orbitale vereinigen. Wir wollen uns auf die p-Orbitale und die verschiedenen sp-Hybride beschränken, da die anderen von eher geringem Interesse für die Medizin sind.

Eine π-Bindung entsteht durch Überlagerung zweier p-Orbitale. p-Orbitale sind hantelförmig, wobei die Mitte der Hantel am Kern liegt. Bei der π-Bindung überlagern sich zwei Orbitale zum **π-Orbital** (π=Pi), das sich oberhalb und unterhalb der σ-Bindung befindet (Abb. 8.14). Entsprechend dem Namen des Orbitals heißt die Bindung **π-Bindung**. Besitzt ein Molekül also eine π-Bindung, sind zwei Atome mindestens über eine Doppelbindung verbunden.

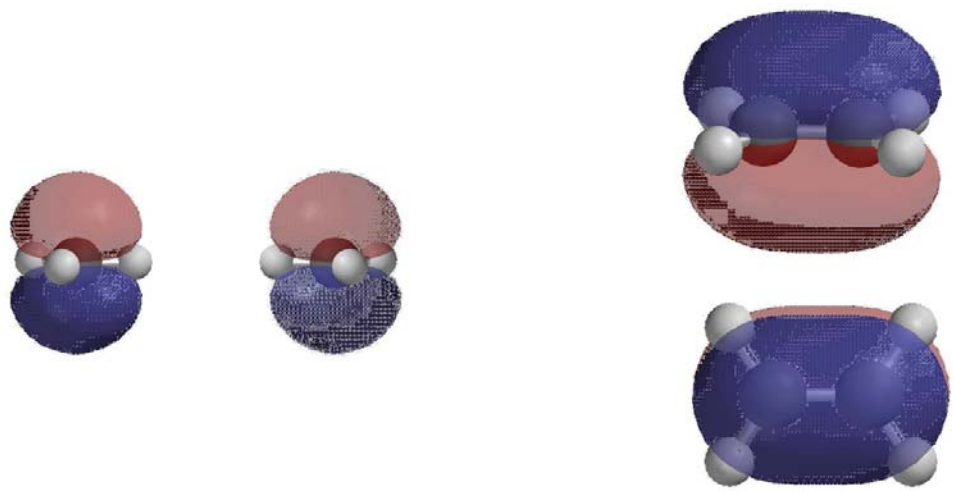


Abb. 8.14. Bei der π-Bindung überlagern sich zwei Orbitale zum **π-Orbital**

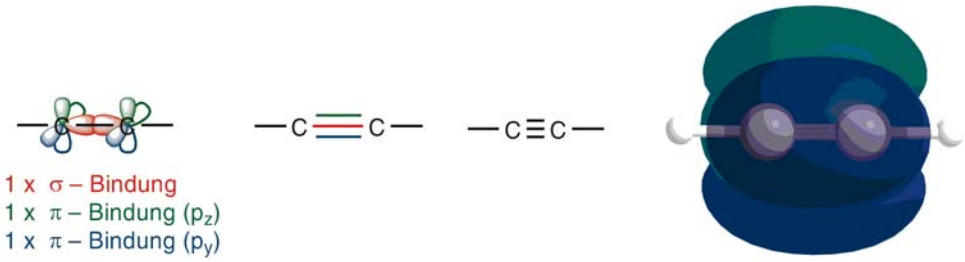


Abb. 8.15. Dreifachbindung: 1 σ-Bindung, 2 π-Bindungen

Wir haben aber ja noch zwei p-Orbitale übrig, die ebenfalls einfach besetzt sein können. Zwischen zwei Atomen kann aus zwei weiteren p-Orbitalen noch eine π-Bindung gebildet werden (Abb. 8.15). So entsteht eine **Dreifachbindung**. Die zweite π-Bindung liegt ebenfalls ober- und unterhalb (bzw. vor und hinter) der σ-Bindung, und steht senkrecht zur ersten π-Bindung.

Das dritte einfach besetzte p- oder Hybridorbital kann sich rein räumlich nicht mehr mit einem anderen überlagern, da der Platz zwischen den Kernen praktisch schon »voll« ist. Eine Vierfachbindung zwischen zwei Atomen ist also unmöglich.

Die Einfachbindung besteht aus einer σ-Bindung.
Die Doppelbindung besteht aus einer σ-Bindung und einer π-Bindung.
Die Dreifachbindung besteht aus einer σ-Bindung und zwei π-Bindungen.

8.2.4.3 Rotation

Die Atome einer σ-Bindung sind frei um ihr gemeinsames Elektronenpaar drehbar, was später wichtig für die organische Chemie ist. Das bedeutet, dass die beteiligten Atome sich – und mit sich auch die Bindungspartner an anderen freien Elektronen – drehen können. Diese Drehung kann bei der σ-Bindung unabhängig vom anderen Atom gemacht werden. Sobald zwei Atome über eine **π-Bindung** verbunden sind, ist die freie Rotation um die Bindungsachse nicht mehr möglich. Doppelbindungen können also keine Rotationen um ihre Bindung durchführen.

► Keine Rotation um Doppelbindungen.

Warum das so ist, erkennen wir, wenn wir ein wenig basteln: Nimmt man einen Stab und steckt auf beide Seiten zwei Windrädchen, kann man diese wunderbar unabhängig voneinander bewegen. Verbindet man die beiden Windrädchen jedoch durch einen zusätzlichen Stab, kann man sie nur noch gleichzeitig, um gleichviel Grad und in die gleiche Richtung bewegen (Abb. 8.16) Genauso ist es bei der Atombindung: durch den »zweiten Stab«, die π-Bindung, werden die Atom gegeneinander fixiert, sodass sie sich nun nicht mehr unabhängig voneinander bewegen können.

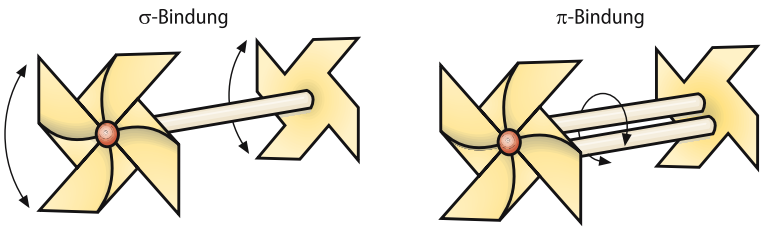


Abb. 8.16. Veranschaulichung der Drehbarkeit der Atome bei σ-Bindung und π-Bindung

8.2.4.4 Der Kohlenstoff – Methan und Hybridisierung

Kohlenstoff ist das Element des Lebens! Kohlenstoff bildet das Grundgerüst der meisten Stoffe, ohne die Leben nicht möglich wäre: Zucker, Aminosäuren, Fette, DNA bestehen aus einem Gerüst aus Kohlenstoff. Da der Kohlenstoff also praktisch lebenswichtig ist, wurde ihm ein ganzer Bereich der Chemie gewidmet, die organische Chemie. Und da der Kohlenstoff natürlich auch wichtig ist für den Mediziner, wollen wir uns anschauen, welches Bindungsverhalten er zeigt.

► Kohlenstoff ist das Grundgerüst der meisten lebenswichtigen Stoffe.

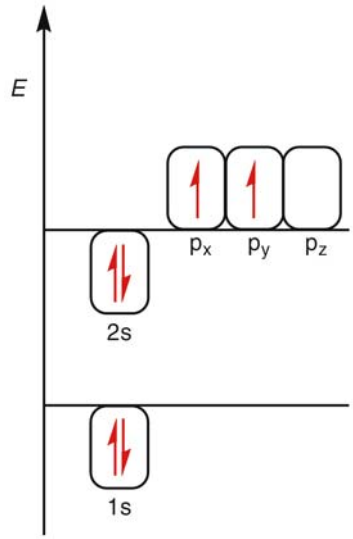


Abb. 8.17. Elektronenkonfiguration des Kohlenstoffatoms

Kohlenstoff

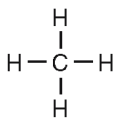
Kohlenstoffatome besitzen insgesamt 6 Elektronen. Diese sind folgendermaßen verteilt:

- 2 auf der 1s-Schale
- 2 auf der 2s-Schale
- 2 auf der 2p-Schale

Letztere besetzen die p_x- und p_y- Unterorbitale einfach. Abb. 8.17 zeigt die Elektronenkonfiguration des Kohlenstoffatoms.

Diese Elektronenkonfiguration wird aufgeschrieben als $1s^2\ 2s^2\ 2p_x^1\ 2p_y^1\ 2p_z^0$.

Noch einmal zur Wiederholung: die s-Schale liegt auf einem energetisch tieferen Niveau als die p-Schale. Und da Elektronen und Atome, wie wir wissen, recht faul sind, suchen sie sich einen möglichst bequemen Zustand, also einen energetisch möglichst niedrigen. Deshalb füllen die Elektronen zuerst die s-Schale ganz, bevor sie auch die p-Schale füllen.



Im Kohlenstoff ist das s-Orbital also gefüllt, vom p-Orbital sind zwei Unterorbitale, p_x und p_y, einfach besetzt. Das würde bedeuten, dass das Kohlenstoffatom ein Elektronenpaar und zwei freie Elektronen besitzt. Zwei freie Elektronen würden zwei Atombindungen bedeuten. Die Menschen haben aber schon früh festgestellt, dass Kohlenstoff meist vierbindig reagiert, z. B. bei der einfachsten Kohlenstoffverbindung, dem Methan.

Man geht deshalb davon aus, dass die Kohlenstoffatome **hybridisiert** werden. Dabei passiert Folgendes (für folgende Erklärung Abb. 8.18; wir betrachten nur die äußerste Schale, da die inneren Schalen unverändert bleiben):

Da der Unterschied zwischen den energetischen Niveaus der 2s- und der 2p-Schale relativ gering ist, kann ein Elektron des 2s-Orbital durch Energiezufuhr angeregt werden, auf das freie $2p_z^0$-Orbital zu hüpfen. Diesen Vorgang nennt man **Promotion**. Dadurch haben wir in der äußeren Schale vier freie Elektronen, die Vierbindigkeit des Kohlenstoffs ist geklärt.

Die freien Elektronen sind jedoch energetisch verschieden, da sich eines im s-Orbital und die anderen drei im p-Orbital aufhalten. In Experimenten haben Chemiker festgestellt, dass dies in Wirklichkeit nicht der Fall ist: Die vier freien Elektronen besitzen alle die gleiche Energie. Deshalb muss noch etwas anderes passiert sein, was man **Hybridisierung** nennt: Die vier, bisher energetisch verschiedenen Orbitale kombinieren sich zu **vier energetisch gleichwertigen Orbitalen.** Diese Orbitale nennt man **sp^3-Hybrid-Orbitale** – »sp^3«, weil die Hybridorbitale aus einem s- und drei p-Orbitalen entstanden sind. **Das sp^3-hybridisierte Kohlenstoffatom besitzt vier einfach besetzte Orbitale, die Vierbindigkeit des Kohlenstoffs ist also geklärt.**

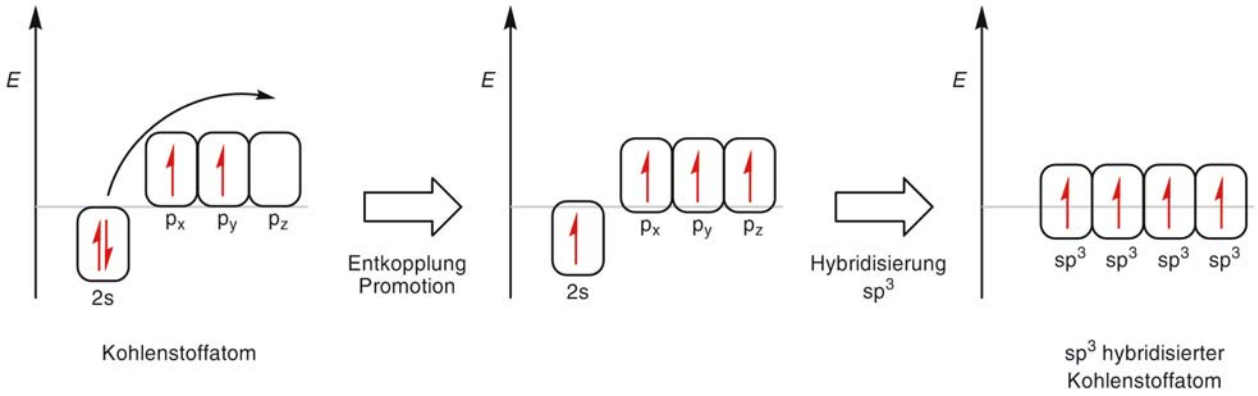


Abb. 8.18. Promotion und Hybridisierung beim Kohlenstoff

Die Hybridisierung ist eigentlich eine Umformung von Wellenfunktionen des Orbitals. Was dabei genau geschieht, kann in weiterführenden Büchern der Chemie nachgelesen werden, ist aber für das allgemeine Verständnis nicht entscheidend.

Die sp^3-Hybridorbitale ordnen sich im Tetraeder um den Kern des Atom. Dieses Tetraeder kann auf verschiedene Weisen dargestellt werden (Abb. 8.19).

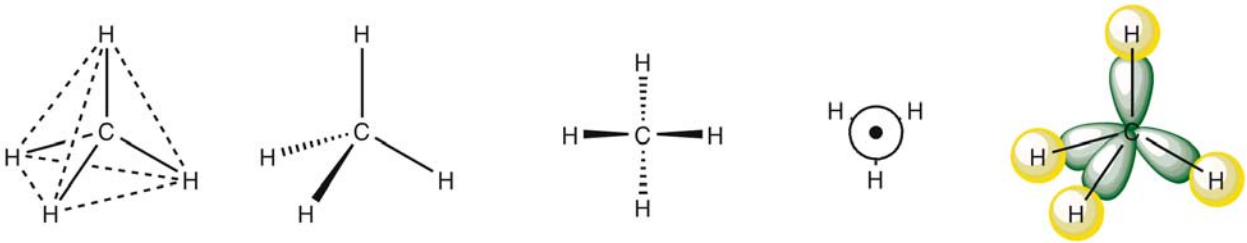
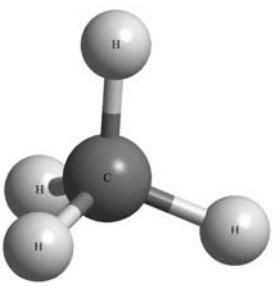


Abb. 8.19. Tetraeder der sp^3-Hybridorbitale (Methan) in verschiedenen Darstellungsformen

Methan

Schauen wir uns die einfachste Verbindung des Kohlenstoff, das **Methan,** einmal genauer an:
Das Kohlenstoffatom besitzt vier sp^3-hybridisierte Orbitale, die energetisch gleich sind und mit jeweils einem freien Elektron besetzt sind. Die Orbitale verteilen sich gleichmäßig um das Atom herum. Jedes sp^3-Orbital bildet mit einem s-Orbital eines Wasserstoffatoms ein bindendes Molekülorbital. **Das heißt, im Methanmolekül findet man also vier gleichwertige σ-Bindungen mit einem Bindungswinkel von 109,5°.** Der Bindungswinkel eines Moleküls gibt den Winkel zwischen zwei Bindungen eines Atoms an. Die Molekülorbitale und somit auch die Wasserstoffatome ordnen sich im Tetraeder um das Kohlenstoffatom, die charakteristische Form des Methans entsteht (Abb. 8.19).

► Methan



Neben der sp^3-Hybridisierung existieren auch Hybridisierungen, an denen nicht alle Atomorbitale der Valenzschale beteiligt sind, die sp- und die sp^2-Hybridisierung.

Werden statt aller Orbitale nur das s- und zwei der p-Orbitale auf das gleiche energetische Niveau gebracht, entstehen drei gleiche Orbitale, die **sp^2-Hybridorbitale**, und ein energetisch unverändertes p-Orbital. Geometrisch liegen alle sp^2-Orbitale in einer Ebene, und das unbeteiligte p-Orbital steht senkrecht zu dieser Ebene (Abb. 8.20).

Da die sp^2-Hybridorbitale in einer Ebene liegen, ergeben sich so planare (ebene) Teile von Molekülen.

Beim sp-Hybrid werden das s-Orbital und eines der p-Orbitale auf ein gleiches energetisches Niveau gebracht. Die übrigen p-Orbitale sind an der sp-Hybridisierung unbeteiligt. sp-Hybride liegen auf entgegengesetzten Seiten des Atoms, die p-Orbitale stehen senkrecht zueinander und senkrecht zur Achse der sp-Hybridorbitale (Abb. 8.21).

► Der Bindungswinkel eines Moleküls gibt den Winkel zwischen zwei Bindungen eines Atoms an

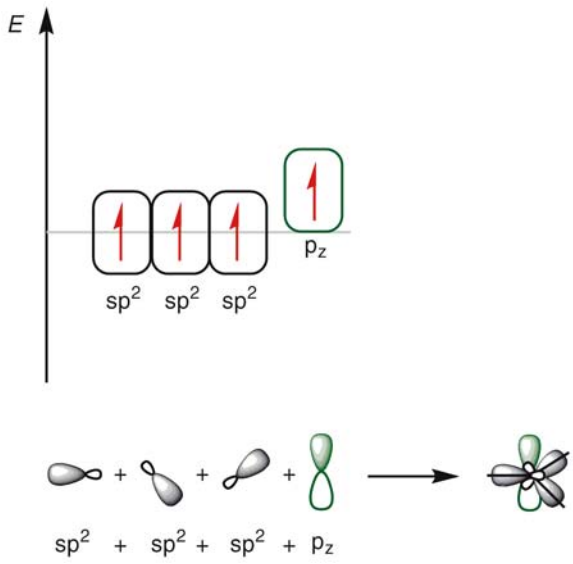


Abb. 8.20. sp^2-Hybridisierung: drei sp^2-Hybridorbitale und ein p-Orbital

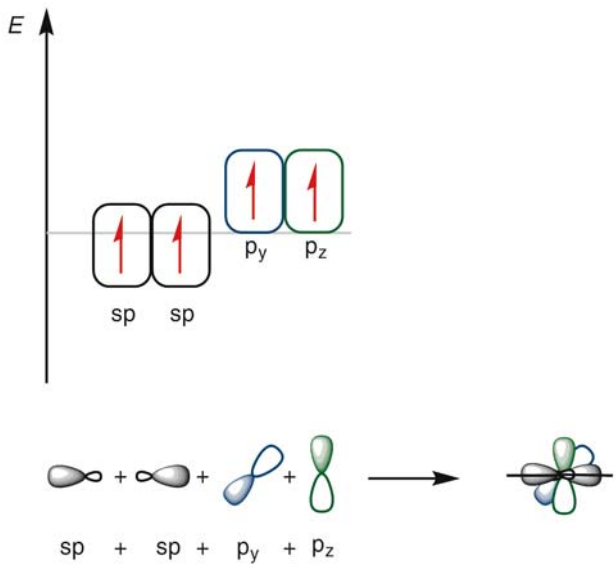


Abb. 8.21. sp-Hybrid: zwei sp-Hybride und zwei p-Orbitale

Hybridisierungen findet man v. a. bei Elementen der 2. Periode, für die Medizin ist jedoch in erster Linie die Hybridisierung des Kohlenstoffs von Bedeutung.

8.2.4.5 Die polare Atombindung

Wir kennen mit der Atombindung eine Bindung, bei denen sich Atome Elektronen »teilen«, und die Ionenbindung, bei welcher Elektronen von einem Atom auf ein anderes übergehen, und sich die dabei entstandenen Ionen miteinander verbinden.

In der Natur kommen auch Zwischenformen dieser beiden Bindungen vor, die **polaren Atombindungen**. Wie wir wissen, entstehen bei der Reaktion zweier Elemente mit stark verschiedener Elektronegativität Ionen (▶ Kap. 8.2: Ionenbindung). Besitzen beide die gleiche Elektronegativität,

entstehen Atombindungen, bei denen sich die Elektronenwolken gleichmäßig um die beteiligten Atome verteilen (H_2, O_2, …).

Aber lassen wir einmal zwei Elemente mit wenig verschiedener Elektronegativität (EN), z. B. H und F reagieren:

- EN H: 2,2
- EN F: 3,98

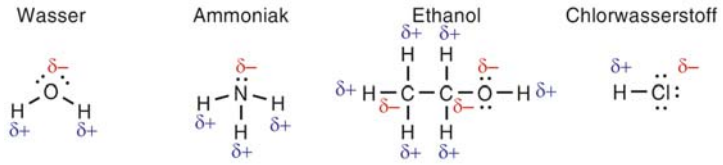
$$H_2 + F_2 \rightarrow 2\ H–F$$

In dieser Atombindung wird das Fluor versuchen, dem Wasserstoff sein Valenzelektron zu entreißen. Das wird ihm aber nicht gelingen, da auch der Wasserstoff kein ganz schwacher Seilzieher ist und sein Elektron nicht ohne Weiteres abgibt. Aber das Fluoratom schafft es zumindest, beide Elektronen näher zu sich heran zu ziehen. Das Bindungsorbital ist somit um den Kern des Fluor stärker ausgebildet als um den des Wasserstoffatoms (Abb. 8.22). Durch diese **Ladungsverschiebung im Molekül** entstehen so genannte **Partialladungen**:

- das Fluoratom ist durch die stärkere Elektronenwolke **partiell negativ** geladen,
- das Wasserstoffatom durch die geringere Elektronenwolke **partiell positiv**.

Atombindungen mit verschiedenen Partialladungen nennt man polarisierte kovalente Bindung (oder polare kovalente Bindung, polare Atombindung oder polare Elektronenpaarbindung). In einer polaren Atombindung besitzt grundsätzlich das Atom mit höherer Elektronenaffinität eine negative Teilladung, das Atom mit kleinerer Elektronennegativität entsprechend die positive Teilladung. Gekennzeichnet werden Teilladungen im Molekül durch ein δ^+ für die positive, ein δ^- für die negative Teilladung.

► In einer polaren Atombindung besitzt grundsätzlich das Atom mit höherer Elektronenaffinität eine negative Teilladung, das Atom mit kleinerer Elektronennegativität entsprechend die positive Teilladung.



Je größer die Differenz der Elektronegativität zwischen den beteiligten Atomen ist, desto stärker polarisiert ist die Bindung. Wird die Differenz zu groß, entstehen Ionen.

In Molekülen können auch mehrere polare Atombindungen vorkommen, sodass Moleküle entstehen, in denen der positive und der negative Ladungsschwerpunkt (δ^+ und δ^-) nicht zusammenfallen. Man kann also sagen, die Moleküle besitzen einen Plus- und einen Minuspol. In einem elektrischen Feld würde sich der negative Ladungsschwerpunkt des Moleküls in Richtung Anode (positiv geladen) ausrichten, die positiven Enden entsprechend in Richtung Kathode (negativ geladen). Ein Molekül mit diesen Eigenschaften nennt man **Dipol**. Dipole sind keine Ionen, besitzen also keine Ladung, sondern nur Teilladungen! Bekannte Beispiele für Dipole sind Halogenwasserstoffe (HF, HCl, HBr, HI) oder Wasser (Abb. 8.23).

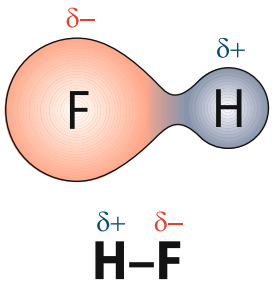


Abb. 8.22. Bindungsorbitale bei der Bindung zwischen H und F

► Dipole sind keine Ionen, da sie keine Ladungen, sondern nur Teilladungen besitzen.

Treffen polare Moleküle aufeinander, ziehen sich die entgegengesetzt geladenen Teilladungen an, gleich geladene stoßen sich ab. Wasserstoffatome in einem Molekül besitzen meist eine positive Teilladung. Trifft das Molekül mit seinem δ^+-H-Atom auf ein anderes Molekül mit einer negativen Teilladung δ^-, ziehen sich die Teilladungen an und die Moleküle werden zusammengehalten. Die Anziehung zwischen einem H-Atom und einem Atom mit negativer Partialladung nennt man **Wasserstoffbrückenbindung**.

► Die Anziehung zwischen einem H-Atom und einem Atom mit negativer Partialladung nennt man Wasserstoffbrückenbindung.

Wasserstoffbrücken(-bindungen) werden als gestrichelte Linie zwischen den beteiligten Atomen dargestellt (Abb. 8.23): gestrichelt deshalb, da sie wesentlich schwächer sind als eine Atombindung. Vor allem die so genannte **Hydroxylgruppe -OH** eignet sich zur Ausbildung von Wasserstoffbrückenbindungen, da -OH eine polare Atombindung und in vielen Molekülen in Lebewesen zu finden ist. **Die Hydroxylgruppe –OH spielt eine große Rolle bei der Stabilisierung der Struktur von Proteinen oder der DNA, die durch Wasserstoffbrückenbindungen stabilisiert werden** (Abb. 8.23).

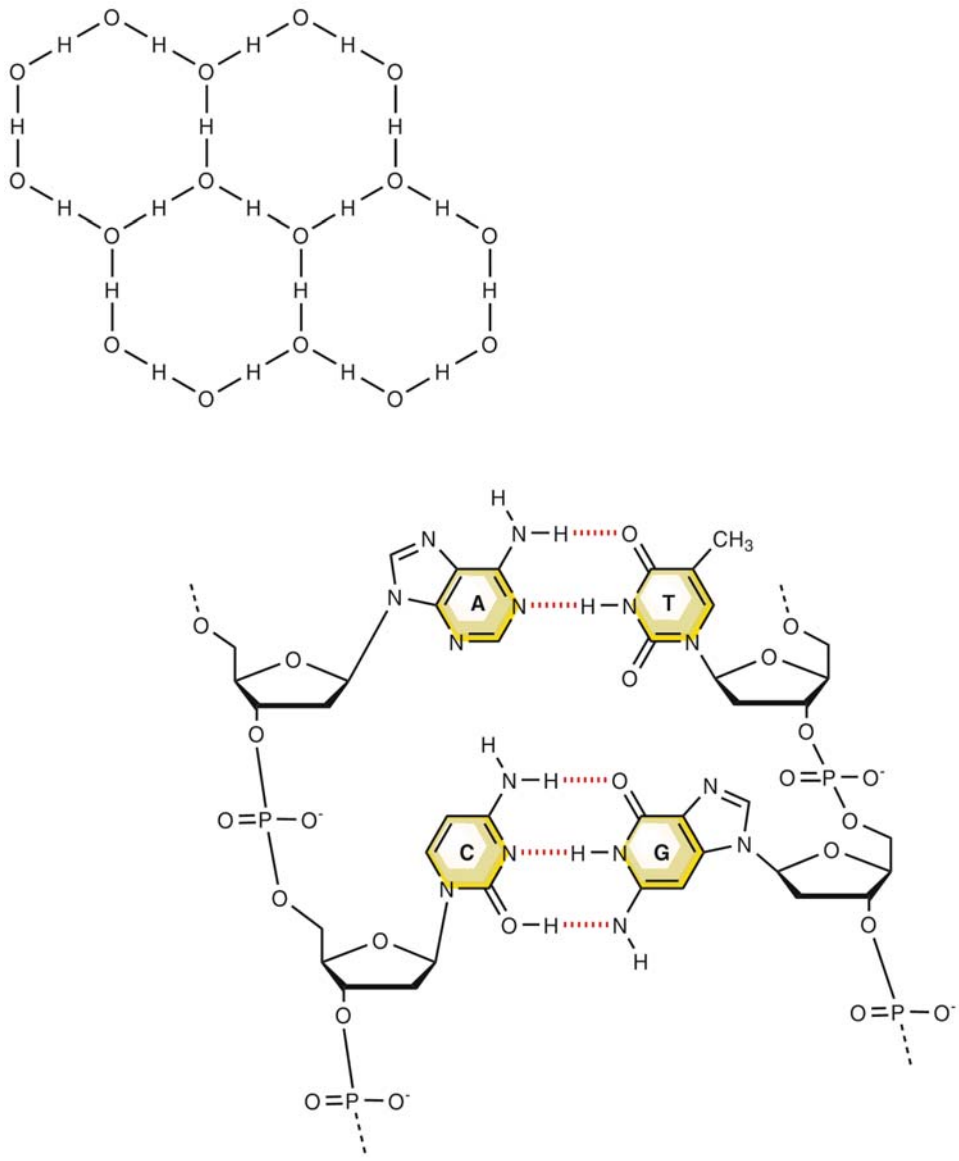


Abb. 8.23. Wasserstoffbrückenbindungen

Hätten Sie's gewusst?

Kraft von Bindungen

Wer kennt es nicht, wenn sich eine Spinne an ihrem gespinnten Faden abseilt. Da muss man sich – auch wenn man keine Spinnen mag – fragen: wie hält dieser sehr dünne, glänzende Faden die Spinne eigentlich und reißt nicht? Und so eine Spinne kann ziemlich groß werden…

Der Spinnenfaden wird immer noch von vielen Wissenschaftlern untersucht: Chemiker interessiert, woraus die Spinnenseide besteht; Biochemiker versuchen, die Eigenschaft, Spinnenseide herzustellen, anderen Organismen beizubringen; Physiker sind fasziniert von der extremen Reiß-

▼

festigkeit und Elastizität mancher Spinnenfäden. Gerade die Kombination beider Eigenschaften macht den Spinnenfaden nicht nur für Spiderman interessant. Moderne künstliche Werkstoffe sind entweder fest oder elastisch.

Ein kleines Beispiel: Der Faden einiger Spinnensorten reißt erst bei einer Länge von ca. 80 km unter seinem eigenen Gewicht. Bei Stahl reichen schon 10–30 km. Um Spinnenseide zu zerreißen, braucht man sehr viel Energie: 10^6 J kg^{-1}!

Woran liegt das nun? Die Antwort liegt in der chemischen Bindung. Spinnenseide besteht aus Skleroproteinen, d. h. wasserunlöslichen, faserartigen Gerüstproteinen. Die einzelnen Fasern bestehen aus sehr festen Atombindungen. Die Fasern untereinander halten durch viele schwächere Bindungen. Wasserstoffbrückenbindungen haben hier einen wichtigen Anteil. Tritt eine schwache Bindung sehr oft auf, ist die Summe dann doch sehr fest. Das hat die Spinne perfektioniert.

Wer weiß, vielleicht besteht in Zukunft das Nahtmaterial für Operationen aus Spinnenseide?

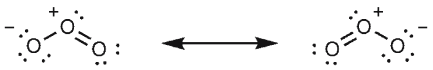
8.2.4.6 Mesomerie

In der Natur findet man Moleküle, deren Bindungen sich nicht so starr zeigen, wie wir es uns bisher immer vorgestellt haben: die mesomeren Verbindungen. Die Atome können sich in ihrem Verbund auf keinen Zustand »einigen«, der für alle zufriedenstellend ist. Also wechseln sie zwischen verschiedenen Zuständen, sodass alle »bei Laune gehalten werden«: Abwechselnd darf immer wieder ein Atom für kurze Zeit in einen zufriedenstellenden Zustand übergehen. Das bedeutet, dass verschiedene Bindungszustände ständig ineinander übergehen, was als **Mesomerie** bezeichnet wird.

► Mesomerie = verschiedene Bindungszustände gehen ständig ineinander über.

Da es keine Möglichkeit gibt, einen solchen mesomeren Zustand befriedigend mit einer Strukturformel zu beschreiben, verwendet man so genannte **Grenzformeln**. Das sind nicht existierende Formeln, die den wahren Zustand »umfassend« beschreiben. Ein bekannter Vergleich lautet so: müsste man ein Rhinozeros über mesomere Grenzformeln beschreiben, wären ein Einhorn und ein Drache mögliche Grenzformeln. Beide existieren nicht, der real existierende Zustand (Rhinozeros) liegt irgendwo dazwischen.

In der Chemie werden mesomere Grenzformeln durch einen Pfeil mit zwei Spitzen verknüpft (↔). Der Doppelpfeil soll zeigen, dass das Molekül zwischen diesen Grenzformeln liegt. Ein **Beispiel** für ein mesomeres Molekül ist **Ozon**. Es besitzt folgende Grenzformeln:



Beide Grenzformeln spiegeln den wahren Zustand aber nicht wider. Nur die Summe aller Grenzstrukturen beschreibt den wahren Zustand. Je mehr mesomere Grenzformeln geschrieben werden können, desto stabiler ist ein Zustand/Molekül. **Manche Radikalfänger (β-Carotin oder Vitamin C) stabilisieren sich nach der Aufnahme eines Elektrons durch Mesomerie, und werden so zu neuen – aber stabilen – Radikalen.**

In der Biochemie wird Mesomerie manchmal auch so dargestellt, dass alle Elektronenpaare, die sich verschieben können, als gepunktete Linie dargestellt werden (Abb. 8.24). Als Beispiel ist hier die Peptidbindung angeführt, durch die die Bausteine der Proteine, die Aminosäuren, miteinander verknüpft sind.

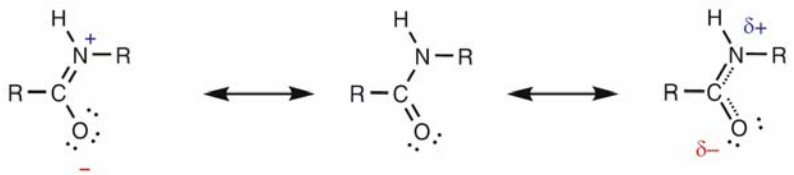


Abb. 8.24. Mesomerie

8.2.4.7 Elektronenabstoßung und Molekülgeometrie

Durch die **Valenzelektronenabstoßungs-Theorie** kann man leicht die Geometrie eines Moleküls – zumindest manchmal – vorhersagen. Betrachten wir eine Verbindung mit einem zentralen Atom, an welches mehrere verschiedene Atome gebunden sind (zur Darstellung der Valenzelektronen nehmen wir die Lewis-Formel).

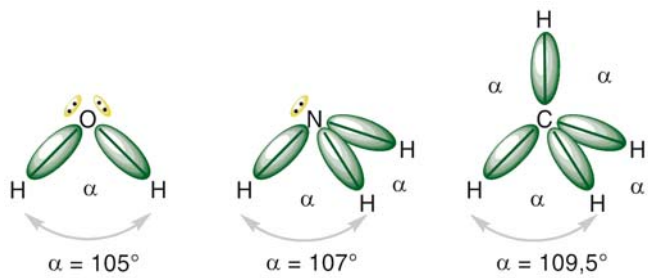
- Zwei Elektronenpaare sind beide negativ geladen, stoßen sich also ab. Die Orbitale der Elektronenpaare wollen sich deshalb am liebsten so um das Atom anordnen, dass sie möglichst weit weg von dem anderen Elektronenpaar sind. Diese Abstoßung ist der bestimmende Einfluss auf die Geometrie eines Moleküls.
- Alle Elektronenpaare der Valenzschale, bindende und nichtbindende, müssen berücksichtigt werden:
  - Bindende Elektronenpaare werden zwischen die Kerne der beteiligten Atome gezogen und beanspruchen deshalb weniger Platz um den Kern herum.
  - Freie Elektronen werden nur von einem Kern angezogen, beanspruchen deshalb einen größeren Bereich um diesen Kern herum.

Betrachten wir ein paar Beispiele (◘ Abb. 8.25):

Wasser besitzt am Sauerstoffatom zwei bindende und zwei freie Elektronenpaare. Die freien Elektronenpaare verschaffen sich Platz um »ihren« Kern und drängen die bindenden Elektronenpaare zusammen. Dadurch entsteht die gewinkelte Struktur des Wassers.

Im **Ammoniak** besitzt das Stickstoffatom drei bindende und ein freies Elektronenpaar. Das freie Elektronenpaar macht sich wieder Platz am Stickstoffkern und drängt die bindenden Elektronenpaare zusammen, wodurch die Pyramidenform des Ammoniaks entsteht.

Nur bindende Elektronenpaare findet man im **Methan**, sodass sich im Methan alle Elektronenpaare gleichmäßig um den Kern herum verteilen, was im Tetraeder verwirklicht ist.



◘ **Abb. 8.25.** Wasser, Ammoniak und Methan als Beispiele für die Geometrie verschiedener Moleküle

8.2.5 Die Metallische Bindung

Wie der Name der Bindung bereits sagt, findet man die **metallische Bindung** in Metallen und Legierungen.

Die Metalle findet man (immer noch) in den vorderen Gruppen des PSE. Sie besitzen also nur wenige Valenzelektronen und eine geringe Elektronegativität. In einem Verband von Metallatomen ordnen sich die Atomrümpfe in einem Gitter an. Da die Elektronen recht locker an ihren Kern gebunden sind, lösen sie sich in diesem Verbund von »ihrem« Kern und schwirren um alle Kerne des Metallstücks herum. Wir haben jetzt also ein Gitter aus positiv geladenen Atomrümpfen und um das Gitter herum eine Wolke aus negativ geladenen Elektronen. **Die sich im Gitter verteilenden Elektronen werden als delokalisierte Elektronen oder alle Elektronen zusammen als Elektronengas bezeichnet.**

► Ein Metall ist ein positiv geladenes Gitter aus Metallatomionen – umgeben von negativ geladenem Elektronen»gas«.

Ein Metallstück ist also ein positiv geladenes Gitter aus Metallatomionen – umgeben von einer negativ geladenen Elektronenwolke (◘ Abb. 8.26). Die delokalisierten Elektronen des Elektronengases und das Atomrumpfgitter ziehen sich an und halten dadurch das Metall zusammen. Diese Anziehung ist die **metallische Bindung**.

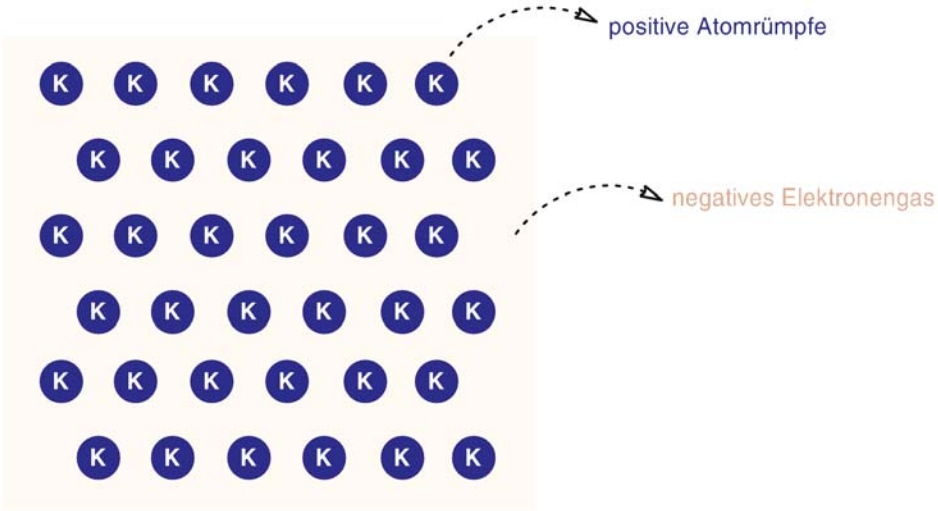


Abb. 8.26. Metallische Bindung

Mit dem Elektronengas können wir die **gute Leitfähigkeit der Metalle** erklären: Strom sind bewegte Elektronen, und da im Metall sehr viele frei bewegliche Elektronen vorkommen, können Ströme hier natürlich gut passieren bzw. fortgeleitet werden.

► Die gute Leitfähigkeit von Metallen erklärt sich durch die vielen frei beweglichen Elektronen – Ströme fließen hier gut durch.

Legierungen bestehen aus einem Gemisch von Atomen verschiedener Metalle mit anderen Stoffen, z. B. Kohlenstoff. Auch Legierungen werden durch die metallische Bindung zusammengehalten. Durch Mischen verschiedener Metalle zu einer Legierung lassen sich Stoffe herstellen, die bestimmte Eigenschaften besitzen, die ein reines Metall (Atome nur von einem Element) meist nicht besitzt. Die Eigenschaften einer Legierung hängt von den vermischten Metallen und deren Verhältnis zueinander ab. Eine Eigenschaft von Legierungen wäre z. B. besonderen Härte, wie es beim Stahl verwirklicht ist. Auch Gold- und Silberschmuck besteht aus einer Legierung, da reines Gold und Silber zu weich dafür wären, Schmuckstücke mit bestimmter Form herzustellen.

► Legierungen haben Eigenschaften, die ein reines Metall nicht besitzt.

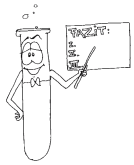
Andere Eigenschaften, die in der Medizin genutzt werden, sind Korrosionsbeständigkeit (rosten weniger schnell) und gute Verträglichkeit im menschlichen Körper. Vor allem in der Zahnmedizin spielen Legierungen eine wichtige Rolle (z. B. Amalgam).

Hätten Sie's gewusst?

Amalgam

Das stark diskutierte Amalgam wird in der Zahnmedizin zum Füllen von Löchern im Zahn verwendet. Amalgam ist eine Legierung, die zu 50% aus einem Legierungspulver (Zinn, Silber, Kupfer, Zink) und zu 50% aus Quecksilber besteht. Amalgam eignet sich besonders zum Verschließen von Löchern, da es anfangs plastisch ist und dann rasch aushärtet.

Quecksilber ist jedoch ein Metall, das im Menschen toxisch wirken kann. Wird Amalgam als Füllung verwendet, kann sich mit der Zeit das Quecksilber aus der Legierung lösen und in den Körperkreislauf gelangen. Man hat herausgefunden, dass Quecksilber v. a. Nerven angreift, was sich in Nervosität, Schlafstörungen, Depressionen und anderen Erkrankungen äußern kann. Auch andere Erkrankungen werden in manchen Fällen dem Amalgam zugeschrieben, weshalb eine große Diskussion über die weitere Verwendung in der Medizin entbrannt ist.



kurz & knapp

- Die **Valenzelektronen** bestimmen, welche Bindung mit welchem Bindungspartner eingegangen wird.
- Alle Elemente versuchen durch chemische Bindungen die **Edelgaskonfiguration** zu erreichen. Elektronengaskonfiguration bedeutet eine voll besetzte Außenschale, also ein Valenzelektronenoktett (Ausnahme: Elemente der 1. Periode: Edelgaskonfiguration entspricht dann zwei Valenzelektronen).
- **Ionenbindungen** entstehen durch **elektrostatische Anziehungen** zwischen positiv geladenen Kationen und negativ geladenen Anionen.
- Metalle und Nichtmetalle besitzen stark unterschiedliche Elektronegativität, sodass bei der Reaktion miteinander Ionen entstehen. **Metalle werden zu Kationen, Nichtmetalle zu Anionen.**
- Stoffe, die aus entgegengesetzt geladenen Ionen aufgebaut sind und im festen Zustand ein Ionengitter ausbilden, nennt man **Salze**.
- Elemente mit ähnlicher oder gleicher Elektronegativität bilden aus freien Elektronen mit einem anderen Atom ein **gemeinsames Elektronenpaar**, das die Atome zusammenhält. Eine solche Bindung heißt **Elektronenpaarbindung**, **kovalente Bindung** oder auch **Atombindung**.
- **Polare Atombindungen** besitzen positive und negative Partialladungen und entstehen bei der Reaktion zweier Elemente mit relativ verschiedener Elektronegativität. Moleküle mit Partialladungen, die nicht am selben Punkt liegen, nennt man **Dipole**.
- Durch polare Atombindungen können **Wasserstoffbrückenbindungen** zwischen Molekülen ausgebildet werden. Wasserstoffbrückenbindungen sind Dipol-Dipol-Wechselwirkungen zwischen partial positiv geladenen Wasserstoffatomen eines Moleküls mit partial negativ geladenen Atomen eines (anderen) Moleküls.
- **Moleküle** sind Stoffe, die aus Atomen zusammengesetzt sind, welche durch Atombindungen verbunden sind.
- **Metalle** und **Legierungen** werden durch die **metallische Bindung** zusammengehalten. Hier ziehen sich ein positiv geladenes Gitter aus Metallrümpfen und ein negativ geladenes Elektronengas an und werden so zusammengehalten.
- Andere Wechselwirkungen zwischen Atomen und Molekülen sind **Van-der-Waals-Wechselwirkungen.**

Aufgabe 1

Übungsaufgaben

Aufgabe 1. Wie reagieren die nachfolgenden Stoffe miteinander?

- Ca und Cl_2
- S und H_2

Lösung 1. Zuerst schauen wir uns an, welche Sorte von Elementen miteinander reagieren (PSE). Bei der ersten Reaktion reagiert ein Metall mit einem Nichtmetall, also entstehen durch den großen Unterschied der Elektronegativitäten Ionen: Das Metallatom wird zum Kation, das Nichtmetallatom zu Anion:

- Ca wird zu Ca^{2+}, Cl_2 werden zu zwei Cl^-. Aus Anionen und Kationen entsteht ein Salz, das $CaCl_2$.
- Schwefel und Wasserstoff sind beides Nichtmetalle, die Differenz zwischen den Elektronegativitäten reicht also nicht aus für einen Elektronenübergang, es entsteht eine kovalente Bindung. Schwefel steht in der VI. Hauptgruppe, besitzt also zwei freie Elektronen; Wasserstoff in der I. Gruppe, also ein freies Elektron. Das Schwefelatom braucht zwei freie Elektronen, reagiert deshalb mit zwei Wasserstoffatomen zum Schwefelwasserstoff H_2S.

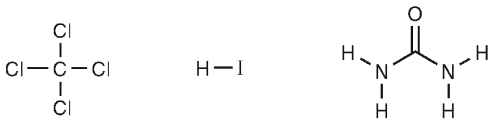
Aufgabe 2. Wie sieht die Summenformel der Salze aus, die aus folgenden Elementen und Stoffen entstehen? **Aufgabe 2**

- Calcium und Iod
- Calcium und Carbonat

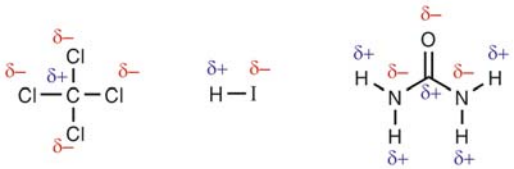
Lösung 2. Als erstes überlegt man, welche Ionen aus den jeweiligen Elementen entstehen bzw. welche Ladung die angegeben Ionen besitzen. Dann muss man die Zahl der Ionen so wählen, dass sich ihre Ladungen aufheben, da Salze nach außen hin immer neutral sind:

- Calcium wird zu Ca^{2+}, Iod zu I^-. Zur Neutralität brauchen wir ein Ca^{2+} und zwei I^-, das Salz ist CaI_2.
- Calcium wird wieder zu Ca^{2+}, Carbonat ist CO_3^{2-}, das entstandene Salz ist also $CaCO_3$.

Aufgabe 3. Wo liegen die Ladungsschwerpunkte folgender Moleküle? **Aufgabe 3**



Lösung 3. Man betrachtet die einzelnen Atombindungen im Molekül und gibt die Teilladungen der einzelnen Bindungen an und betrachtet dann im Gesamten die Verteilung im Molekül:



Alles klar!

Eiter

Dringen Bakterien und andere Fremdkörper in den Körper ein, versucht dieser die Eindringlinge wieder los zu werden, indem das Immunsystem aktiviert wird. Dabei kommt es zu den verschiedensten Reaktionen: der Bereich der Infektion wird besser durchblutet, verschiedene chemische Botenstoffe (z. B. Interleukine) werden ausgeschüttet und Zellen des Immunsystems wandern an den »Kampfplatz«.

Zwei dieser Abwehrzellen besitzen eine besondere Fähigkeit, Bakterien oder Fremdstoffe abzubauen: Die Riesenfresszellen (Makrophagen) und die so genannten neutrophilen Granulozyten (beides sind weiße Blutkörperchen). Diese Zellen können in ihrem Inneren freie Radikale herstellen, mit denen sie die Eindringlinge angreifen: Superoxidanionen (O_2^-), Wasserstoffperoxid (H_2O_2) und Hydroxylradikale ($OH^\bullet$) werden in kleinen Bläschen in der Zelle gespeichert. Die Zellen fressen die Eindringlinge auf, indem sie sie in Bläschen ins Zellinnere aufnehmen. Die Bläschen mit den Radikalen und den Eindringlingen werden fusioniert, sodass nun die freien Radikale die Fremdkörper zerstören. Dabei gehen jedoch die neutrophilen Granulozyten zugrunde und werden mit anderen Abfallprodukten der Immunreaktion als Eiter vom Körper abstoßen.

Daneben existieren noch viele weitere Möglichkeiten der Immunabwehr, aber man kann erkennen, dass sich unser Körper das Bindungsverhalten mancher Stoffe zunutze macht.

8.3 Das chemische Gleichgewicht

Katharina Trenkle

- Massenwirkungsgesetz
- Säuren und Basen
- pH-Wert
- Puffer
- Titration
- Löslichkeitsprodukt

Wie jetzt?

»Teufelszeug« Cola?

Die meisten Jugendlichen lieben sie und können sich ein Leben ohne sie gar nicht vorstellen: die gute, erfrischende Cola, die von unseren Eltern doch häufig so verteufelt wurde. Ganz Unrecht hatten diese ja auch nicht. Auch dem Letzten unter uns ist heute, denke ich, klar, dass Cola verhältnismäßig viel Zucker enthält und somit schlecht für unsere Zähne ist.

Die anderen Horrorgeschichten haben wir immer über die in ihr enthaltene Phosphorsäure zu hören bekommen. Und ja, es stimmt, dass in den 1950er und 1960er Jahren Auto-, Motorrad- und Lastwagenfahrer Cola zum Polieren und als Rostschutz für den verchromten Schmuck ihrer Fahrzeuge verwendet haben.

Was ist also an dem Gerücht der Gesundheitsgefährdung der Cola dran? Warum kann man dieses Alltagsgetränk auch als Rostschutzmittel verwenden? Kann es sein, dass Cola in unserem Körper trotzdem keinen Schaden anrichtet?

8.3.1 Das Massenwirkungsgesetz

► Reaktionen können in beide Richtungen laufen, sie sind reversibel.

Die meisten chemischen Reaktionen sind reversibel, d. h. umkehrbar. Dem gegenüber steht eine irreversible Reaktion, bei der die Menge an rückreagierenden Teilchen so klein ist, dass sie vernachlässigt werden kann. Eine reversible Reaktion können wir wie folgt beschreiben:

$$A+B \rightleftharpoons C+D$$

► Im Gleichgewicht laufen Hin- und Rückreaktion gleich schnell ab.

Bei allen reversiblen chemischen Reaktionen stehen die Konzentrationen der Edukte mit den Konzentrationen der Produkte in einem so genannten chemischen Gleichgewicht. Dabei kommt die Reaktion scheinbar zum Stillstand, bevor sämtliche Edukte verbraucht sind. Es werden genauso schnell Produkte gebildet (Hinreaktion), wie bereits entstandene Produkte wieder in Edukte zerfallen (Rückreaktion).

Das chemische Gleichgewicht ist ein dynamisches Gleichgewicht und nicht zu verwechseln mit dem statischen Gleichgewicht, wie es in der Physik vorkommt (► Kap. 3.1.3). Auf molekularer Ebene reagieren die ganze Zeit Teilchen hin und zurück. Der Chemiker kennzeichnet eine Gleichgewichtsreaktion durch einen Doppelpfeil (⇌). Dieser darf aber nicht mit dem Doppelpfeil mit zwei Spitzen (↔), dem Mesomeriepfeil (► Kap. 8.2.4.6). verwechselt werden.

► Gleichgewichtsreaktionen werden durch einen Doppelpfeil (⇌) gekennzeichnet.

► Ein Gleichgewicht wird durch das Massenwirkungsgesetz (MWG) quantitativ beschrieben.

Beschreiben können wir eine chemische Gleichgewichtsreaktion mit Hilfe des Massenwirkungsgesetzes (MWG), in das die molaren Konzentrationen von Edukten und Produkten in Lösung einfließen. Je größer die Konzentration der Ausgangsstoffe, je mehr Teilchen anfangs also vorhanden sind, desto wahrscheinlicher reagieren diese untereinander, desto schneller also läuft die Reaktion ab. **Die Reaktionsgeschwindigkeit v ist somit abhängig von der Konzentration der Ausgangsstoffe.**

Wenn wir Hin- und Rückreaktion getrennt betrachten, erhalten wir Folgendes:

Hinreaktion: A+B→C+D (1)

Rückreaktion: C+D→A+B (2)

Für die Reaktionsgeschwindigkeiten (▶ Kap. 8.5) gilt:

$$v_{hin} = k_{hin} \cdot [A] \cdot [B]$$
$$v_{rück} = k_{rück} \cdot [C] \cdot [D]$$

Die Reaktionsgeschwindigkeit v ist also direkt proportional zu den Konzentrationen der Edukte. Hierbei bedeutet z. B. A in eckigen Klammern [A]: Die Konzentration der Komponente A in mol l^{-1}. Die Konstanten k_{hin} und $k_{rück}$ werden Geschwindigkeitskonstanten genannt. Sie sind temperaturabhängig und müssen für jede Reaktion experimentell bestimmt werden.

Im Gleichgewicht gilt: $v_{hin}=v_{rück}$.

Bezogen auf die Gleichungen (1) und (2) heißt das also:

$$k_{hin} \cdot [A] \cdot [B] = k_{rück} \cdot [C] \cdot [D]$$

Der Quotient der Konstanten k_{hin} und $k_{rück}$ wird Gleichgewichtskonstante oder Massenwirkungskonstante K genannt.

Zu beachten ist, dass per Definition die Produkte immer im Zähler und die Edukte im Nenner stehen.

▶ MWG: Die Gleichgewichtskonstante K ist der Quotient der Produkte der Produkt- und Eduktkonzentrationen.

$$K = \frac{k_{hin}}{k_{rück}} = \frac{[C] \cdot [D]}{[A] \cdot [B]}$$

Stöchiometrische Zahlen treten im Massenwirkungsgesetz als Exponenten auf.

Es gilt also:

$$aA + bB \cdot cC + dD$$

$$K = \frac{[C]^c \cdot [D]^d}{[A]^a \cdot [B]^b}$$

Hieraus ergibt sich: wenn K>1 ist, liegt das Gleichgewicht auf der Seite der Produkte, bzw. wenn K<1 ist, liegt das Gleichgewicht auf Seite der Edukte.

▶ K>1: Gleichgewicht liegt auf Seite der Produkte. K<1: Gleichgewicht liegt auf Seite der Edukte.

Einflussmöglichkeiten auf Gleichgewichtsreaktionen

1887 formulierte Henri Le Chatelier das »**Prinzip des kleinsten Zwangs**«, das auf Gleichgewichtsreaktionen wirkt. Erhöhen wir die Konzentration einer der beteiligten Substanzen, so weicht das System auf die andere Seite aus, bis sich erneut das Gleichgewicht ergibt. Erhöhe ich also beispielsweise die Konzentration eines der Edukte, verlagert sich das Gleichgewicht zur Seite der Produkte hin, indem mehr Produkte gebildet werden, da K konstant bleiben muss.

Umgekehrt zerfallen bei Erhöhung der Konzentrationen der Produkte diese solange in die Edukte, bis die Reaktion wieder im Gleichgewicht steht. Das Gleichgewicht verlagert sich also in Richtung der Edukte. Entzieht man einer Reaktion permanent die bereits gebildeten Produkte, wird diese solange ablaufen, bis keine Ausgangsstoffe mehr vorhanden sind. Dieses Prinzip wird in der Chemie häufig dazu angewendet, Gleichgewichtsreaktionen trotzdem bis zum Ende zu treiben, d. h. bis die Eduktkomponenten maximal verbraucht sind.

▶ Prinzip des kleinsten Zwangs: Stört man ein Gleichgewicht durch Entziehen/Zugabe von Komponenten, dann reagiert das System so, dass die Wirkung dieser Störung ausgeglichen wird.

Außerdem kann man die Gleichgewichtskonstante, wie bereits gesagt, durch **Temperaturerhöhung oder Temperaturerniedrigung** beeinflussen. Die Auswirkungen der Temperaturänderungen

► Die Gleichgewichtskonstante kann durch Temperatur- bzw. Druckänderungen geändert werden, nicht aber durch den Einsatz eines Katalysators.

hängen davon ab, ob wir eine exotherme oder eine endotherme chemische Reaktion vorliegen haben (► Kap. 8.5).

Ein **Katalysator** hat hingegen keinerlei Wirkung auf die Lage des Gleichgewichts eines Systems. Ein Katalysator verkürzt die Zeit bis zum Erreichen des Gleichgewichtszustandes, auf den Wert der Gleichgewichtskonstanten K hat er aber keinen Einfluss.

8.3.2 Säuren und Basen

In der Vergangenheit wurde eine Lösung als Säure bezeichnet, die »sauer« schmeckte (daher zum Beispiel die »Zitronensäure«) oder die Metalle auflösen konnte. Eine Base schmeckte bitter/seifig, ihre Lösung fühlte sich seifig (man denke an eine »Waschlauge«) an und sie hob die Wirkung von Säuren auf. Außerdem war bekannt, dass sich sowohl durch Säuren als auch durch Basen bei Kontakt mit Pflanzenfarbstoffen bestimmte Farben ergaben (z. B. Lackmus oder Blaukraut).

Geschmackstests der von uns im Labor eingesetzten Chemikalien, die sich gerade bei Säuren und Basen als äußerst gesundheitsschädigend erweisen könnten, sind strengstens verboten. Daher danken wir Wissenschaftlern, die uns in ihren Theorien andere »chemische« Möglichkeiten zeigten, um Säuren und Basen zu definieren.

8.3.2.1 Säure-Base-Definitionen

► Arrhenius: Säure = Protonendonator (H^+), Base = Hydroxidionendonator.

Svante **Arrhenius** veröffentlichte 1887 die Ergebnisse seiner Untersuchungen von Säuren und Basen in wässriger Lösung. Danach bildet eine Säure in wässriger Lösung H^+-Ionen (Protonen) und eine Base OH^--Ionen (Hydroxidionen). Je stärker eine Säure bzw. Base ist, desto vollständiger dissoziieren sie in Wasser. Bei der Neutralisationsreaktion nach Arrhenius entsteht somit Wasser aus Protonen und Hydroxidionen.

$$H^+_{aq} + OH^-_{aq} \rightleftharpoons H_2O$$

Die Arrhenius-Theorie beschränkt sich allerdings auf wässrige Lösungen, was durch den Index »aq« in den Reaktionsgleichungen angedeutet ist, und erfasst dadurch aber lange noch nicht alle Systeme von Interesse.

In den Zwanziger Jahren des 20. Jahrhunderts entwickelten Johannes **Brønstedt** in Kopenhagen und – unabhängig von ihm – Thomas Martin **Lowry** in Cambridge ein allgemeineres Konzept zur Definition von Säuren und Basen. Er definierte Säuren als Verbindungen, die Protonen abgeben können, also Protonendonatoren sind. Die dabei entstandene Substanz kann ein Proton aufnehmen, ist also ein Protonenakzeptor und wird Base genannt.

► Brønsted–Lowry: Säure = Protonendonator, Base = Protonenakzeptor.

$$\text{Säure} \rightleftharpoons H^+_{aq} + \text{Base}$$

Die Stärke einer Säure gibt deren Bereitschaft an, Protonen abzugeben, und die Basenstärke analog die Bereitschaft einer Verbindung, Protonen aufzunehmen.

Doch auch durch diese Definition werden nicht alle möglichen Substanzen erfasst, denn es gibt auch Säuren, die keine Protonen enthalten.

Im Jahr 1923 schlug Gilbert N. Lewis eine erweiterte Säure-Base-Theorie vor, die nicht von Protonen abhängt. Hiernach versteht man unter einer **Säure** ein Teilchen mit einer unvollständig besetzten äußeren Elektronenschale, also einen **Elektronenpaar-Akzeptor**. Eine **Base** kann unter Bildung einer koordinativen Bindung ein Elektronenpaar zur Verfügung stellen (► Kap. 11). Sie ist also ein **Elektronenpaar-Donator**.

► Lewis: Base = Elektronenpaar-Donor, Säure = Elektronenpaar-Akzeptor.

Außerdem gibt es so genannte **Ampholyte**. Dies sind **Verbindungen, die sowohl Protonen abgeben, als auch Protonen aufnehmen können**, somit also gleichzeitig als Säure oder als Base wirken können. Der prominenteste Vertreter ist das Wasser (H_2O), aber auch HCO_3^-, $H_2PO_4^-$, HPO_4^{2-} und diverse Aminosäuren werden uns in der Chemie und Biochemie im Laufe des Studiums immer wieder begegnen (► Kap. 10.4).

► Ampholyte: Verbindungen, die sowohl als Säure als auch als Base wirken können, z. B. Wasser.

8.3.2.2 Säure-Base-Paare

Freie Protonen können in einer »normalen« Umgebung nicht vorkommen, da ihre Ladung im Verhältnis zu ihrer Größe zu hoch ist. Eine Säure kann ihre Protonen also nur abgeben, wenn eine Base vorhanden ist, die diese sofort wieder aufnehmen kann. So entsteht eine Säure-Base-Reaktion, die wir auch »Protonenübertragungs-Reaktion« oder Protolyse nennen können. Eine Säure-Base-Reaktion lässt sich in 2 Einzelschritte zerlegen:

► Säure-Base-Reaktion bedeutet Übertragung von Protonen.

$$\begin{aligned} &\text{Säure 1} \rightarrow \text{H}^+_{aq} + \text{Base 1} && (1)\\ &\text{Base 2} + \text{H}^+_{aq} \rightarrow \text{Säure 2} && (2)\\ \hline &\text{Säure 1} + \text{Base 2} \rightarrow \text{Base 1} + \text{Säure 2} && (1)+(2) \end{aligned}$$

Die Reaktion ist eine chemische Gleichgewichtsreaktion. Wir sprechen von einem **Protolysegleichgewicht**. Die Base 1 wird die korrespondierende (oder konjugierte) Base zur Säure 1 genannt. Umgekehrt wird die Säure 1 als die korrespondierende (oder konjugierte) Säure zur Base 1 bezeichnet. **Säure 1 und Base 1 bzw. Säure 2 und Base 2 bilden jeweils ein korrespondierendes (oder konjugiertes) Säure-Base-Paar.**

► In einer Säure-Base-Reaktion sind korrespondierende Säure-Base-Paare gekoppelt.

8.3.3 Der pH-Wert

8.3.3.1 Autoprotolyse des Wassers

Wasser ist die Lebensgrundlage aller biologischen Systeme. Es reagiert als Ampholyt, kann also sowohl Protonen abgeben als auch aufnehmen. In reinem Wasser dissoziieren Wassermoleküle zu H^+- und OH^--Ionen (Eigendissoziation des Wassers). Die H^+-Ionen werden von einem Wassermolekül auf ein anderes übertragen. Diesen Vorgang nennen wir Autoprotolyse des Wassers.

► Wasser (H_2O) ist ein Ampholyt und unterliegt einer Autoprotolyse in H_3O^+ und OH^-.

$$\begin{aligned} &\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}^+_{aq} + \text{OH}^-_{aq}\\ &\text{H}^+_{aq} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+_{aq}\\ \hline &2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+_{aq} + \text{OH}^-_{aq} \end{aligned}$$

Auf die Eigendissoziation des Wassers können wir das Massenwirkungsgesetz anwenden:

$$K = \frac{[\text{OH}^-]\cdot[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{H}_2\text{O}]^2}$$

Die Konzentration von Wasser ist in reinem Wasser bei 25°C konstant 55,5 mol l^{-1}. (Hier rentiert es sich mal, selbst nachzurechnen!) Das Gleichgewicht der Reaktion liegt weitgehend auf der linken Seite. Die Konzentration des Wassers kann daher als konstant angesehen werden. Aus der stöchiometrischen Gleichung erkennt man, dass die Konzentration an H^+- und OH^--Ionen gleich ist.

► In reinem Wasser beträgt $[H_2O]$=55,5 mol l^{-1}

Mathematisch können wir dies alles wie folgt darstellen, wenn man berücksichtigt, dass das Ionenprodukt des Wassers experimentell zu 10^{-14} $mol^2 l^{-2}$ bestimmt wurde:

$$K_W = K\cdot[\text{H}_2\text{O}]^2 = [\text{OH}^-]\cdot[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-14}\,\frac{\text{mol}^2}{\text{l}^2}$$
$$[\text{OH}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-7}\,\text{mol}\,\text{l}^{-1}$$

Um sich das umständliche Rechnen mit Potenzzahlen zu erleichtern, wurden logarithmische Größen eingeführt.

Der pH-Wert ist als der negative dekadische Logarithmus von $[H_3O^+]$ definiert und der pOH-Wert analog als negativer dekadischer Logarithmus von $[OH^-]$.

$$pH = -\log[H_3O^+]$$

$$pOH = -\log[OH^-]$$

$$pK_W = pH + pOH = 14$$

► pH<7 → sauer
pH=7 → neutral
pH>7 → alkalisch

Für reines Wasser beträgt der pH-Wert immer 7. Lösungen mit pH=7 werden deshalb als neutral bezeichnet. Ist der pH-Wert einer Lösung kleiner als 7, nennen wir sie sauer, ist er größer, nennen wir sie basisch/alkalisch.

8.3.3.2 Säuren- und Basenstärke

► Starke Säuren/Basen dissoziieren vollständig, schwache nur teilweise.

Wir unterscheiden starke und schwache Säuren bzw. Basen. Starke Säuren/Basen dissoziieren in Wasser praktisch vollständig, wohingegen die Protolyse einer schwachen Säure bzw. Base nur teilweise abläuft. Es stellt sich ein Säure-Base-Gleichgewicht ein. Auch auf dieses können wir selbstverständlich das Massenwirkungsgesetz anwenden.

Säuren: $HA + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + A^-$

$$K_1 = \frac{[H_3O^+]\cdot[A^-]}{[H_2O]\cdot[HA]}$$

$$K_S = K_1 \cdot [H_2O] = \frac{[H_3O^+]\cdot[A]}{[HA]}$$

Basen: $B + H_2O \rightleftharpoons BH^+OH^-$

$$K_2 = \frac{[BH^+]\cdot[OH^-]}{[H_2O]\cdot[B]}$$

$$K_B = K_1 \cdot [H_2O] = \frac{[BH^+]\cdot[OH^-]}{[B]}$$

► K_S und K_B stellen ein quantitatives Maß der Säure- bzw. Basenstärke dar.

$[H_2O]$ kann in verdünnten Lösungen als konstant angesehen werden. Das Produkt zweier Konstanten ist ebenfalls konstant. Deshalb kann man dies zu einer neuen Konstante zusammenführen. Es ergeben sich die **Säuredissoziations- oder Aziditätskonstante K_S** und die **Basenkonstante K_B**. Sie sind ein Maß für die Säure- bzw. Basenstärke, also für die Tendenz Protonen abzugeben oder aufzunehmen. Zur einfacheren Rechnung werden auch hier wieder logarithmierte Größen verwendet.

$$-\log K_S = pK_s$$
$$-\log K_B = pK_B$$

Mathematisch können wir diese Grundsätze wie folgt anwenden:

$$K_S \cdot K_B = \frac{[H_3O^+]\cdot[A^-]}{[HA]} \cdot \frac{[HA]\cdot[OH^-]}{[A^-]} = [H_3O^+]\cdot[OH^-] = K_w = 10^{-14}$$

$$-\log(K_S \cdot K_B) = -\log K_S - \log K_B = 14$$

$$pK_S + pK_B = pK_W = 14$$

Je schwächer eine Säure ist, desto größer ist ihr K_S-Wert und desto größer ihr pK_S-Wert. Die K_B- und pK_B-Werte der konjugierten Base verhalten sich genau umgekehrt.

Die Stärke einer Base kann also entweder durch ihren pK_B-Wert angegeben werden oder durch den pK_S-Wert ihrer korrespondierenden Säure, wie es allgemein üblich ist (Tab. 8.6).

Chemie

Tab. 8.6. Ausgewählte pK_S und pK_B–Werte

Säure	pK_S	Säure	⇌	Proton	+ Base	pK_B	Base
sehr stark	-6	HCl	⇌	H^+	Cl^-	20	sehr schwach
	-3	H_2SO_4	⇌	H^+	HSO_4^-	17	
	-1,74	H_3O^+	⇌	H^+	H_2O	15,74	
	-1,32	HNO_3	⇌	H^+	NO_3^-	15,32	
stark	1,98	HSO_4^-	⇌	H^+	SO_4^{2-}	12,02	schwach
	2,16	H_3PO_4	⇌	H^+	$H_2PO_4^{2-}$	11,84	
	3,20	HF	⇌	H^+	F^-	10,8	
mittel	4,75	CH_3COOH	⇌	H^+	CH_3COO^-	9,75	mittel
	4,22	C_6H_5COOH	⇌	H^+	$C_6H_5COO^-$	9,78	
	6,35	H_2CO_3	⇌	H^+	HCO_3^-	7,65	
	7,21	$H_2PO_4^{2-}$	⇌	H^+	HPO_4^{2-}	6,79	
	7,05	H_2S	⇌	H^+	HS^-	6,95	
schwach	9,25	NH_4^+	⇌	H^+	NH_3	4,75	stark
	9,21	HCN	⇌	H^+	CN^-	4,79	
	10,3	HCO_3^-	⇌	H^+	CO_3^{2-}	3,7	
	12,32	HPO_4^{2-}	⇌	H^+	PO_4^{3-}	1,68	
sehr schwach	13,995	H_2O	⇌	H^+	OH^-	-1,74	sehr stark
	22,75	NH_3	⇌	H^+	NH_2^-	-9,25	
	~48	CH_4	⇌	H^+	CH_3^-	-34	

Mehrprotonige Säuren dissoziieren in mehreren Schritten. Jeder Schritt hat seinen eigenen K_S-Wert bzw. pK_S-Wert. Typischerweise steigen die pK_S-Wert von Stufe zu Stufe an. Die Protonen werden also zunehmend schwerer abgegeben.

Die Azidität von reinen Wasserstoffverbindungen, also deren Tendenz ein Proton abzugeben, kann auch mit Hilfe des Periodensystems vorhergesagt werden. Je stärker polar die H-X-Bindung, je höher also die Elektronegativität von X ▶ Kap. 9.1 und je größer der Radius von X ist (größerer Abstand zwischen H und X), desto leichter wird ein Proton abgegeben.

Mit Hilfe des K_S-Werts kann man Vorhersagen über den Ablauf einer Säure-Base-Reaktion treffen. **Die Reaktion wird immer so ablaufen, dass die starke Säure dissoziiert und die schwache gebildet wird.**

► K_S-Werte erlauben eine Vorhersage von Säure-Base-Reaktionen.

8.3.3.3 pH-Wert-Berechnung

Der pH-Wert gibt uns Aufschluss über die vorhandene Protonenkonzentration in einer Lösung (Azidität). Für die pH-Wert-Berechnung müssen wir als erstes eine Fallunterscheidung treffen: Liegt eine starke oder schwache Säure/Base vor?

Bei **starken Säuren** kann von einer vollständigen Protolyse ausgegangen werden. Alle Säuremoleküle setzen sich vollständig zu H_3O^+-Ionen um.

► Starke Säuren/Basen dissoziieren vollständig.

Es gilt:

$$pH = -\log([\text{Säure}] \cdot W)$$

W ist hierbei die Wertigkeit der Säure, d. h. die Anzahl der Protonen, die abgegeben werden können.

Auch bei **starken Basen** wird eine vollständige Reaktion angenommen. Die Formel zur pOH-Wert-Berechnung lautet analog:

$$\mathrm{pH} = -\log([\text{Säure}] \cdot \mathrm{W})$$

► Schwache Säuren/Basen dissoziieren nicht vollständig.

Für **schwache Säuren**, die nicht vollständig protolysiert vorliegen, ist die Berechnung etwas komplizierter. Wir müssen die Größe der Gleichgewichtskonstanten berücksichtigen (K_S-/K_B- bzw. pK_S-/pK_B-Wert).

Die Berechnung erfolgt über das Massenwirkungsgesetz:

$$\mathrm{HA + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + A^-}$$

$$K_S = \frac{[\mathrm{H_3O^+}] \cdot [\mathrm{A^-}]}{[\mathrm{HA}]}$$

$$[\mathrm{H_3O^+}] = [\mathrm{A^-}] \Rightarrow K_S = \frac{[\mathrm{H_3O^+}]^2}{[\mathrm{HA}]}$$

Das Gleichgewicht liegt sehr weit links. Die vorhandene Konzentration der Säure [HA] entspricht also in guter Näherung der Ausgangskonzentration der Säure $[\text{Säure}]_0$.

$$K_S = \frac{[\mathrm{H_3O^+}]^2}{[\text{Säure}]_0}$$

$$[\mathrm{H_3O^+}]^2 = K_S \cdot [\text{Säure}]_0$$

$$[\mathrm{H_3O^+}] = \sqrt{K_S \cdot [\text{Säure}]_0} = (K_S \cdot [\text{Säure}]_0)^{\frac{1}{2}}$$

$$-\log([\mathrm{H_3O^+}]) = -\log(K_S[\text{Säure}]_0)^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{pH} = \frac{1}{2}\{\mathrm{p}K_S - \log([\text{Säure}]_0)\}$$

Analog können wir für **schwache Basen** folgende Formel herleiten:

$$\mathrm{pOH} = \frac{1}{2}\{\mathrm{p}K_B - \log([\text{Base}]_0)\}$$

$$\mathrm{pH} = 14 - \mathrm{pOH}$$

$$\mathrm{pH} = 14 - \frac{1}{2}\{\mathrm{p}K_B - \log([\text{Base}]_0)\}$$

► Lösungen von Salzen in Wasser können sauer, neutral oder alkalisch reagieren. Eine Vorhersage ist über die Säure- bzw. Basenstärke möglich.

Salze werden aus einer Säure und einer Base gebildet. Daher kann eine wässrige Lösung von Salzen pH-Wert-Änderungen bewirken. Grundsätzlich gilt hierbei, dass sich die stärkere Säure bzw. Base in einer schwach sauren bzw. basischen Reaktion durchsetzt. Salze gleich starker Säure und Base gleichen den pH-Wert gegeneinander aus. Die Lösung ist neutral.

Die folgende Abbildung ◘ Abb. 8.27 zeigt Substanzen und ihre pH-Werte, die uns im Klinikalltag, aber auch zu Hause immer wieder begegnen werden.

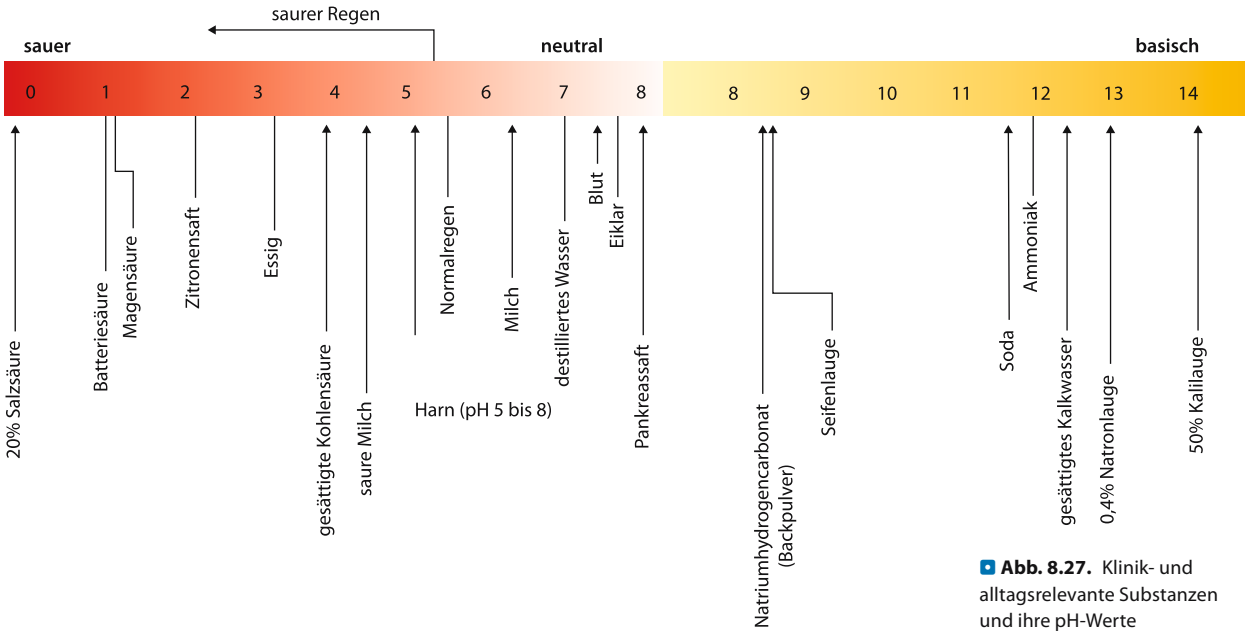


Abb. 8.27. Klinik- und alltagsrelevante Substanzen und ihre pH-Werte

Hätten Sie's gewusst?

Säuren und ihre Wirkung

Mit dem Begriff einer starken Säure verbindet man immer auch, dass diese Säure eine »starke« Wirkung auf den Körper, z. B. auf die Haut hat. Das ist nicht immer so. Ein Beispiel: Sie gießen sich folgende Säuren über die Hand, was ist am schlimmsten? Ja, dumme Frage, alles ist schlecht, aber mal als Gedankenspiel:

Salzsäure (pK_S=-6), Schwefelsäure (pK_S=-3), Salpetersäure (pK_S=-1,3) und Flusssäure (pK_S=3,14).

Je kleiner der pK_S–Wert, desto stärker ist die Säure. Deshalb sollte man meinen, dass die Flusssäure (HF_{aq}) mit einem pK_S–Wert in der Größenordnung der Essigsäure den geringsten Schaden anrichtet. Weit gefehlt: Das Fluorid (F^-) der Flusssäure bildet mit Calciumionen eine schwer lösliches Salz, Flussspat (CaF_2). Da aber Calciumionen für die Blutgerinnung wichtig sind, gibt die Verätzung mit HF sehr schmerzhafte und schwer heilende Wunden.

Auch Schwefelsäure und Salpetersäure sind unangenehmer als es die Säurestärke vermuten lässt. Schwefelsäure ist stark hygroskopisch. In einem Sicherheitsdatenblatt – ein Formblatt, welches die Gefährlichkeit einer chemischen Verbindungen beschreibt – findet man Folgendes: »Organische Stoffe wie Papier, Textilien, Haut und Gewebe oder Zucker werden unter Verkohlung zerstört. Papier und Textilien zeigen runde Löcher mit braunem Rand.« Auch hier ist die Säurestärke nicht das entscheidende für die Wirkung der Mineralsäure.

Salpetersäure ist eine oxidierende Säure (► Kap. 8.4), d. h. Stoffe werden von der Salpetersäure nicht nur verätzt, sondern auch noch oxidiert. So lösen sich Metalle unter Entwicklung von Stickoxiden (NO_2 und NO). Metallpulver reagieren aufgrund der großen Oberfläche stürmisch; wenn die entstehende Wärme nicht effektiv abgeführt wird, auch explosiv. Unangenehme Reaktionen unter »Wärmeentwicklung« gibt es auch mit organischen Stoffen, sprich auch mit der Haut. Auch verdünnte Salpetersäure ist noch mit Vorsicht zu genießen. So werden aromatische Aminosäuren in der Haut nitriert (► Kap. 10.4.) und es bleiben gelbe Flecken. Diese Reaktion nennt man Xanthoprotein-Reaktion; sie kann auch zum Nachweis aromatischer Aminosäuren dienen. Generationen von Studierenden im chemischen Laboratorien haben diesen Nachweis (im Selbstversuch) führen können!

► hygroskopisch = Wasser an sich ziehend

8.3.3.4 Indikatoren

Wir haben verschiedene Methoden, um den pH-Wert einer Lösung zu bestimmen. Eine Möglichkeit stellt das pH-Meter dar. Wesentlich einfacher, schneller und v. a. schöner anzuschauen ist jedoch die pH-Wert-Messung mit Hilfe eines Indikators.

► Indikatoren sind schwache Säuren/Basen, bei denen die Säure und korrespondierende Base unterschiedliche Farbe zeigen

Indikatoren sind organische Farbstoffe. Sie sind schwache Säuren und haben je nachdem, ob sie als Säure oder dissoziiert, also als ihre korrespondierende Base vorliegen, unterschiedliche Farben. Ihre Farbwirkung ist so intensiv, dass sie als stark verdünnte Lösungen verwendet werden können. Ihre Zugabe verändert das Volumen und den pH-Wert der zu untersuchenden Lösung also in so geringem Maße, dass wir diese vernachlässigen können. **Der Umschlagpunkt eines Indikators liegt immer um seinen pKs-Wert, da hier die Konzentration der Säure gleich der Konzentration der konjugierten Base ist.**

Wir kennen in der Chemie eine ganze Reihe von Indikatoren und ihren relativ eng definierten Umschlagsbereich (Tab. 8.7).

Mischen wir nun mehrere Indikatoren zusammen, kann der pH-Wert einer Lösung durch die spezifische Farbänderung jedes einzelnen bestimmt werden. Je mehr Indikatoren wir zusammen mischen, desto genauer lässt sich der pH-Wert damit angeben.

Auf diesem Funktionsprinzip basiert das im Praktikum verwendete Indikatorpapier, mit dem wir wohl alle schon einmal gearbeitet haben oder das noch tun werden.

Tab. 8.7. pH-Indikatoren

Indikator	Umschlagsbereich [pH]	Farbwechsel
Kresolrot	0,2–1,8	rot–gelb
Thymolblau	1,2–2,8	rot–gelb
2,6-Dinitrophenol	1,7–4,4	farblos–gelb
Kongorot	3,0–5,2	blau–rot
Bromphenolblau	3,0–4,6	gelb–blauviolett
Bromkresolgrün	3,8–5,4	gelb–blau
Methylrot	4,4–6,2	rot–gelb
Alizarinrot S	5,0–6,6	gelb–violettrot
Lackmus	4,5–8,3	rot–blauviolett
Alizarin	5,8–7,2	gelb–rotviolett
Neutralrot	6,8–8,0	rot–gelb
Kresolrot	7,0–8,8	gelb–violettrot
Thymolblau	8,0–9,6	gelb–blau
Phenolphthalein	8,4–10,0	farblos–purpur
β-Naphtholviolett	10,6–12,0	orangegelb–violett
Säurefuchsin	12,0–14,0	purpur–farblos

Hätten Sie's gewusst?

Farbstoffindikatoren im Kochtopf

Indikatoren kennt man auch aus der Küche, ein Beispiel wäre Rotkohl. Je nach Zugabe von Essig kann man Rotkohl oder Blaukraut essen. Die Zubereitungsart scheint regional in Deutschland zu wechseln. Verantwortlich für die Indikatorwirkung von Rotkohlsaft sind organische Farbstoffe (Cyanidine), die im Saurem rot sind und mit steigendem pH sich von blau über grün (Mischung aus gelb und blau) nach gelb verfärben. Lediglich der Umschlag nach gelb ist nicht umkehrbar, im stark alkalischen Bereich zersetzt sich der Farbstoff.

Die gleiche Klasse Farbstoff gibt auch der Rose die typische rote Farbe. Falls jemand mal schnell eine blaue Rose braucht, ein Tipp: Rose in Ethanol entfetten und über Ammoniak (Salmiakgeist) halten. Gibt eine tolle, tiefblau gefärbte Rose. Nur der Geruch hat leicht gelitten…

8.3.3.5 Puffer

Eine Lösung mit einem bestimmten pH-Wert herzustellen, ist nicht sonderlich schwierig. Diesen pH-Wert konstant beizubehalten, ist hingegen deutlich komplizierter, da er von äußeren Faktoren (Luft, Material des Behälters etc.) beeinflusst wird. Die Vorgänge in unserem Körper sind jedoch stark pH-Wert-abhängig, da beispielsweise Proteine schon bei geringen pH-Wert-Schwankungen ihre Wirkung verlieren.

Ein Puffersystem nennt man eine Lösung, die sich aus einer schwachen Säure und deren korrespondierender Base bzw. deren Salz, oder umgekehrt aus einer schwachen Base und deren korrespondierender Säure bzw. deren Salz zusammensetzt. Ihr pH-Wert ändert sich in einem bestimmten Bereich (Pufferbereich) auch bei Zugabe größerer Mengen von einer Säure oder einer Base (egal ob stark oder schwach) nicht. Diese Wirkung wird auch durch Verdünnung nicht aufgehoben.

► Ein Puffer besteht aus einer schwachen Säure/Base und der korrespondierenden Base/Säure

Der Pufferbereich liegt bei ca. $\Delta pH = pK_S \pm 1$

► Puffer halten den pH-Wert konstant.

Haben wir eine Pufferlösung vorliegen, können wir den pH-Wert mit Hilfe der **Henderson-Hasselbalch-Gleichung** berechnen, die wir uns im Folgenden herleiten wollen.

► Puffer können durch die Henderson-Hasselbalch-Gleichung berechnet werden.

$$HA + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + A^-$$

$$K_S = \frac{[H_3O^+] \cdot [A^-]}{[HA]}$$

$$[H_3O^+] = K_S \frac{[HA]}{[A^-]}$$

$$pH = pK_S - \log \frac{[HA]}{[A^-]} \quad \text{bzw.} \quad pH = pK_S + \log \frac{[A-]}{[HA]}$$

Der pH-Wert einer Lösung, die aus einer schwachen Säure und ihrer korrespondierenden Base im Verhältnis 1:1 besteht, ist immer gleich dem pK_S-Wert der Säure.

Der den pH-Wert bestimmende Faktor ist also das Verhältnis $[HA]/[A^-]$, nicht deren Absolutkonzentrationen. Durch Basen zugeführte OH^--Ionen können durch die H^+-Ionen der schwachen Säure neutralisiert werden. Von Säuren stammende H^+-Ionen werden durch die korrespondierende Base gebunden, wieder eine Folge des Prinzips von Le Chatelier.

► Der pH-Wert eines Puffers wird nur durch das Verhältnis der Säure-Base-Konzentrationen bestimmt.

Enthält eine Pufferlösung äquimolare Konzentrationen an Säure und Base, ist das Verhältnis [Säure]/[Base] gleich 1. Folglich ist der pH-Wert gleich dem pK_S-Wert. Die Pufferwirkung ist hier am größten.

► Die Pufferkapazität wird durch die absolute Konzentrationen der Säure und Base bestimmt.

Die Menge einer Säure bzw. Base, die man benötigt, um den pH-Wert von 1 l Pufferlösung um eine Einheit auf der pH-Skala zu verändern, nennt man **Pufferkapazität**. Sie steigt mit wachsender Konzentration von Säure und Base.

Der wichtigste physiologische Puffer für den menschlichen Organismus ist der **Kohlensäure/Hydrogencarbonatpuffer** des Bluts. Dieses und noch einige weitere Puffersysteme, z. B. der Proteinatpuffer, der Hämoglobinpuffer oder der Phosphatpuffer, halten den pH-Wert des Bluts zusammen mit der Niere und der Lunge als wichtigste Regulationszentren konstant zwischen 7,35 und 7,45. Größere pH-Wert-Schwankungen sind immer pathologisch. Mehr über all diese Puffer gibt es in jedem Buch der Physiologie oder Biochemie zu lesen.

8.3.3.6 Titration

► Die Titration dient zur Konzentrationsbestimmung von Säuren bzw. Basen.

Durch eine Titration ermittelt man die unbekannte Konzentration einer Säure/Base in einer Lösung durch vollständige Umsetzung mit einer zugefügten Lösung bekannter Konzentration.
Grundlage jeder Titration ist die **Neutralisations-Reaktion**:

$$H_3O^+ + OH^- \rightleftharpoons 2\,H_2O$$

Nun wollen wir 5 Möglichkeiten von Titrationen direkt anhand von Beispielen erarbeiten. Diese Möglichkeiten lauten wie folgt:
Titration einer:

- starken Säure mit einer starken Base
- schwachen Säure mit einer starken Base
- schwachen Base mit einer starken Säure
- schwachen Säure mit einer schwachen Base und
- mehrwertigen schwachen Säure mit einer starken Base.

Titration einer starken Säure mit einer starken Base

► Titration starke Säure mit starker Base.

Betrachten wir also zunächst ein Beispiel für eine Titration einer starken Säure mit einer starken Base: In einem Becherglas befinden sich 10 ml einer 0,01 molaren Salzsäure.

Die Ausgangskonzentrationen an H_3O^+- und OH^--Ionen können wir durch folgende Überlegungen direkt berechnen: Es befinden sich insgesamt 10 ml · 0,01 mol l^{-1}=0,0001 mol Salzsäure in unserem Gefäß. Da es sich bei Salzsäure um eine starke Säure handelt, dissoziiert sie vollständig in H_3O^+- und Cl^--Ionen. Die Konzentration der H_3O^+-Ionen beträgt daher ebenfalls 0,01 mol l^{-1}.

Die Konzentration an OH^--Ionen kann man mithilfe des Ionenprodukts des Wassers K_W berechnen:

$$K_W = [OH^-] \cdot [H_3O^+] = 10^{-14}\,\frac{mol^2}{l^2}$$

$$[OH^-] = \frac{K_W}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}\,\frac{mol^2}{l^2}}{10^{-2}\,\frac{mol}{l}} = 10^{-12}\,\frac{mol}{l}$$

► Anfangspunkt: pH=-log ($[Säure]_0$)

Der pH-Wert der Ausgangslösung ergibt sich laut pH-Wert-Definition aus dem negativen dekadischen Logarithmus der H_3O^+-Ionen Konzentration:

$$pH = -\log([H_3O^+]) = -\log(10^{-2}) = 2$$

Nun geben wir tropfenweise 0,01 molare Natronlauge hinzu. Während des ganzen Experiments messen wir den pH-Wert der Lösung mit einem pH-Meter. Durch die zugefügten OH^--Ionen aus der Natronlauge nimmt die Konzentration an H_3O^+-Ionen kontinuierlich ab, da sie durch Wasserbildung neutralisiert werden.

Für jede Titration können wir außerdem einen Halbäquivalenzpunkt beschreiben. **Am Halbäquivalenzpunkt beträgt der Titrationsgrad, also der Quotient der Menge der vorhandenen Säure und der Menge der vorhandenen Base, gleich 0,5.** Bei der Titration einer starken Säure mit einer starken

Base ist am Halbäquivalenzpunkt nur noch die Hälfte der Anfangskonzentration vorhanden. Der pH-Wert ist damit am Halbäquivalenzpunkt der negative dekadische Logarithmus von 1/2 $[Säure]_0$. Oder noch einfacher: Der Anfangs-pH+0,3 (was man leicht mit den Rechenregeln für den Logarithmus (► Kap. 1.4) ableiten kann)

► Halbäquivalenzpunkt: $pH=-\log(1/2\,[Säure]_0$

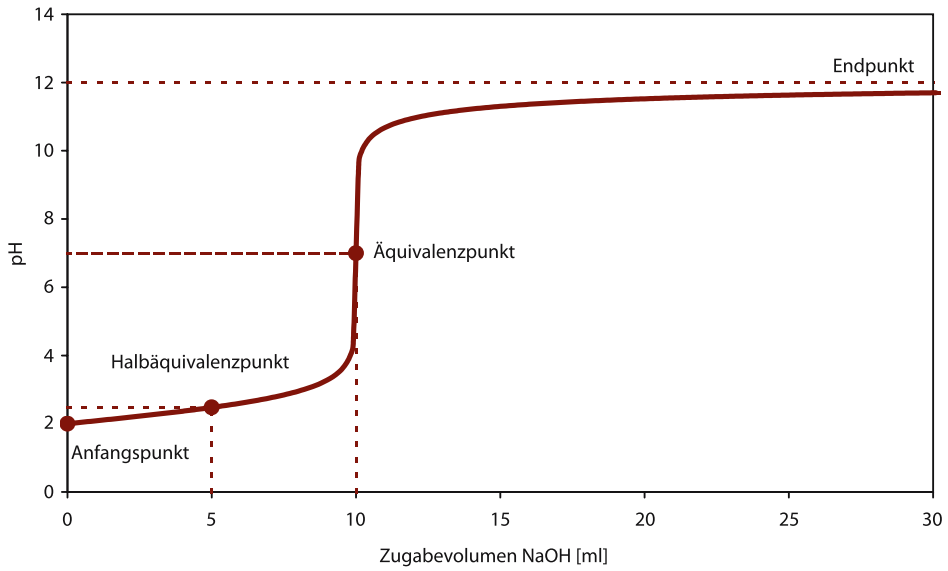
Der pH-Wert steigt zunächst also kontinuierlich leicht an. Um den Halbäquivalenzpunkt verläuft die Titrationskurve sehr flach, der Anstieg des pH-Werts wird verzögert. Haben wir genau 10 ml der 0,01 molaren Natronlauge zugefügt, beträgt die Stoffmenge an Natronlauge in der Lösung genau 0,0001 mol. Sie entspricht also der Stoffmenge der Salzsäure. Alle H_3O^+-Ionen der Salzsäure sind zu diesem Zeitpunkt neutralisiert und der pH-Wert folglich gleich 7. Dieser Punkt der Titration wird Äquivalenzpunkt genannt. **Beim Äquivalenzpunkt stimmt der Äquivalenzpunkt mit dem Neutralpunkt überein, dem Punkt bei dem pH=7 gilt.**

► Äquivalenzpunkt = Neutralpunkt: pH=7

Geben wir noch mehr Natronlauge hinzu, überwiegt die Konzentration der OH^--Ionen und der pH-Wert wandert immer weiter in den alkalischen Bereich. Irgendwann ist der Überschuss an Base so groß, dass der pH-Wert dem der reinen Base entspricht.

► Endpunkt: $pH=14-pOH=14+\log([Base]_0)$

Grafisch kann man die Ergebnisse dieses Versuchs in einer **Titrationskurve** darstellen. Dabei wird die Menge der zugegebenen Lösung auf der x-Achse und der pH-Wert auf der y-Achse aufgetragen. Charakteristisch für diese Kurve ist der steile Anstieg der Kurve beim Äquivalenzpunkt. Hier hat die Kurve auch einen Wendepunkt (◘ Abb. 8.28).



◘ **Abb. 8.28.** Schematische Kurve für die Titration 10 ml einer starken Säure (0,01 molar) mit einer starken Base (0,01 molar)

Titration einer schwachen Säure mit einer starken Base

Als zweites betrachten wir die Titration einer schwachen Säure, z. B. 100 ml einer 0,8 molaren Essigsäure (pK_S=4,75), mit einer starken Base. Als Base verwenden wir eine 2 molare Natronlauge-Stammlösung.

► Titration schwache Säure mit starker Base.

Um den pH-Wert am Anfang der Reaktion zu errechnen, setzen wir die vorhandenen Werte in die oben abgeleitete Formel für schwache Säuren ein:

Anfangspunkt:

► Anfangspunkt: $pH=\frac{1}{2}\{pK_S-\log([Säure]_0)\}$

$$pH=\frac{1}{2}\{pK_S-\log([Säure]_0)\}$$

$$pH=\frac{1}{2}\{4{,}75-\log(0{,}8)\}=2{,}4$$

► Halbäquivalenzpunkt: pH=pK_S

Am Halbäquivalenzpunkt liegt ein Puffer vor und der pH-Wert kann, wie oben bereits beschrieben, über die Henderson-Hasselbalch-Gleichung berechnet werden. Am Halbäquivalenzpunkt ist der pH-Wert gleich dem pK_S-Wert der Essigsäure.

Halbäquivalenzpunkt:

$$\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_\mathrm{S} = 4{,}75$$

Kommen wir nun zum Äquivalenzpunkt (■ Tab. 8.8). Dieser liegt bei der Titration einer schwachen Säure mit einer starken Base immer im alkalischen Bereich. Alle Protonen der Essigsäure wurden neutralisiert, sodass wir hier den pH-Wert einer reinen Natriumacetatlösung berechnen müssen. Hierfür brauchen wir zuerst die zu diesem Zeitpunkt der Reaktion vorliegenden Stoffmengen bzw. Konzentrationen:

$$\mathrm{HOAc} + \mathrm{NaOH} \rightleftharpoons \mathrm{NaOAc} + \mathrm{H_2O}$$

$$[\mathrm{NaOAc}] = \frac{80\ \mathrm{mmol}}{140\ \mathrm{ml}} = 0{,}571\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l}}$$

Tab. 8.8. Berechnung des Äquivalenzpunkts bei der Titration: 100 ml einer 0,8 molaren Essigsäure mit einer starken Base

	HOAc	NaOAc	Gesamtvolumen
Ausgangssituation	0,8 mol/l · 100 ml=80 mmol	0 mmol	100 ml
Äquivalenzpunkt	0	80 mmol	(100+40) ml

► Äquivalenzpunkt ≠ Neutralpunkt: pH-Wert des Salzes, Verdünnung!

Wir haben uns ja schon überlegt, dass der gesuchte pH-Wert im Alkalischen liegen muss. So können wir ihn mit Hilfe des pK_B-Werts und der eben errechneten Konzentration der Natronlauge mit folgender Formel berechnen.

Äquivalenzpunkt: 0,571 molare NaOAc-Lösung

$$\mathrm{pH} = 14 - \frac{1}{2}\{\mathrm{p}K_\mathrm{B} - \log([\mathrm{Base}]_0)\} = 14 - \frac{1}{2}\{14 - 4{,}75 - \log(0{,}571)\} = 9{,}25$$

Jetzt fehlt uns zum Zeichnen der Titrationskurve nur noch der pH-Wert am Ende der Reaktion. Zum Zeitpunkt des Äquivalenzpunkts sind alle Protonen der Essigsäure verbraucht. Geben wir noch mehr Natronlauge hinzu, steigt der pH-Wert also immer weiter an, bis der pH-Wert der Natronlauge erreicht ist. Hierbei nähert sich der pH-Wert mit zunehmendem Volumen an Lauge dem Wert an, den die Natronlauge selbst ergeben würde. Das Volumen der vorgelegten Säure kann dann vernachlässigt werden. Der pH-Wert nähert sich dann am Ende der Titration asymptotisch dem Endpunkt, dem pH-Wert einer 2 molaren NaOH-Lösung, an.

► Endpunkt: pH=14–pOH=14+log ([Base]$_0$)

$$\mathrm{pH} = 14 + \log([\mathrm{OH}^-]) = 14{,}3$$

Alle diese errechneten pH-Werte können wir nun wiederum in einer Titrationskurve zusammenfassen (■ Abb. 8.29):

Diese Kurve ist allgemein flacher als die der Salzsäure. Der pH-Wert des Äquivalenzpunkts ist >7 und der steile Anstieg des pH-Werts am Wendepunkt kürzer.

Titration einer schwachen Base mit einer starken Säure

Die Titration einer **schwachen Base**, z. B. Ammoniak, mit einer **starken Säure** läuft nach dem gleichen Prinzip wie oben beschrieben ab, nur dass der pH-Wert des Anfangspunkts eben im alka-

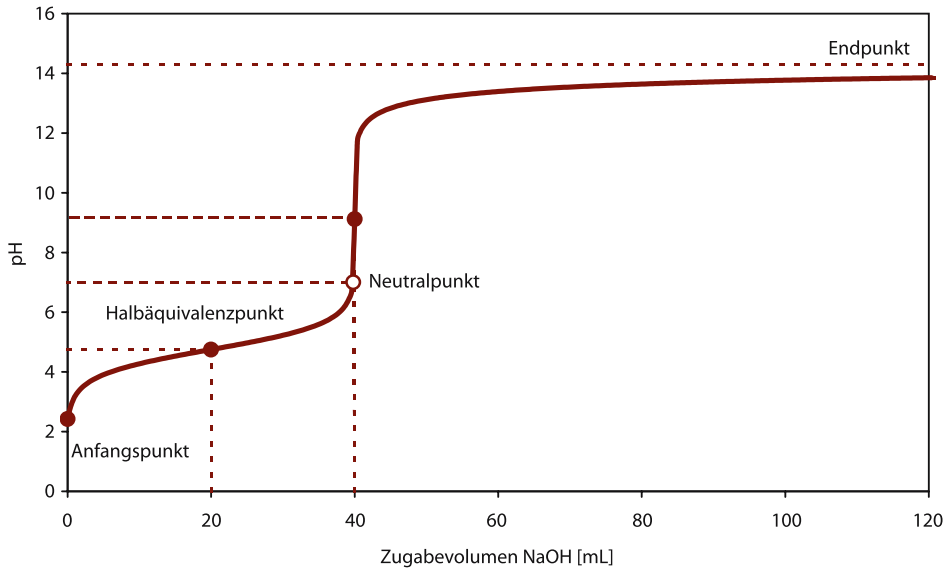


Abb. 8.29. Schematische Kurve für die Titration 100 ml einer schwachen Säure (0,8 molar) mit einer starken Base (2 molar)

lischen Bereich liegt. Der pH-Wert des Halbäquivalenzpunkts entspricht dem pK_B-Wert der Base, der des Äquivalenzpunktes liegt im sauren Bereich und der Endwert lässt sich mit Hilfe der Konzentration der starken Säure berechnen.

► Titration schwache Base mit starker Säure.

Titration einer schwachen Säure mit einer schwachen Base

Die nächste Reaktion, die wir betrachten wollen, ist die Titration einer schwachen Säure mit einer schwachen Base. Die gesamte Titrationskurve verläuft flacher, da ja Anfangs- und End-pH-Wert den Werten der verwendeten Säure bzw. Base entsprechen.

Der pH-Kurvenverlauf der Titration einer Base mit einer Säure stellt einfach das Spiegelbild der Titration Säure mit Base dar.

► Titration schwache Säure mit schwacher Base.

Titration einer mehrwertigen schwachen Säure mit einer starken Base

Zuletzt schauen wir uns noch die Titration einer mehrwertigen schwachen Säure mit einer starken Base an. Diese Reaktion läuft in mehreren Stufen ab, da mehrwertige Säuren, wie oben bereits beschrieben, in mehreren Schritten dissoziieren und ihre Protonen abgeben. Entsprechend besitzt auch die Titrationskurve dieser Reaktion mehrere Stufen. Die pH-Werte können über den pK_{S1}-, pK_{S2}-Wert etc. der einzelnen Reaktionsschritte mit den Formeln wie für die Titration einer einwertigen schwachen Säure mit einer starken Base berechnet werden (Abb. 8.30).

► Die Titration mehrwertiger Säuren/Basen verläuft in Stufen

Im Falle der Titration der Phosphorsäure mit Natronlauge ist die 3. Neutralisationsstufe sehr klein, so dass diese kaum noch erkannt werden kann.

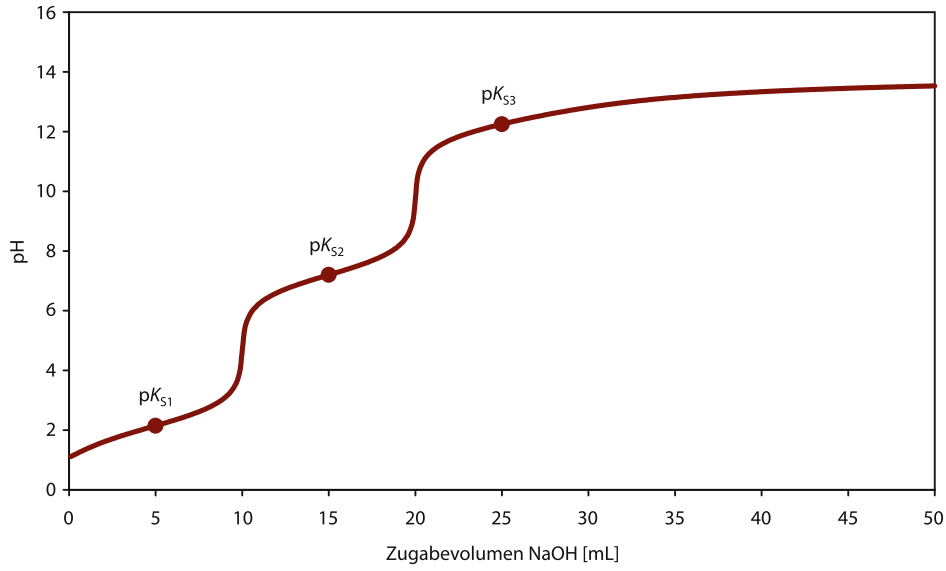


Abb. 8.30. Titrationskurve für die Titration von 10 ml Phosphorsäure (1 molar) mit Natronlauge (1 molar)

8.3.4 Das Löslichkeitsprodukt

Geben wir in wässriger Lösung Kationen und Anionen zusammen, die ein in Wasser schlecht lösliches Salz bilden, fällt diese Verbindung aus; es bildet sich ein Bodensatz aus ungelösten Stoff. Auch hier liegt ein chemisches Gleichgewicht vor: Es geht genauso viel Salz in Lösung wie Ionen in der Lösung zusammenkommen und wieder den unlöslichen Niederschlag bilden. Die Lösung ist gesättigt, d. h. sie hat die maximale Konzentration an Ionen in der Lösung erreicht. Auch für diese Gleichgewichtsreaktion können wir das Massenwirkungsgesetz aufstellen:

$$AB_{fest} \rightleftharpoons A^{+}_{aq} + B^{-}_{aq}$$

$$K = \frac{[A^{+}_{aq}] \cdot [B^{-}_{aq}]}{[AB_{fest}]}$$

► Das Löslichkeitsprodukt ist ein Sonderfall eines Ionenprodukts: das Ionenprodukt einer gesättigten Lösung.

Die Konzentration im reinen Feststoff bleibt bei Sättigung der Lösung immer gleich. Daher können wir eine neue Konstante L_P aufstellen, die die Chemiker **Löslichkeitsprodukt** genannt haben. Es ist, wie schon die Gleichgewichtskonstante, temperaturabhängig.

$$L_p = K \cdot [AB_{fest}] = [A^{+}_{aq}] \cdot [B^{-}_{aq}]$$

Betrachten wir ein schwer lösliches Salz mit mehr als zwei Ionen pro Formeleinheit, müssen wir die Konzentrationen mit den Koeffizienten der Reaktionsgleichung potenzieren.

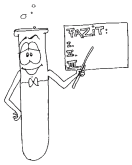
Das heißt:

$$A_aB_{b\,fest} \rightleftharpoons aA^{b+}_{aq} + bB^{a-}_{aq}$$

$$L_p = [A^{b+}_{aq}]^a \cdot [B^{a-}_{aq}]^b$$

► Ist das Ionenprodukt größer als das Löslichkeitsprodukt, fällt ein Niederschlag aus.

Liegt keine gesättigte Lösung vor, kann trotzdem ein Ionenprodukt gebildet werden. **Vergleicht man das Ionenprodukt I_P mit dem Löslichkeitsprodukt L_P kann man vorhersagen, ob ein Niederschlag ausfällt oder nicht. Findet man $I_P > L_P$, so fällt so lange ein Niederschlag aus, bis $I_P = L_P$.**



kurz & knapp

- Reversible chemische Reaktionen sind Gleichgewichtsreaktionen, für die mit Hilfe des Massenwirkungsgesetzes (MWG) die Gleichgewichtskonstante *K* berecht werden kann:

$$K = \frac{k_{hin}}{k_{rück}} = \frac{[C]\cdot[D]}{[A]\cdot[B]}$$

- Für K>1 liegt das Gleichgewicht auf der Seite der Produkte, für K<1 auf Seite der Edukte.
- Nach Brønstedt sind Säuren Protonen-Donatoren und Basen Protonen-Akzeptoren.
- Nach Lewis sind Säuren Elektronenpaar-Akzeptoren und Basen Elektronenpaar-Donatoren
- Protolyse = Protonen-Übertragungsreaktion = Säure-Base-Reaktion: Eine Säure gibt ein Proton ab und ihre korrespondierende/konjugierende Base nimmt es auf. Säure und korrespondierende Base sind ein Säure-Base-Paar.
- pK_S- bzw. pK_B-Wert (mit dem MWG errechnet) geben die Stärke einer Säure bzw. Base an.
- pH gibt Auskunft über die Protonenkonzentration einer Lösung:
  - pH<7: Lösung reagiert sauer
  - pH=7: Lösung reagiert neutral
  - pH>7: Lösung reagiert alkalisch
- starke Säuren (niedriger pH-Wert): pH=–log [H_3O^+]: Säure dissoziiert in Wasser vollständig
- starke Basen (niedriger pOH$^-$, hoher pH-Wert): pOH=–log [OH^-]=14–pH
- schwache Säuren: pH=1/2 (pK_S–log [Säure])
- schwache Base: pH=14–pOH=14–1/2 (pK_B–log [Base])
- Indikatoren = organische Farbstoffe = schwache Säuren, deren korrespondierende Basen einen anderen Farbton besitzen; Farbumschlag am pK_S-Wert.
- Puffer können pH-Wert trotz Säuren- oder Basenzugabe konstant halten. Sie bestehen aus einer schwachen Säure/Base und ihrer korrespondierenden Base/Säure.
- wichtigster Puffer des menschlichen Körpers: Kohlensäure/Hydrogencarbonat-Puffer
- Titration: Ermittlung der Konzentration einer Säure/Base durch Zugabe einer Base/Säure bekannter Konzentration
- Schwer lösliche Verbindungen fallen in Wasser aus. Durch das MWG kann das Löslichkeitsprodukt $L_P=[A]^a\cdot[B]^b\cdot\ldots$ berechnet werden.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1.

Aufgabe 1

Käuflicher Speiseessig hat üblicherweise einen Gehalt von ca. 5%. In einem Titrationsexperiment wurden für die Neutralisation von 100 ml eines solchen Essigs 67 ml einer 1,5 molaren NaOH-Stammlösung verbraucht.

Wie groß ist die Stoffmengenkonzentration c_0 der enthaltenen Essigsäure ($C_2H_4O_2$), wenn man annimmt, dass der Essig keine anderen Stoffe enthält, die den pH–Wert beeinflussen? Wie groß ist der genaue Massenanteil *w* (in Prozent) der Essigsäure, wenn die Dichte des Essigs 1,05 g · cm^{-3} beträgt? Welchen pH-Wert zeigt der handelsübliche Essig?

Lösung 1.

Das verbrauchte Volumen (67 ml) der Natronlaugestammlösung entspricht einer Stoffmenge von:

$$c_1 \cdot V_1 = 67\,\text{ml} \cdot 1{,}5\frac{\text{mol}}{\text{l}} = 100{,}5\,\text{mmol}$$

Somit waren 100,5 mmol Essigsäure in der 100 ml Portion, was einer Konzentration von

$$c = \frac{n}{V_l} = \frac{0{,}1005\,\text{mol}}{0{,}1\ \text{L}} = 1{,}005\,\frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

entspricht.

100,5 mmol Essigsäure mit dem Molgewicht M=2 · 12+4 · 1+2 · 16=60 g mol^{-1} entsprechen dann:

$$m = M \cdot n = 60\,\frac{g}{mol} \cdot 0{,}1005\,\text{mol} = 6{,}03\,\text{g}$$

Das heißt in der 100 ml-Portion waren 6,03 g Essigsäure. Da die Dichte des Essigs 1,05 g mol^{-1} ist, wiegen diese 100 ml 105 g, also 6,03 g Essigsäure sind in 105 g Lösung, der Anteil beträgt damit 5,7%.

Zum Schluss fehlt nur noch der pH-Wert: Die Konzentration beträgt wie bestimmt 1,005 mol l^{-1}. Da Essigsäure mit dem pK_S–Wert 4,75 eine schwache Säure ist, muss die Näherung für schwache Säuren benutz werden:

$$pH = \frac{1}{2}\{pK_S - \log([\text{Säure}]_0)\} = \frac{1}{2}\{4{,}75 - \log(1{,}005)\} = 2{,}37$$

Chemie

Aufgabe 2

Aufgabe 2.

Wie viel von 20 ml einer 2 molaren Essigsäurelösung müssen Sie neutralisieren, um eine Acetat-Pufferlösung mit einem pH 4,65 herzustellen? Geben Sie hierzu die Henderson-Hasselbalch-Gleichung an.

Lösung 2.

$$pH = pK_S - \log\frac{[HA]}{[A-]} \text{ bzw. } pH = pK_S + \log\frac{[A^-]}{[HA]}$$

Ziel ist jetzt ein pH-Wert von 4,65:

$$4{,}65 = 4{,}75 - \log\frac{[HA]}{[A^-]}$$

$$0{,}1 = \log\frac{[HA]}{[A^-]}$$

$$10^{0{,}1} = \frac{[HA]}{[A^-]}$$

$$\frac{[HA]}{[A^-]} = 1{,}26$$

Die Säure und die korrespondierende Base müssen also ein Verhältnis von ca. 1,26 haben. Da in 20 ml 2 molarer Essigsäurelösung 40 mmol Essigsäure sind, ergibt sich, wenn man x für die gesuchte Stoffmenge an Acetat setzt:

$$\frac{[HA]}{[A^-]} = \frac{40 - x}{x} = 1{,}26$$

$$1{,}26\,x = 40 - x$$

$$2{,}26\,x = 40$$

$$x = 17{,}7$$

Es werden folglich 17,7 mmol Acetat benötigt; dazu muss man 8,85 ml der Essigsäurelösung neutralisieren.

Ein Probe ist immer hilfreich:
Neutralisiert man 8,85 ml einer 2 molaren Essigsäurelösung, ergibt das 17,7 mmol. Damit verbleiben noch (40–17,7) mmol=22,3 mmol Säure.

$$\frac{[HA]}{[A^-]} = \frac{22{,}3}{17{,}7} = 1{,}26\,(\text{qed})$$

Aufgabe 3. Aufgabe 3

Wie viel Gramm Bariumsulfat lösen sich in einer 10^{-2} molaren Natriumsulfatlösung? Das Löslichkeitsprodukt von $BaSO_4$ beträgt L_P=10^{-10} $mol^2\,l^{-2}$.

Lösung 3.

Als erstes berechnet man die Molmasse von $BaSO_4$, indem man die Elementmassen dem PSE entnimmt: 137,2+32,07+4 · 16=233,3 g mol^{-1}.

Die Berechnung geht nun davon aus, dass $BaSO_4$ wenig löslich ist, deshalb kann man annehmen, dass die Konzentration $[SO_4^{2-}]$ gleichzusetzen ist mit der Sulfatkonzentration aus dem Natriumsulfat, d. h. 10^{-2} mol l^{-1}. Die weitere Rechnung folgt dann diesem Schema:

$$L_P(BaSO_4) = [Ba^{2+}] \cdot [SO_4^{2-}] = 10^{-10}\,\frac{mol^2}{l^2}$$

$$[SO_4^{2-}] \approx 10^{-2}\,\frac{mol}{l}$$

$$[Ba^{2+}] = \frac{L_P(BaSO_4)}{[SO_4^{2-}]} = \frac{10^{-10}\,\frac{mol^2}{l^2}}{10^{-2}\,\frac{mol}{l}} = 10^{-8}\,\frac{mol}{l}$$

Will man das genau rechnen, muss man berücksichtigen, dass die Konzentration Sulfat, welches in das Löslichkeitsprodukt einzusetzen ist, $[SO_4^{2-}]_{Natriumsulfat}$+x ist. Außerdem zerfällt ein Teilchen $BaSO_4$ genau in ein Teilchen Ba^{2+} und ein Teilchen SO_4^{2-}. Damit ist $[Ba^{2+}]$=x.

$$L_P(BaSO_4) = [Ba^{2+}] \cdot [SO_4^{2-}] = x \cdot [0{,}2 + x] = 10^{-10}\,\frac{mol^2}{l^2}$$

$$x^2 + 0{,}2 \cdot x - 10^{-10} = 0$$

All das läuft auf eine quadratische Gleichung raus, die über die Mitternachtsformel gelöst werden kann:

$$x^2 10^{-2} \cdot x - 10^{-10} = 0$$

$$x = \frac{-10^{-2} + \sqrt{(10^{-2})^2 + 4 \cdot 10^{-10}}}{2} = 10^{-8}\,\frac{mol}{l}$$

Dieser Weg hat den Vorzug, eigentlich immer anwendbar zu sein, auch wenn das Salz eine höhere Löslichkeit zeigt. Ach ja, die zweite Lösung der Mitternachtsformel macht chemisch keinen Sinn, es gibt keine negativen Konzentrationen.

Alles klar!

Cola als Putzmittel und Getränk

Cola hat einen pH-Wert von 2,7 und in 1 l enthält 5 g Orthophosphorsäure.
Phosphorsäure reagiert chemisch mit Chrom, indem Chromphosphat ($CrPO_4$) gebildet wird. Bei der Bildung wird evtl. vorhandener Rost abgelöst und das Chromphosphat stellt eine harte Schutzschicht dar, die den Stahl vor neuen Angriffen schützt. Nach diesem Prinzip funktionieren auch im Handel erhältliche Rostschutzfarben.

Ebenso kann natürlich auch jeder Studierende die meist verchromten Armaturen in Küche und Badezimmer durch Cola wieder zum Glänzen bringen. Es empfiehlt sich nur, gründlich mit Wasser nachzuwischen, da der hohe Zuckergehalt sonst einen unangenehmen Klebefilm hinterlässt (oder ein »Light-Produkt« zu benutzen). Außerdem sorgt der niedrige pH-Wert dafür, dass sich auch der Kalk löst. Da hier Kohlendioxid frei wird, löst sich der Kalk auch vollständig auf (Le Chatelier hilft auch beim Putzen...)

$$CaCO_3 + 2\,H_3O^+ \rightarrow Ca^{2+} + 3\,H_2O + CO_2\uparrow$$

Aber müssen wir uns aufgrund der Phosphorsäure beim Cola trinken nun Sorgen um unsere Gesundheit machen? Keine Angst, natürlich nicht.

Täglich nehmen wir mit unserer Nahrung große Mengen an Phosphat auf, das der Körper für viele Stoffwechselreaktionen benötigt. Der größte Phosphatspeicher des menschlichen Körpers ist unser Skelett. Phosphate sind lebensnotwendig, da sie eine entscheidende Rolle im Energiehaushalt (ADP/ADP/AMP), bei der DNA-Synthese, bei der Knochenbildung und beim Aufbau von Membranen spielen. Alle Phosphate, die wir mit der Nahrung aufnehmen, werden im Magen aufgrund dessen sauren Milieus zunächst in Phosphorsäure umgewandelt.

Insofern könnte man Cola sogar als wichtigen Mineralstofflieferanten bezeichnen. Eine Aussage, die aber auch nur eingeschränkt gültig ist, da wir bei normaler Ernährung Phosphate in ausreichender Menge zu uns nehmen.

8.4 Oxidation – Reduktion

Birgit Beyrle

- Was ist eine Oxidation, eine Reduktion?
- Oxidationszahlen
- Aufstellen einer Redoxgleichung
- Redoxreihe
- Galvanisches Element
- Nernst-Potenzial
- Batterien
- Elektrolyse

Wie jetzt?

Alkohol am Steuer

Autofahrer wurde Schlamm zum Verhängnis – eine Pressemitteilung:
»Der Führerschein ist wohl weg. Nachdem der Pkw eines 21-Jährigen im Schlamm einer Baustelle festgefahren war, versuchte der junge Mann mit durchdrehenden Reifen das Fahrzeug wieder flott zu kriegen. Vom Lärm gestörte Anwohner riefen kurze Zeit später die Polizei. Doch der Fahrer hatte

▼

noch mehr Überraschungen auf Lager. Als die Ordnungshüter erschienen, stand der 21-Jährige vor seinem Fahrzeug und fragte die Beamten, ob sie ihm helfen könnten. Da die Polizisten heftigen Alkoholgeruch wahrnahmen, machten sie einen Alkoholtest und stellten einen Wert von 2,58 Promille fest.«

Da stellt sich die Frage: Wie funktioniert ein Alkoholtest chemisch gesehen?

8.4.1 Einleitung

Im vorhergehenden Kapitel haben wir uns mit der **Übertragung von Protonen H^+** von einem auf den anderen Reaktionspartner beschäftigt. Das zweite wichtige Reaktionsprinzip in der Chemie ist die **Übertragung von Elektronen e^-: solche Reaktionen nennt man Redoxreaktionen**. Diese kommen oft in unserer Umwelt und in unserem Körper vor. So auch bei der Atmung, Fotosynthese und bei der Herstellung von Metallen. Sie besteht aus 2 Teilreaktionen, nämlich der Oxidation und der Reduktion.

Früher bezeichnete man eine Oxidation einfach als eine Aufnahme von Sauerstoff und eine Reduktion als Abgabe von Sauerstoff. Diese Definitionen reichen heute nicht mehr aus und mussten deshalb erweitert werden, was im Folgenden beschrieben werden soll.

► Oxidation: $2\,Mg + O_2 \rightarrow 2\,MgO$
Reduktion: $2\,HgO \rightarrow 2\,Hg + O_2$

8.4.2 Was ist eine Oxidation, was eine Reduktion?

Während im ► Kap. 8.3 bei den Säuren und Basen die Übertragung von Protonen die entscheidende Größe war, geht es jetzt bei den Oxidationen und Reduktionen – oder allgemein bei Redoxprozessen – um die Übertragung von Elektronen. Wenn ein Teilchen Elektronen abgibt, wird es oxidiert, wenn es Elektronen aufnimmt, wird es reduziert.

► Redox-Chemie bedeutet Übertragung von Elektronen.

► Oxidation = Elektronenabgabe
Reduktion = Elektronenaufnahme

Wird ein Oxidations- und ein Reduktionsprozess gekoppelt, spricht man von einer Redox-Reaktion. Ein Beispiel hierzu:

$$\text{Oxidation: } 2Mg \rightleftharpoons 2Mg^{2+} + 4e^-$$
$$\text{Reduktion: } O_2 + 4e^- \rightleftharpoons 2O^{2-}$$
$$\text{Redox-Reaktion: } 2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$$

Wie man aus der Brutto-Redoxgleichung erkennen kann, sind hier die Elektronen »verschwunden«, es braucht demnach etwas Übung, eine Redox-Reaktion auch als solche zu erkennen und von Säure-Base-Reaktionen zu unterscheiden. Ein Hilfsmittel hierzu sind die später zu diskutierenden **Oxidationszahlen**.

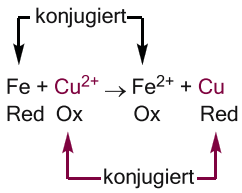
► Oxidationszahlen ändern sich während einer Redox-Reaktion.

Es gibt auch Redox-Reaktionen ohne die Beteiligung von Sauerstoff, was auch der Grund dafür war, die Definition zu erweitern. Ein Beispiel für solch einen »sauerstofflosen« Redox-Prozess beobachtet man, wenn man einen Eisennagel in Kupfersulfat taucht:

$$Fe + Cu^{2+} \rightarrow Fe^{2+} + Cu$$

Das Teilchen, das Elektronen abgibt, ist ein Reduktionsmittel, in diesem Fall Eisen; das Teilchen, das Elektronen aufnimmt, ist ein Oxidationsmittel, hier Cu^{2+}.

Ein Reduktionsmittel (Red) reduziert den anderen Partner, gibt dabei Elektronen ab und wird selbst oxidiert; ein Oxidationsmittel (Ox), oxidiert den anderen Partner, nimmt dabei dessen Elektronen auf und wird selbst reduziert. Im Laufe einer Redox-Reaktion wird das Oxidationsmittel zum Reduktionsmittel und umgekehrt. Zwei Teilchen, die direkt über den Elektronenübertragungsprozess ineinander umgewandelt werden, nennt man **konjugiertes Redoxpaar** (■ Abb. 8.31).



■ **Abb. 8.31.** Konjugiertes Redoxpaar

8.4.3 Oxidationszahlen

► Oxidationszahlen – ein probates Mittel zum Erkennen von Redox-Reaktionen.

Um die Elektronenabgabe und -aufnahme richtig zu verstehen und um später die Redoxreaktion richtig aufzustellen, muss man die **Oxidationszahlen** der reagierenden Partner kennen. **Eine Oxidationszahl ist eine formale Ladungszahl innerhalb einer Verbindungseinheit.** Sie wird über das Teilchen geschrieben.

Regeln:

- bei Elementen ist die Oxidationszahl 0. z. B. $\overset{0}{Mg}$.
- bei einfachen Ionen entspricht die Oxidationszahl der Ionenladungszahl , z. B. $\overset{+2}{Mg}^{2+}$.
- Wasserstoff hat in Verbindungen die Oxidationszahl +1 (Ausnahme: Hydride).
- Sauerstoff hat in Verbindungen die Oxidationszahl -2 (Ausnahme: Peroxide).
- Fluor (F) hat in Verbindungen die Oxidationszahl -1.
- Bei einer neutralen Verbindung ergibt die Summe aller Oxidationszahlen 0. Dies kann dazu benutzt werden, um weitere Oxidationszahlen (OZ) abzuleiten, z. B. $\overset{+1}{H_2}\,\overset{+6}{S}\,\overset{-2}{O_4}$ (nach den Regeln oben). Da jetzt die Summe aller Oxidationszahlen 0 sein muss, gilt:

  $2 \cdot OZ(H)+OZ(S)+4 \cdot OZ(O)=0$ oder $2+OZ(S)-8=0$ oder $\overset{+1}{H_2}\,\overset{+6}{S}\,\overset{-2}{O_4}$.

- Halogene (7. Hauptgruppe) haben in Verbindungen die Oxidationszahl -1.
- Bei Molekülionen ergibt die Summe der Oxidationszahl die Ionenladung, z. B. $\overset{-3}{N}\overset{+1}{H}_4^+$ $(-3+4=+1)$.

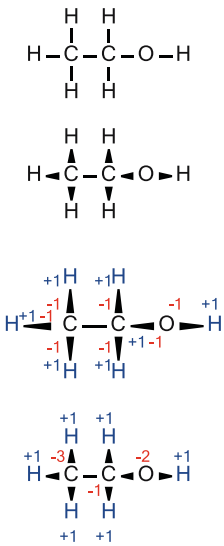


Abb. 8.32. Aufstellen der Oxidationszahlen am Beispiel des Ethanols

Falls man bei einem Molekül die Regeln nicht anzuwenden weiß, gibt es einen **einfachen Trick** die Oxidationszahl zu bestimmen: Man zeichnet die Strukturformel des Moleküls (die muss man natürlich kennen) und fügt Keile vom elektronegativeren auf den weniger elektronegativen (elektropositiveren) Partner hinzu. Die benötigten Elektronegativitäten kann man hierbei einem Periodensystem entnehmen. Die Atome erhalten an der Pfeilspitze jeweils +1 und am Pfeilanfang –1. Zwischen 2 gleichen Atomen wird kein Pfeil gezeichnet. Wenn man nun für jedes Atom die Werte zusammenzählt, bekommt man die Oxidationszahl. Dies funktioniert v. a. bei organischen Verbindungen. Ein Beispiel ist Ethanol (Abb. 8.32):

1. Man zeichnet die Strukturformel von Ethanol
2. zeichnet die Keile
3. beschriftet die Keile
4. ausrechnen

► Oxidation = Erhöhung der Oxidationszahl
Reduktion = Erniedrigung der Oxidationszahl

Nun ist auch klar, dass eine Oxidation, die eine Elektronenabgabe ist, eine Erhöhung der Oxidationszahlen bedeutet, und eine Reduktion eine Erniedrigung der Oxidationszahlen.

8.4.4 Aufstellen einer Redoxgleichung

8.4.4.1 Der Regelfall

Da das Aufstellen einer Redoxgleichung wegen des Ausgleichens der stöchiometrischen Zahlen nicht in einem Schritt ausführbar ist, gibt es ein **Schema**, das man auf jede Gleichung anwenden kann:

- beteiligte Stoffe in Teilschreibweise aufschreiben
- OZ bestimmen
- Reduktion und Oxidation getrennt aufschreiben
- Elektronenbilanz bei Reduktion, Oxidation: Anzahl der Elektronen die bei der Reduktionsgleichung benötigt wird, muss von der Oxidationsgleichung geliefert werden
- Ladungsbilanz: die Ladungen aller Edukte addiert, muss die Ladung aller Produkte addiert ergeben.
- Atombilanz: alle Edukte müssen die gleiche Atomart und -anzahl wie alle Produkte haben

Beispiel: Chlor wird aus Kaliumpermanganat und konzentrierter Salzsäure hergestellt.
Falls man die Summenformel der einzelnen Partner nicht kennt, oder nicht weiß, zu was sie reagieren, kann man in der Tabelle der elektrochemischen Potenziale nachschauen; diese wird später noch besprochen.

$$K^+ + MnO_4^- + H_3O^+ + Cl^- \rightarrow K^+ + Mn^{2+} + Cl_2 + H_2O$$

Man sieht, dass die stöchiometrischen Zahlen und der Ladungs- und Elektronenausgleich noch nicht stimmen. Nun bestimmt man die Oxidationszahlen.

$$\overset{+1}{K}^+ + \overset{+7}{Mn}\overset{-2}{O_4}^- + \overset{+1}{H_3}\overset{-2}{O}^+ + \overset{-1}{Cl}^- \rightarrow \overset{+1}{K}^+ + \overset{+2}{Mn}^{2+} + \overset{0}{Cl_2} + \overset{+1}{H_2}\overset{-2}{O}$$

Daran kann man schon erkennen, dass sich für K^+, H_3O^+ und H_2O die Oxidationszahlen gar nicht ändern, sprich: dort findet keine Oxidation/Reduktion statt! Nur das Mangan (Mn) im MnO_4^- und das Chlor müssen für den Redoxprozess berücksichtigt werden.

Jetzt betrachtet man **Reduktion und Oxidation getrennt**.

$$\text{Reduktion: } \overset{+7}{Mn}O_4^- + 5e^- \rightleftharpoons \overset{+2}{Mn}^{2+}$$
$$\text{Oxidation: } 2\overset{+7}{Cl}^- \rightleftharpoons \overset{0}{Cl_2} + 2e^-$$

Bei der Reduktion werden 5 Elektronen aufgenommen, aber bei der Oxidation nur 2 freigegeben. Also muss man die Reduktion mit 2 und die Oxidation mit 5 multiplizieren, um auf das kleinste gemeinsame Vielfache zu kommen.

$$\text{Reduktion: } \overset{+7}{Mn}O_4^- + 5e^- \rightleftharpoons \overset{+2}{Mn}^{2+} \quad |\cdot 2$$
$$\text{Oxidation: } 2\overset{+7}{Cl}^- \rightleftharpoons \overset{0}{Cl_2} + 2e^- \quad |\cdot 5$$

Dies übernimmt man jetzt in die Reaktionsgleichung.

$$2\overset{+1}{K}^+ + 2\overset{+7}{Mn}\overset{-2}{O_4}^- + \overset{+1}{H_3}\overset{-2}{O}^+ + 10\overset{-1}{Cl}^- \rightarrow 2\overset{+1}{K}^+ + 2\overset{+2}{Mn}^{2+} + 5\overset{0}{Cl_2} + \overset{+1}{H_2}\overset{-2}{O}$$

Jetzt stimmt die **Ladungsbilanz** noch nicht:
Auf der linken Seite der Gleichung findet sich +2-2+1-10=-9, rechts +2+4=6, d. h. auf der linken Seite fehlen 15 positive Ladungen, da bei chemischen Gleichungen auf beiden Seiten immer die gleiche Ladungssumme vorliegen muss. Da die Reaktion im sauren Medium abläuft, kann man H_3O^+-Ionen zum Ladungsausgleich einsetzen. Für Reaktionen im Alkalischen nimmt man stattdessen OH^-.

$$2\overset{+1}{K}^+ + 2\overset{+7}{Mn}\overset{-2}{O_4}^- + 16\overset{+1}{H_3}\overset{-2}{O}^+ + 10\overset{-1}{Cl}^- \rightarrow 2\overset{+1}{K}^+ + 2\overset{+2}{Mn}^{2+} + 5\overset{0}{Cl_2} + \overset{+1}{H_2}\overset{-2}{O}$$

Die Ladungsbilanz stimmt nun auch. Zuletzt muss noch die **Atombilanz** überprüft werden:
Links haben wir 2 K, 2 Mn, 24 O, 10 Cl und 48 H.
Rechts haben wir 2 K, 2 Mn, 1 O, 10 Cl und 2 H.
Der Ausgleich geschieht über H_2O: 48/2=24. Also entstehen 24 Wassermoleküle.

$$2\overset{+1}{K}^+ + 2\overset{+7}{Mn}\overset{-2}{O_4}^- + 16\overset{+1}{H_3}\overset{-2}{O}^+ + 10\overset{-1}{Cl}^- \rightarrow 2\overset{+1}{K}^+ + 2\overset{+2}{Mn}^{2+} + 5\overset{0}{Cl_2} + 24\overset{+1}{H_2}\overset{-2}{O}$$

Man sieht, dass hiermit auch der Ausgleich der Sauerstoffatome stimmt.

Auffällig ist, dass das Kalium-Ion nicht an der Reaktion teilgenommen hat, man nennt es **Begleition**. **In Redox-Reaktionsgleichungen kann man Begleitionen weglassen**. Außerdem kann man statt H_3O^+ auch nur H^+ schreiben. Dementsprechend ist die Reaktionsgleichung bis auf die Anzahl der Wassermoleküle dieselbe.

8.4.4.2 Einige Sonderfälle von Redoxreaktionen

Disproportionierung

Chlorwasser ($Cl_{2\,aq}$) reagiert mit Silbernitrat $AgNO_3$ zu Silberchlorid AgCl unter Ausbildung eines weißen Niederschlags.

$$\overset{0}{Cl}_2 + 3\,H_2O \rightarrow \overset{-1}{Cl}^- + \overset{+1}{Cl}O^- + 2H_3O^+$$

$$Cl^- + Ag^+ \rightarrow AgCl\downarrow$$

► Disproportionierung: Das gleiche Molekül geht aus einer mittleren Oxidationsstufe gleichzeitig in eine höhere und eine niedrigere über.

Da bei dieser Reaktion ein Partner gleichzeitig oxidiert und reduziert wird, nennt man die Reaktion **Disproportionierung**.

Sym- oder Komproportionierung

Bei der Chlorherstellung aus HCl, Mn^{2+} und $KMnO_4$ bildet sich Braunstein MnO_2.

$$2MnO_4^- + 2K^+ + 3Mn^{2+} + 6Cl^- + 6H_2O \rightarrow 5MnO_2 + 2K^+ + 6Cl^- + 4H_3O^+$$

$$\text{Reduktion: } \overset{+7}{Mn}O_4^- + 3e^- \rightleftharpoons \overset{+4}{Mn}O_2 \quad |\cdot 2$$

$$\text{Oxidation: } \overset{+2}{Mn}^{2+} \rightleftharpoons \overset{+4}{Mn}O_2 + 2e^- \quad |\cdot 3$$

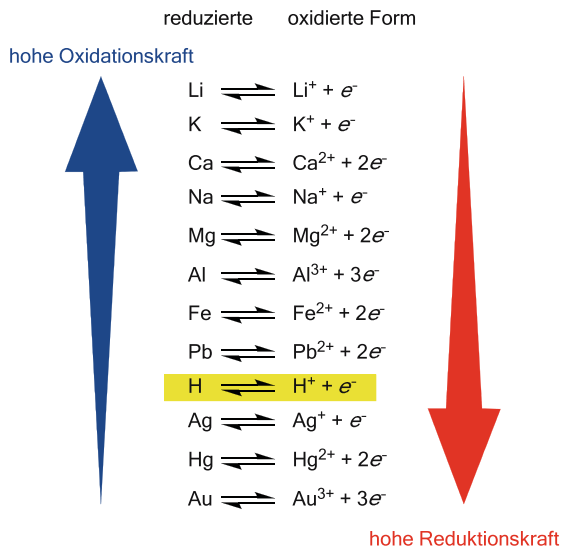
► Sym- oder Komproportionierung: Umkehrung der Disproportionierung

Da bei dieser Reaktion 2 Partner zum gleichen Produkt oxidiert und reduziert werden, nennt man die Reaktion **Sym- oder Komproportionierung**.

8.4.5 Redoxreihe

Metalle haben ein unterschiedliches Bestreben Elektronen abzugeben, oder andersrum gesagt, ihre Ionen haben ein unterschiedliches Bestreben Elektronen aufzunehmen. Dementsprechend lässt sich eine Redoxreihe aufstellen (◘ Abb. 8.33) (◘ Tab. 8.9).

Metalle, die ungern oxidiert werden, nennt man **Edelmetalle**, sie stehen unterhalb von H in der ◘ Abb. 8.33. Metalle, die gern oxidiert werden, nennt man **unedle Metalle**, sie stehen oberhalb von H. **Unedle Metalle sind deshalb viel bessere Reduktionsmittel als Edelmetalle. Und Edelmetallionen sind viel bessere Oxidationsmittel als Ionen unedler Metalle. Eine spontane Redoxreaktion kann**



◘ **Abb. 8.33.** Spannungsreihe

Tab. 8.9. Normalpotenziale ausgewählter Systeme (Standardbedingungen: Druck: 1,1013 bar, Temperatur 25°C (298 K), Konzentration: 1 mol l^{-1})

Element	Oxidierte Form	Elektronen		Reduzierte Form	E^0 [V]
Fluor (F)	F_2	$+2e^-$	⇌	$2F^-$	+2,87 V
Sauerstoff (O)	$H_2O_2+2\,H_3O^+$	$+2e^-$	⇌	$4\,H_2O$	+1,78 V
Gold (Au)	Au^{3+}	$+3e^-$	⇌	Au	+1,42 V
Chlor (Cl)	Cl_2	$+2e^-$	⇌	$2\,Cl^-$	+1,36 V
Brom (Br)	Br_2	$+2e^-$	⇌	$2\,Br^-$	+1,07 V
Quecksilber (Hg)	Hg^{2+}	$+2e^-$	⇌	Hg	+0,85 V
Silber (Ag)	Ag^+	$+e^-$	⇌	Ag	+0,80 V
Schwefel (S)	S	$+2e^-$	⇌	S^{2-}	+0,48 V
Kupfer (Cu)	Cu^{2+}	$+2e^-$	⇌	Cu	+0,34 V
Zinn (Sn)	Sn^{4+}	$+2e^-$	⇌	Sn^{2+}	+0,15 V
Wasserstoff (H_2)	$2H^+$	$+2e^-$	⇌	H_2	0
Eisen (Fe)	Fe^{3+}	$+3e^-$	⇌	Fe	-0,04 V
Blei (Pb)	Pb^{2+}	$+2e^-$	⇌	Pb	-0,13 V
Zinn (Sn)	Sn^{2+}	$+2e^-$	⇌	Sn	-0,14 V
Eisen (Fe)	Fe^{2+}	$+2e^-$	⇌	Fe	-0,41 V
Zink (Zn)	Zn^{2+}	$+2e^-$	⇌	Zn	-0,76 V
Wasserstoff	$2\,H_2O$	$+2e^-$	⇌	$H_2+2\,OH^-$	-0,83 V
Chrom (Cr)	Cr^{2+}	$+2e^-$	⇌	Cr	-0,91 V
Aluminium (Al)	Al^{3+}	$+3e^-$	⇌	Al	-1,66 V
Magnesium (Mg)	Mg^{2+}	$+2e^-$	⇌	Mg	-2,38 V
Natrium (Na)	Na^+	$+e^-$	⇌	Na	–2,71 V
Kalium (K)	K^+	$+e^-$	⇌	K	–2,92 V
Lithium (Li)	Li^+	$+e^-$	⇌	Li	–3,02 V

nur eintreten, wenn ein Partner, der links oben in der Tabelle steht, Elektronen an einen Partner abgibt, der rechts unten steht.

Hätten Sie's gewusst?

Korrosion am Auspuff – ein teures Ende

Der Auspuff fällt oft erst auf, wenn er laut wird. Dann ist es bereits zu spät, ein neuer muss her. Und das kann richtig ins Geld gehen. Meist kommt das Ende mit Schrecken: Dann wird es plötzlich extrem laut unterm Auto oder der Auspuff schleift gar Funken sprühend über den Asphalt.

Allerdings zerstört sich der Auspuff nicht schlagartig, sondern schleichend. Wobei gegen Naturgewalten wenig auszurichten ist, denn um Regen oder Streusalz können höchstens Autosammler einen Bogen machen. Aber jeder Autofahrer kann das Rosten von innen verlangsamen. Die Lösung ist ganz einfach: Kurzstrecken vermeiden! Denn dabei erwärmt sich die Anlage nicht genug, in den Schalldämpfern staut sich Kondenswasser – pro verbrauchtem Liter Benzin ein Liter Wasser. In Verbindung mit den Abgasen bilden sich daraus schwache Säuren, die den Blechmantel der Auspufftöpfe angreifen.

▼

Jedoch sind v. a. Auspuffanlagen moderner Autos inzwischen sehr widerstandsfähig gegen Korrosion. Viele Hersteller fordern von ihren Auspuffherstellern zumindest für die innere Hülle ihrer doppelwandigen Schalldämpfer Edelstahl als Material; für die Außenhülle kommt, je nach Preis, aluminiumbeschichtetes Stahlblech oder Edelstahl zum Einsatz.

Unedle Metalle werden durch saure Flüssigkeiten oxidiert, diesen Vorgang nennt man **Säurekorrosion**. Salzsäure reagiert mit Eisen, es entsteht Wasserstoff. Dies ist eine Redox-Reaktion.

$Fe + 2H^+ \rightarrow Fe^{2+} + H_2$

$Fe + 3H^+ \rightarrow Fe^{3+} + {}^3/_2\, H_2$

Fe gibt Elektronen ab, wird also oxidiert, das Proton nimmt Elektronen auf, wird also reduziert. Fe ist das Reduktionsmittel, das Proton Oxidationsmittel.

8.4.6 Galvanisches Element

► In einer Halbzelle taucht eine Elektrode in einen geeigneten Elektrolyten (= Ionen leitendes Medium)

► Verknüpft man zwei Halbelemente, erhält man ein galvanisches Element.

Beispiel eines galvanischen Elements (■ Abb. 8.34): Ein Kupferstab taucht in eine $CuSO_4$-Lösung, dies ist eine Halbzelle. Diese Halbzelle ist über eine Salzbrücke (oder ein Gefäß mit Diaphragma) mit einer anderen Halbzelle verbunden, in diesem Fall mit einer, in der ein Zinkstab in eine $ZnSO_4$-Lösung taucht.

Da Zn ein besseres Reduktionsmittel ist als Cu, überwiegt in der Zinkhalbzelle der Lösungsdruck ($Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$). In der Kupferhalbzelle überwiegt hingegen der Abscheidungsdruck ($Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$). Das heißt in jeder Halbzelle existiert ein charakteristisches Potenzial, entsprechend der Reduktions- bzw. Oxidationsstärke des betreffenden Redoxpaares. Ein galvanisches Element mit einer Kupfer- und einer Zinkhalbzelle nennt man **Daniell-Element**.

Werden zwei unterschiedliche Halbzellen leitend verbunden, so finden folgende Reaktionen statt:

1. Halbzelle mit dem stärkeren Reduktionsmittel:
   $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$ Oxidation, also ist dies die Donatorhalbzelle.
2. Halbzelle mit dem stärkeren Oxidationsmittel:
   $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$ Reduktion, also ist dies die Akzeptorhalbzelle.

► Kationen wandern zur Kathode. Dort ist der Ort der Reduktion.

An der Kathode wird reduziert. Also liegt an der Kupferhalbzelle der (+)-Pol= Kathode und an der Zinkhalbzelle der (–)-Pol= Anode. Allgemein gilt: bei einer Elektrolyse ist die Kathode die negative

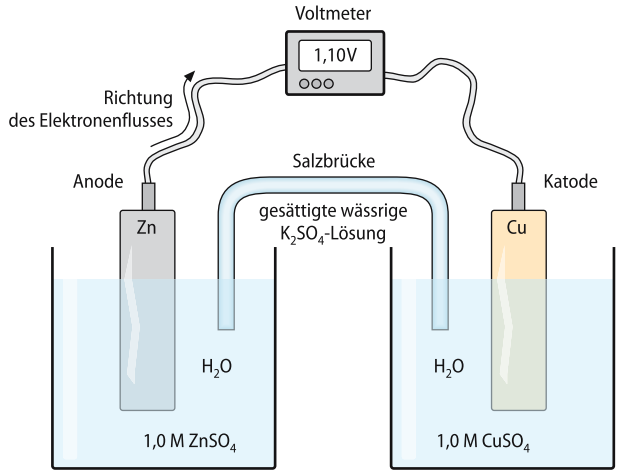


Abb. 8.34. Galvanisches Element

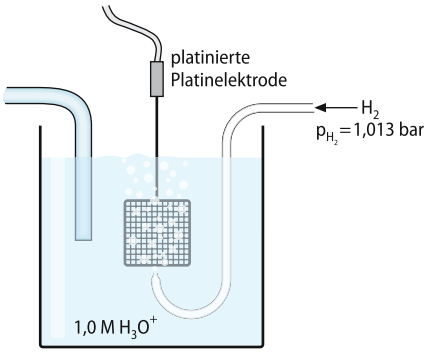


Abb. 8.35. Standard-Wasserstoffhalbzelle

Elektrode, die Anode ist die positive Elektrode; bei Batterien und bei galvanischen Elementen aber ist die Kathode die positive Elektrode und die Anode die negative Elektrode.

Wird ein Voltmeter in den Stromkreis bzw. eine Gegenspannung angelegt, so ist kein Stromfluss möglich, es wird nur die Potenzialdifferenz zwischen beiden Halbzellen als Spannung gemessen.

Das elektrochemische Potenzial eines Redoxpartners alleine ist nicht messbar. Man benötigt eine Bezugshalbzelle: die **Standard-Wasserstoffhalbzelle** (Abb. 8.35). Eine platinierte Platinelektrode taucht in eine 1-molare saure Lösung bei 298 K und 1013 hPa. **Das elektrochemische Potenzial der Standard-Wasserstoffhalbzelle beträgt vereinbarungsgemäß 0. E_0(1/2 H_2/H^+)=0. E_0 bedeutet Standardpotenzial.**

Wird eine beliebige Halbzelle mit einem Redoxpaar mit der Standard-Wasserstoffhalbzelle verschaltet, so misst man eine bestimmte Spannung. Diese entspricht dem Standardpotenzial des beliebigen Redoxpaares. Der Pol dieser beliebigen Halbzelle ergibt das Vorzeichen des Potenzials.

Auf diese Weise wurde die so genannte Spannungsreihe mit den Standardpotenzialen der einzelnen Redoxpaare festgelegt (Tab. 8.9).

Nun können wir die Spannung (das Potenzial) berechnen, das ein Voltmeter anzeigen würde, wenn wir zwei beliebige Halbzellen miteinander verschalten.

► ΔE_0=E_0 (Akzeptorhalbzelle) minus E_0 (Donatorhalbzelle); Merkspruch: Aedo

ΔE_0=E_0 (Akzeptorhalbzelle) minus E_0 (Donatorhalbzelle).

Bei einem galvanischen Element fließen die Elektronen immer vom Partner mit dem negativeren Potenzial zu dem Partner mit dem positiveren.

Beispiel Daniell-Element:

$\Delta E_0 = E_0\,(Cu/Cu^{2+}) - E_0\,(Zn/Zn^{2+})$

$\Delta E_0 = +0{,}35\ V - (-0{,}76\ V)$

$\Delta E_0 = 1{,}11\ V$

Wie schon oben erwähnt, findet eine Redox-Reaktion nur spontan statt, wenn Elektronen vom Partner links oben zum Partner rechts unten fließen. Dies können wir jetzt an der Tabelle beobachten.

So findet also eine Redoxreaktion statt, bei der Zn 2 Elektronen an Cu^{2+} abgibt, allerdings z. B. keine Reaktion, bei der Ag ein Elektron an K^+ abgeben soll.

► Wenn eine Redoxreaktion spontan abläuft, dann ist die Spannung zwischen den beiden Halbzellen positiv.

Dies können wir auch unter folgender Vorgabe berechnen: **Wenn eine Redoxreaktion spontan abläuft, dann ist die Spannung zwischen den beiden Halbzellen positiv.**

$\Delta E_0 = E_0\,(Cu/Cu^{2+}) - E_0\,(Zn/Zn^{2+}) = 1{,}11\ V$; die Spannung ist positiv.

$\Delta E_0 = E_0\,(K/K^+) - E_0\,(Ag/Ag^+) = -2{,}12$; die Spannung ist negativ.

8.4.7 Nernst-Potenzial

Die Potenziale sind abhängig von der Konzentration und der Temperatur des Lösungsmittels. Bisher sind wir davon ausgegangen, dass die Metalllösungen 1-molar sind und bei 298 K gemessen wird. Wenn wir die Konzentration oder die Temperatur verändern, verändert sich das Potenzial auch.

► Die Nernst-Gleichung beschreibt die Konzentrationsabhängigkeit der elektromotorischen Kraft.

Für die Konzentrationsabhängigkeit der elektrochemischen Potenziale (elektromotorischen Kraft, EMK) gilt die **Nernst-Gleichung**:

$$E = E_0 + \frac{RT}{zF} \ln\left(\frac{c_{ox}}{c_{red}}\right)$$

(R= Gaskonstante=8,31451 J · mol^{-1} · K^{-1}, T= Temperatur (Standard sind 298 K), z= Anzahl der übertragenen Elektronen, F= Faraday-Konstante=96485,3383 C · mol^{-1}, c_{red}= Konzentration der reduzierten Form, c_{ox}= Konzentration der oxidierten Form)

Die Nernst-Gleichung kann vereinfacht werden, wenn man als T=298 K annimmt, die Werte für R und F einsetzt und den natürlichen in den dekadischen Logarithmus umwandelt (► Kap. 1.4.3, Mathe).

$$E = E_0 + \frac{0{,}059}{z} \log \frac{c_{ox}}{c_{red}}$$

Anwendungen der Nernst-Gleichung zeigen folgende **Beispiele**:

Cu/Cu^{2+}-Halbzelle, $c(Cu^{2+})$=0,001 mol/l

$$E_{Cu/Cu^{2+}} = E_0 + \frac{0{,}059}{z} \log \frac{c_{Cu^{2+}}}{c_{Cu}}$$

c(Cu) entfällt bei elementaren Metallen als Red, da sich die Konzentration des festen Metalls im Laufe der Reaktion nicht ändert.

$$E_{Cu/Cu^{2+}} = 0{,}35\ V + \frac{0{,}059}{2} \log\ 0{,}001 = 0{,}262\ V$$

2 Cl$^-$/Cl$_2$–Halbzelle, $c(Cl^-)$=0,05 mol/l

$$E_{Cl^-/Cl_2} = E_0 + \frac{0{,}059}{2} \log \frac{c^2_{Cl_2}}{c_{Cl^-}}$$

c(Cl$_2$) entfällt bei elementaren Nichtmetallen als Ox.

$$E_{Cl^-/Cl_2} = 1{,}36\ V + \frac{0{,}059}{2} \log \frac{1}{0{,}05^2} = 1{,}44\ V$$

8.4.8 Batterie

► In einer Batterie wird chemische in elektrische Energie umgesetzt.

► Bei der Alkali-Mangan-Batterie besteht der Pluspol aus Mangan(IV)-oxid und wird reduziert; der Minuspol besteht aus Zink und wird oxidiert.

In einer Batterie wird chemische in elektrische Energie umgesetzt (■ Abb. 8.36). **Eine Batterie besteht aus einem Minuspol (Anode), der oxidiert wird, einem Pluspol (Kathode), der reduziert wird, und einem Elektrolyten, der eine gute elektrische Leitfähigkeit hat.**

Der Elektrolyt ist alkalisch und besteht aus Kaliumhydroxid. Der Pluspol besteht aus Mangan(IV)-oxid, der Minuspol aus Zink.

Minuspol: $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$

Pluspol: $2MnO_2 + 2e^- + 2H_2O \rightarrow 2MnO(OH) + 2OH^-$

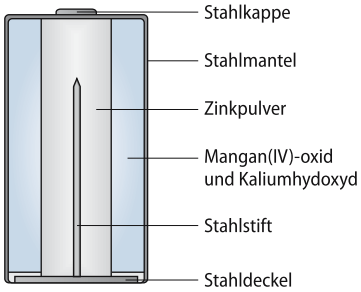


Abb. 8.36. Die Alkali-Mangan-Batterie

Die entstandenen Zink- und Hydroxid-Ionen wandern in den Elektrolyten und würden hier schwer lösliches Zinkhydroxid bilden und die Leitfähigkeit verringern. Da aber im Elektrolyten bereits eine Konzentration an Hydroxid-Ionen vorhanden ist, wird dies verhindert – es kommt zu leicht löslichem $Zn(OH)_4^-$.

$$Zn(OH)_2 + 2OH^- \rightarrow [Zn(OH)_4]^{2-}$$

Je mehr man die Batterie verwendet, umso mehr Zink löst sich auf und es entsteht schwer lösliches Zinkhydroxid. Das heißt der Innenwiderstand nimmt zu und die Batterie kann immer weniger Energie liefern.

$$Zn^{2+} + 2OH^- \rightarrow Zn(OH)_2$$

8.4.9 Elektrolyse

► Bei einer Elektrolyse wird elektrische Energie in chemische umgewandelt; es ist die Umkehrung der in einer Batterie spontan ablaufenden Redoxreaktion.

Eine Elektrolyse beim Laden einer Batterie ist die Umkehrung der spontan ablaufenden Redoxreaktion. Der Ablauf einer Redoxreaktion wird durch elektrische Energie erzwungen. Die elektrische Energie wird in chemische umgewandelt (Abb. 8.37).

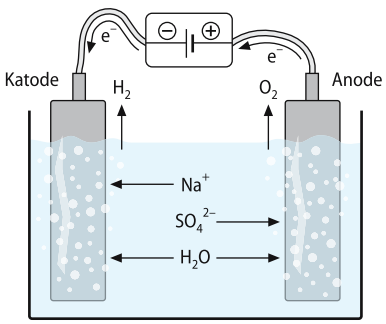


Abb. 8.37. Elektrolyse einer wässrigen Na_2SO_4-Lösung

Es gilt:

- (–)-Pol: Kathode (! Bei galvanischen Elementen ist es umgekehrt), hier findet die Reduktion statt.
- (+)-Pol: Anode, hier findet die Oxidation statt.

Theoretisch könnten beiden Reaktionen ablaufen, wie man in der Spannungstabelle sieht.

(–)-Pol: Kathode und Reduktion:

[a] $Na^+ + e^- \rightarrow Na$ $\quad E^0 = -2{,}71$ V

[b] $2H_2O + 2e^- \rightarrow H_2 + 2\,OH^-$ $\quad E^0 = -0.41$ V

Das bessere Oxidationsmittel wird reduziert.

(+)-Pol: Anode und Oxidation:

$$[c]\ 2SO_4^{2-} \rightarrow S_2O_8^{2-} + 2\ e^- \qquad E^0 = 2{,}01\ V$$

$$[d]\ 3H_2O \rightarrow \frac{1}{2}O_2 + 2H_3O^+ + 2\ e^- \qquad E^{pH=7} = 0{,}82\ V$$

Das bessere Reduktionsmittel mit dem kleineren Potenzial wird oxidiert:

$$[b] + [d]: H_2O \rightarrow H_2 + \frac{1}{2}O_2$$

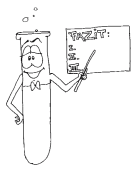
$$E = 0.82\ V - (-0{,}41V) = 1{,}23V$$

Die beiden Teilreaktionen, die mit den Potenzialen am engsten zusammenliegen, laufen ab; d. h. der Unterschied von den 2 Potenzialen ist am kleinsten.

► Der durch äußere Spannung verursachte Stromfluss erzeugt ein galvanisches Element. Eine sichtbare Elektrolyse tritt ein, wenn das Abscheidungspotenzial (Zersetzungsspannung) besteht.

Der durch äußere Spannung verursachte Stromfluss erzeugt ein galvanisches Element. Eine sichtbare Elektrolyse tritt erst ein, wenn die äußere Spannung gleich oder größer ist als die Spannung des galvanischen Elements, diese Spannung heißt **Abscheidungspotenzial (Zersetzungsspannung)**. Der vor dem Erreichen des Abscheidungspotenzials fließende Strom entsteht durch Abdiffundieren der Gase in die Lösung.

Wenn man die Zersetzungsspannung berechnet, stellt man fest, dass die experimentell gemessene größer ist, diese Differenz heißt **Überspannung**. Überspannung tritt v. a. auf, wenn bei der Elektrolyse Gase abgeschieden werden. Die Überspannung hängt ab von der Art des Gases, dem Elektrodenmaterial und der Elektrodenoberfläche.



kurz & knapp

- Oxidation = Elektronenabgabe, Reduktion = Elektronenaufnahme
- Oxidationsmittel oxidiert, nimmt somit Elektronen auf und wird selbst reduziert
- Reduktionsmittel reduziert, gibt Elektronen ab und wird selbst oxidiert
- Kopplung von Reduktion und Oxidation→Redoxreaktionen
- Oxidationszahlen sind formale Ladungen; Änderungen der Oxidationszahlen im Laufe einer Reaktion zeigen Redoxreaktionen an
- Aufstellung stöchiometrischer Redoxgleichungen:
  - Edukte sammeln
  - Teilgleichungen für Reduktion und Oxidation
  - Teilgleichungen so kombinieren, dass die Zahl der abgegebene Elektronen der Anzahl der aufgenommenen entspricht (Elektronenbilanz)
  - Ladungen ausgleichen, indem man bei Reaktion im Saurem H^+- bzw. H_3O^+-Ionen bzw. bei Reaktion im alkalischen OH^--Ionen zufügt (Ladungsbilanz)
  - Atombilanz H und O durch Wassermoleküle (Atombilanz)
- Spannungsreihe: Potenzial gegen die Normal-Waserstoffzelle
- Durch Zusammenschalten zweier Halbzellen – einer Donor- und einer Akzeptorzelle – entsteht ein galvanisches Element. Chemische Energie wird in elektrische Energie umgewandelt (Batterie).
- Die Nernst-Gleichung beschreibt die Temperatur- und Konzentrationsabhängigkeit des elektrochemischen Potenzials.
- Elektrolyse: Umkehrung einer spontan ablaufenden Redoxreaktion.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Übungsaufgabe zur Oxidationszahl: Bestimmen Sie die Oxidationszahlen von: $HClO_4$, MnO_4^-, H_2S, H_2 — Aufgabe 1

Lösung 1: $\overset{+1\ +7\ -2}{HClO_4}$, $\overset{+7\ -2}{MnO_4^-}$, $\overset{+1}{H_2}\ \overset{-2}{S}$, $\overset{0}{H_2}$

Aufgabe 2: Übungsaufgabe zur Redox-Reaktion: Stellen Sie die Reaktion von Kaliumpermanganat mit Eisensulfat in saurer Lösung (Schwefelsäure) auf. — Aufgabe 2

Lösung 2:

$$K^+ + MnO_4^- + 5Fe^{2+} + 5So_4^{2-} + 8H_3O^+ + 4SO_4^{2-} \rightarrow K^+ + Mn^{2+} + 5Fe^{3+} + 9SO_4^{2-} + 12H_2O$$

- Reduktion: $MnO_4^- + 5e^- \rightarrow Mn^{2+}$
- Oxidation: $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + e^- \quad |\cdot 5$

Aufgabe 3: Übungsaufgabe zu Galvanischen Elementen: Berechnen Sie die Spannung zwischen einer Magnesium- und einer Zinkhalbzelle. — Aufgabe 3

Lösung 3: Da Magnesium laut Tabelle das bessere Reduktionsmittel ist (weil es weiter oben steht), ist dies die Donatorzelle. Zink ist so die Akzeptorhalbzelle.
$\Delta E^0 = E^0$ (**A**kzeptorhalbzelle) minus $\mathbf{E}^0$ (**Do**natorhalbzelle)
$\Delta E^0 = E^0$ (Zn/Zn^{2+})-(Mg/Mg^{2+})
ΔE^0=-0,76 V-(-2,38 V)=1,62 V

Alles klar!

Chemie beim Alkoholtest

Alcotest-Röhrchen zur Überprüfung des Alkoholpegels enthalten Schwefelsäure und Kaliumdichromat ($K_2Cr_2O_7$). Bei Anwesenheit von Alkohol (Ethanol) verfärbt sich der Inhalt des Röhrchens von orange-rot nach grün. Wenn dies der Fall ist, können die Polizeibeamten so den Fahrer mit auf die Polizeiwache nehmen und dort von einem Arzt Blut abnehmen lassen zur weiteren Bestimmung des Alkoholpegels. Die Reaktion im Alcotest-Röhrchen ist eine Redoxreaktion. Ethanol wird zu Ethanal oxidiert und Dichromat-Ionen werden zu Cr^{3+}-Ionen reduziert. Die Reaktion findet im sauren Milieu (Schwefelsäure) statt.

Zur Verdeutlichung wird nochmals gezeigt, wie man eine Redoxreaktion mit Halbstrukturformel aufstellt.

$$2K^+ + Cr_2O_7^{2-} + 2H_3O^+ + SO_4^{2-} + H_3C-CH_2-OH \rightarrow 2K^+ + 2Cr^{3+} + H_2O + SO_4^{2-} + H_3C-CHO$$

Zur Erinnerung: Es sind 2 K^+, weil die Formel $K_2Cr_2O_7$ heißt und außerdem zum Ausgleich der zweifach negativen Ladung von $Cr_2O_7^{2-}$ eine zweifach positive Ladung benötigt wird.

Die Oxidationszahl des Chroms im Dichromat ist +7, das entscheidende Kohlenstoffatom im Ethanol hat OZ –1, im Ethanal +1.

$$2K^+ + Cr_2O_7^{2-} + 2H_3O^+ + SO_4^{2-} + H_3C-CH_2-OH \rightarrow 2K^+ + 2Cr^{3+} + H_2O + SO_4^{2-} + H_3C-CHO$$

Reduktion: $2Cr_2O_7^{2-} + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+}$

Oxidation: C (Ethanol) $\rightarrow$ C (Ethanal) $+ 2e^- \quad |\cdot 3$

$$2K^+ + Cr_2O_7^{2-} + 2H_3O^+ + SO_4^{2-} + 3H_3C-CH_2-OH \rightarrow 2K^+ + 2Cr^{3+} + H_2O + SO_4^{2-} + H_3C-CHO$$

▼

Ladungsbilanz: links: 0 rechts: +6
Also fügen wir links 6 H_3O^+ zu, gibt 8 H_3O^+. Und da Schwefelsäure die Formel H_2SO_4 hat, muss man 8:2=4 Moleküle SO_4^{2-} hinzufügen; da man es auf beiden Seiten zugibt, spielt das auch bei der Ladungsbilanz keine Rolle mehr.

$$2K^+ + Cr_2O_7^{2-} + 8H_3O^+ + SO_4^{2-} + 3H_3C - CH_2 - OH \rightarrow 2K^+ + 2Cr^{3+} + H_2O + SO_4^{2-} + H_3C - CHO$$

Atombilanz: links 21 O, 42 H; rechts: 8 O, 16 H.
42 H-12 (Ethanal)=30. Man braucht also noch 30 H zum Ausgleich im Wassermolekül, also 15 H_20.

$$2K^+ + Cr_2O_7^{2-} + 8H_3O^+ + 4SO_4^{2-} + 3H_3C - CH_2 - OH \rightarrow 2K^+ + 2Cr^{3+} + H_2O + SO_4^{2-} + H_3C - CHO$$

Vermutlich war diese Rechnerei den Leuten zu kompliziert und die Polizei setzt heute keine Dichromat-Alcoteströhrchen mehr ein, sondern elektronische Messgeräte. Aber auch hier hat das Messprinzip – neben optischen (spektroskopischen) Methoden – auch noch etwas mit Redoxchemie zu tun!

8.5 Chemische Reaktionsenergetik und -kinetik

Karin Baur

- Begriffserklärung
- **Energetik**
  - 1. Hauptsatz der Thermodynamik
  - Reaktionsenthalpie
  - Entropie
  - Gibbs freie Energie
- **Kinetik**
  - Reaktionsgeschwindigkeit
  - Aktivierungsenergie
  - Katalyse
  - Reaktionsordnung

Wie jetzt?

Airbag

Nicht viele Studenten können oder wollen in unmittelbarer Nähe zu ihrem Elternhaus eine Uni besuchen. Deshalb müssen sie oftmals weite Wege zwischen Ausbildungsstätte und ihrer Familie hin und her pendeln. Zug, Bus oder andere Mitfahrgelegenheiten gelten als eher unpraktisch und so nutzt, wer kann, bevorzugt das Auto. Das ist allerdings nicht ganz ungefährlich: jährlich sterben in Deutschland circa 6000 Menschen bei Autounfällen. Dass diese Zahl nicht noch größer ist, haben wir einer Erfindung aus den 1950er Jahren zu verdanken. Sie schützt Fahrer und Beifahrer davor, gegen Lenkrad, Armaturen oder Windschutzscheibe geschleudert zu werden. Gemeint ist der Airbag, der mittlerweile serienmäßig in alle Neuwagen eingebaut wird. Grundlage des Funktionsmechanismus kann das an sich sehr gefährliche Natriumazid NaN_3 sein; aus wenig Substanz kann sehr schnell und effizient ein große Gasmenge zum Aufblasen des Airbags gewonnen werden.

Das Natriumazid wird beim Aufprall elektrisch gezündet, explodiert und der entstehende Stickstoff entweicht in kürzester Zeit in einen Plastiksack. Um den Schädel der Insassen nicht versehent-

▼

lich zu verletzen, ist es von großer Bedeutung, dass sich der Airbag nur bis zu einer bestimmten Größe aufbläst und auch nur, wenn er tatsächlich gebraucht wird. Dann muss es allerdings sehr schnell gehen, um die Bewegung des Kopfs und Oberkörpers nach vorne rechtzeitig abfangen zu können. Um diese Größen, Geschwindigkeit und Produktmenge, berechnen zu können, bedient man sich der Energetik und Kinetik dieser chemischen Reaktion.

8.5.1 Begriffsklärung

Bei einer chemischen Reaktion wandeln sich Stoffe samt ihrer Eigenschaften und Energiegehalte ineinander um. Dafür gibt es einige Regeln, die aus Experimenten abgeleitet sind und den Ausgang einer Reaktion ohne deren Durchführung vorhersagen können.

Die Energiebilanz einer Reaktion ist gleichwertig neben ihrer Stoffbilanz zu betrachten. Zumindest offiziell…

Dieses Kapitel handelt also von Energien. Doch was genau ist jetzt **Energetik** im Gegensatz zu **Kinetik**?

Die Energetik beschreibt die Änderung der Energiezustände der beteiligten Moleküle vor und nach einer Reaktion. Sie betrachtet dabei nur den Anfangs- und Endzustand einer Reaktion unabhängig vom Weg, auf dem der Endzustand erreicht wird. Damit lässt sich beurteilen, wie vollständig eine Reaktion abläuft. Für eine Gleichgewichtsreaktion bedeutet das, welche Konzentrationen die Edukte und Produkte nach Erreichen des Gleichgewichts haben. Dies ist besonders für chemische Reaktionen in lebenden Organismen sowie für die Chemie- und Pharmaindustrie von großer Bedeutung.

► Die Energetik beschreibt die Energiebilanz einer Reaktion, die Kinetik den Weg dieser Reaktion.

Die Kinetik beschreibt die Geschwindigkeit, mit der sich die Konzentrationen der Edukte und Produkte ändern. Sie quantifiziert die Geschwindigkeit einer Reaktion, wie rasch ein chemisches Gleichgewicht erreicht wird und damit den Weg, den eine Reaktion nimmt. Zentraler Punkt in der kinetischen Betrachtungsweise einer chemischen Reaktion ist der **Übergangszustand**. Mathematisch betrachtet handelt es sich hierbei um ein Maximum der Kurven, die Edukte und Produkte verbindet (► Kap. 8.5.4).

► Die Kinetik beschreibt die Geschwindigkeit, mit der sich die Konzentrationen der Edukte und Produkte ändern.

Beispiel. Man kann die Energetik und Kinetik auch mit einer Autofahrt vergleichen: Ich will von A nach B. Die Energetik beschreibt nur den Punkt A im Vergleich zum Ziel B. Ihr ist dabei egal, ob man über eine Landstraße, Bundesstraße oder Autobahn fährt oder auch mit dem Hubschrauber fliegt. Das ist das Interesse der Kinetik. Oft gibt es in der Chemie auch mehrere (denkbare) Wege, um von A nach B zu kommen. Welcher besser ist, entscheidet die Kinetik anhand des Übergangszustandes.

8.5.2 Energetik

8.5.2.1 Hauptsätze der Thermodynamik

Thermodynamik (griechisch: thermos = warm; dynamis = Kraft) ist mit dem Begriff der Energetik gleichzusetzen. Wie schon erwähnt, werden damit die Energieverhältnisse und deren Auswirkungen auf die chemischen Reaktionen beschrieben.

► Es gibt insgesamt 3 Hauptsätze der Thermodynamik. Diese sind nicht beweisbare, fundamentale Annahmen (Erfahrungssätze), auf denen die Thermodynamik aufbaut.

Es gibt wichtige Grundregeln, die für das tiefere Verständnis dieses Kapitels unerlässlich sind und hier noch einmal kurz erwähnt werden sollen:

1. Hauptsatz der Thermodynamik

Energie kann von einer Form in eine andere umgewandelt werden, sie kann aber weder erzeugt noch vernichtet werden. Dieser Hauptsatz besagt vereinfacht, dass Energie niemals verloren geht oder erzeugt wird. Sie wird

- umgewandelt,
- an die Umgebung abgegeben,
- in Stoffen gespeichert oder
- in chemische oder physikalische Reaktionen gesteckt.

► 1. Hauptsatz mal anders: es gibt kein Perpetuum Mobile (1. Art).

Innerhalb eines abgeschlossenen Systems, in dem also weder ein Stoff- noch ein Energieaustausch mit der Umwelt möglich ist, bleibt die Gesamtenergie gleich.

Für den Verlauf einer chemischen Reaktion spielen also Energien eine entscheidende Rolle. Sie können in verschiedenen Formen auftreten:

► Wichtige Energieformen in der Chemie: Wärme, elektrische Energie, Licht

Meistens kommt Energie in Form von **Reaktionswärme** vor. Sie ist gut messbar und kann auch leicht mit der Umgebung ausgetauscht werden. Daneben kommt es auch zum Austausch von **elektrischer Energie**, z. B. bei Redoxreaktionen (► Kap. 8.4). Diese Energie wird zum Antreiben der chemischen Reaktion, bei Elektrolyse oder beim Aufladen des Akkus verwendet. Die dritte Möglichkeit ist die **Lichtenergie**. Grüne Pflanzen, Algen und Mikroorganismen betreiben Fotosynthese, das wohl bekannteste Beispiel für Umwandlung von Licht in chemische Energie. Dieses Reaktionssystem ist eine entscheidende Voraussetzung für die Existenz des Lebens auf der Erde.

8.5.2.2 Die Reaktionsenthalpie ΔH

► Enthalpie: ΔH

Die **Reaktionswärme** ist gleichbedeutend mit dem Begriff der **Reaktionsenthalpie**, abgekürzt ΔH (griechisch: en = darin; thalpos = Wärme). Beide beschreiben die Wärmemenge, die sich zwischen einem System und der Umgebung austauscht. Sie wird häufig zusammen mit der Reaktionsgleichung angegeben. Es handelt sich bei diesen Messungen um Vergleiche von Zustandsgrößen, die lediglich bei einer Änderung gemessen werden können. Deshalb schreibt man auch immer ΔH (oder auch dH), da durch das Δ immer eine Differenz angedeutet ist.

Da nie absolut gemessen wird, sondern immer Differenzen im Vergleich, ist es notwendig, definierte und gut anwendbare Rahmenbedingungen zu schaffen. Nur so lassen sich die gewonnenen Zahlenwerte für chemische Reaktionen vergleichen. Deshalb wurden folgende Beträge als **Standardbedingungen** festgelegt:

- Normaldruck: 1,013 bar=1 atm
- Normaltemperatur: 25°C=298 K
- Stoffmenge, die umgesetzt wird: 1 mol

► Das hochgestellte ° steht immer für Standardbedingungen!

ΔH° kürzt die Reaktionsenthalpie unter diesen Standardbedingungen ab. Sie ist genau definiert als die Reaktionswärme, die zu- bzw. abgeführt werden muss, um die Temperatur gleichbleibend bei 298 K zu halten. Durch diese Durchführung der Versuche bei **konstantem Druck (isobar)** und **konstanter Temperatur (isotherm)** wird jede Reaktion vergleichbar und beliebig oft reproduzierbar.

► Exotherme Reaktion =ΔH<0

Es gibt **zwei Grundtypen von Reaktionen,** exotherme und endotherme. Bei der einen wird Energie an die Umgebung abgegeben, bei der anderen muss Wärme aufgenommen werden, damit die Ausgangsstoffe überhaupt reagieren.

► Reaktionswärme ist die Differenz der Enthalpie H zwischen Produkten und Edukten.

Exotherme Reaktionen

Wird also im Verlauf einer Reaktion Energie frei, so bezeichnet man diese als **exotherm** (◘ Abb. 8.38). Die Edukte sind in diesem Fall energiereicher als die Produkte. Die überschüssige Energie, die zuvor als innere Energie (U) in den Ausgangsstoffen gespeichert war, wird in Form von Wärme freigesetzt.

Δ H° (Reaktion) = Summe ΔH°(Produkte)–Summe ΔH° (Edukte) in kJ mol^{-1}

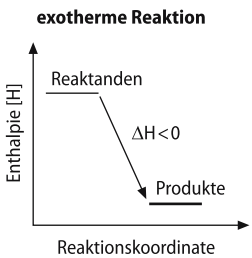
Die Reaktionswärme ist als Differenz der Enthalpie H zwischen Produkten und Edukten definiert. Aus der Gleichung ergibt sich:

ΔH<0 für **exotherme Reaktionen**, da H (Edukte) > H (Produkte).

Ein **Beispiel** hierfür ist die Knallgasreaktion:

$2\,H_{2(g)} + 2\,O_{2(g)} \rightarrow 2\,H_2O_{(l)}$; ΔH°=-286 kJ mol^{-1}; hier gilt ΔH=2 · ΔH°=-572 kJ mol^{-1}

Da hier 2 mol H_2O entstehen, muss die Standard-Reaktionsenthalpie ΔH° (gilt nur für einmolaren Umsatz) verdoppelt werden, um die tatsächliche Enthalpie ΔH zu erhalten. Nebenbei bemerkt sind ebenfalls die Aggregatzustände der beteiligten Stoffe zu beachten, da sie die Energieverhältnisse durch die unterschiedliche Beweglichkeit der Moleküle beeinflussen (► Kap. 8.5.2.3).



◘ **Abb. 8.38.** Energiediagramm einer exothermen Reaktion

Endotherme Reaktion

Muss allerdings Energie, in Form von Wärme, der Umgebung entzogen werden, damit die Ausgangsstoffe überhaupt miteinander reagieren, so spricht man von dem anderen Grundtyp: einer **endothermen Reaktion**.

► Endotherme Reaktion =ΔH>0

Entsprechend der o. g. Formel: Summe ΔH°(Produkte)-Summe ΔH°(Edukte) =ΔH° gilt in diesem Fall ΔH>0, weil die Produkte auf einem höheren Energieniveau liegen als die Edukte.

Kehrt man eine Reaktion um, müssen sich die Vorzeichen der Reaktionsenthalpien ebenfalls umkehren!

Ein **Beispiel** für eine solche endotherme Reaktion ist die biologisch wichtige **Fotosynthese**. Unter Lichteinfluss werden dazu Elektronen auf ein höheres Energieniveau angehoben. Die aufgenommene Energie wird dazu genutzt, um unter Energieverbrauch Glucose, Sauerstoff und Wasser herzustellen, die wiederum den Tieren und Menschen als Atmungs- (O_2) und Ernährungsgrundlage (Zucker = Kohlenhydrate) dienen.

$$6\,CO_2 + 6\,H_2O \xrightarrow{\text{Licht}} C_6H_{12}O_6 + 6\,O_2;\ \Delta H° = +2815\ \text{kJ mol}^{-1}$$

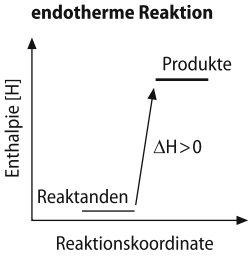


Abb. 8.39. Energiediagramm einer endothermen Reaktion

Satz von Heß – ΔH°-Werte in Reaktionskaskaden

Manche Reaktionen laufen unmittelbar nacheinander ab. Bei einer solchen Reaktionskaskade dürfen nach dem **Satz von Heß: ΔH ist unabhängig davon, ob eine Reaktion in einem oder mehreren Schritten abläuft** die ΔH°-Werte addiert bzw. subtrahiert werden. Die Gesamtenergiebilanz bleibt durch die Zwischenstufen unbeeinflusst. Ein Beispiel sind die Verbrennungsvorgänge innerhalb des menschlichen Körpers, bei denen Energie erst nach und nach in kleinen, gut zu verarbeitenden Portionen freigesetzt wird.

► Reaktionskaskade: Addition der ΔH°-Werte

Ein Beispiel für die Anwendung des Heßschen Satz:

a) $2\,C + 2\,O_2 \rightarrow 2\,CO_2 + \text{Wärme1}$
b) $2\,CO + O_2 \rightarrow 2\,CO_2 + \text{Wärme2}$

Interessiert einen jetzt die Wärme der nicht direkt messbaren Reaktion, gilt:

c) $2\,C + O_2 \rightarrow 2\,CO$

Nun kann man beide obige Reaktionen (a) und (b) kombinieren: (c)=(a)–(b) und kennt damit auch die Wärme, die frei wird:

$$2\,C + O_2 \rightarrow 2\,CO + (\text{Wärme1} - \text{Wärme2})$$

Hätten Sie's gewusst?

Die Sache mit den Kalorien

Die Energiewerte von Lebensmitteln werden ja bekanntlich in kcal mol^{-1} oder besser (seit der internationalen Einigung 1979) in kJ mol^{-1} angegeben. Damit ist die Energie gemeint, die bei deren »Verbrennung« im menschlichen Verdauungstrakt frei wird. Das hat in diesem Fall mit Feuerbestattung nichts zu tun. In der organischen Chemie ist der Energiegehalt einer Verbindung durch die Reaktion mit O_2 festgelegt. Man misst den Temperaturanstieg währenddessen in einem geschlossenen Behälter, genannt Kalorimeter, und berechnet daraus die experimentell bestimmte Verbrennungsenthalpie. Diese entspricht der Reaktionsenthalpie, die in einem analogen Vorgang in unserem Stoffwechsel insgesamt frei würde.

Laut Definition ist eine Kalorie der Energiebetrag, der nötig ist, um 1 g Wasser von 14,5°C auf 15,5°C zu erwärmen. Früher wurde ausschließlich die physikalische Einheit cal verwendet, heute findet sich immer häufiger kJ auf den Packungen der Müsliriegel. Die Umrechnung ist aber kein Problem:

1000 cal=1 kcal=4,18 kJ

► 1000 cal=1 kcal=4,18 kJ

▼

Nehmen wir zu viele dieser Kalorien zu uns, so steigt die Menge der ungeliebten Fettpölsterchen im Körper an. Denn eine übermäßige, zu energiereiche und ungesunde Nahrungsaufnahme führt nicht zu einer übermäßigen Erwärmung, sondern zu einer Speicherung der Energieüberschüsse. Wie wir alle wissen, können diese Energievorräte wieder freigesetzt und damit abgebaut werden, wenn die aufgenommene Nahrung nicht mehr den gesamten Energiebedarf des Körpers deckt. Dies ist bei strengen Diäten oder körperlicher Anstrengung der Fall. Dann werden die Fette in exothermen, also Energie liefernden Reaktionssequenzen, zu Fettsäuren hydrolysiert und dann schrittweise zu O_2, CO_2 und H_2O abgebaut bzw. verbrannt.

Allen Diätwahnsinnigen kann gesagt werden, dass nicht jedes Fett schlechtes Fett ist. Der menschliche Körper ist auf eine besondere Art des so genannten »Baufetts« angewiesen. Es kleidet die inneren Organe aus und schützt sie so vor Beschädigung durch Stöße oder ähnlichem. Es macht zwar nur einen sehr geringen Prozentsatz des Gesamtkörperfettgehalts aus, soll aber nicht unbeachtet bleiben. Genaueres dazu gibt's noch in Lehrbüchern der Anatomie, Biochemie und Histologie.

8.5.2.3 Die Reaktionsentropie ΔS

► Die Entropie – ein Maß für den Ordnungszustand eines Systems.

Das Maß für die Ordnung bzw. Unordnung eines Systems wird als Entropie ΔS bezeichnet. Die Entropie steigt mit zunehmender Unordnung. Das bedeutet vom festen über den flüssigen bis hin zum gasförmigen Aggregatszustand wird S, entsprechend der freien Bewegungsmöglichkeiten der Atome, immer positiver. Dies gilt beispielsweise während der Verdampfung einer Flüssigkeit:

► $S_{fest} < S_{flüssig} < S_{gas}$

$$H_2O\ (fl) \rightarrow H_2O\ (g)$$

Auch bei einer Vermehrung der Molekülanzahl auf Seiten der Produkte steigt die Reaktionsentropie ΔS, z. B. beim Zerfall eines Ausgangsstoffs in seine 2 oder mehr Komponenten:

$$2\ H_2O_2 \rightarrow 2\ H_2O + O_2$$

► Chemische Prozesse verlaufen so, dass die Entropie maximiert wird (2. Hauptsatz der Thermodynamik)

Dadurch nimmt ΔS Einfluss auf die Energiebilanz. Tritt durch die chemische Reaktion eine Zunahme der Entropie ein, so begünstigt das den Ablauf dieser Reaktion. Oder anders als 2. Hauptsatz der Thermodynamik formuliert: **2. Hauptsatz der Thermodynamik: Ein freiwillig ablaufender chemischer Prozess ist mit einer Entropiezunahme verbunden.**

Die Reaktionsentropie ΔS ist auch verantwortlich für die Diffusion von Teilchen zwischen unterschiedlich konzentrierten Lösungen bis hin zum Konzentrationsausgleich. Dadurch wird die Unordnung überall gleich groß. Dieser Vorgang kehrt sich nicht um, da keine Lösung freiwillig wieder »ordentlicher« werden möchte.

Hätten Sie's gewusst?

Konzentrationsausgleich = Katastrophe

Die Zellen des menschlichen Körpers sind auf Konzentrationsunterschiede angewiesen. Im Extrazellulärraum (EZM) befinden sich vermehrt Natriumkationen im Gegensatz zum Intrazellulärraum (IZM), in dem mehr Kalium$^+$ und negativ geladene Proteine vorliegen (■ Abb. 8.40). Auf Grund dieses Konzentrationsgefälles wandern die K^+-Ionen durch spezifische Ionenkanäle nach außen, um dort für annähernd gleiche Unordnung zu sorgen. Sie werden jedoch an der Membranoberfläche durch die größeren, negativ geladenen Proteine aus dem IZM festgehalten, welche die Zellmembran nicht passieren können. Dadurch entsteht das Ruhepotenzial von –70 mV zwischen der Außen- und Innenseite der Zellmembran (Nernst-Gleichung ► Kap. 8.4.7!).

Damit sich die unterschiedlich hohen Ionenkonzentrationen beider Seiten der Membran nicht mit der Zeit ausgleichen, bedient sich die Natur eines wirksamen Gegenmechanismus: Ionenpumpen, wie die Na^+-K^+-ATPase. Hier werden gegen das Konzentrationsgefälle 3 Na^+ nach außen und im Gegenzug 2 K^+ ebenfalls entgegen des Ionenstroms wieder ins Innere der Zelle transportiert. Dadurch wird der Konzentrationsgradient aufrechterhalten und somit die wichtigste Voraussetzung geschaffen, um ein Aktionspotenzial auslösen und weiterleiten zu können.

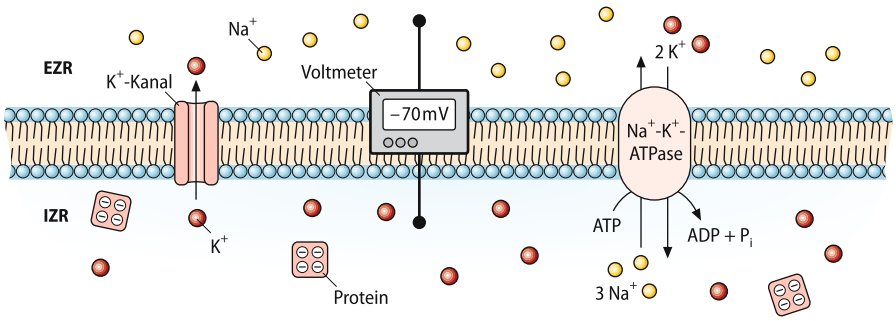


Abb. 8.40. Ionenströme an Zellmembranen

Ähnlich der Enthalpie H kann auch bei der Entropie S nur deren Änderung (ΔS) quantitativ erfasst werden, welche sich im Laufe einer chemischen Reaktion fast immer ändert. Unter den definierten Standardbedingungen, ΔS° abgekürzt, haben beide konstante und reaktionscharakteristische Werte.

Nach dem 3. Hauptsatz der Thermodynamik strebt die Entropie für ideale, reine, kondensierte Stoffe mit sinkender Temperatur gegen 0:

$$\lim_{T \to 0} S_{\text{kondensiert}} = 0$$

Für unsere Betrachtungen ist das aber meist ohne Belang.

8.5.2.4 Gibbs freie Energie ΔG

Eine **Zustandsfunktion**, die sowohl die Enthalpie H als auch die Entropie S berücksichtigt, ist die **Gibbs freie Energie G**. Bei einer Reaktion betrachtet man deren Änderung ΔG, welche ein Maß für die Triebkraft einer Reaktion darstellt. Das bedeutet, ΔG beurteilt, ob eine Reaktion spontan, also freiwillig abläuft oder nicht. **Bei jeder chemischen Reaktion gibt ΔG die maximale Arbeit an, die gewonnen bzw. verrichtet werden kann.** Es gilt:

- Läuft eine Reaktion freiwillig ab, bezeichnet man sie in der Chemie als **exergonisch** (selbsttätig), wobei Gibbs freie Energie **ΔG<0** ist, was wir später genau begründen werden.
- Muss jedoch Arbeit aufgewendet werden, damit eine Reaktion überhaupt eintritt, so bezeichnet man dies als **endergonisch** und entsprechend ist **ΔG>0**.

► Zustandsfunktionen, z. B. innere Energie (U), Enthalpie (H), Entropie (S), beschreiben den Zustand eines Systems.

Gibbs-Helmholtz-Gleichung

Mit der wichtigen und auch sehr gern gefragten Gibbs-Helmholtz-Gleichung lässt sich die Gesamtenergie einer Reaktion beurteilen und die Verbindung zu Enthalpie ΔH und Entropie ΔS erklären:

$$\Delta G = \Delta H - T\,\Delta S\ [\text{kJ mol}^{-1}]$$

Dabei ist: ΔG= Gibbs freie Energie, ΔH= Reaktionsenthalpie, T= Temperatur, ΔS= Reaktionsentropie.

Voraussetzung der Gleichung ist eine isobar und isotherm durchgeführte reversible Reaktion in einem geschlossenen System (zur Erinnerung: nur Austausch von Energie möglich, jedoch nicht für Edukte und Produkte). Dadurch ist gewährleistet, dass es auch bei häufiger Durchführung der gleichen Experimente zu keinen Verfälschungen der Werte kommt.

Aus der Gibbs-Helmholtz-Gleichung geht hervor, dass eine exotherme Reaktionsenthalpie ΔH<0 eine exergonische Reaktion (ΔG<0) begünstigt. Steigt die Temperatur T und nimmt die Reaktionsentropie ΔS ab, also die Unordnung zu, hat dies ebenfalls eine weitere Verkleinerung von Gibbs freier Energie ΔG zur Folge.

► exergonisch =ΔG<0 →freiwillig ablaufend

Dies wird deutlich, wenn man eine **exotherme Reaktion** betrachtet, bei der ja die Produkte immer einen energieärmeren und somit stabileren Zustand erreichen als die Edukte. Dieser Vorgang

läuft freiwilliger ab als eine endotherme Reaktion, bei der die Produkte energiereicher und daher instabiler sind.

Eine **Temperaturerhöhung** wirkt sich insofern positiv auf die Triebkraft einer endothermen Reaktion aus, da sie die Reaktionsvoraussetzungen verbessert: Auf Grund der größeren Temperatur erhöht sich die Beschleunigung der Atome innerhalb der Materie, was deren »Zusammenstoßwahrscheinlichkeit« steigert.

Eine **größere Unordnung** innerhalb der Materie, also $\Delta S>0$, bringt ebenfalls eine solche Verbesserung der »Trefferwahrscheinlichkeit« der Teilchen untereinander. Es ist deshalb auch möglich, dass eine endotherme Reaktion freiwillig abläuft, obwohl bei ihr $\Delta H>0$ ist. Hierzu muss die Temperatur zunehmen und eine starke Abnahme der Ordnung ($\Delta S>0$) eintreten. Ein Beispiel hierfür ist das Lösen von Salzen in Wasser, bei der die Lösungswärme über den Energieverbrauch hinweghilft.

Knallgasreaktion

Ein Beispiel für eine exotherme und exergonische Reaktion, bei der allerdings die Ordnung zunimmt, ist die Knallgasreaktion:

► $\Delta H°$ hat oft den größten Einfluss auf $\Delta G°$]

$$2\,H_2\,(g)+2\,O_2\,(g)\rightarrow 2\,H_2O\,(l);\ \Delta H°=-286\ kJ\ mol^{-1};\ \Delta G°=-237\ kJ\ mol^{-1}$$

Die Reaktion ist trotz der Umwandlung vom chaotischen gasförmigen Zustand in einen mehr geordneten, flüssigen Stoff exergonisch, weil sich die negative Reaktionsenthalpie $\Delta H°$ entscheidender auf die Gesamtenergiebilanz auswirkt als $\Delta S°$.

Wie immer gilt: $\Delta G°$ ist entsprechend $\Delta S°$ und $\Delta H°$ die Änderung Gibbs' freier Energie unter Standardbedingungen (T=298 K, p=1,013 bar, molarer Umsatz) und ist für jede Reaktion eine konstante, reproduzierbare Größe.

Hätten Sie's gewusst?

Energie aus dem Stoffwechsel

Im lebenden Organismus wird Energie gebildet. Das läuft allerdings nicht unter den definierten Standardbedingungen ab. Besonders niedrige pH-Werte (z. B. im Magen), Temperatur (37°C statt den üblichen 25°C) und ganz bestimmte Stoffkonzentrationen wirken sich günstig auf den Verlauf sämtlicher physiologischer Reaktionen aus.

Gleichgewichtsreaktionen

Die meisten chemischen Reaktionen sind Gleichgewichtsreaktionen, weshalb wir im Speziellen deren Zusammenhang mit Gibbs freier Energie näher betrachten.

$$A+B\rightleftharpoons C+D$$

Bei einer Gleichgewichtsreaktion reagieren die Edukte zu Produkten, welche wieder zu den Ausgangsstoffen zurückreagieren. Sowohl die Hin- als auch die Rückreaktionen verlaufen freiwillig (also $\Delta G<0$), bis sich die Konzentrationen der Stoffe nicht mehr ändern. In dieser Gleichgewichtssituation ist der stabilste Zustand, in der Chemie immer gleichbedeutend mit einem Energieminimum, erreicht, und es besteht keine Triebkraft mehr zur Veränderung des Systems oder der Gesamtenergiegehalte ($\Delta G=0$).

► $\Delta G=0$ im Gleichgewicht

Bei der Annäherung an die Gleichgewichtssituation nimmt die Gibbs freie Energie ΔG fortlaufend ab, ähnlich der Größe der Schwingungen einer Schaukel, wenn sie nicht mehr neu angeschubst wird.

In dem Energiediagramm in ◘ Abb. 8.41 ist dargestellt, dass die Edukte nicht vollständig zu den Produkten reagieren müssen, damit sich das chemische Gleichgewicht einstellt. Wichtig ist das Verhältnis Edukte zu Produkte, was sich in der thermodynamischen Ableitung des Massenwirkungsgesetzes (MWG) näher zeigen lässt:

► Thermodynamische Ableitung des Massenwirkungsgesetzes: $\Delta G=\Delta G°+RT\ln K$

$$\Delta G=\Delta G°+RT\ln K$$

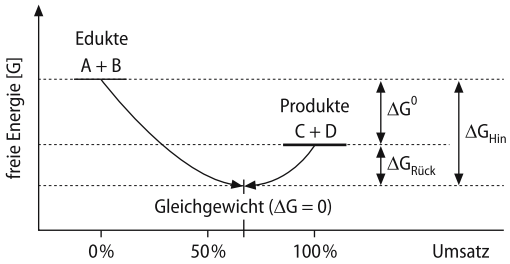


Abb. 8.41. Energiediagramm einer Gleichgewichtsreaktion, unter Standardbedingungen, exergonisch (Nach Zeeck 2006)

Im Gleichgewicht ist ΔG=0, daraus folgt:

$0=\Delta G°+RT \ln K$

$\Delta G°=-RT \ln K$

ΔG°=ΔG unter Standardbedingungen, c=1 mol; R= allgemeine Gaskonstante=8,31441 kJ mol^{-1}; T= Temperatur; K= Gleichgewichtskonstante

Sind Edukte und Produkte in der gleichen Konzentration zu **jeweils 50% im Gleichgewichtszustand** vorhanden, so ist das Verhältnis 1:1 und entsprechend K=1.

Aus dem Massenwirkungsgesetz ergibt sich:

► Gleichgewicht: ΔG°=0

$\Delta G°=-RT \ln 1$

$\Delta G°=-RT \cdot 0$

$\Delta G°=0$

Befindet sich der Prozentwert des **Stoffumsatzes über 50%**, so liegt das Gleichgewicht mehr auf Seite der Produkte und demzufolge ist K>1.
Damit ergibt sich ergibt sich:

► Mehr Produkte als Edukte: ΔG°<0

$\Delta G°=-RT \ln (>1)$

$\Delta G°=-RT \cdot$ einer Zahl >0

$\Delta G°<0$

Entsprechend ergibt sich bei einem **Stoffumsatz, der kleiner ist als 50%,** aus dem Massenwirkungsgesetz:

► Weniger Produkte als Edukte: ΔG°>0

$\Delta G°=-RT \ln (<1)$

$\Delta G°=-RT \cdot$ einer Zahl <0

$\Delta G°>0$

Die freie Energie ΔG kann auch mit der elektromotorischen Kraft *E* und der Nernst-Gleichung verknüpft werden (► Kap. 8.4.7), für den Fall, dass eine Reaktion elektrische Energie statt Wärme produziert:

$$\Delta G = -RT \ln K = -nF\Delta E$$

mit $\Delta E = E - E_0$ gilt:

$$\Delta E = E - E_0 = \frac{RT}{nF} \ln K$$

oder:

$$E = E_0 + \frac{RT}{nF} \ln K$$

8.5.3 Reaktionskinetik

8.5.3.1 Die Reaktionsgeschwindigkeit

Entscheidend für die Beurteilung einer Reaktion ist neben den Energiegehalten der beteiligten Moleküle auch die Geschwindigkeit der Stoffumsetzung. Manche chemische Reaktionen, z. B. die Verbrennung von Benzin oder der Zerfall von Wasserstoffperoxid ($H_2O_2 \rightarrow H_2O + 1/2\ O_2$), laufen in Sekunden ab, während wiederum andere, so die Kalkablagerungen in den Abflussrohren, einen wesentlich längeren Zeitraum beanspruchen.

► Die Reaktionsgeschwindigkeit sagt aus, wie schnell wie viele der Ausgangsstoffe zu Produkten reagieren

Die Reaktionsgeschwindigkeit v (RG) einer chemischen Umsetzung ist definiert als die Änderung der Menge (Konzentration) eines Stoffs in Abhängigkeit von der Zeit (Reaktionsdauer). Oder anders gesagt, sagt die Reaktionsgeschwindigkeit aus, wie schnell wie viele der Ausgangsstoffe zu Produkten reagieren. Deshalb betrachtet man, um die Reaktionsgeschwindigkeit zu berechnen, die Konzentration der unterschiedlichen Stoffe. Bei den Produkten kommt es im Verlauf der Reaktion zu einer Zunahme ihrer Menge. Die Gleichung der Bildungsgeschwindigkeit lautet:

$$v = \frac{d[\text{Produkt}]}{dt} = -\frac{d[\text{Edukt}]}{dt} = k \cdot [\text{Produkt}] \text{ in } \frac{\text{mol}}{\text{L s}}$$

Dabei ist k= **Geschwindigkeitskonstante** für diese Umsetzung bei gegebener Temperatur. d= Differenzial, d. h. die Änderung (▶ Kap. 1.5, Mathe).

► Die Geschwindigkeitskonstante einer Reaktion ist temperaturabhängig

Bei den Edukten hingegen reduziert sich ihre ursprüngliche Konzentration, weshalb ein negatives Vorzeichen angefügt wird. Der Proportionalitätsfaktor k ist von der Temperatur abhängig. Dies lässt sich durch die **Arrheniusgleichung** beschreiben, welche den Zusammenhang zwischen Temperatur, Aktivierungsenergie und Geschwindigkeitskonstanten darstellt:

$$k = A \cdot e^{\frac{-E_a}{RT}}$$

$$\ln k = \ln A - \frac{E_a}{RT}$$

E_a: Aktivierungsenergie

► RGT-Regel: Eine Temperaturerhöhung um 10 K führt zu einer Verdopplung bis Vervierfachung der Reaktionsgeschwindigkeit.

Steigt die Temperatur T, erhöht sich die innere Bewegungsenergie der Teilchen und der Anteil der Moleküle vergrößert sich, welche die benötigte freie Aktivierungsenergie E_a mitbringen. Aus dieser Arrheniusgleichung ergibt sich, dass eine Temperaturerhöhung um ca. 10°C (10 K) eine direkte Zunahme der Reaktionsgeschwindigkeit v um den Faktor 2–4 zur Folge hat. Eine niedrige Aktivierungsenergie E_a wirkt sich ebenfalls positiv auf die Reaktionsgeschwindigkeit aus.

► Reaktionsgeschwindigkeit bei Folgereaktion: Die langsamste Teilreaktion bestimmt.

Bei so genannten Konsekutivreaktionen (Folgereaktionen) reagiert ein primär gebildetes Produkt B weiter zu einem Endprodukt C: A→B→C.

Der langsamste Teilschritt eine Folge von gekoppelten Reaktion ist der geschwindigkeitsbestimmende Schritt. Das ist gut mit Fließbandarbeit zu vergleichen: kommt kein entsprechender Nachschub an Bauteilen, können sie auch nicht sofort weiterverarbeitet werden und genauso stauen sie sich an, wenn der Zusammenbau nicht schnell genug vorangeht. Bei einer Reaktionskette muss also immer auf das schwächste bzw. langsamste Glied Rücksicht genommen werden, wie im normalen Leben!

8.5.3.2 Gibbs freie Aktivierungsenergie $\Delta G^{\neq}$

Bei chemischen Reaktionen gibt es bekanntlich zwei Arten, exergonisch ($\Delta G<0$) und endergonisch ($\Delta G>0$). Beide Typen haben allerdings gemeinsam, dass sie für die Umsetzung der Ausgangsstoffe in die Produkte den energetisch über den Edukten bzw. Produkten liegenden Übergangszustand überwinden müssen (■ Abb. 8.42). Die Energie, die zu dieser Überwindung erforderlich ist, nennt man **Gibbs freie Aktivierungsenergie $\Delta G^{\neq}$**.

► $\Delta G^{\neq}$: Die Energie des Übergangszustandes.

Im Übergangszustand stoßen die beteiligten Edukte zusammen, die Reaktion findet statt. Der Übergangszustand hat idealerweise die Lebensdauer 0; neueste physikalische Messungen (A. Zewail, Nobelpreis für Chemie 1999) konnten Übergangszustände direkt beobachten. Die Lebensdauer liegt aber im Femtosekunden-Bereich (10^{-15} s), das ist ziemlich kurz.

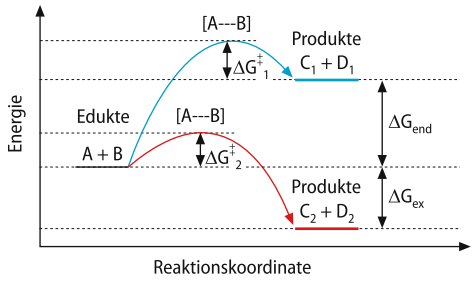


Abb. 8.42. Energieprofil einer endothermen und exothermen Reaktion

Können aus den gleichen Ausgangsstoffen verschiedene Produkte (vergleichbarer Energie) gebildet werden, entsteht dasjenige bevorzugt, welches sich schneller bildet. Wie groß die Reaktionsgeschwindigkeit ist, wird von der jeweiligen Aktivierungsenergie $\Delta G^{\neq}$ bestimmt (Abb. 8.43).

Eine niedrige Gibbs freie Aktivierungsenergie $\Delta G^{\neq}$ erhöht die Reaktionsgeschwindigkeit. In unserem Beispiel aus Abb. 8.43 würde das Produkt (1) schneller gebildet als (2).

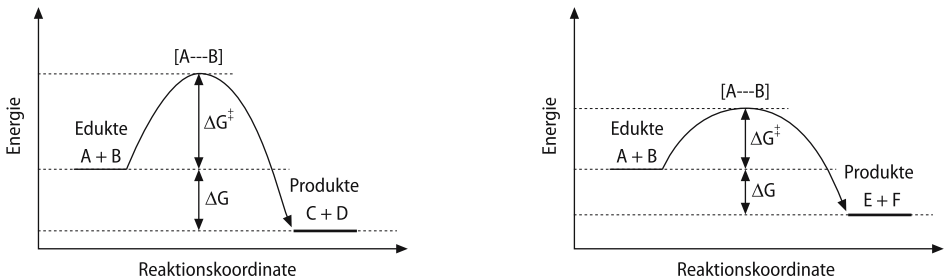


Abb. 8.43. Energieprofil zweier exothermer Reaktionen mit unterschiedlich hoher Aktivierungsenergie (Nach Zeeck 2006)

8.5.3.3 Katalyse

► Katalysatoren beschleunigen chemische Reaktionen, ohne selbst verbraucht zu werden.

Ist die Geschwindigkeit einer Reaktion nicht ausreichend, so kann man als Chemiker mit Hilfe eines Katalysators steuernd sowohl in die Energetik als auch in die kinetischen Verhältnisse eingreifen.

Im Allgemeinen bestimmen zwei Faktoren den Ablauf einer Reaktion: Gibbs freie Energie ΔG (Energetik) und die Reaktionsgeschwindigkeit (Kinetik).

► Ein Katalysator setzt die Aktivierungsenergie herab.

Wie in dem Reaktionsprofil grafisch dargestellt, setzt der Katalysator die Aktivierungsenergie $\Delta G^{\neq}$ herab, indem er einen anderen, energiesparenden Reaktionsweg einschlägt (Abb. 8.44). Er erhöht damit die Reaktionsgeschwindigkeit, die unter anderem auch durch Temperaturerhöhung oder Konzentrationsänderung der beteiligten Stoffe hätte zustande kommen können.

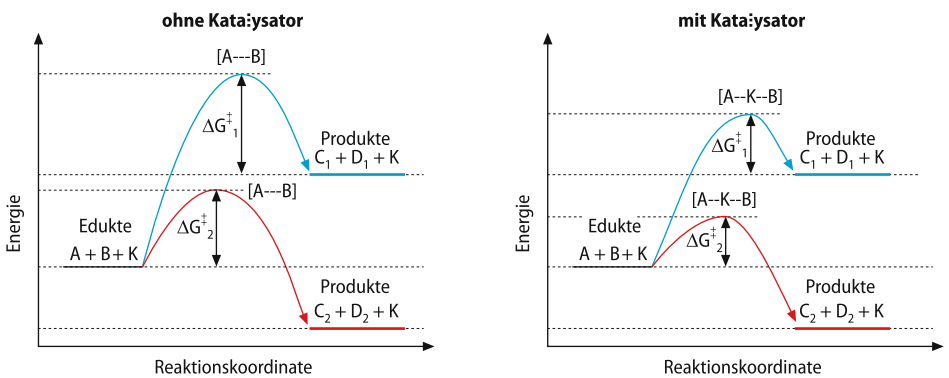


Abb. 8.44. Reaktionsprofile einer endothermen und exothermen Reaktion mit Katalysator

Wichtig zu wissen ist außerdem, dass ein **Katalysator in einer Reaktion niemals verbraucht** wird. Er reagiert nicht oder erscheint im Endprodukt, weshalb er auch nicht stöcheometrisch in die Gesamtenergiebilanz der Reaktion eingeht.

Es gibt verschiedene Arten von diesen Hilfsstoffen. Die einen sind im Lösungsmittel löslich und werden als **homogener Katalysator** bezeichnet. Andere sind unlöslich, wie Metalle oder Metalloxide, und die Reaktionen laufen an deren Oberfläche ab. Solche Hilfsstoffe nennt man **heterogene Katalysatoren**.

► Biokatalysatoren = Enzyme werden in 6 verschiedene Klassen eingeteilt und enden jeweils auf -ase.

Dann gibt es noch eine weitere, besonders für Mediziner wichtige Spezies, die **Biokatalysatoren**…

Hätten Sie's gewusst?

Biokatalysatoren – Enzyme

Die Stoffwechselreaktionen im Körper laufen nicht einfach freiwillig und irgendwie ab, sondern nur mit Hilfe von Biokatalysatoren, gerne auch Enzyme genannt. Somit können die physiologischen Vorgänge im Körper gesteuert werden und böse Überraschungen bleiben aus.

Diese Regelung ist auf Grund ihrer Spezifität möglich: jedes Enzym kann nur eine ganz bestimmte Reaktion auf eine ganz bestimmte Weise katalysieren, was sich auch in deren Namen widerspiegelt.

Es gibt 6 verschiedene Enzymklassen, die alle auf -ase enden: (Natürlich gibt es noch weitere Untergruppen und Sonderfälle, aber das würde an dieser Stelle jetzt zu einschüchternd wirken und das wollen wir ja nicht…)

1. **Oxidoreduktasen** oxidieren den einen Stoff und bauen die frei werdenden Elektronen in ein anderes Molekül ein
2. **Transferasen** übertragen ganze funktionellen Gruppen auf ein anderes Substrat, z. B. eine Amino- oder Phosphorgruppe, letztere bezeichnet man speziell als **Kinase**
3. **Hydrolasen** trennen Bindungen lagern an den dann »offenen« Stellen Wasser an
4. **Synthetasen** oder auch Ligasen katalysieren Zusammensetzungen von Stoffen unter ATP-, also Energieverbrauch
5. **Isomerasen**, durch die ein Substrat zwischen den verschiedenen Isomeren wechseln kann
6. **Synthasen** oder auch Lyasen knüpfen neue Atombindungen ohne zusätzliche Energie

Die an der Stoffwechselreaktion beteiligten Stoffe tauchen zumeist ebenfalls in den Enzymnamen auf, was die Zuordnung erleichtert. So z. B. bei der Phosphofructokinase:

Der Name steht für die **Phosphat**gruppe, welche an einer bestimmten Stelle in das **Fructose**molekül eingebaut bzw. dorthin **transferiert** wird (Kinasen sind eine spezielle Form der Transferasen, s. o.).

Die Phosphofructokinase ist ein sehr wichtiges Schrittmacherenzym der Glykolyse, in deren Verlauf Glucose abgebaut und dadurch Energie in Form von ATP gewonnen werden kann. Durch einen möglichen Energieüberschuss wird die Aktivität dieses Enzyms gehemmt und die weitere, unnötige ATP-Produktion unterbunden.

Die Regelung erfolgt unmittelbar und meist sehr schnell, was einen klaren Vorteil der enzymkatalysierten Reaktionen ausmacht.

► Katalysator verändert die Lage des Gleichgewichts nicht, nur die Geschwindigkeit der Einstellung des Gleichgewichts.

Bei einer Gleichgewichtsreaktion, wie in ◘ Abb. 8.41 dargestellt, bewirkt ein Katalysator die schnellere Einstellung des chemischen Gleichgewichts. ΔG und somit die Lage des Gleichgewichts bleiben davon unberührt, da sowohl die Hin- als auch die Rückreaktion gleichermaßen vom Katalysator beschleunigt werden.

► Endergonische Reaktionen können durch die Kopplung an exergonische Reaktionen trotzdem ablaufen.

Eine weitere Möglichkeit, widerspenstige Gleichgewichtsreaktionen günstig zu beeinflussen, ist die **gekoppelte Reaktion**. Solche Fälle findet man häufig in biochemischen Prozessen. Ist eine chemische Stoffumsetzung stark endergonisch, wird sie auch nicht durch einen Katalysator freiwillig ablaufen. Die Natur bindet solche Reaktionen an stark exergonische Reaktionen, die mit dem Zwischenprodukt spontan weiterreagieren. Nach dem Satz von Heß kann man die beiden Energiebilan-

zen addieren und erhält eine insgesamt exergonische Reaktion, bei der die Gesamtenergiebilanz negativ ausfällt.

8.5.3.4 Reaktionsordnung

Zusätzlich zu den zwei schon bekannten Faktoren, die den Verlauf einer Reaktion bestimmen, Gibbs freie Energie ΔG und die Reaktionsgeschwindigkeit, muss auch die Konzentration der Ausgangsstoffe berücksichtigt werden. **Die Reaktionsordnung beschreibt, von wie vielen verschiedenen Eduktkonzentrationen die Reaktionsgeschwindigkeit abhängt.**

Die allgemein formulierte Reaktionsgleichung

$$a\mathrm{A}+b\mathrm{B}\rightarrow c\mathrm{C}+d\mathrm{D}$$

ergibt das allgemeine (differenzielle) Geschwindigkeitsgesetz

$$v=-\frac{d[\mathrm{A}]}{dt}=-\frac{d[\mathrm{B}]}{dt}=+\frac{d[\mathrm{C}]}{dt}=+\frac{d[\mathrm{D}]}{dt}=k[\mathrm{A}]^{\mathrm{m}}[\mathrm{B}]^{\mathrm{n}}$$

Die Reaktionsordnung ist die Summe aller Exponenten m+n+...etc.

► m+n= Reaktionsordnung

Einige häufig vorkommende Fälle zur Illustration werden im Folgenden beschrieben.

Reaktion 1. Ordnung

Handelt es sich bei einer Reaktion um den Zerfall eines Stoffs, so ist nur ein Edukt vorhanden.

► Reaktion 1. Ordnung

A→Produkt(e)

Folglich kann die Reaktionsgeschwindigkeit v auch nur von einer Ausgangsstoffkonzentration abhängen.

$$v=-\frac{d[\mathrm{A}]}{dt}=k[\mathrm{A}]^{1}$$

Die Reaktionsordnung ist somit 1.

Im Laufe der Reaktion nimmt die Anfangskonzentration des Edukts $[\mathrm{A}]_0$ immer mehr ab. Dies will man nun quantitativ beschreiben, d. h. man will für jeden Zeitpunkt der Reaktion wissen, wie groß die Konzentration von A (oder B, C) ist. Das differenzielle Geschwindigkeitsgesetz hilft da wenig. Das lässt sich wieder durch den Vergleich mit einer Autofahrt veranschaulichen: Ich fahre mit 120 km h^{-1} von Ulm nach München. Das wäre das differenzielle Zeitgesetz. Jetzt will ich aber wissen: Wo bin ich um 15 Uhr, wenn ich um 14 Uhr gestartet bin? Die Lösung in beiden Fällen: Integrieren (► Kap. 1.5, Mathe).

$$v=-\frac{d[\mathrm{A}]}{dt}=k[\mathrm{A}]$$

$$\frac{d[\mathrm{A}]}{[\mathrm{A}]}=-k\,dt$$

$$\int_{[\mathrm{A}]_0}^{[\mathrm{A}]}\frac{d[\mathrm{A}]}{[\mathrm{A}]}=-k\int_{0}^{\mathrm{t}}dt$$

$$\ln[\mathrm{A}]-\ln[\mathrm{A}]_0=-kt$$

$$[\mathrm{A}]=[\mathrm{A}]_0e^{-\mathrm{kt}}$$

Herleitung. Ganz allgemein gilt zur Herleitung: Erst werden die Variablen »sortiert«: Konzentrationen auf die eine Seite, Zeit und Konstante k auf die andere. Dann wird integriert. Die Grenzen ergeben sich aus den betrachteten Anfangs- und Endpunkten. Die Konzentration beginnt bei $[\mathrm{A}]_0$ zur Zeit t=0 und geht bis zu einer beliebigen Konzentration bei der Zeit t=t. Daraus ergibt sich dann die exponenzielle Abnahme der Konzentration.

► Reaktion 1. Ordnung: $[\mathrm{A}]=[\mathrm{A}]_0e^{-kt}$

Seit der Entdeckung der Radioaktivität durch Henri Becquerel 1896 und der weiteren Forschung durch Marie und Pierre Curie ist besonders die **Halbwertszeit $t_{1/2}$**, oder auch τ (tau) abgekürzt, von Interesse. Diese ist definiert als die Zeit, in der die Hälfte der ursprünglich vorhandenen Stoffmenge $[A]_0$ reagiert hat.

$$\ln\frac{[A]}{[A]_0} = -kt$$

$$[A] = \frac{[A]_0}{2}$$

$$\ln\frac{\frac{[A]_0}{2}}{[A]_0} = -kt_{1/2}$$

$$\ln\frac{1}{2} = -kt_{1/2}$$

$$\ln 2 = kt_{1/2}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{0{,}693}{k}$$

► Reaktionen 1. Ordnung haben eine konstante Halbwertszeit.

Wie aus der Rechnung ersichtlich, ist die Halbwertszeit $t_{1/2}$ eine Konstante, da sie von der augenblicklichen Reaktionszeit völlig unabhängig ist.

► Reaktion 2. Ordnung

Reaktion 2. Ordnung

Bei einer normalen Stoffumsetzung, wie sie auch am häufigsten in der organischen und anorganischen Chemie vorkommt, hängt die Reaktionsgeschwindigkeit RG von beiden Ausgangsstoffen A und B gleichermaßen ab:

$$A + B \rightarrow C + D$$

$$v = -\frac{d[A]}{dt} = -\frac{d[B]}{dt} = k[A]^m[B]^n$$

Die Reaktionsordnung ist somit m+n=1+1=2.

Dies bedeutet, dass beide Edukte Einfluss in das Geschwindigkeitsgesetz haben und den Reaktionsverlauf mitbestimmen.

Auch hier kann man integrieren, das Ergebnis findet sich in Tab. 8.10.

► Reaktion pseudo 1. Ordnung

Reaktion »pseudo 1. Ordnung«

Diese Mischform der Reaktionsordnungen spielt eine besondere Rolle. Es handelt sich hierbei um eine normale bimolekulare Reaktion, also A+B→Produkt(e), bei der man allerdings unter bestimmten Versuchsbedingungen ein Zeitgesetz 1. Ordnung erhält.

$$v = -\frac{d[A]}{dt} = k[A][B] = k'[A]$$

$$k' = k[B]_0$$

► Reaktion pseudo 1. Ordnung: Reaktion 2. Ordnung mit einem Partner im großen Überschuss.

Obwohl 2 verschiedene Ausgangsstoffe an der Reaktion beteiligt sind, ist die Geschwindigkeit nur von einem der beiden abhängig. Dies ist der Fall, wenn einer der Ausgangsstoffe in so großem Überschuss vorhanden ist, dass sich seine Konzentration im Verlauf der Reaktion praktisch kaum ändert. Dieses Zeitgesetz gilt zudem bei **Reaktionsketten**, auch Konsekutivreaktionen genannt, bei denen ein Teilschritt wesentlich langsamer abläuft als der andere. Hierbei geht nur die Eduktkonzentration der geschwindigkeitsbestimmenden Teilreaktion in die Gleichung ein.

Reaktion 0. Ordnung

► Reaktion 0. Ordnung

Ist die Umsetzungsgeschwindigkeit RG völlig unabhängig von den Konzentrationen der beteiligten Edukte, so bezeichnet man diesen Fall als Reaktion 0. Ordnung:

$$v = -\frac{d[\mathrm{A}]}{dt} = k$$

Die Reaktionsgeschwindigkeit RG bleibt während der gesamten Stoffumsetzung konstant. Dieser Fall kommt allgemein relativ selten vor und tritt eigentlich nur im Grenzbereich katalytischer Reaktionen ein – so z. B. bei der chemischen Zersetzung von Ammoniak an einem heterogenen Katalysator (hier Wolfram). Es ist hier völlig egal, wie viel Gas vorhanden ist, da der Hilfsstoff alles verarbeitet, was er kriegen kann:

$$2\,NH_3\,(g) \rightarrow (W) \rightarrow N_2\,(g) + 3\,H_2\,(g)$$

Ein weiteres – den meisten etwas vertrauteres Beispiel – dürfte der Alkoholabbau im Körper sein:

Hätten Sie's gewusst?

Die Widmark-Formel

Wie viele Promille Alkohol sind denn im Blut? Diese Frage kann in erster Näherung über die Widmark-Formel (schwedischer Physiologe, 1932) beantwortet werden. Dieser hat nämlich einen Zusammenhang zwischen der zu sich genommen Menge Alkohol und dem Blutalkoholspiegel aufgestellt:

$$\mathrm{AG} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{KG} \cdot \mathrm{f}}$$

Dabei gilt: AG: Blutalkoholspiegel in Promille; A: Menge des zu sich genommenen Alkohols in Gramm; KG: Körpergewicht in Kilogramm; f: Verteilungsfaktor im Körper (0,7 für Männer, 0,6 für Frauen):

Da Frauen generell etwas mehr Fettgewebe besitzen, wird der empirische Verteilungsfaktor etwas kleiner angenommen (0,6 statt 0,7). In der Zwischenzeit wurden zwar genauere Modelle erarbeitet, aber für eine erste Abschätzung ist die Widmark-Formel sehr hilfreich.

Ein Szenario: Ein Flasche Hochprozentiges hat einen Gehalt an reinem Alkohol von 40 Vol-%. Bei einer 0,7 l-Flache sind das 280 ml oder 224 g reiner Alkohol. Eine männliche Person mit 80 kg trinkt nun diese Flasche. Das ergäbe laut Widmark: ca. 4 Promille (Prost!).

Was hat das jetzt aber mit der Kinetik zu tun: Ganz einfach, der Alkohol muss wieder aus dem Körper. Das Entgiftungssystem beim Menschen arbeitet mit einer konstanten Geschwindigkeit von ca. 0,1 Promille pro Stunde. Das entspricht einer Reaktion 0. Ordnung; egal von welcher Anfangskonzentration man ausgeht, der Abbau ist immer gleich schnell. Wäre das anders, würde es bedeuten, einfach mehr zu trinken, um schneller nüchtern zu werden. Außerdem kann man über die kinetischen Gesetze von einem gegebenen Alkoholspiegel zurückrechnen, wie viel Alkohol im Blut z. B. vor einer Stunde vorhanden war. Das ist v. a. in der Gerichtsmedizin wichtig, wenn Straftaten unter Alkoholeinfluss beurteilt werden sollen. Auch hier hilft die Kinetik.

In der folgenden ◘ Tab. 8.10 und ◘ Abb. 8.45, ◘ Abb. 8.46 sind alle Charakteristika der Reaktionen 0.–2. Ordnung zusammengestellt:

Tab. 8.10. Zusammenstellung Reaktion 0.–2. Ordnung

Ordnung	Reaktion	diff. Zeitgesetz	int. Zeitgesetz	Halbwertszeit
0	A → Produkte	$v = -\frac{d[A]}{dt} = k$	$[A]_t = [A]_0 - kt$	$t_{1/2} = [A]_0/2k$
1	A → Produkte	$v = -\frac{d[A]}{dt} = k[A]$	$[A]_t = [A]_0 e^{-kt}$	$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$
pseudo 1	A + B → Produkte	$v = -\frac{d[A]}{dt} = k[A][B] = k'[A]$ $k' = k[B]_0$	$[A]_t = [A]_0 e^{-k[B]_0 t}$	$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k'}$
2	A + A → Produkte	$v = -\frac{d[A]}{dt} = k[A]^2$	$[A]_t = \frac{1}{\frac{1}{[A]_0} + kt}$	$t_{1/2} = \frac{1}{k[A]_0}$
	A + B → Produkte	$v = -\frac{d[A]}{dt} = k[A][B]$	vgl. Lehrbücher der physikalischen Chemie	

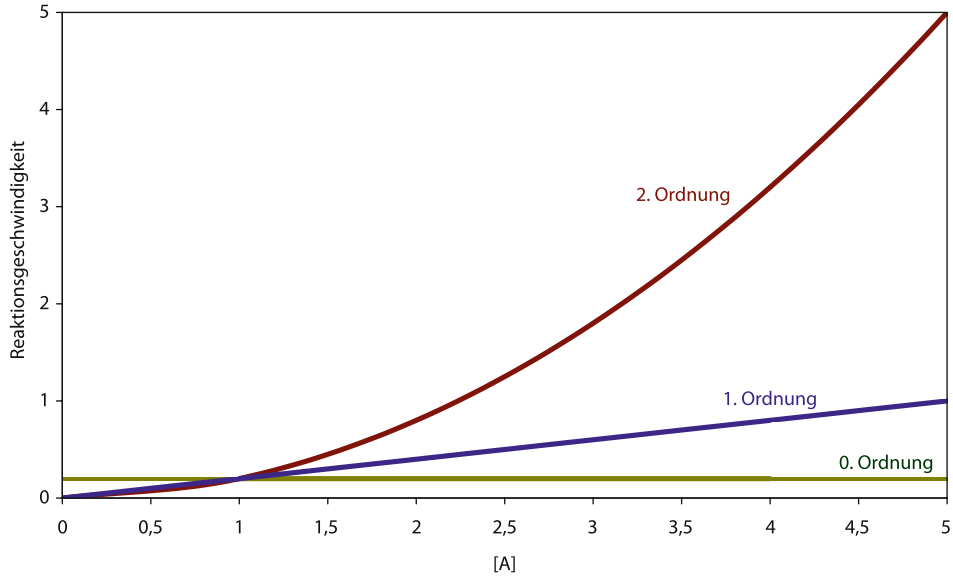


Abb. 8.45. Reaktionsgeschwindigkeit für Reaktionen 0., 1. und 2. Ordnung (A+A→ Produkte) in Abhängigkeit von der Konzentration [A]

8.5.4 Energieprofile

► Energieprofile beschreiben Kinetik und Energetik einer Reaktion.

Ein sehr anschauliches Mittel, um den energetischen und kinetischen Verlauf von Reaktionen zu beschreiben, sind **Energieprofile**.

Hierzu geht man wie folgt vor: Man trägt die freie Energie ΔG – oder eine andere Energiegröße von Interesse – eines reagierenden Systems gegen eine so genannte **Reaktionskoordinate** auf. Die einfachste Reaktionskoordinate ist die abgelaufene Zeit, man könnte aber auch einen Abstand, Winkel oder Ähnliches dazu benutzen, den Reaktionsweg zu beschreiben. Für eine einstufige Reaktion ergibt sich somit das in Abb. 8.47 gezeigte Diagramm:

► ΔG^0→Gleichgewicht (Thermodynamik). $\Delta G^{\neq}$→Geschwindigkeit (Kinetik).

Der energetische Abstand zwischen Edukten und Produkten ist die Reaktionsenergie ΔG^0 (oder ΔH^0, wenn man diese aufgetragen hat); der Abstand Edukte zum Übergangszustand ist die Aktivierungsenergie $\Delta G^{\neq}$, bestimmt somit die Kinetik.

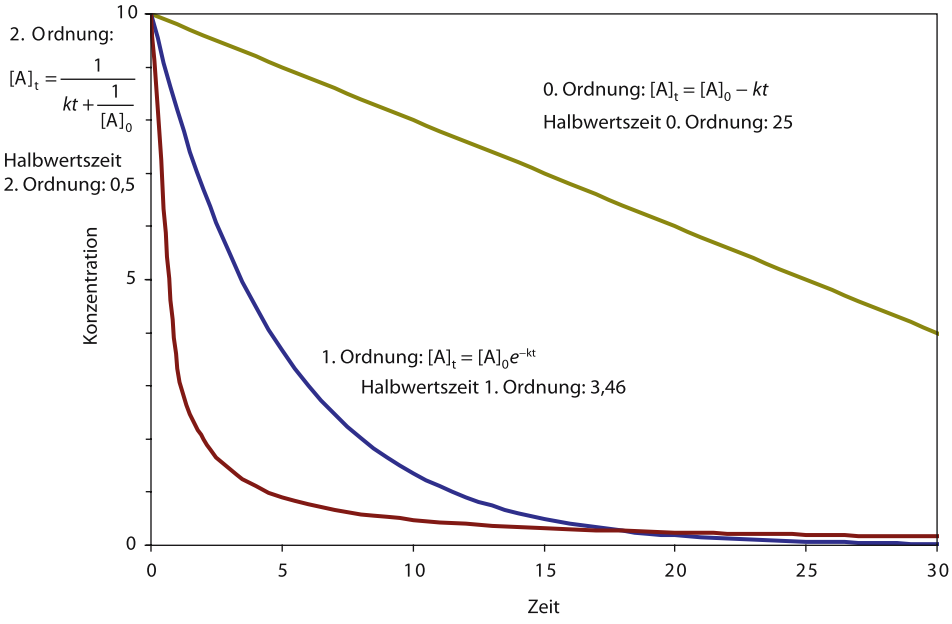


Abb. 8.46. Konzentrationsabnahme gegen die Zeit für Reaktionen 0., 1. und 2. Ordnung (A+A→Produkte)

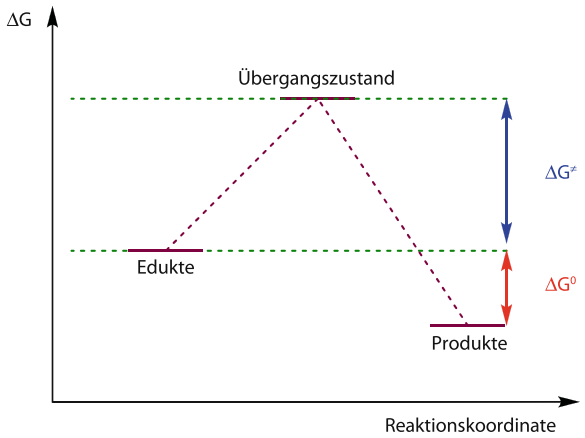


Abb. 8.47. Energieprofil einer einstufigen, exergonischen Reaktion

Solche Energiediagramme können für alle anderen Fälle von Interesse gemacht werden (Abb. 8.48).

Bei der zweistufigen Reaktion werden zwei Übergangszustände (ÜZ–1 und ÜZ–2) durchlaufen, bei einer dreistufigen wären es drei etc. **Der energetisch höchste Übergangszustand bestimmt $\Delta G^{\neq}$ und damit die Reaktionsgeschwindigkeit.** (Übrigens darf die Anzahl der Stufen einer Reaktion nicht mit der Reaktionsordnung verwechselt werden. Es gibt einstufige Reaktionen, die aber trotzdem 2. Reaktionsordnung haben und alle anderen Kombination sind auch denkbar.)

Energieprofile können auch dazu dienen, **Konkurrenzreaktionen** zu beurteilen (Abb. 8.49).

Bei der Konkurrenzreaktion gibt es zwei Möglichkeiten (Abb. 8.49):

- Reaktion 1 nach links (grün) und
- Reaktion 2 nach rechts (rot).

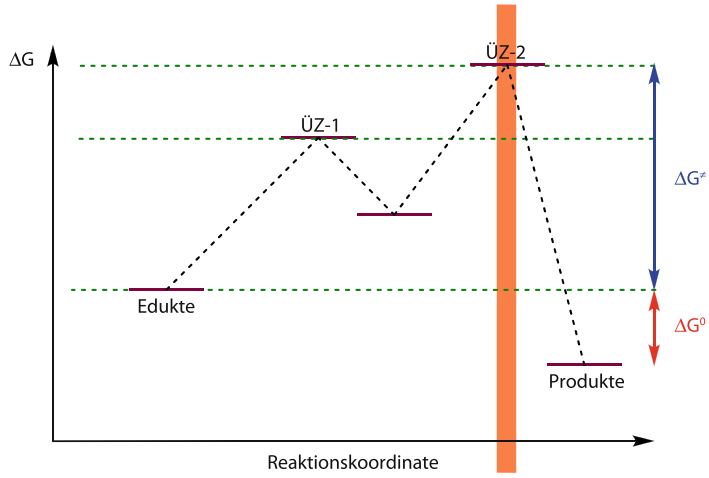


Abb. 8.48. Mehrstufige (zweistufige), exergonische Reaktion

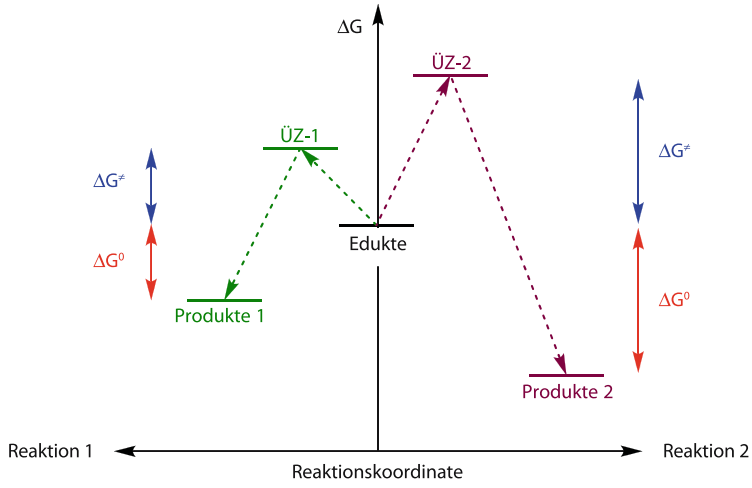


Abb. 8.49. Konkurrenzreaktion

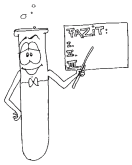
► Thermodynamische und kinetische Produktkontrolle

Die Reaktion 1 ist zwar weniger exergonisch, verläuft aber schneller. Wird eine solche Reaktion bevorzugt, nennt der Chemiker das **kinetische Produktkontrolle**, die günstigere Kinetik siegt gegenüber der ungünstigeren Thermodynamik. Umgekehrt liegt der Fall, wenn Reaktion 2 sich durchsetzt, das nennt man **thermodynamische Produktkontrolle**, hier siegt ΔG^0 gegenüber $\Delta G^{\neq}$.

Mit etwas Geschick und Wissen lässt sich sogar steuern, welcher Weg beschritten wird. **Allgemein kann man sagen, dass bei tiefen Temperaturen die Kinetik, bei hohen Temperaturen die Thermodynamik siegt.** Das ist auch leicht zu verstehen: Bei hohen Temperaturen bewegen sich die Moleküle alle sehr schnell, die Energie reicht leicht aus, beide Übergangszustände zu überschreiten, es kommt zu einer Gleichgewichtssituation und da siegt schließlich der Unterschied in ΔG^0. Ist dagegen die Temperatur niedrig, kann es sein, dass die Reaktanden über den höheren Übergangszustand gar nicht kommen, die Reaktanden »sehen« den Weg nach rechts gar nicht.

Dazwischen gibt es natürlich auch eine Situation, in der beide Wege beschritten werden können, z. B. dann, wenn sowohl Aktivierungs- als auch Reaktionsenergie vergleichbar groß sind. Das nennt man dann **Parallelreaktionen**. Es gäbe auch noch so nette Dinge wie Sackgassengleichgewicht etc., aber das wäre eine andere Geschichte.

kurz & knapp



In diesem Kapitel haben wir uns mit den Einflussgrößen eines Reaktionsablaufs beschäftigt. Besonders wichtig ist hierbei:

Energetik: Änderung der Energiezustände

- Standardbedingungen: T=25°C=298 K, p=1,013 bar, 1 molarer Umsatz
- Reaktion, in deren Verlauf Wärme frei wird:
  - exotherm→ΔH<0
  - endotherm→ΔH>0
- größtmögliche Entropie (Unordnung, Chaos) wird in chemischen Prozessen angestrebt:
  - ΔS>0, begünstigt Ablauf einer Reaktion
- Gibbs-Helmholtz-Gleichung (beurteilt Gesamtenergie einer Reaktion)
  - $\Delta G=\Delta H-T\,\Delta S$ oder: $\Delta G=\Delta G°+RT\ln K$
- Reaktion, die freiwillig abläuft: exergonisch→ΔG<0 (Gegensatz dazu: endergonisch)
- In Gleichgewichtssituation: Energieminimum, keine Triebkraft besteht mehr, d. h. ΔG=0
  - Stoffumsatz <50%→ΔG°>0
  - Stoffumsatz =50%, K=1→ΔG°=0
  - Stoffumsatz >50%→ΔG°<0

Kinetik beschreibt die Geschwindigkeit chemischer Prozesse

- Die Reaktionsgeschwindigkeit RG einer chemischen Umsetzung ist die Änderung der Konzentration eines Stoffs in Abhängigkeit von der Zeit (Reaktionsdauer)

$$v=\frac{d[\text{Produkt}]}{dt}=-\frac{d[\text{Edukt}]}{dt}=k[\text{Edukt}]$$

- In gekoppelten Reaktionen ist der langsamster Teilschritt geschwindigkeitsbestimmend für die Gesamtreaktion.
- Gibbs freie Aktivierungsenergie $\Delta G^{\neq}$:
  - überwindet energiereichen ÜZ
  - bestimmt RG
- Katalyse: Beschleunigung einer Reaktion mit Katalysator:
  - Erniedrigung der Aktivierungsenergie $\Delta G\neq$ und somit RG-Erhöhung
  - Katalysator wird niemals in Reaktion verbraucht, erscheint nicht im Endprodukt, geht nicht stöcheometrisch in Gesamtenergiebilanz der Reaktion ein
  - Biokatalysatoren = Enzyme
  - Gleichgewichtsreaktion: bewirkt schnellere Einstellung des chemischen GGW, hat jedoch keinen Einfluss auf GGW-Lage.
- Halbwertszeit: Die Zeit, in der die Hälfte der Anfangskonzentration verbraucht ist.
- Reaktionsordnung =m+n: Anzahl der die Reaktion beeinflussenden Eduktkonzentrationen
  - 0. Ordnung: RG unabhängig von Konzentrationen der Edukte, v konstant

$$v=-\frac{d[A]}{dt}=k$$

  - 1. Ordnung: Zerfall, RG abhängig von einer Eduktkonzentration

$$v=-\frac{d[A]}{dt}=k[A]$$

  - 2. Ordnung: RG abhängig von beiden Eduktkonzentrationen

$$v=-\frac{d[A]}{dt}=k[A][B]$$

  - »pseudo 1. Ordnung«: normale bimolekulare Reaktion, unter bestimmten Versuchsbedingungen Zeitgesetz 1. Ordnung (B in großem Überschuss oder ein Teilschritt wesentlich langsamer)

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1. Eine Gleichgewichtsreaktion hat eine Gleichgewichtskonstante von $K=10^{-8}$. Was ergibt sich folglich für die Lage des Gleichgewichts und den $\Delta G°$-Wert?

Lösung 1. Laut der thermodynamischen Ableitung des MWG:

- $\Delta G°=-RT \ln 10^{-8}$
- $\Delta G°=-RT \cdot (-18)$
- $\Delta G°>0$; das bedeutet, das GGW liegt auf der Seite der Edukte

Aufgabe 2

Aufgabe 2. Für die Zersetzung von Ameisensäure $HCOOH\ (fl) \rightarrow CO_2\ (g)+H_2\ (g)$ gilt:

$\Delta H°=15{,}7\ kJ\ mol^{-1}$; $\Delta S°=0{,}215\ kJ\ (mol\ K)^{-1}$

Ist die Reaktion exergonisch oder endergonisch?

Lösung 2. $\Delta G°=-48{,}3\ kJ\ mol^{-1}$; die Reaktion verläuft also exergonisch.

Aufgabe 3

Aufgabe 3. Formulieren Sie das Zeitgesetz 1. Ordnung für den Zerfall von N_2O_5! Die Halbwertszeit beträgt 21,8 min. Wie groß ist k?

Lösung 3.

- $2\ N_2O_5\ (g) \rightarrow 4\ NO_2\ (g)+O_2\ (g)$
- $v=k\ [N_2O_2]^1$
- $21{,}8 \cdot 60\ s=1308\ s$; daraus folgt: $1308\ s=\ln 2/k$; also: $k=\ln 2/1308\ s=5{,}3 \cdot 10^{-4}\ s^{-1}$

Alles klar!

…und zurück zum Airbag

Zu Beginn dieses Kapitels wurde auf die Bedeutung des Airbags hingewiesen. Mit dem (hoffentlich) mittlerweile erworbenen Verständnis für Reaktionsenergetik und -kinetik werfen wir noch einmal einen Blick darauf.

Der Airbag öffnet durch folgende Reaktion:

$2\ NaN_3\ (f) \rightarrow 2\ Na\ (fl)+3\ N_2\ (g)$

Dies ist eine exergonische ($\Delta G<0$) und stark exotherme Reaktion, deren Reaktionsenthalpie ΔH dementsprechend negativ ausfällt. Die Reaktionsentropie ΔS ist auf Grund der Erhöhung der Molekülanzahl und den chaotischeren Aggregatszuständen der Produkte positiv ($\Delta S>0$). Da Natriumazid das einzige Edukt ist und sich zersetzt, ergibt sich eine Reaktion 1. Ordnung.

Die Reaktionsgeschwindigkeit ist enorm hoch, sodass sich der gesamte Airbag innerhalb von nur 25 ms komplett füllt.

Damit die Reaktion überhaupt erst abläuft, muss ein elektronischer Sensor, der erst bei jedem Aufprall über 15 km h^{-1} aktiviert wird, ein Signal an eine Steuereinheit im Fußbereich des Autos weiterschicken. Dies aktiviert einen Zünder, der lokal die Temperatur auf über 300°C ansteigen lässt (Aktivierungsenergie $\Delta G^{\neq}$), wodurch sich das Natriumazid rasch zersetzt und die somit entstandene Menge an Stickstoffgas, auf der Fahrerseite immer 30 l, in die Nylonhülle einströmt.

Energetik und Kinetik spielen also auch in unserem Alltag eine (lebens)entscheidende Rolle.

Etwas mehr Chemie kommt aber noch dazu: Bei der Airbag-Zündung wird nicht nur sehr schnell und exotherm Stickstoff gebildet, sondern auch noch geschmolzenes Natriummetall. In der Schule hat man vielleicht mal den Versuch »Natrium in Wasser« gesehen, das spritzt so schön und Flammen gibt es auch. Wenn man das nach einer Airbag-Zündung dann im Gesicht hat… Deshalb müssen Chemikalien zugegeben werden, die das elementare Natrium binden bzw. unschädlich machen. Und schließlich ist Natriumazid auch eine sehr giftige Chemikalie. Airbags sind kein Spielzeug!

9 Anorganische Chemie

Verena Gruber

9.1 Das Periodensystem (PSE) – 386
9.1.1 Historische Entwicklung – 386
9.1.2 Beschriftung der Elemente im Periodensystem – 387
9.1.3 Aufbau des Periodensystems – 387
9.1.4 Tendenzen innerhalb des Periodensystems – 389

9.2 Exemplarische Abhandlung der Chemie wichtiger Elemente – 391
9.2.1 Einordnung der Elemente im Hinblick auf ihre biologische Bedeutung – 391
9.2.2 Wichtige chemische Elemente und ihre Bedeutung für den menschlichen Körper – 391

- Das Periodensystem
  - Historische Entwicklung
  - Die Elemente im Periodensystem
  - Aufbau: Perioden, Haupt-, Nebengruppen
  - Tendenzen im PSE
  - Reaktivität
  - Metallcharakter
  - Atomradius
  - Elektronegativität, -affinität
  - Ionisierungsenergie
- Die Chemie medizinisch relevanter Elemente
  - Einordnung der Elemente im Hinblick auf ihre biologische Bedeutung
  - Spurenelemente
  - Wichtige chemische Elemente und ihre Bedeutung für den menschlichen Körper
    - Kohlenstoff
    - Sauerstoff
    - Stickstoff
    - Phosphor
    - Halogene
    - Alkalimetalle
    - Erdalkalimetalle
    - Nebengruppen-Elemente

Wie jetzt?

Nitrogylcerin und Potenz

Eine wichtige Frage für ca. 50% der Bevölkerung: Kann Nitroglycerin die Potenz steigern?

9.1 Das Periodensystem (PSE)

In ▶ Kap. 8.2 wurden bereits einige Grundlagen für das Periodensystem gelegt. Im Folgenden wird auf die Zusammenhänge innerhalb des Periodensystems eingegangen. Um das Periodensystem besser verstehen zu können, ist es von Vorteil, die geschichtliche Entwicklung zu kennen.

9.1.1 Historische Entwicklung

Vor knapp 250 Jahren waren den Wissenschaftlern nur 13 chemische Elemente bekannt: Kupfer, Zinn, Blei, Silber, Gold, Eisen, Quecksilber, Antimon, Zink, Arsen, Kohlenstoff, Schwefel und Bismut.

Seit dem 18. Jahrhundert fingen Chemiker mit der wissenschaftlichen Beschreibung von Elementen an, sodass man zu Beginn des 19. Jahrhunderts bereits genug über die Elemente wusste, um Ähnlichkeiten in deren Eigenschaften zu erkennen.

Johann Wolfgang Döbereiner sortierte ähnliche Elemente in so genannten Triaden und formulierte 1817 damit das erste wissenschaftlich fundierte Ordnungsprinzip. Jedoch wurde schnell deutlich, dass dieses System noch nicht ausgefeilt und nicht umfassend anwendbar war. 1863 ordnete Newland die Elemente nach ihrem Atomgewicht und erkannte so, dass Elemente in bestimmtem Abstand einander ähnliche Eigenschaften aufweisen. Aber die realen Verhältnisse waren komplizierter als Newland angekündigt hatte. Deshalb wurde sein Oktavengesetz von der Wissenschaft ebenfalls nicht anerkannt.

▶ Frühe Ordnungskriterien der Elemente: Triaden und Oktavengesetz.

Da inzwischen schon etwa 60 Elemente bekannt waren, war es notwendig, ein allgemein gültiges System zu entwickeln. Dies gelang 1869 Lothar Meyer und Dimitri Iwanowitsch Mendelejew unabhängig voneinander. Sie ordneten die Elemente so an, dass die Reihen der Elemente in der Weise in Perioden zerlegt sind, dass Elemente mit ähnlichen Eigenschaften in Gruppen zusammengefasst sind. Jedoch nahmen die beiden Wissenschaftler in Kauf, dass einige Plätze in ihrem System für noch unbekannte Elemente frei blieben. Dies bedeutete, dass sich unentdeckte Elemente mit einiger Genauigkeit voraussagen ließen, wie z. B. die viel später entdeckten bzw. künstlich hergestellten Elemente Polonium, Rhenium und Technetium, die von Mendelejew, wenn auch nur ungenau, vorausgesagt worden waren. **Das heute allgemein anerkannte Periodensystem war mit den Ordnungsrichtlinien von Meyer und Mendelejew geboren.**

► Der Durchbruch: Meyer und Mendelejew ordnen nach Atommassen.

Ein Problem stellte noch die Einordnung der Elemente Iod und Tellur in das Periodensystem dar. Wenn man nach der Atommasse geht, müsste Iod im Ordnungsprinzip vor Tellur stehen, da es in der Masse leichter ist. Da dies nicht der Fall ist, musste für die Reihenfolge der beiden Elemente eine andere Eigentümlichkeit ausschlaggebend sein. Dieses Problem löste der Chemiker Mosley 1912 mit dem Beweis, dass die Kernladungszahl das entscheidende Kriterium darstellt und nicht die Atommasse, wie man zuvor geglaubt hatte.

► Das entscheidende Ordnungskriterium: Die Kernladungszahl

Heute sind Elemente bis zur Ordnungszahl 112 bekannt, von denen 88 in der Natur nachgewiesen werden können. Knapp 45% der derzeit bekannten Elemente wurden erst im 19. Jahrhundert entdeckt. Dies waren v. a. schwer zugängliche, oft radioaktive Elemente mit einer Kernladungszahl über 95, deren natürliches Vorkommen noch nicht beobachtet werden konnte. Sie können nur künstlich durch kernchemische Synthesen hergestellt werden und sind Ergebnis von Kernreaktionen oder Atomumwandlungen. Die Bedeutung des Periodensystems der Elemente verlieh so der Entwicklung der chemischen Wissenschaft wichtige Impulse.

► Heute besteht das Periodensystem aus 112 Elementen, Tendenz steigend.

9.1.2 Beschriftung der Elemente im Periodensystem

Um die folgenden Erläuterungen besser nachvollziehen zu können, ist es vorteilhaft, ein Periodensystem vor sich liegen zu haben (Abb. 9.1). Wenn wir das Periodensystem der Elemente, auch PSE genannt, betrachten, wird deutlich, dass jedem Element eine Abkürzung zugewiesen wird. Diese steht im Zentrum des jedem einzelnen Element zugeordneten Kästchens. Darunter ist der ausgeschriebene Name des Elements aufgeführt.

Die **Ordnungszahl (= Kernladungszahl)** gibt die **Zahl der Protonen bzw. der Elektronen** des ungeladenen Atoms an. Sie steht im Periodensystem links neben der Abkürzung. Darüber ist die **Nukleonenzahl** aufgeführt, die wiederum die **Summe der Protonen und Neutronen** des erwähnten Elements darstellt.

► Ordnungszahl = Zahl der Protonen

► Nukleonenzahl = Anzahl der Protonen+Neutronen

So gilt für Natrium: $^{\text{Nukleonenzahl } 23}_{\text{Ordungszahl } 11}\text{Na}$

Wenn ein Element die gleiche Anzahl an Protonen, aber unterschiedlich viele Neutronen besitzt, spricht man von Isotopen. Diese haben gleiche chemische, aber unterschiedliche physikalische Eigenschaften.

► Isotop: Gleiche Ordnungszahl, aber unterschiedliche Nukleonenzahl.

Die Elemente werden im Periodensystem von links nach rechts mit steigender Ordnungszahl und von oben nach unten mit steigender Schalenzahl geordnet.

9.1.3 Aufbau des Periodensystems

Aus der Position eines Elements im Periodensystem kann man auf die Eigenschaften dieses Elements und die Art der von ihm gebildeten Verbindungen schließen.

Das Periodensystem ist aus Zeilen und Spalten aufgebaut. Die **Zeilen** entsprechen insgesamt **sieben Perioden,** wobei die **Periodennummer eines Elements die Zahl der Schalen seiner Atomhülle**, auch Hauptquantenzahl n genannt, angibt. Jede zusätzliche innere Elektronenschale schirmt

► Zeilen im PSE: Perioden
Spalten im PSE: Gruppen

die Außenelektronen zunehmend gegen den Atomkern ab. Dem entsprechend hat z. B. Natrium 3 Atomschalen.

► Die Haupteinteilung im PSE: Haupt- und Nebengruppen, Lanthanoide und Actinoide.

Die **Spalten des Periodensystems** stellen **Gruppen** dar. Hierbei muss man zwischen den Haupt- und Nebengruppen sowie der Gruppe der Lanthanoide und Actinoide unterscheiden.

Die Hauptgruppennummer eines Elements gibt an, wie viele Außenelektronen dessen Atome besitzen. Die Elemente der 1.–3. Hauptgruppe neigen dazu Elektronen abzugeben. Ziel hierbei ist, genauso viele Außenelektronen (8 Elektronen, deshalb auch **Oktettregel**) zu erreichen, wie das im Periodensystem am nächsten stehende Edelgas. Solche Strukturen sind sehr stabil und werden als **Edelgaskonfiguration** bezeichnet.In der 5.–7. Hauptgruppe müssen dagegen Elektronen aufgenommen werden. Die 8. Hauptgruppe trägt die Bezeichnung Edelgase, da ihre Atome bereits acht Elektronen besitzen und somit die Edelgaskonfiguration schon erreicht haben. Deshalb gehen sie praktisch keine chemischen Verbindungen ein.

► Elemente versuchen in ihren Verbindungen immer die Edelgaskonfiguration zu erreichen. Hierzu werden Außenelektronen aufgenommen (5.–7. Hauptgruppe) oder abgegeben (1.–3. Hauptgruppe).

Ach ja, bei der Nummerierung der Haupt- und Nebengruppen gibt es unterschiedliche Systeme: Entweder man nummeriert einfach von links nach rechts von 1–18 durch. Dann hat z. B. die 2. Hauptgruppe die Nummer 2, die 4. wäre dann aber 14. Alternativ findet man noch die Nummerierung mit römischen Zahlen I–VIII. Zusätzlich gibt ein A bzw. B an, ob es eine Hauptgruppe (A) oder Nebengruppe (B oder kein Buchstabe) ist. Die 2. Hauptgruppe kann folglich auch mit IIA, die 4. mit IVA belegt sein.

Die **4. Hauptgruppe** nimmt eine Sonderstellung im Periodensystem ein. Sie kann vier Elektronen sowohl aufnehmen als auch abgeben. **Dies ist u. a. ein Grund, weshalb der sich in dieser Gruppierung befindende Kohlenstoff in der Chemie eine so bedeutende Rolle spielt.**

► Natrium muss ein Elektron abgeben, um die stabile Edelgasschale zu erreichen. Es resultiert ein Natriumkation (Na^+).

Am Beispiel Natrium erkennt man, dass Natrium ein Elektron zu viel und damit das Bestreben hat dieses Elektron abzugeben, um Edelgaskonfiguration zu erreichen. Natrium besitzt also die stöchiometrische Wertigkeit +1 (positiv).

Elemente einer Hauptgruppe besitzen die gleiche Zahl an Außenelektronen. Elemente innerhalb einer Gruppe zeichnen sich also durch ähnliche Eigenschaften aus. Deshalb können sie zu folgenden Gruppennamen zusammengefasst werden.

► Es gibt 8 Hauptgruppen im PSE.

Es gibt 8 **Hauptgruppen**:

- IA: Alkalimetalle
- IIA: Erdalkalimetalle
- IIIA: Erdmetalle (dieser Begriff ist aber mehrdeutig)
- IVA: Kohlenstoffgruppe
- VA: Stickstoffgruppe
- VIA: Sauerstoffgruppe (Chalkogene)
- VIIA: Halogene
- VIIIA: Edelgase

► Hauptgruppe: s- und p-Schale Nebengruppe: d-Schale Lanthanoide und Actinoide: f-Schale

In den Hauptgruppen werden die s- und p-Zustände (► Kap. 8.1) besetzt, die Nebengruppen die d- und die Gruppe der Lanthanoiden und Actinoiden die f-Zustände.

Nach diesem Prinzip kann man das Periodensystem in einzelne Blöcke von links nach rechts einteilen: s-, f-, d- und p- Block.

Wasserstoff und Helium nehmen eine Sonderstellung ein: Wasserstoff weist trotz s-Orbital andere Eigenschaften auf als die anderen Elemente im s-Block, während Wasserstoff und Helium erst gar keine besetzten p-Orbitale besitzen. Die **Nebengruppen** stehen zwischen der 2. und 3. Hauptgruppe und verfügen meist über zwei Außenelektronen.

Da, wie oben bereits erwähnt, die Anzahl der Außenelektronen die Eigenschaften eines Elements bestimmt, zeigen alle Nebengruppen große Ähnlichkeit miteinander: Sämtliche Nebengruppenelemente sind Metalle. Da sie zwischen den Hauptgruppen stehen, werden sie auch Übergangsmetalle genannt. Zu ihnen gehören fast alle technisch wichtigen Metalle, wie z. B. Eisen (Fe), Chrom (Cr), Nickel (Ni) und Kupfer (Cu).

► Alle Nebengruppenelemente sind Metalle und zeigen ähnliche Eigenschaften.

Die 6. und 7. Periode umfasst je 14 Gruppenelemente mehr als die 4. und 5. Periode. Diese Elemente werden zu den Gruppen der Lanthanoiden und Actinoiden zusammengefasst.

Die chemischen Elemente kann man in Metalle, Nichtmetalle und Halbmetalle unterteilen.

IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIII	VIII	VIII	IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIIIA
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
H																	He
Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
Cs	Ba	Lu	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
Fr	Ra																

Nichtmetalle, Metalle, Halbmetalle

Abb. 9.1. Das Periodensystem

In Abb. 9.1 kann man eine schwarz gefärbte, stufenförmige Diagonale erkennen. Sie trennt die Metalle von den Nichtmetallen. Links der Diagonale stehen die Metalle, rechts davon die Nichtmetalle.

Wenn **Metalle** Verbindungen eingehen, neigen sie zur **Abgabe von Elektronen**; es entstehen Kationen (positive Ionen). Als Element leiten sie den elektrischen Strom, besitzen einen metallischen Glanz und sind plastisch verformbar.

► Metalle geben in Verbindungen Elektronen ab und ergeben Kationen.

Wenn dagegen **Nichtmetalle** Verbindungen eingehen, neigen sie zur **Aufnahme von Elektronen**; es entstehen Anionen (negative Ionen). Außerdem leiten sie keinen elektrischen Strom (= Isolator), sind weder schmiedbar noch verformbar.

► Nichtmetalle nehmen Elektronen auf und ergeben Anionen.

Bor, Silicium, Germanium, Arsen, Selen und Tellur werden als **Halbmetalle** bezeichnet. Sie weisen **äußerlich die Eigenschaften eines Metalls** auf, **verhalten sich chemisch** jedoch **wie ein Nichtmetall.** Im Periodensystem stehen sie zwischen den Metallen und Nichtmetallen.

9.1.4 Tendenzen innerhalb des Periodensystems

Im Periodensystem lassen sich Tendenzen erkennen. Kennt man diese, können viele Eigenschaften vorhergesagt werden!

Reaktionsbereitschaft

Zum einen lässt sich beobachten, dass die Reaktionsbereitschaft innerhalb der Hauptgruppen IA, IIA, IIIA von oben nach unten zunimmt, während sie bei den Gruppen VA, VIA, VIIA von oben nach unten abnimmt (Abb. 9.2).

Die Metalle der Hauptgruppen IA und VIIA sind sehr reaktionsfreudig, sie haben eine deutlich höhere Reaktivität als die benachbarten Elemente der 3. und 4. Hauptgruppe (IIIA und IVA). **Daraus kann man folgern, dass die Hauptgruppen, die im PSE in den äußeren Spalten liegen, gern miteinander reagieren, ebenso wie die in der Mitte gelegenen Hauptgruppen unter sich.**

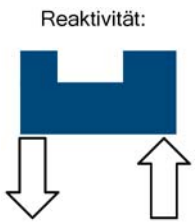


Abb. 9.2. Entwicklung der Reaktivität im PSE

Metallcharakter

Betrachtet man den **Metallcharakter** der im Periodensystem aufgeführten Elemente, wird ersichtlich, dass dieser innerhalb der Perioden tendenziell von links nach rechts abgeschwächt und in den Gruppen von oben nach unten verstärkt wird (Abb. 9.3).

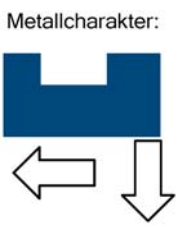


Abb. 9.3. Entwicklung des Metallcharakters im PSE

Atomradius

Die Größe des **Atomradius** lässt sich nicht leicht bestimmen. Aufgrund der Tatsache, dass ein Atom keine definierte Oberfläche hat, ist die Größe von Atomen nicht zu messen. Der Abstand zwischen den Kernen aneinander gebundener Atome jedoch kann festgestellt werden. Atome können sich nicht beliebig nahe kommen. Bei zunehmender Annäherung zweier Atome entwickelt sich zunächst eine Anziehungskraft. Diese wird in eine abstoßende Kraft umgewandelt, wenn sich ihre Elektronenwol-

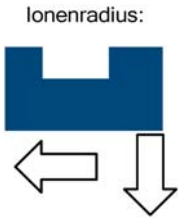


Abb. 9.4. Entwicklung des Ionenradius im PSE

ken zu sehr durchdringen und die Atomkerne zu sehr annähern. Die Hälfte der kürzesten möglichen Entfernung zwischen zwei Atomen definiert man als Atomradius (Ionenradius).

Es lässt sich beobachten, dass in einer Periode der Atomradius von links nach rechts abnimmt. Dies geschieht, weil die Kernladung ansteigt und der Kern so die Elektronen stärker an sich zieht. Innerhalb einer Gruppe wiederum nimmt der Atomradius von oben nach unten zu. Hier besetzen die jeweils äußeren Elektronen immer weiter vom Kern entfernte Schalen. Der Atomradius steigt (Abb. 9.4).

Elektronegativität

In der Elektronegativität innerhalb des PSE lassen sich weitere Tendenzen ausmachen. **Unter Elektronegativität (EN) versteht man die Fähigkeit von benachbarten Atomen, die einer an chemischen Bindungen beteiligt sind, die gemeinsamen Elektronen unterschiedlich stark anzuziehen.**

► Elektropositive Elemente bilden eher positive Ionen, elektronegative Elemente bilden eher negative Ionen.

Man kann zwischen elektropositiven und elektronegativen Elementen unterscheiden, wobei es davon abhängt, ob das Element mehr dazu neigt, positive oder negative Ionen zu bilden. Anhand seiner Elektronegativität lässt sich das Verhalten eines Elements besser verstehen.

► Fluor das elektronegativste Element.

Linus Pauling (Nobelpreis Chemie 1954, Friedensnobelpreis 1962) hat 1932 eine empirische Elektronegativitätsskala aufgestellt, die die Stärke der Elektronegativität über einen Zahlenwert von ca. 1–4 ausdrückt. So hat z. B. Fluor die Elektronegativität von 4. Dies ist der höchste Wert im PSE. Damit ist Fluor das elektronegativste Element.

Abb. 9.5. Entwicklung der Elektronegativität im PSE

Insgesamt nimmt die Elektronegativität innerhalb der Perioden von links nach rechts zu. Sie ist im Periodensystem links unten am niedrigsten, während sie rechts oben am höchsten ist. In den Hauptgruppen nimmt sie von oben nach unten ab (Abb. 9.5). Alle Nebengruppen weisen eine relativ geringe Elektronegativität auf. Die Werte der Lanthanoiden-Gruppe unterscheiden sich nur geringfügig voneinander.

Da Edelgase (praktisch) keine Verbindungen eingehen, sind für diese auch keine Elektronegativitäten definiert.

Im Zusammenhang mit der Elektronegativität gilt es die **Elektronenaffinität** zu nennen. **Unter der Elektroaffinität versteht man die Energie, die bei der Aufnahme eines Elektrons durch ein Atom oder Ion frei wird.** Eine hohe Elektronenaffinität eines Elements bedeutet, dass stark elektronegative Elemente die Tendenz haben Elektronen aufzunehmen. Wenn Atome mit sehr niedriger Elektronegativität Elektronen leicht abgeben, spricht man von niedriger Elektronenaffinität.

► Elektroaffinität = Energie, die bei Aufnahme eines Elektrons frei wird.

Ionisierungsenergie

Wie oben schon erwähnt, existiert außerdem die Ionisierungsenergie. **Ionisierungsenergie ist die Energie, die benötigt wird, um Elektronen aus dem Anziehungsbereich des Atomkerns zu entfernen.** Je mehr Elektronen entfernt werden, desto mehr Energie muss aufgewandt werden.

► Ionisierungsenergie = zur Entfernung eines Elektrons aus dem Atomkern nötige Energie.

Die Ionisierungsenergie nimmt innerhalb der Periode von links nach rechts zu (Abb. 9.6). Die Wegnahme eines Elektrons wird dadurch schwieriger, weil die Atome kleiner werden und die Kernladung zunimmt. Innerhalb der Hauptgruppen nimmt die Ionisierungsenergie im Periodensystem von oben nach unten ab. Die Vergrößerung der Atome erleichtert das Entfernen eines Elektrons. Das zu entfernende Elektron entstammt von Element zu Element einer immer weiter außen liegenden Schale. Dagegen wird die Zunahme der Kernladung von der Abschirmung durch die inneren Elektronen weitgehend kompensiert. Die Ionisierungsenergie bei den Nebengruppenelemente nimmt weniger stark zu als bei den Hauptgruppenelementen.

Abb. 9.6. Entwicklung der Ionisierungsenergie im PSE

Typisch für Metalle ist eine niedrige, für Nichtmetalle eine hohe Ionisierungsenergie. Am niedrigsten innerhalb ihrer jeweiligen Periode ist sie bei den Alkalimetallen und am höchsten bei den Edelgasen. **Die Ionisierungsenergie ist eine messbare Eigenschaft eines Atoms.**

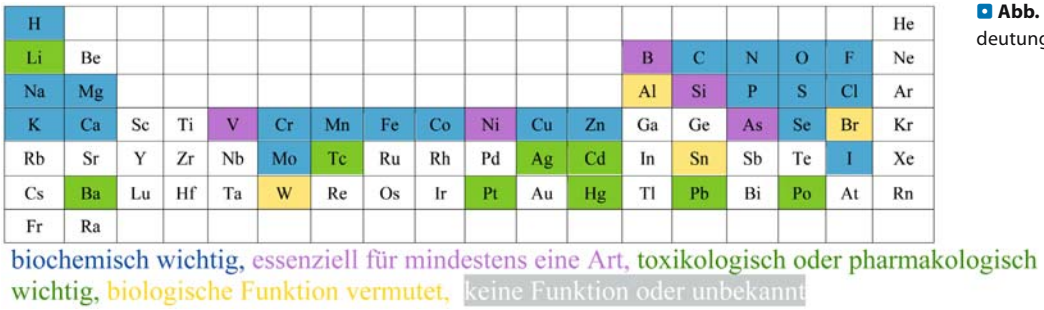
9.2 Exemplarische Abhandlung der Chemie wichtiger Elemente

9.2.1 Einordnung der Elemente im Hinblick auf ihre biologische Bedeutung

► Für den Menschen ist nur ca. 1/4 aller stabilen Elemente des PSE von Bedeutung.

Von den stabilen **Elementen des Periodensystems** sind nur ca. 20 für Mensch, Tier und Pflanze auf der Erde lebensnotwendig. Allerdings sind diese nur wirksam als Bestandteil chemischer Verbindungen. Die Mehrzahl dieser Elemente lässt sich in den ersten 4 Perioden des PSE finden. Als wasserlösliche Verbindungen sind viele Elemente mit höherer Ordnungszahl sehr gefährlich für die Entwicklung von Lebensprozessen dar. Als Beispiele können hier u. a. Salzes des Quecksilbers (Hg^{2+}) oder Bleis (Pb^{2+}/Pb^{4+}) genannt werden.

Die folgende ◘ Abb. 9.7 zeigt Elemente mit wichtiger biologischer Bedeutung.



◘ **Abb. 9.7.** Biologische Bedeutung der Elemente

► Der menschliche Körper: Viel Wasser, viel organische, wenig anorganische Chemie.

In der Evolution spielt die so genannte **Bioverfügbarkeit** für die Auswahl lebensnotwendiger Elemente eine große Rolle. Darunter versteht man, wie häufig ein Element in der Natur aufzufinden ist und wie leicht es sich z. B. aus Mineralien in Lösung bringen lässt.

Der **menschliche Körper** besteht zu 50–60% aus Wasser, wobei die Körpersubstanz hauptsächlich aus organischer und nur zu 5% aus mineralischer Natur besteht.

Folgende Hauptgruppenelemente sind überwiegend am Körperaufbau beteiligt (◘ Tab. 9.1).

► Spurenelemente sind Elemente, die in geringen Mengen im Körper (<50 mg/kg Gewebe) vorkommen, für die Funktion aber unerlässlich sind.

Als **Spurenelemente** werden Elemente bezeichnet, die für die Funktionen des Körpers unerlässlich, aber nur in sehr geringen Mengen (»in Spuren«) benötigt werden. Zu ihnen zählen die Nebengruppenelemente Eisen, Zink, Kupfer, Chrom, Mangan, Cobalt und Molybdän, sowie Iod, Fluor und Selen aus den Hauptgruppen. **Da der Körper Spurenelemente nicht selber herstellen kann, müssen sie mit der Nahrung konstant aufgenommen werden. Bleibt dies aus, können Mangelerscheinungen auftreten.**

◘ **Tab. 9.1.** Prozentuale Anteile der Elemente im Menschen

Element	Prozentualer Anteil
Sauerstoff (O)	63
Kohlenstoff (C)	20
Wasserstoff (H)	10
Stickstoff (N)	3
Calcium (Ca)	1,5
Phosphor (P)	1
Schwefel (S)	0,25
Kalium (K)	0,2
Natrium (Na)	0,1
Chlor (Cl)	0,1
Magnesium	0,04
Andere	0,81

9.2.2 Wichtige chemische Elemente und ihre Bedeutung für den menschlichen Körper

Im Folgenden werden einzelne Elemente des Periodensystems erläutert, die für den menschlichen Organismus eine wichtige Rolle spielen.

9.2.2.1 Kohlenstoff

Der Grundbaustoff der organischen Chemie ist Kohlenstoff (C). Er gilt als weit verbreiteter Stoff, dessen organischen Verbindungen zentrale Bedeutung für alle Lebensvorgänge haben. Die große Vielzahl an chemischen Verbindungen kommt durch seine Fähigkeit zustande, lange Ketten oder Ringe zu bilden.

Gegenwärtig gibt es mehrere Millionen Kohlenstoffverbindungen. Dadurch wird die Zahl der kohlenstofffreien Verbindungen (ca. 300.000) deutlich übertroffen. Anfang August 2006 waren in der Chemical Abstract Service Datenbank – die umfassendste Quelle chemischer Information –

► Kohlenstoff (C): Grundlage des Lebens.

29.321.541 organische und anorganische Verbindungen und **57.737.035** Sequenzen (Proteine, DNA) bekannt. Das erklärt auch, warum sich der Chemiker ein eigenes Benennungssystem chemischer Verbindungen überlegt hat: die Nomenklatur. Mehr dazu aber im ► Kap. 12.

Kohlenstoff ist an allen dynamischen Abläufen der Ökosphäre beteiligt. Der globale Kohlenstoffkreislauf stellt die Voraussetzung für die Entstehung und Entwicklung des Lebens auf der Erde dar. **Weder pflanzliches noch tierisches Leben könnte ohne Kohlenstoff existieren.**

Neben Wasserstoff und Sauerstoff stellt es im menschlichen Körper das wichtigste Element dar. Aber Kohlenstoff kann in bestimmten Verbindungen für den Körper auch gefährlich sein, so wie die chemische Verbindung Kohlenmonoxid (CO).

► Oxide des Kohlenstoffs: CO, CO_2

Der Hauptanteil des Kohlenstoffs, der im Treibstoff eines Autos oder im Brennstoff eines Ofens enthalten ist, wird zu **Kohlendioxid (CO_2)** verbrannt. Reicht bei einer Verbrennung der vorhandene Sauerstoff nicht für die vollständige Verbrennung des Kohlenstoffs zu CO_2 aus, so entsteht **Kohlenmonoxid (CO).** Es weist nur einem Sauerstoffmolekül (CO) auf.

Kohlenmonoxid existiert als farb- und geruchloses Gas. Deshalb ist es nicht einfach, sich davor zu schützen. Aus diesem Grund kann es für den Menschen eine große Gefahr darstellen. **Kohlenmonoxidvergiftungen** bei Unfällen im Haushalt kommen nicht selten vor. Bei Überdosierungen führen sie zum Tode. Anzeichen der drohenden Gasvergiftung ist die Rosafärbung der Haut. Als Gegenmaßnahme wird die Zuführung von – wenn möglich reinem – Sauerstoff eingesetzt.

► Das radioaktive Isotop C-14 kann zur Alterbestimmung fossiler Proben benutzt werden.

Erkenntnisse über Kohlenstoff werden auch im Bereich der Paläontologie, der Wissenschaft von den Lebewesen vergangener Erdperioden, genutzt. Mit einem Radiocarbon-Test oder auch ^{14}C-Methode genannt. Kann man eine direkte Altersbestimmung von Fossilien durchführen. Dies ist möglich anhand des Gehalts an Radiokohlenstoff (^{14}C), denn diesen speichert ein Organismus in Knochen, Zähnen etc. genau bis zu seinem Tod. Mit dieser Methode können Datierungen im Bereich 1000–40.000 Jahren gemacht werden.

Hätten Sie's gewusst?

Isotope und Doping

Ich bin zu langsam! Deshalb muss etwas her, um die Leistung zu steigern: Doping.

In der heutigen Sportwelt ist der Begriff Doping allgegenwärtig geworden. Die Dopingmethoden werden immer ausgefeilter, die Nachweismethoden aber auch. Ein Problem ist, wenn zum Doping körpereigene Verbindungen, z. B. Testosteron, eingesetzt werden. Man kann zwar am für eine gewisse Person sehr konstanten Verhältnis Testosteron/Epitestosteron vermuten, dass Testosteron »zugeführt« wurde, aber wie kann man das zweifelsfrei nachweisen?

Isotope können hier helfen. So ist in jedem lebenden Organismus das Verhältnis der Isotope ^{12}C-^{13}C-^{14}C charakteristisch. Stirbt ein Organismus ab, so beginnt z. B. das C-14-Isotop radioaktiv zu zerfallen und das Verhältnis verschiebt sich. Jetzt kommt der Trick: (Fast) Alle künstlichen organischen Verbindungen stammen normalerweise irgendwann mal vom Erdöl ab, das wiederum aus vor Jahrmillionen abgestorbenen Organismen entstanden ist. Deshalb liegt im Erdöl ein anderes Isotopenverhältnis vor, als in heute biologisch hergestellten organischen Verbindungen. Diese Methode kann benutzt werden, um synthetischen Alkohol von Ethanol zu unterschieden, der durch Vergärung hergestellt wurde. Letztere wird oft auch netterweise mit »Bioalkohol« bezeichnet, wobei es der Leber ziemlich egal ist, woher der Alkohol kommt.

Beim Dopingtest ist das Verfahren leider etwas komplizierter. Künstliche Steroide werden nicht aus Erdöl, sondern aus Ausgangsmaterialien hergestellt, die aus Sojabohnen oder anderen Pflanzenölen gewonnen werden. Da kann man aber das Verhältnis $^{12}C/^{13}C$ heranziehen. Findet man im Körper des Sportlers jetzt Testosteron mit einem ungewöhnlichen Isotopenverhältnis, muss das Hormon aus einer externen künstlichen Quelle stammen. Quod erat demonstrandum und eine mehrjährige Sperre.

9.2.2.2 Sauerstoff, Stickstoff und Phosphor

Sauerstoff

Das Element **Sauerstoff (O)** hat wie Kohlenstoff eine große Bedeutung für das Leben. Beide sind zentrale Elemente der Atmung des Menschen. Der Mensch nimmt Sauerstoff auf, verarbeitet ihn im Körper zu Kohlendioxid (CO_2) und scheidet dieses dann wieder aus. Bei diesem Vorgang gelangt Sauerstoff über die Lunge in das Blut. Der Großteil des im Blut transportierten Sauerstoffs wird in den roten Blutkörperchen reversibel an Hämoglobin (Hb) gebunden.

► Sauerstoff unterhält die Verbrennung.

Auf diesem Weg wird der Sauerstoff zu den Zellen des Körpers geliefert, wo er an vielen Reaktionen beteiligt ist. Er verbrennt dort z. B. Traubenzucker. Dieser spielt eine entscheidende Rolle bei der Erzeugung von Körperwärme, Muskelarbeit, Gehirntätigkeit, etc. Dies erklärt, weshalb ein Mensch binnen weniger Minuten ohne Sauerstoff einen Hirntod erleidet. Die Atemluft muss deshalb mehr als 17% Sauerstoff enthalten. Geringere Konzentrationen führen mehr oder weniger schnell zum Erstickungstod. Schon ein geringes Absinken des Sauerstoffgehalts in der Atemluft kann zu Störungen der Gehirnleistung führen.

► Die Atmung als kontrollierte Verbrennung: Sauerstoff (O_2) wird aufgenommen und Kohlendioxid (CO_2) abgeatmet.

Ebenso gesundheitsschädigend ist, wenn man längere Zeit einer weiteren reinen Sauerstoffverbindung ausgesetzt ist, dem **Ozon (O_3)**. Es ruft starke Schleimhautreizung hervor und kann bei hohen Konzentrationen sogar zu Lungenschäden führen.

Stickstoff

Einen wichtigen Bestandteil von Proteinen (► Kap. 10.4), Nucleinsäuren und Enzymen stellt das Element **Stickstoff (N)** dar. Es ist somit auch ein fundamentaler Bestandteil der organischen Chemie (► Kap. 10).

Stickstoff ist auch ein Bestandteil von **Stickstoffmonoxid (NO).** Diese Verbindung bewirkt eine Ausdehnung der kleinen Arterien im Blutsystem. Für einen Herzinfarkt ist eine Gefäßverengung ursächlich. Da Stickstoffmonoxid die Arterien wieder erweitert, werden Stoffe, die NO freisetzen oder dessen Abbau verzögern, gegen Angina pectoris und Herzinfarkt eingesetzt.

► Stickstoffmonoxid ist ein Botenstoff, der die Gefäße weitet.

Hätten Sie's gewusst?

Entdeckung der Narkosemittel

Zu Beginn des 19. Jahrhunderts gab es noch keine ausreichenden Narkosemittel bei Operationen am menschlichen Körper. Die Patienten waren oft höllischen Schmerzen bei operativen Eingriffen ausgesetzt. Ein chirurgischer Eingriff glich manchmal für die Menschen einem Todesurteil. Wer einen Eingriff überlebt hatte, litt oft ein Leben lang unter dem Trauma der Operation. Dies verbesserte sich erst, als die ersten Narkotika erfunden wurden: Ether wurde erstmals im Jahr 1640 synthetisiert. Über 100 Jahre später entdeckte man auch die chemische Verbindung N_2O. Distickstoffoxid ist weitläufig als **Lachgas** bekannt. Durch die Einatmung von Ether und Lachgas wurden die Patienten ohnmächtig und damit schmerzunempfindlicher. Qualen während der Operation konnten deutlich reduziert werden. Millionen von Menschen blieben unerträgliche Schmerzen erspart. Lachgas findet sich heute auch noch häufig, aber im Supermarkt. Dort wird es als Lebensmittelzusatzstoff E 942 zum Aufschäumen z. B. von Schlagsahne (Sprühsahne) verwendet.

Phosphor

Weiterer Grundstoff im menschlichen Organismus ist **Phosphor (P)**.

► Phosphor ist im Organismus v. a. als Phosphat wichtig.

Der größte Teil der Phosphormenge im menschlichen Körper ist in der Verbindung **Hydroxylapatit**, einem Phosphat (PO_4^{3-}), gespeichert, das beim **Aufbau der Knochen und Zähne** bedeutsam ist.

► Hydroxylapatit $[Ca_5[(OH)(PO_4)_3]$ ist Bestandteil von Zähnen und Knochen.

Bei den Phosphaten ist auch das **Phosphatpuffersystem** ($HPO_4^{2-}/H_2PO_4^-$) neben dem Kohlensäure-Hydrogencarbonatpuffer als wichtiges Puffersystem des Körpers zu nennen. Um das Säure-Basen-Gleichgewicht des Körpers konstant zu halten, werden pro Tag etwa 60–100 mmol H^+-Ionen über die Niere ausgeschieden. Damit die Ausscheidung pH-neutral gehalten wird, wird der pH-Wert über diese Puffersysteme konstant gehalten (► Kap. 8.3.3.5).

Zudem ist Phosphor Bestandteil der DNS (Desoxyribonukleinsäure), auf der die Erbinformation gespeichert ist. Eine entscheidende Rolle spielt dieses Element auch beim Energiestoffwechsel in Form von **ATP** (Adenosintriphoshat).

9.2.2.3 Halogene

In der Hauptgruppe 7 sind die **Halogene** aufgeführt. Unter ihnen befinden sich ebenfalls lebensnotwendige Grundstoffe.

Die Bezeichnung Halogen kommt aus dem Griechischen und bedeutet »Salzbildner«. Verbindungen der Halogene mit Metallen werden demzufolge in die Gruppe der Salze eingereiht.

► Halogene: Fluor, Chlor, Brom, Iod und Astat

Zu den Halogenen gehören

- Fluor
- Chlor
- Brom
- Iod
- Astat

Sie sind reaktionsfreudige Nichtmetalle. Fluor, Chlor und Brom wirken in gasförmigem Zustand als starke Atemgifte. Flüssiges Brom kann auf der Haut zu schweren Verätzungen führen. Im Folgenden wird die Bedeutung von Fluor, Chlor und Iod für den menschlichen Körper näher erläutert.

Fluor

► Härtung des Zahnschmelzes durch Fluorid: $[Ca_5[(OH)(PO_4)_3]+F^- \rightarrow [Ca_5[F(PO_4)_3]+OH^-$

Fluor gehört zu den Spurenelementen. Es verfestigt die Zahnsubstanz und vermindert den Kariesbefall. Aus diesem Grund wird in einigen Länder, wie z. B. in der Schweiz, das Wasser mit Fluorid versetzt. Auch in Zahnpasta ist Fluorid (kein Fluor!!) enthalten. Dadurch entsteht aus dem Hydroxylapatit Fluorapatit, der weniger anfällig für Säureattacken ist.

► Fluor (F_2) ist ein sehr reaktives, giftiges Gas.

Allerdings sind viele Fluorverbindungen sehr giftig. Gasförmiges **Fluor (F_2)** z. B. führt bereits in geringen Konzentrationen zu Reizungen der Atemwege und Verätzungen der Haut.

Chlor

► Im Körper spielt Chlor nur als Chlorid (Cl^-) eine Rolle.

Chlor spielt eine zentrale Rolle bei der Erregungsleitung in den Nerven. Die Chloridionen (Cl^-) bestimmen die Anionenkonzentration im Raum außerhalb einer Zelle. Wenn die Zelle in Ruhe vorliegt, haben die Chloridionen kaum Einfluss auf die Zelle. Bei einer Erregung der Zelle aber wird Cl^- durch chemische Kräfte in die Zelle hinein und durch elektrische Kräfte aus der Zelle herausgedrängt. Auf diese Weise wird die Zelle erregt und der Reiz zu den anderen Zellen weitergeleitet. Die Nerven regen die Muskeln an sich zu kontrahieren. Folglich sind die höchsten Chlorkonzentrationen im menschlichen Körper in den Muskeln zu finden.

► Chlor (Cl_2) ist ein sehr reaktives, giftiges Gas.

Chlor ist als Chlorid weitgehend untoxisch, während es als Element (Gas) giftig ist: Es greift in geringen Konzentrationen die Atemwege an und reizt die Schleimhäute. Bei gesteigerter Konzentration kommt es bereits zu schweren Lungenschäden. Letztlich kann es tödlich wirken. Im Ersten Weltkrieg wurden Chlorgas sowie die Chlorverbindung Phosgen ($COCl_2$) sogar als Kampfgas eingesetzt.

► Chlorgas (Cl_2) und hypochlorige Säure (HOCl) können zur Desinfektion eingesetzt werden.

Heute dient Chlor v. a. der **Desinfektion**, z. B. bei der Chlorung von Schwimmbädern. Hierbei löst sich Chlor in Wasser und zerfällt in Salzsäure (HCl) und hypochlorige Säure (HOCl). Diese kann leicht Zellmembranen von Bakterien durchdringen und tötet diese ab. Zusätzlich zerfällt HOCl auch in Sauerstoff, welcher wieder als Oxidationsmittel dienen kann.

$$Cl_2+H_2O \rightleftharpoons HOCl+HCl$$

$$2HOCl \rightarrow O_2+2HCl$$

Will man den Umgang mit Chlorgas vermeiden, kann auch das leichter zu handhabende Natriumhypochlorit (Natriumsalz der hypochlorigen Säure) eingesetzt werden. **Das Gleichgewicht zwischen Chlor und Hypochlorit ist übrigens auch der Grund dafür, dass man chlorhaltige Reinigungsmittel nie mit säurehaltigen Reinigern zusammenbringen soll: Hier reagiert die Säure mit dem Hypochlorit und es wird Chlorgas freigesetzt, welches wie schon erwähnt sehr giftig ist.**

Iod

Genauso wie Fluor ist Iod (I) ein Spurenelement. Die Gesamtmenge an Iod im Körper liegt bei ca. 10–20 mg. Es wird als Iodid aufgenommen und für den Aufbau der Schilddrüsenhormone benötigt. Bei Iodmangel kann es zu einer Unterfunktion der Schilddrüse sowie einer Kropfbildung kommen. Eine Überfunktion liegt dann vor, wenn Schilddrüsenhormone in zu großer Konzentration produziert werden.

► Iodid (I^-) ist als Spurenelement v. a. für den Aufbau von Schilddrüsenhormonen wichtig.

In Dampfform reizt Iod Haut, Augen und Schleimhäute.

9.2.2.4 Alkali- und Erdalkalimetalle

Als **Alkalimetalle** werden folgende Elemente bezeichnet:

- Lithium
- Natrium
- Kalium
- Rubidium
- Cäsium
- Francium

► Wichtige Alkalimetalle: Lithium (Li), Natrium (Na) und Kalium (K)

Sie sind wichtige Bestandteile des menschlichen Organismus. In der Natur kommen sie nicht elementar, sondern nur gebunden als Kationen vor (Li^+, Na^+, K^+) (Tab. 9.2).

Für den Körper stellen Natrium und Kalium äußerst wichtige Elektrolyte dar.

► Die Alkalimetalle selbst sind sehr reaktiv und spielen deshalb nur als Kationen der allgemeinen Formel X^+ eine Rolle.

Natriumionen

Natriumionen (Na^+) spielen eine tragende Rolle bei Ionentransport und Nervenreizleitung. Durch eine Ionenpumpe wird Na^+ gegen das sich im Zellinneren befindende K^+ ausgetauscht. Dabei wird Na^+ in die Zelle und K^+ aus der Zelle transportiert. Dieser Na^+-Fluss ins Innere der Zelle wird für Erregungsprozesse und viele Transportvorgänge von Ionen genutzt.

► Die Natrium-Kalium-Pumpe ist entscheidend für die Reizleitung im Körper.

Natrium wird in Form von Kochsalz (NaCl) mit der Nahrung aufgenommen. Ein Natriummangel kommt selten vor, da Natrium in der Nahrung ausreichend vorhanden ist, sodass man eher zu viel Natrium als zu wenig zu sich nimmt. **So ist ein übermäßiger Kochsalzgenuss mitverantwortlich für Blutdruckerhöhung, Arterienverkalkung und Entzündungsneigung.**

► Kochsalz (NaCl) ist die Hauptquelle für Natriumionen.

Kalium

Kalium (K) ist in Form von K^+ in allen Teilen unseres Körpers vorhanden, wie z. B. in den roten Blutkörperchen und im Muskel- und Hirngewebe. Auch Kalium wird reichlich über die Nahrung in den Körper aufgenommen. So kommt es, wie bei Natrium, häufiger zu Überschussbildungen im Körper als zu Mangelerscheinungen.

► Kaliumionen sind entscheidend für die Reizleitung

Chronischer Kaliumüberschuss schränkt die Funktionsfähigkeit des zentralen Nervensystems ein, da sich erhöhte Mengen von Kalium im äußeren Raum der Zelle befinden und so keine K^+-Ionen aus dem Zellinneren entweichen können. Folglich wird kein Nervenimpuls übertragen. Sämtliche Körperfunktionen sind davon betroffen. Letztlich kann es sogar zum Herzstillstand führen. Einige Krankheiten, z. B. Nierenfunktionsstörungen, können zu einem **Kaliummangel** führen. Zusätzliche Kaliumgaben sind hier erforderlich.

Tab. 9.2. Alkali- und Erdalkalimetalle im Körper

Mengenelement	Gehalt im Körper [g kg^{-1}]	Übliche Aufnahme [g d^{-1}]
Natrium	1,0–1,5	5
Kalium	2,0–2,5	3
Calcium	10-20	1
Magnesium	0,4–0,5	0,2–0,3

Zu den **Erdalkalimetallen** werden gezählt:

- Beryllium
- Magnesium
- Calcium
- Strontium
- Barium
- Radium

► Wichtige Erdalkalimetalle: Magnesium (Mg), Calcium (Ca) und Barium (Ba).

Wie die Alkalimetalle sind sie in der Natur nicht elementar vorhanden. Allerdings sind sie Bestandteil mineralischer Verbindungen.

► Die Erdalkalimetalle selbst sind sehr reaktiv und spielen deshalb nur als Dikationen der allgemeinen Formel X^{2+} eine Rolle.

Magnesium

Magnesium (Mg) als Ion reguliert den Stofftransport durch die Zellwände und sorgt mit den schon genannten Elementen für die Erregbarkeit einer Zelle. Bei Magnesiummangel kann eine gesteigerte Erregbarkeit der Zellen in den Muskeln auftreten und zu Muskelkrämpfen führen. Eine übermäßige Magnesiumzufuhr wiederum vermindert die zelluläre Erregbarkeit.

► Mg^{2+}: Muskelerregung und Knochenbildung.

Die Aufnahme des Magnesiums in die Zelle wird durch Insulin und Schilddrüsenhormone stimuliert. In der Zelle wird es für Reaktionen benötigt, die Energie freisetzen. Eine weitere physiologische Funktion übernimmt das Magnesium bei der Knochenbildung und beim Muskelstoffwechsel. Ungefähr 60% der Magnesiummenge ist in den Knochen gebunden, die so als Magnesiumspeicher dienen. Magnesium ist reichlich in unseren Speisen vorhanden. Eine zusätzliche Aufnahme des Minerals in Tabletten- oder Pulverform ist meist nicht notwendig.

Calcium

► Ca^{2+}: Muskelerregung, Knochenbildung und Blutgerinnung.

Ähnlich wichtig wie Magnesium ist auch das weitere Erdalkalimetall Calcium (Ca). Es kommt zu 99% als Calciumphosphat im Knochen vor. Ein Mangel an Calcium führt zu brüchigen Knochen. Therapeutisch werden die radioaktiven Isotope des Calciums für Knochenszintigraphie und Calcium-Stoffwechseluntersuchungen genutzt. Auch bei der Muskelkontraktion und bei der Gerinnung von Blut nach Verletzungen spielen die Calciumionen eine bedeutende Rolle. Komplexbildner (► Kap. 11), z. B. EDTA, binden freie Calciumionen und unterbinden so die Blutgerinnung.

► Der Gesamtcalciumspiegel im Serum liegt bei 2,1–2,6 mmol l^{-1}.

Die Konstanthaltung des Gesamtcalciumspiegels im Serum auf ca. 2,1–2,6 mmol l^{-1} ist von großer Wichtigkeit, da schon relativ geringe Schwankungen einen erheblichen Einfluss auf die Erregbarkeit der Zellen haben können. Folge davon können Muskelkrämpfe sein.

9.2.2.5 Wichtige Nebengruppenmetalle

► Wichtige Nebengruppenelemente: Eisen (Fe), Zink (Zn) und Kupfer (Cu).

Funktionelle Bedeutungen für den menschlichen Körper werden auch den **Metallen aus den Nebengruppen** zugeschrieben.

Eisen

► Eisenionen sind zentraler Baustein des Hämoglobins.

Als erstes Metall aus den Nebengruppen soll Eisen (Fe) genannt sein. **Eisenionen (Fe^{2+}) sind der wichtigste Bestandteil von Hämoglobin (► Kap. 11) und dienen dem Sauerstofftransport im Körper.** Blutzellen in den Lungen können ohne Eisen keinen Sauerstoff transportieren. Eisenmangel, z. B. durch Verletzung oder Menstruation, führt so zu einer Anämie (Blutarmut). Die aufzunehmende Menge kann stark variieren (typischer Tagesbedarfs zwischen 5 und 40 mg).

Auch bei Redoxvorgängen in der Zelle stellen Eisenionen als Bestandteil der Eisenproteine einen wesentlichen Faktor dar. Allerdings kann der Körper auch zu viel Eisen speichern. Eine überhöhte Menge an Eisen kann zu Krankheitserscheinungen führen. Bei der Parkinson-Krankheit wird ein Eisenüberschuss im Gehirn nachgewiesen.

Zink

► Zinkionen (Zn^{2+}) sind Bestandteil von Enzymen (»Zink-Finger« als Strukturmotiv einiger Proteine).

Zink (Zn) gilt als wichtiger Baustein von Enzymen, die Wachstum, Entwicklung, Lebensdauer und Fruchtbarkeit des menschlichen Körpers regulieren. Das Element wird in Form von Zn^{2+}-Ionen im

Muskelgewebe, in den Nieren und in der Leber benötigt. Männer müssen mehr Zink aufnehmen als Frauen, da es auch in Spermien und der Prostata vorkommt.

Bei einer noch nicht allzu weit fortgeschrittenen Leberzirrhose werden Zinkgaben verabreicht, weil diese Krankheit mit einem Zinkmangel einhergeht. Ein weiteres Symptom für Zinkmangel äußert sich im Minderwuchs des Menschen. Auch für die DNA-, RNA-Bildung und den Hormonstoffwechsel ist Zink unentbehrlich. Da Zink vom Organismus nicht gespeichert, sondern schnell wieder ausgeschieden wird, ist die Giftigkeit anorganischer Zinkverbindungen gering.

Kupfer

Wie Fluor und Iod ist Kupfer (Cu) ebenso den Spurenelementen zuzuordnen. Kupferionen benötigt der Körper für Enzyme. Durch diese kann der Mensch den Sauerstoff aus der Atemluft effektiv nutzen. Außerdem ist Kupfer an zahlreichen körpereigenen Redoxreaktionen sowie an der Elektronenübertragung beteiligt. Es ist unwahrscheinlich, dass ein Mensch sich mit oral aufgenommenen Kupfersulfat vergiftet. Das Salz wirkt ebenso als Brechmittel. Deshalb kann man es nicht lange im Magen behalten.

► Kupferionen (Cu^{2+}) sind ebenfalls Bestandteil von Redox-Enzymen.

Quecksilber

Zuletzt sollte noch Quecksilber (Hg) genannt werden. Für den menschlichen Organismus hat es keine essenzielle Bedeutung. **Vielmehr sind Quecksilber und seine Verbindungen für ihre Giftigkeit bekannt, denn sie schädigen das Erbgut.** Jedoch konnte eine krebserzeugende Wirkung bis heute nicht nachgewiesen werden. Chronische Quecksilbervergiftungen führen zur Schädigung des Gehirns und der Nieren sowie zu Stoffwechselstörungen.

In der nachfolgenden Tabelle wird aufgeführt, welche Elemente der Körper täglich in welchen Mengen aufnehmen muss, um keine Mangelerscheinungen zu bekommen (Tab. 9.3).

► Quecksilber und seine Verbindungen sind toxisch.

Tab. 9.3. Menschlicher täglicher Bedarf an Elementen

Element	Bedarf [mg]
Phosphor	700–1300
Iod	0,1–0,2
Natrium	5000–15.000
Kalium	2000–6000
Magnesium	250–500
Calcium	700–1300
Eisen	10–20
Kupfer	2–5

kurz & knapp

Periodensystem:

- Ordnungszahl = Zahl der Protonen bzw. Elektronen
- Nukleonenzahl = Summe aus Protonen und Neutronen
- Isotope = gleiche Anzahl an Protonen, aber unterschiedlich viele Neutronen
- Periodennummer eines Elements = Zahl der Schalen seiner Atomhülle
- Hauptgruppennummer eines Elements = Außenelektronen seines Atoms
- Hauptgruppen 1–3 geben Elektronen ab, Hauptgruppen 5–7 nehmen Elektronen auf.
- Metalle geben Elektronen ab, Nichtmetalle nehmen Elektronen auf.
- Die Elektronegativität (EN) bedeutet die Fähigkeit eines Atoms innerhalb einer Bindung Elektronen anzuziehen.
- Die Ionisierungsenergie (IE) beschreibt die Energie, die benötigt wird, um Elektronen aus dem Anziehungsbereich des Atomkerns zu entfernen.
- Tendenzen im PSE (Tab. 9.4)

Wichtige chemische Elemente und ihre Bedeutung für den menschlichen Körper:

- Kohlenstoff: organische Chemie, CO, CO_2
- Sauerstoff: O_2 und Ozon (O_3)
- Stickstoff: Stickstoffmonoxid
- Phosphor: Phosphatpuffer, Bestandteil der DNA und ATP, Knochen und Zähne

▼

- Halogene:
  - Fluor: Spurenelement und Zähne, Kontrastmittel
  - Chlor: Erregungsleitung in den Nerven
  - Iod: Schilddrüsenhormone
- Alkalimetalle:
  - Natrium: Ionentransport und Nervenreizleitung
  - Kalium: in roten Blutkörperchen, Muskel- und Hirngewebe, Steuerung des Nervensystems
- Erdalkalimetalle:
  - Magnesium: reguliert den Stofftransport durch die Zellwände, Knochenbildung, Muskelstoffwechsel
  - Calcium: Muskelkontraktion, Gerinnung von Blut nach Verletzungen, Knochen und Zähne
- Nebengruppen:
  - Eisen: Aufrechterhaltung der roten Blutkörperchen
  - Zink: Wichtiger Baustein von Enzymen
  - Kupfer: Für Enzyme notwendiges Spurenelement, Redox-Systeme
  - Quecksilber: giftig

Tab. 9.4. Tendenzen im PSE

Eigenschaft des Elements	Innerhalb der Hauptgruppe ↓	Innerhalb der Periode →
Reaktionsbereitschaft	I–III: nimmt zu, V–VII: nimmt ab	
Metallcharakter	nimmt zu	nimmt ab
Atomradius	nimmt zu	nimmt ab
Elektronegativität	nimmt ab	nimmt zu
Ionisierungsenergie	nimmt ab	nimmt zu

Übungsaufgaben

Aufgabe 1

Aufgabe 1. Setzen Sie in der nachfolgenden Tabelle die fehlenden Elemente ein (Abb. 9.8).

		N		
Al				
	Ge			
				I
			Po	

Abb. 9.8. Übungsaufgabe

Aufgabe 2

Aufgabe 2. In welcher Hauptgruppe und welcher Periode im Periodensystem steht Magnesium?

Die Lösungen sind dem Periodensystem zu entnehmen.

Alles klar!

Stickstoffmonoxid als gefäßerweiternder Bote

Nitroglycerin hat ein Chemiker aus Italien namens Ascanio Sobrero 1847 erfunden. Jedoch war Nitroglycerin eine hochexplosive Mischung und für jede Anwendung viel zu gefährlich. Jahre später entwickelte Alfred Nobel aus Nitroglycerin Dynamit. Dynamit gilt als relativ ungefährlicher Sprengstoff, der einfach zu handhaben und gezielt einsetzbar ist. 1879 entdeckte schließlich ein Londoner Arzt das stark verdünnte Nitroglycerin als Heilmittel gegen Angina pectoris. Um Patienten durch den in seiner Wirksamkeit bekannten Namen Nitroglycerin nicht zu verunsichern, erhielt diese gefährliche chemische Verbindung die neue Benennung Glyceroltrinitrat.

Vor wenigen Jahren ließ ein Pharmakonzern die Wirksamkeit eines Herzmedikaments überprüfen. Als die klinische Versuchsphase beendet werden sollte, da sie nicht den erwünschten Erfolg zeigte, verhielten sich die männlichen Teilnehmer dieser Studie enttäuscht über den Abbruch. Über die Begründungen wurde erkannt, dass dieses Medikament eine positive Nebenwirkung für die Potenz von Männer gezeigt hatte. Daraufhin wurde das Medikament in dieser Richtung weiterentwickelt und kam schließlich als Viagra® (Wirkstoff: Sildenafil) auf den Markt.

Aber was haben all diese organischen Verbindungen wie Viagra oder Nitroglycerin mit dem Kapitel »Anorganische Chemie« zu tun? Beide haben mit Stickstoffmonoxid (NO) als Botenstoff zu tun. Nitroglycerin soll NO als gefäßerweiterndes Agens freisetzen, während Viagra den Abbau von NO verhindert. Gefäßerweiterung am richtigen Ort im Körper kann durchaus sinnvoll (oder lustvoll) sein.

10 Organische Chemie

10.1 Kohlenwasserstoffe – 402

Stefanie Bohn

10.1.1 »A short history of« – Organische Chemie – 402
10.1.2 Alkane – 404
10.1.3 Alkene – 408
10.1.4 Alkine – 410
10.1.5 Konstitution, Konformation, Konfiguration – 411
10.1.6 Aromaten und Heteroaromaten – 414

10.2 Verbindungen mit Heteroatomen – 418

Dominik Buckert

10.2.1 Einführung Heteroatome – 419
10.2.2 Verbindungen mit Halogenen – 419
10.2.3 Verbindungen mit Sauerstoff – 422
10.2.4 Verbindungen mit Schwefel – 434
10.2.5 Verbindungen mit Stickstoff – 436

10.3 Grundlegende Reaktionstypen und -mechanismen der organischen Chemie – 439

Stefanie Rankl

10.3.1 Von Radikalen, Nucleophilen und Elektrophilen – 440
10.3.2 Elementare Reaktionstypen – 440
10.3.3 Wichtige Reaktionsmechanismen – 442
10.3.4 Zusammensetzung von Elementarschritten: Komplexere Mechanismen – 450

10.4 Einführung in die Naturstoffe: Kohlenhydrate, Fette und Aminosäuren – 457

Ricarda Krebs

10.4.1 Chemie der Kohlenhydrate – 458
10.4.2 Chemie der Lipide – 467
10.4.3 Chemie der Aminosäuren – 475

10.1 Kohlenwasserstoffe

Stefanie Bohn

- Besonderheiten der Kohlenwasserstoffe
- Kohlenwasserstoffe mit C–C-Einfachbindungen: Alkane und Cycloalkane
- Kohlenwasserstoffe mit C=C-Doppelbindungen: Alkene, Cycloalkene, Diene und Polyene
- Kohlenwasserstoffe mit C≡C-Dreifachbindungen: Alkine
- Konstitution, Konfiguration, Konformation
- Darstellung der räumlichen Ausrichtung organischer Moleküle in verschiedenen Projektionsformen
- Aromaten und Heteroaromaten

Wie jetzt?

Fiebersenkung vor über 200 Jahren

Als 1763 viele Bewohner einer südwestenglischen Stadt an sehr hohem Fieber litten, brühte ihr Pfarrer Reverend Edmund Stone einen Aufguss aus der Rinde der Silberweide auf. Seine Therapie schlug an, senkte die Temperatur und linderte die Schmerzen der Gemeindemitglieder.

Schon der berühmte altgriechische Arzt Hippokrates (460–375 v. Chr.) hatte dem Saft der Weidenrinde eine schmerzstillende und fiebersenkende Wirkung zugeschrieben und es daher als Naturheilmittel eingesetzt. Auch im Mittelalter wurde die Weidenrinde (lat. Salicaceae) in der Heilkunde eingesetzt, bis die Korbherstellung an Bedeutung gewann und das Sammeln der Weidenrinde verboten wurde.

Erst zur Zeit Napoleons wurde in Frankreich das Wissen um die Wirkung der Weidenrinde neu entdeckt und die Methodik zur Gewinnung des Wirkstoffs verfeinert: Die Isolierung reiner, farbloser, kristalliner Salicylsäure aus Silberweidenextrakten gelang gegen Mitte des 19. Jahrhunderts, die erstmalige Synthese 1859 durch den Marburger Chemiker H. Kolbe, sodass einer industriellen Herstellung nichts mehr im Wege stand.

Salicylat ist auch heute noch in vielen Nahrungsmitteln enthalten: in einigen Gemüsesorten, wie in Auberginen, Chicorée, Gurken, Paprika, Tomaten und Zucchini; in vielen Früchten, wie Ananas, Himbeeren, Mangos, Melonen und Rosinen; in Kräutern; in Getränken, wie Tee, Fruchtsäften, Wein und Bier; u. v. m. Einige Menschen reagieren sehr empfindlich auf Salicylat und leiden unter Verdauungsbeschwerden, einer gereizten Magenschleimhaut, Magenblutungen und Magengeschwüren. Bei der Behandlung mit Salicylat konnten diese unangenehmen Nebenwirkungen auch bei weniger salicylatsensiblen Patienten auftreten. Ziel der medizinischen Forschung war es deshalb, eine verträglichere und bessere Substanz mit vergleichbarer Wirkung zu finden.

Der Chemiker Dr. Felix Hoffmann der Firma Bayer konnte Ende des 19. Jahrhunderts einen dem Salicylat verwandten Wirkstoff synthetisieren und isolieren, dessen therapeutische Wirkungen sogar noch verstärkt, die Nebenwirkungen jedoch stark vermindert sind.

Wie heißt dieser Wirkstoff und unter welchem Handelsnamen wurde er weltberühmt? Wie wird er synthetisiert, wie wirkt er und warum ist er für unser Leben so bedeutend?

10.1.1 »A short history of« – Organische Chemie

Der schwedische Chemiker Jöns Jakob von Berzelius (1779–1848) zog mit seinem Begriff »Organische Chemie« eine klare, nahezu unüberwindliche Grenze zwischen anorganischer und organischer Chemie: Während sich die Anorganik mit den Elementen und Verbindungen der unbelebten Natur befasste, beinhaltete die Organik die Chemie des Lebens, so wie sie in allen Lebensformen vorkommt. Er ging davon aus, dass organische Substanzen allein durch die »vis vitalis«, die Lebenskraft der Organismen, hergestellt und daher niemals künstlich synthetisiert werden können.

Der deutsche Chemiker Friedrich Wöhler (1800–1882) konnte 1828 diese Annahme eindeutig widerlegen: Als er Ammoniumcyanat, ein typisch anorganisches Salz, erhitzte, entstand eine neue Substanz, die er als Harnstoff identifizierte, d. h. er hatte einen Naturstoff künstlich synthetisiert (Abb. 10.1)!

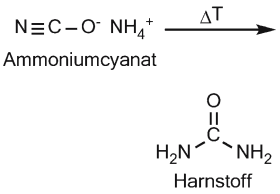


Abb. 10.1. Harnstoffsynthese nach Wöhler

Kaum zu glauben, wie diese Entdeckung nicht nur die Welt der Chemie revolutioniert, sondern durch zahlreiche weitere Entwicklungen auch unser Leben verändert hat! Inzwischen ist es möglich, viele organische Naturstoffe künstlich zu synthetisieren, aber auch ganz neue organische Verbindungen zu kreieren.

Ein Leben ohne diesen industriellen Fortschritt der Organischen Chemie können wir uns gar nicht mehr vorstellen, denn organische Verbindungen beeinflussen entscheidend unseren Alltag: Nicht nur Nährstoffe wie Proteine, Kohlenhydrate, Lipide und Vitamine werden künstlich hergestellt, sondern auch Hormone und Pharmazeutika. Kunststoffe begleiten uns als Kleidung, Verpackungsmaterial, Baumaterial, Datenträger,…

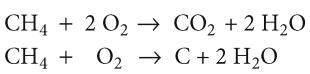
Heute wird die Organische Chemie als die Chemie der Kohlenstoffverbindungen zusammengefasst, wobei einige davon dennoch klassischerweise zur Anorganik gezählt werden: Dazu gehören Kohlenmonoxid, Kohlendioxid, Carbonate, Cyanide und Carbide. Daher kann man die Organische Chemie auch definieren als die **Chemie der Kohlenwasserstoffe und ihrer Derivate**. Außerdem enthalten organische Verbindungen in kleinen Mengen die Elemente Sauerstoff, Stickstoff, Schwefel, Phosphor und Halogene. Organische Verbindungen haben im Allgemeinen niedrige Reaktionsgeschwindigkeiten und sind nur geringfügig wärmebeständig.

► Heute wird die Organische Chemie als die Chemie der Kohlenstoffverbindungen zusammengefasst, wobei einige davon dennoch klassischerweise zur Anorganik gezählt werden

Kohlenwasserstoffe sind Verbindungen, die ausschließlich aus den Elementen Kohlenstoff und Wasserstoff aufgebaut sind. Sie kommen in gemischter Zusammensetzung in Erdgas und Erdöl vor und werden daraus gewonnen. Ihre physikalischen und chemischen Eigenschaften variieren und hängen von vielen Faktoren wie Aufbau, Größe und räumlicher Struktur ab. Sie sind hauptsächlich auf Wechselwirkungen zurückzuführen, wobei bei Kohlenwasserstoffen die van-der-Waals-Kräfte die wichtigste intermolekulare Wechselwirkung darstellen. **Aufgrund der van-der-Waals-Kräfte steigen die Schmelz- und Siedepunkte der Kohlenwasserstoffe mit der Anzahl der Atome bzw. mit der molaren Masse des Moleküls.**

► Kohlenwasserstoffe sind ausschließlich aus den Elementen Kohlenstoff und Wasserstoff aufgebaut – von ihnen leiten sich alle organischen Verbindungen ab.

Aber die Kohlenwasserstoffe haben eine entscheidende Gemeinsamkeit: Alle organischen Verbindungen leiten sich von ihnen ab! Ein wesentlicher Grund dafür ist, dass Kohlenwasserstoffe gerne Reaktionen eingehen und viele Reaktionsmechanismen auf ihnen beruhen. Mit einem Überschuss an Sauerstoff reagieren Kohlenwasserstoffe stark exotherm ($\Delta H = -888\ kJ\ mol^{-1}$) zu Kohlendioxid und Wasser. Wenn zu wenig Sauerstoff zugeführt wird, entsteht elementarer Kohlenstoff, also Ruß.



► Kohlenwasserstoffe sind reaktionsfreudig; sie reagieren z.B. sehr schnell mit Sauerstoff.

In einer Substitutionsreaktion können außerdem H-Atome durch einen Substituenten oder eine funktionelle Gruppe ersetzt werden. **Eine funktionelle Gruppe ist eine Molekülgruppe in einem Kohlenwasserstoff, die für einen bestimmten organischen Stoff charakteristisch ist.** Verschiedene funktionelle Gruppen werden in den folgenden Kapiteln der Organischen Chemie besprochen. Wenn Fremdatome oder funktionelle Gruppen in einen Kohlenwasserstoff eingebaut worden sind, wirkt sich der so genannte **induktive Effekt** auf die Atombindung zum nächsten C-Atom aus:

► Die H-Atome der Kohlenwasserstoffe können in einer Substitutionsreaktion ersetzt werden.

- Er ist **negativ**, wenn das Fremdatom bzw. die funktionelle Gruppe elektronegativer als Wasserstoff ist und daher einen »Sog« auf die Bindungselektronen ausübt, oder
- **positiv**, wenn das Fremdatom bzw. die funktionelle Gruppe überschüssige Elektronen enthält und die Bindungselektronen in Richtung des C-Atoms abstößt.

Da Kohlenwasserstoffe an vielen weiteren Reaktionsmechanismen beteiligt sind, entstehen vielfältige organische Moleküle.

Kohlenwasserstoffe können unterteilt werden in Alkane, Alkene, Alkine und Aromaten.

► Kohlenwasserstoffe werden unterteilt in Alkane, Alkene, Alkine und Aromaten.

Hätten Sie's gewusst?

Kohlenwasserstoffe auf Rekordjagd

Schneller, höher, weiter…

Auch Kohlenwasserstoffe zeigen einen gewissen sportlichen Geist und brechen alle Rekorde. Die Disziplinen sind Ketten- bzw. Ringlänge, Bindungsstärke und Bindungswinkel:

- Die bisher längste, künstlich hergestellte Kohlenwasserstoffkette enthält 390 C-Atome. Dabei handelt es sich um ein Alkan mit der Summenformel $C_{390}H_{782}$. Im Vergleich dazu ist das längste Alkin mit einer Kettenlänge von »nur« 32 C-Atomen eher bescheiden.
- Der größte synthetische Kohlenwasserstoffring umfasst 288 C-Atome und ist in 2 Varianten zu haben: als Alkan mit der Summenformel $C_{288}H_{576}$ oder als Alkin mit insgesamt 24 Dreifachbindungen und der Summenformel $C_{288}H_{480}$.
- Mit einer Bindungsenthalpie von 368,2 kJ mol^{-1} zählt Ethan schon zu den stärkeren Kohlenwasserstoffen, denn die unteren Werte liegen ungefähr bei 50,2 kJ mol^{-1}. Bisher ungeschlagen ist allerdings eine Bindungsenergie von 603±21 kJ mol^{-1}.
- Auch bei den Bindungswinkeln gibt es große Extreme. Besonders der Tetraederwinkel fällt dabei gelegentlich stark aus dem Rahmen. Wir erinnern uns: Eigentlich sollte er genau 109,47° betragen. Der Minimalwert liegt allerdings bei 50,7°, maximal wurde ein Winkel von 127,6° gemessen!

Wir können gespannt sein, welche Rekorde noch aufgestellt werden, denn jedes Jahr werden viele weitere rekordverdächtige Kohlenwasserstoffe synthetisiert.

10.1.2 Alkane

► In einer homologen Reihe unterscheiden sich die Moleküle aufeinanderfolgender Reihenglieder um ein identisches Strukturelement.

Kohlenwasserstoffe kommen so vielfältig vor, dass sie aufgrund ihrer Bindungsverhältnisse, ihrer Struktur und ihres Reaktionsverhaltens noch weiter unterteilt werden können. Hinsichtlich ihres Aufbaus spielt die so genannte **homologe Reihe** eine große Rolle: Um von einem Reihenglied zum nächsten zu gelangen, muss immer das gleiche Strukturelement eingefügt werden. Jedes Molekül einer homologen Reihe ist auf eine allgemeine Summenformel zurückzuführen, die das Zahlenverhältnis der einzelnen Atome der Verbindung zueinander durch die Verallgemeinerung »n« beschreibt.

So lautet z. B. die allgemeine Summenformel der Cycloalkane C_nH_{2n}, d. h. ein Cycloalkan enthält doppelt so viele H-Atome wie C-Atome. Nach dieser theoretischen Einführung werden wir im Folgenden die homologen Reihen der Kohlenwasserstoffe näher kennenlernen.

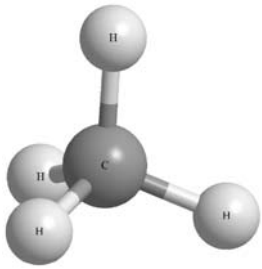


Abb. 10.2. Methan als Tetraeder

Alkane (auch Paraffine genannt) sind gesättigte, aliphatische Kohlenwasserstoffverbindungen, die nur C-C-Einfachbindungen (Sigma-/σ-Bindung) enthalten und somit sp^3-hybridisierte Orbitale aufweisen (► Kap. 8.2). Ihre räumliche Gestalt entspricht der Form eines Tetraeders: Das C-Atom liegt im Zentrum, die vier gebundenen Atome in den Ecken des Tetraeders (Abb. 10.2). Der Tetraederwinkel zwischen dem C-Atom und zwei gebundenen Atomen beträgt 109,47°. Aufgrund der rotationssymmetrischen σ-Bindung sind beliebig viele **Konformationsisomere** möglich (bei n≥2).

► Alkane: C_nH_{2n+2}

Die homologe Reihe der Alkane hat die allgemeine Summenformel C_nH_{2n+2}. Das Strukturelement, das die Reihenglieder voneinander unterscheidet, ist eine CH_2-Gruppe (CH_2= Methylen).

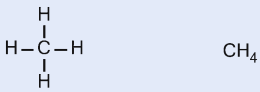
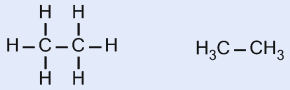
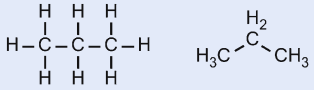
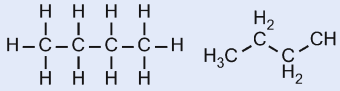
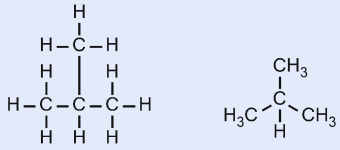
Beispiel. Diese Zusammensetzung lässt sich durch folgende Überlegung vielleicht etwas besser veranschaulichen: Methan, der einfachste Vertreter der Alkane, besteht aus einem C-Atom, das vier H-Atome gebunden hat. Seine Summenformel lautet C_1H_4=$C_1H_{2\cdot 1+2}$.

Größere Moleküle der Alkane enthalten jedoch viel mehr C-Atome, die eine Kette bilden. Ein C-Atom in der Kettenmitte hat in der unverzweigten Form zwei Bindungen an andere C-Atome der Kette vergeben, die anderen beiden Bindungen geht es mit Wasserstoff ein. Das kleinste Strukturelement besteht somit aus einem C-Atom mit zwei H-Atomen. Aber an den Kettenenden haben die C-Atome jeweils nur ein C-Atom als Bindungspartner zur Verfügung, sodass die anderen drei Bindungen mit drei H-Atomen gebildet werden. Folglich ist an jedem Kettenende im Vergleich zum Strukturelement ein H-Atom mehr gebunden, was in der allgemeinen Summenformel als »+2« angegeben wird. Diese beiden Enden bleiben immer gleich, sodass im Verlauf der homologen Reihe immer nur

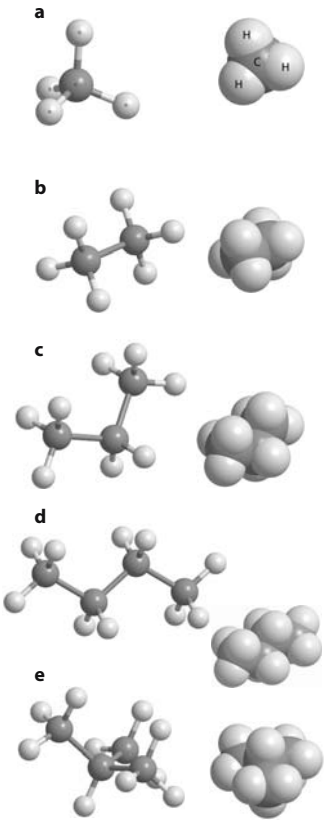
ein weiteres CH_2-Strukturelement eingefügt werden muss. Die verzweigte Form erschwert diese Vorstellung etwas, aber in der Summe kommen wir auf dieselben Atomzahlen, denn wenn wir an einer Stelle statt einem H-Atom ein drittes C-Atom gebunden haben, muss ein H-Atom das Ende dieser »Seitenkette« abschließen.

Nomenklatur. Während die ersten vier Vertreter der Alkane Eigennamen besitzen (◘ Abb. 10.3a–e), werden die Namen der folgenden Alkane mithilfe der altgriechischen und lateinischen Zahlwörter gebildet. Sie heißen: Pentan, Hexan, Heptan, Octan, Nonan und Decan (▶ Kap. 12).

◘ **Tab. 10.1.** Die ersten vier Vertreter der homologen Reihe der Alkane

Alkan	Summenformel	Strukturformel	Schmelzpunkt	Siedepunkt	Bemerkung
Methan	CH_4		–183°C	–162°C	gasförmig, geruchlos, farblos Leichter als Luft Hauptbestandteil von Erd- und Biogas am Treibhauseffekt beteiligt
Ethan	C_2H_6		–183°C	–89°C	gasförmig, geruchlos, farblos ebenfalls Bestandteil von Erdgas
Propan	C_3H_8		–188°C	–42°C	gasförmig, geruchlos, farblos bei der Erdgasaufbereitung gewonnen Verwendung als Camping-, Kartuschen- und Feuerzeuggas
n-Butan	C_4H_{10}		–138°C	–0,5°C	wie Propan
iso-Butan			–160°C	–12°C	Das erste Alkan, das mehrere Konstitutionsisomere besitzt (▶ Kap. 10.1.5.1)

◘ **Abb. 10.3a–e.**
a Methan, **b** Ethan, **c** Propan, **d** Butan, **e** Isobutan



Eigenschaften. Bei den ersten vier Alkanen handelt es sich um farb- und geruchlose Gase (◘ Tab. 10.1). Alkane, die zwischen fünf und 16 C-Atome enthalten, sind flüssig und haben einen charakteristischen Petroleumgeruch. Dabei unterscheiden sie sich in ihrer **Viskosität**, einer Eigenschaft, die das Fließverhalten von flüssigen Stoffen charakterisiert. Da die van-der-Waals-Kräfte mit der Anzahl an C-Atomen in der Alkankette ansteigen, werden flüssige Alkane zunehmend »zäher«: Während die flüssigen Alkane bis Decan noch dünnflüssig sind, werden sie ab Decan zunächst ölig, dann zähflüssig. Ab einer Anzahl von 17 C-Atomen liegen die Alkane schließlich in festem Zustand vor und sind wieder geruchlos.

Wie auch bei Kohlenwasserstoffen im Allgemeinen, handelt es sich auch bei den Alkanen um unpolare, lipophile bzw. hydrophobe Verbindungen. Schmelz- und Siedetemperaturen steigen in der homologen Reihe der Alkane aufgrund der wirksameren van-der-Waals-Kräfte an (◘ Abb. 10.4).

▶ In Abhängigkeit von der Zahl der C-Atome sind Alkane gasförmig, dann flüssig (ab C_5) und schließlich fest (ab C_{17}).

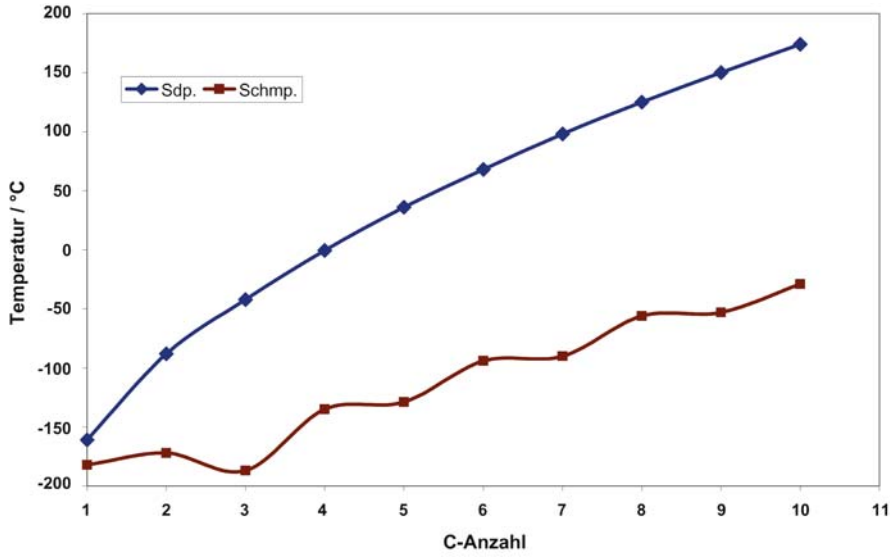


Abb. 10.4. Verlauf von Siede- und Schmelzpunkte geradkettiger Alkane

► Schmelz- und Siedepunkte steigen in der homologen Reihe der Alkane an

Außerdem sind Alkane **reaktionsträge**, aber mit einigen Reaktionspartnern wie Sauerstoff können hochexplosive Gasgemische entstehen, die zu heftigen Reaktionen führen. Flüchtige Alkane sind leicht brennbar, aber auch höhere Alkane sind entzündlich. Mit zunehmender Kettenlänge bildet sich vermehrt Ruß und die Flamme gewinnt an Leuchtkraft.

► Infolge einer radikalischen Substitution entstehen aus Alkanen Radikale: Alkyle (C_nH_{2n+1}).

Radikalische Substitution

Ein für Alkane charakteristischer Reaktionsmechanismus ist die radikalische Substitution (► Kap. 10.3). Die Radikale der Alkane heißen Alkyle. Sie bilden ebenfalls eine homologe Reihe aus, wobei sich ihre Vertreter von den Alkanen durch ein »fehlendes« H-Atom unterscheiden. Deshalb lautet ihre allgemeine Summenformel C_nH_{2n+1}. Sie erhalten statt der Endung –an die Endung –yl (Abb. 10.5).

Auch Seitenketten der Kohlenwasserstoffe, die im Vergleich zu den Alkanen ebenfalls ein H-Atom weniger haben, können für sich als Radikale angesehen werden und werden daher laut Nomenklatur als solche bezeichnet.

Beispiel: 2-Methylpropan für *iso*-Butan

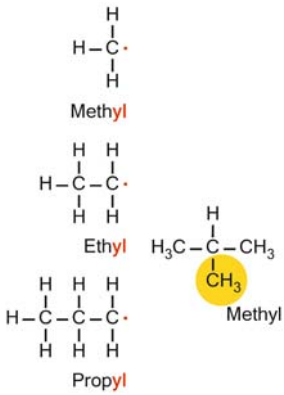


Abb. 10.5. Von Methan und Ethan abgeleitete Kohlenwasserstoffreste und Substituenten

Cycloalkane

Cycloalkane sind gesättigte, zyklische Kohlenwasserstoffverbindungen mit der allgemeinen Summenformel C_nH_{2n}. Wie die Alkane bilden die Mitglieder der homologen Reihe der Cycloalkane nur C-C-Einfachbindungen (Sigma-/ σ-Bindungen) aus und unterscheiden sich durch das Strukturelement CH_2. Cycloalkane ähneln in ihren Eigenschaften und ihrem Verhalten stark den aliphatischen Alkanen, aber die ersten vier Vertreter weisen hinsichtlich ihrer Stabilität und ihrer räumlichen Struktur Besonderheiten auf. Sie heißen: Cyclopropan, Cyclobutan, Cyclopentan und Cyclohexan (Abb. 10.6).

► Cycloalkane sind gesättigte, zyklische Kohlenwasserstoffverbindungen mit der allgemeinen Summenformel C_nH_{2n}.

Das Cycloalkan wird umso stabiler, je mehr C-Atome im Ring integriert sind. Cyclopropan und Cyclobutan (Abb. 10.3) können den angestrebten Tetraederwinkel von 109,47° zwischen den C-Atomen nicht verwirklichen, sondern müssen viel kleinere Bindungswinkel eingehen. **Cyclopropan und Cyclobutan sind mit Bindungswinkeln von 60° bzw. 90° Moleküle, die unter einer großen Ringspannung stehen.** Sie sind sehr reaktionsfreudig, wobei sie ihren Ring öffnen und somit ihren idealen Bindungswinkel einnehmen können.

Cyclopentan ist mit einem Bindungswinkel von 108° im Fünfeck schon relativ stabil, aber seine H-Atome stoßen sich ab, sodass sich die so genannte Briefumschlag-Konformation ausbildet: Immer

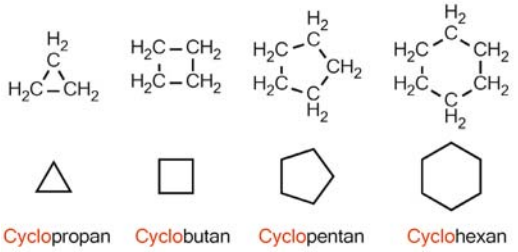


Abb. 10.6. Die homologe Reihe der Cycloalkane

vier CH_2-Gruppen liegen in einer Ebene, wobei abwechselnd die fünfte CH_2-Gruppe aus der Ebene herausgedreht wird. **Erst Cycloalkane mit mindestens fünf C-Atomen haben annähernd Tetraederwinkel und eine nicht ebene Ringstruktur.** Hinsichtlich ihrer räumlichen Anordnung sind vielfältige Konformationsisomere möglich.

► Cycloalkane streben danach, ihren idealen Bindungswinkel einzunehmen und sind daher u. U. sehr reaktionsfreudig.

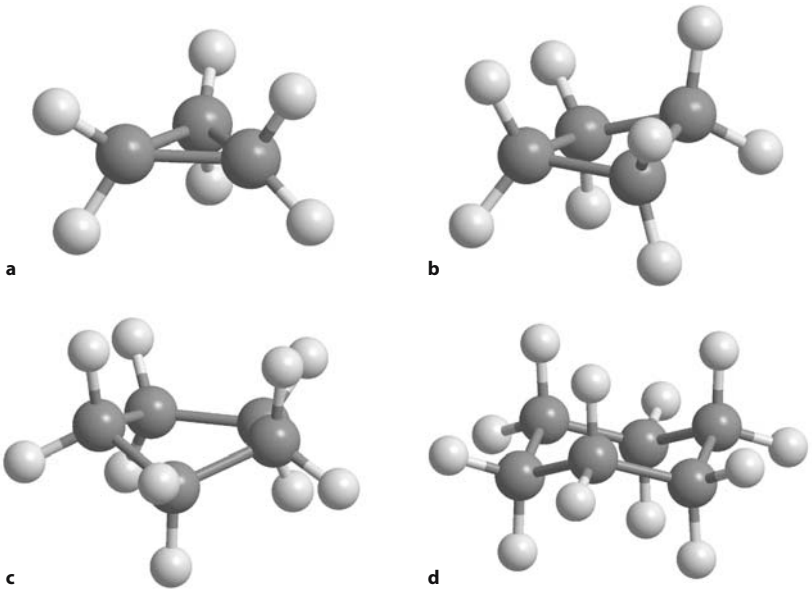


Abb. 10.7a–d. 3-Dimensionale Struktur der Cycloalkane **a** Cyclopropan, **b** Cyclobutan, **c** Cyclopentan, **d** Cyclohexan

Auch bei Cycloalkanen können H-Atome durch Halogene und Alkylgruppen substituiert werden. **Sind zwei oder mehr Ringe miteinander verknüpft, entstehen Bi- oder Polycyclen.** Die Ringe teilen sich jeweils ein (→»Spiro«) oder sogar zwei C-Atome (Abb. 10.8).

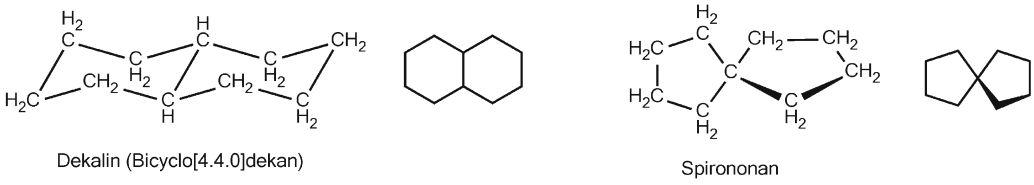


Abb. 10.8. Spiro- und Bicyclo-Alkane

10.1.3 Alkene

► Alkene (Olefine) sind ungesättigte, aliphatische Kohlenwassserstoffverbindungen mit mindestens einer C=C-Doppelbindung. Summenformel: C_nH_{2n}.

► Am Anfang der homologen Reihe der Alkene steht Ethen (Ethylen)

► Wenn Edukte zu einem Produkt zusammengefasst werden, wird diese Reaktion als Addition bezeichnet.

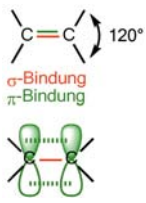
► Polymerisation: Selbstaddition der Edukte unter Bildung eines einzigen Produkts.

Alkene (Olefine) sind ungesättigte, aliphatische Kohlenwassserstoffverbindungen mit mindestens einer C=C-Doppelbindung. Sie werden durch die allgemeine Summenformel C_nH_{2n} beschrieben. Die C=C-Doppelbindung besteht aus einer σ- und einer π-Bindung.

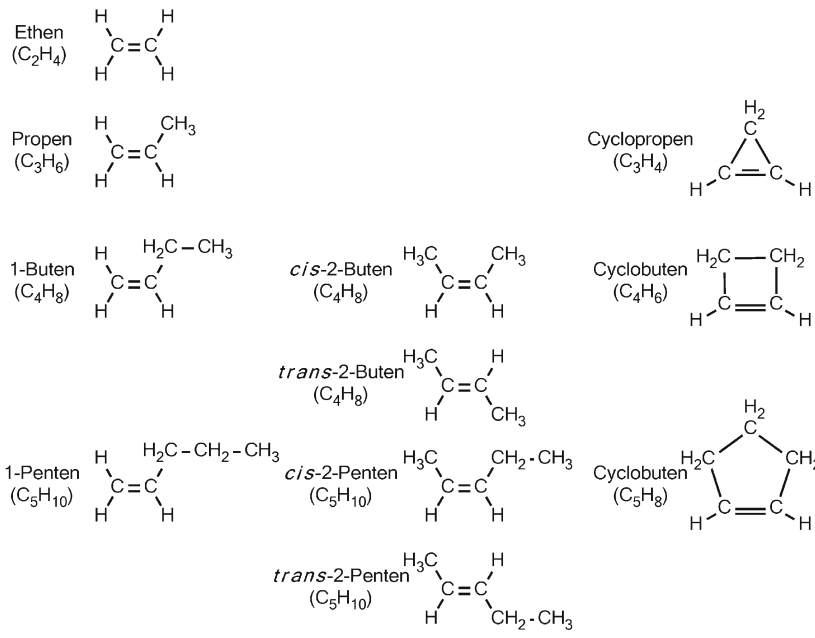
Die π-Bindung ist einerseits nicht so stabil wie die σ-Bindung und bricht daher leichter auf, andererseits schränkt sie die σ-Bindung in ihrer freien Drehbarkeit so stark ein, dass im Vergleich zur C-C-Einfachbindung keine Rotation mehr möglich ist. Bei Alkenen sind daher Konfigurationsisomere möglich. Die an der Doppelbindung beteiligten C-Atome sind sp^2-hybridisiert, was zur Folge hat, dass sich Alkene mit einem Bindungswinkel von 120° trigonal-planar ausrichten (■ Abb. 10.9).

Der erste Vertreter der homologen Reihe der Alkene ist das farblose Gas Ethen (Ethylen), das in vielen Früchten zur schnelleren Fruchtreifung produziert wird. In Abbildung ■ Abb. 10.10 ist Ethen zusammen mit seinen nächsten drei »Nachfolgern« dargestellt und der homologen Reihe der Cycloalkene gegenübergestellt, die durch die allgemeine Summenformel C_nH_{2n-2} wiedergegeben wird.

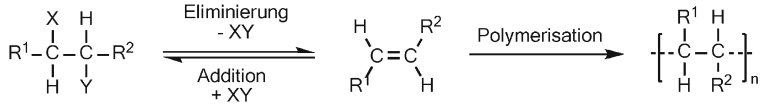
Alkene unterscheiden sich in ihren Eigenschaften nicht wesentlich von den Alkanen, aber sie sind neben den Substitutionsreaktionen auch an für sie typischen Reaktionen beteiligt: **Alkene können durch Eliminierung aus substituierten Alkanen hergestellt werden** (► Kap. 10.3). Außerdem gehen ungesättigte Kohlenwasserstoffe gerne Additionsreaktionen ein (■ Abb. 10.11). Durch elektrophilen und daran anschließenden nucleophilen Angriff wird die π-Bindung gelöst, um dadurch zwei σ-Bindungen ausbilden zu können. Auf diese Weise können Halogene, Wasserstoff, Halogenwasserstoffe und Wasser addiert werden. **Findet eine Selbstaddition der Edukte unter Bildung eines einzigen Produkts statt, nennt man diese Reaktion Polymerisation.** Sie kann sowohl durch Radikale als auch durch Kationen ausgelöst werden.



■ **Abb. 10.9.** Geometrie und Bindung in den Alkenen



■ **Abb. 10.10.** Alkene und Cycloalkene



■ **Abb. 10.11.** Grundlegende Reaktionen der Alkene

Auch bei Alkenen treten Radikale auf. Sie heißen Alkenyle. Beispiele sind:

- Ethenyl (Vinyl) CH_2=CH–
- 2-Propenyl (Allyl) CH_2=CH–CH_2–
- 1-Propenyl CH_3–CH=CH–

► Die Radikale der Alkene heißen Alkenyle.

Hätten Sie's gewusst?

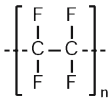
Teflon – Von der Küche in den Körper

Kunststoffe finden nicht nur in unserem Alltag, sondern auch in der Medizin reichlich Verwendung: Sie dienen als Verpackungsmaterial, als Instrumente, als spezielle chirurgische Fäden, der Unterstützung von Heilungsprozessen oder auch als Ersatz körpereigener Gewebe. Teflon (Polytetrafluorethylen = PTFE), das sich als Antihaftbeschichtungsmaterial z. B. für Pfannen einen Namen gemacht hat, hat eine ganz neue Aufgabe in einem dieser medizinischen Einsatzgebiete erhalten. Teflon entsteht durch Polymerisation des Alkens Tetrafluorethen.

Teflon ist sehr flexibel, reißfest und hält auch hohem Druck stand, sodass es sich hervorragend als Gerüstsubstanz für künstliche Gefäße eignet. Meistens wird bei Bypassoperationen versucht, körpereigene Gefäßabschnitte aus Beinvenen oder Brustkorb- bzw. Unterarmarterien zu gewinnen und als Bypass einzusetzen, aber oft sind auch die Gefäßwände der peripheren Gefäße so geschädigt, dass sie nicht als Bypass geeignet sind.

An herkömmlichen Gefäßprothesen aus Kunststoff bilden sich leicht Blutgerinnsel, sodass die Forschung nach einer Alternative sucht und bereits eine verträgliche Technik entwickelt hat, die derzeit in klinischen Studien erprobt wird: Auf einer Teflonoberfläche werden glatte Muskelzellen und Endothelzellen gezüchtet. Durch einen Fibrinkleber und eine künstlich erzeugte Blutströmung lagern sich die kultivierten Zellen besonders gut dem Teflonröhrchen an, sodass ein Ersatzgefäß entsteht, das dem Aufbau der natürlichen Vorlage ähnelt und deren Funktion übernehmen kann. Diese Entwicklung ist sehr viel versprechend, wir werden sehen, ob sie die Erwartungen erfüllen kann.

Tetrafluorethen



Teflon®

Abb. 10.12. Teflon

Diene

Diene sind Alkene mit genau zwei C=C-Doppelbindungen, Polyene weisen sogar noch mehr C=C-Doppelbindungen auf.

Die Doppelbindungen können in verschiedenen Anordnungen auftreten, sodass sie in kumulierte, konjugierte oder isolierte C=C-Doppelbindungen unterteilt werden:

- Wenn ein C-Atom seine vier Bindungsmöglichkeiten auf zwei Doppelbindungen »verteilt«, so handelt es sich um **kumulierte Doppelbindungen**. Alkene mit zwei kumulierten Doppelbindungen erhalten den speziellen Namen »Allene«.
- **Konjugierte Doppelbindungen** hingegen sind durch eine C–C-Einfachbindung »voneinander getrennt«. Das hat einen entscheidenden Vorteil: Aufgrund des mesomeren Effekts sind die π-Elektronen über mehr als zwei π-Orbitale verteilt (Mesomerie ► Kap. 8.2.4.6). Die π-Elektronen haben einen größeren Aufenthaltsraum, sie sind delokalisiert (■ Abb. 10.14). Dadurch sind die Moleküle stabiler und befinden sich in einem energetisch günstigeren Zustand. Alkene mit zwei konjugierten Doppelbindungen werden im engeren Sinne als »Diene« bezeichnet.
- Wenn mindestens zwei C-C-Einfachbindungen zwischen den C=C-Doppelbindungen liegen, sind sie »voneinander isoliert« und ihre π-Elektronen haben keinen Bezug zueinander. Sie werden daher **isolierte Doppelbindungen** genannt. Alkene mit zwei isolierten Doppelbindungen heißen Diolefine.

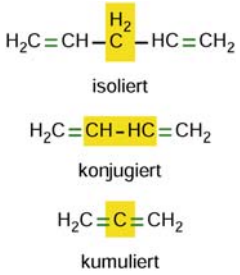


Abb. 10.13. Typen von Dienen

► Diene: Alkene mit zwei C=C-Doppelbindungen.
Polyene: Alkene mit mehr als zwei C=C-Doppelbindungen.

► Diene im engeren Sinne: Alkene mit zwei konjugierten Doppelbindungen.

► Diolefine: Alkene mit zwei isolierten Doppelbindungen.

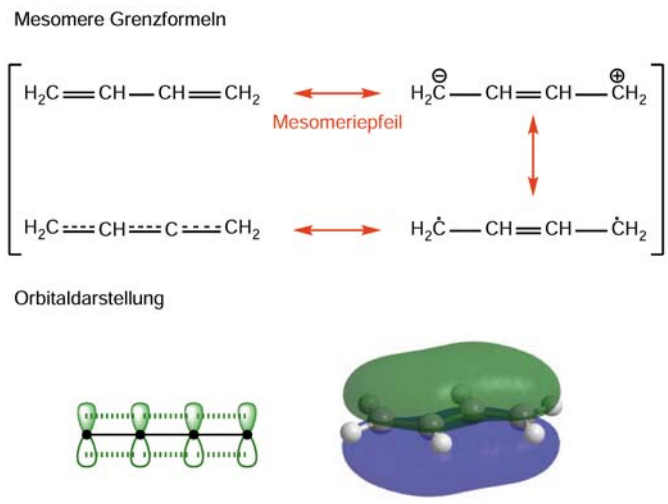


Abb. 10.14. Mesomerie des 1,3-Butadiens

10.1.4 Alkine

► Alkine sind ungesättigte, aliphatische Kohlenwasserstoffverbindungen mit mindestens einer charakteristischen C≡C-Dreifachbindung (allgemeine Summenformel C_nH_{2n-2}).

Alkine sind ungesättigte, aliphatische Kohlenwasserstoffverbindungen, deren allgemeine Summenformel C_nH_{2n-2} lautet. Sie enthalten mindestens eine charakteristische C≡C-Dreifachbindung, die durch eine σ- und zwei π-Bindungen gebildet wird. Wenn mehrere C≡C-Dreifachbindungen in einem Alkin vorkommen, können diese nur konjugiert oder isoliert sein, aber niemals kumuliert, da das C-Atom nur vier Bindungen eingehen kann und davon schon drei in eine einzige C≡C-Dreifachbindung investiert.

Aufgrund ihrer sp-Hybridisierung sind Alkine mit einem Bindungswinkel von 180° linear gebaut (Abb. 10.15). Daher sind zwar Konstitutionsisomere, aber weder Konformations- noch Konfigurationsisomere möglich (► Kap. 10.1.5.1).

► Ethin (Acetylen) steht am Anfang der homologen Reihe der Alkine.

In folgender Tab. 10.2 sind die ersten vier Vertreter der homologen Reihe der Alkine dargestellt, die nach dem Vorbild der Alkane ihren Wortstamm und zusätzlich die Endung –in erhalten werden. **Ethin** (auch Acetylen genannt) ist das erste Glied in dieser homologen Reihe. Es ist ein farbloses, instabiles Molekül, das sehr schnell zerfällt und mit Luft hochexplosive Gemische bildet.

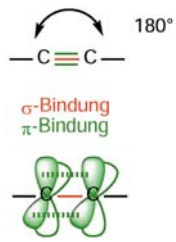


Abb. 10.15. Geometrie und Bindung in den Alkinen

Tab. 10.2. Die homologe Reihe der Alkine

Name	Summenformel	Strukturformel	Siedepunkt
Ethin (Acetylen)	C_2H_2	H–C≡C–H	–84°C
Propin	C_3H_4	H–C≡C–CH_3	–23°C
1-Butin	C_4H_6	H–C≡C–CH_2–CH_3	8°C
2-Butin	C_4H_6	H_3C–C≡C–CH_3	27°C
1-Pentin	C_5H_8	H–C≡C–CH_2–CH_2–CH_3	40°C
2-Pentin	C_5H_8	H_3C–C≡C–CH_2–CH_3	56°C

Ethin ist ein gutes Beispiel dafür, wie reaktionsfreudig Alkine sind. Dabei spielen nicht nur Substitutions- und Additionsreaktionen eine große Rolle, die aufgrund ihrer C≡C-Dreifachbindung langsamer ablaufen als bei Alkenen. Alkine haben eine interessante Besonderheit: **Alkine sind schwach sauer und bilden bei Zugabe einer starken Base so genannte Acetylide.** Das sind schwer lösliche Salze, die als starke Protonenakzeptoren reagieren. Dieser Vorgang ist umkehrbar: Versetzt man Acetylide mit Säuren entstehen wieder Alkine.

► Alkine reagieren mit einer starken Base zu Acetyliden (umkehrbare Reaktion).

Auch Alkine können Radikale bilden. Sie heißen Alkinyle. Beispiele sind
- Ethinyl H–C≡C–
- Propinyl H–C≡C–CH_2–

► Radikale der Alkine heißen Alkinyle.

10.1.5 Konstitution, Konformation, Konfiguration

In der anorganischen Chemie werden Moleküle oft nur durch die so genannte Summenformel wiedergegeben. **Die Summenformel gibt an, wie viele Atome eines Elements in einer Verbindung vertreten sind.**

In der organischen Chemie reicht die Summenformel allerdings meistens nicht aus, um ein Molekül eindeutig zu beschreiben. **Deshalb verwendet man bevorzugt Strukturformeln. Die Strukturformel veranschaulicht die Stellungen der Atome eines Moleküls zueinander.** Ein bindendes Elektronenpaar wird durch einen Strich dargestellt, der die beiden an der Bindung beteiligten Atome auch in der Strukturformel miteinander verbindet.

Um auch große Moleküle übersichtlich darstellen zu können, wurde eine vereinfachte Schreibweise eingeführt: die **Halbstrukturformel** (◘ Abb. 10.16).

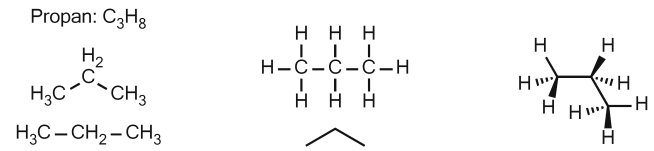
Allerdings projizieren diese »herkömmlichen« Strukturformeln Moleküle lediglich auf die Papierebene, was keinesfalls eine räumliche Vorstellung erlaubt. Einen ersten Versuch wagt die so genannte **Keilstrichformel: Bindungen, die hinter der Papierebene liegen, werden durch Punkte, diejenigen, die vor der Papierebene liegen, durch einen Keil dargestellt.**

Da auch diese Strukturformeln die große Vielfalt der organischen Chemie nicht erfassen können, werden wir uns die räumliche Struktur organischer Moleküle und deren Darstellungsmöglichkeiten anhand der Kohlenwasserstoffe näher ansehen. Wir werden feststellen, dass organische Moleküle isomere Formen aufweisen. **Isomerie bedeutet, dass Moleküle bei gleicher Summenformel den Raum unterschiedlich ausfüllen.**

► Hill-Formel: Summenformel C_xH_y und dann alle weiteren Elemente in alphabetischer Reihenfolge.

► Versuch der räumlichen Darstellung: Keilstrichformel.

► Organische Moleküle weisen isomere Formen auf, d. h. sie füllen bei gleicher Summenformel den Raum unterschiedlich aus.



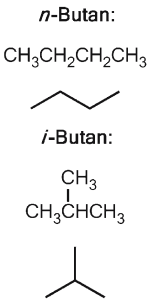
◘ **Abb. 10.16.** Darstellungsweisen für Propan

10.1.5.1 Konstitution

Die Tatsache, dass Moleküle bei identischer Summenformel unterschiedliche Strukturformeln haben, ihre Atome also unterschiedlich verknüpft sind, nennt man Konstitution. Die Moleküle selbst werden als Struktur- oder Konstitutionsisomere bezeichnet. Man unterscheidet zwischen einer unverzweigten Form (Präfix normal- oder abgekürzt durch *n*-) und verzweigten Formen (Präfix *iso*- oder abgekürzt durch *i*-). Aufgrund dieses strukturellen Unterschieds haben Konstitutionsisomere verschiedene chemische und physikalische Eigenschaften. Da verzweigte Formen erst ab vier C-Atomen möglich sind, treten Konstitutionsisomere erst bei Verbindungen mit mindestens vier C-Atomen auf. Es gilt: **Je mehr C-Atome in der Verbindung enthalten sind, desto größer ist die Anzahl an Strukturisomeren.** Dabei steigt die Zahl **überproportional** an: Butan hat 2 Konstitutionsisomere, Pentan 3, Hexan 5, Heptan 9, usw. , wobei schon Decan 75 isomere Formen bildet und Heptadecan die erstaunlich große Anzahl von 24.894 Strukturisomeren besitzt.

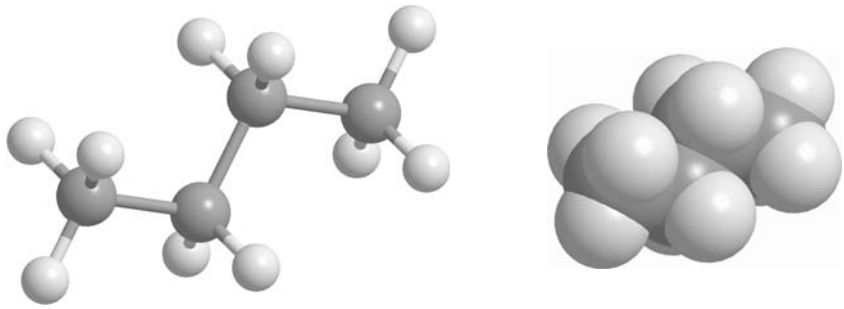
Beispiel: Unser bisheriges Beispiel Propan weist noch keine Konstitutionsisomere auf, da es mit einer Kette von lediglich drei C-Atomen keine verzweigte Form bilden kann. Erst sein Nachfolger **Butan** zeigt uns zwei isomere Formen (◘ Abb. 10.17):
- *n*-Butan Siedepunkt -0,5°C
- *i*-Butan/ *iso*-Butan = 2-Methylpropan Siedepunkt –12°C

► Konstitution: Moleküle haben bei identischer Summenformel eine unterschiedliche Strukturformel.



◘ **Abb. 10.17.** Darstellungsweisen für Butan

Wie wir dem Beispiel entnehmen können, unterscheiden sich Konstitutionsisomere auch in ihren Siedepunkten. Diese Eigenschaft ist ebenfalls auf die van-der-Waals-Kräfte zurückzuführen: **Je verzweigter ein Isomer ist, desto kleiner wird seine Moleküloberfläche,** was sowohl im Kugelstabmodell (◘ Abb. 10.18 links) als auch im Kalottenmodell (◘ Abb. 10.18 rechts) am Beispiel des *n*- bzw. *i*-Butan sehr anschaulich gezeigt wird.



◘ **Abb. 10.18.** Kugelstabmodell (links) und Kalottenmodell (rechts) des Butans

► Kugelstabmodell veranschaulicht Struktur und Bindungswinkel.

► Kalottenmodell stellt Durchdringung der Elektronenhüllen und Oberflächenstruktur dar.

Im Kugelstabmodell werden v. a. die Struktur und die Bindungswinkel veranschaulicht.

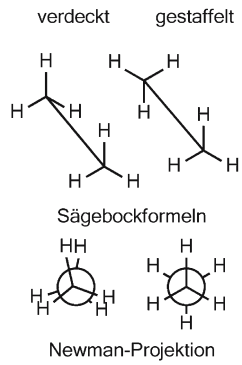
Das **Kalottenmodell** (»space-filling-model«) stellt die Durchdringung der Elektronenhüllen und die Oberflächenstruktur des Moleküls in den Vordergrund. Mit kleinerer Moleküloberfläche verringern sich auch die Kontaktflächen, mit denen sich die Moleküle gegenseitig berühren, folglich nehmen die van-der-Waals-Kräfte ab. Das bedeutet, dass verzweigte *i*-Alkane niedrigere Siedepunkte haben als unverzweigte *n*-Alkane.

10.1.5.2 Konformation

Die Tatsache, dass sich Moleküle durch Rotation um C-C-Einfachbindungen (Sigma-/σ-Bindungen) im Raum unterschiedlich anordnen, bezeichnet man als Konformation. Die Moleküle selbst werden Konformere oder Konformationsisomere genannt. Die C–C-Einfachbindung besteht aus einer rotationssymmetrischen σ-Bindung, um die sich die C-Atome nahezu uneingeschränkt drehen können. Es gibt zahllose Möglichkeiten, wie sich die C-Atome mit ihren drei anderen Bindungen durch diese Rotation räumlich ausrichten können, wobei sich die Konformationen in ihrem energetischen Zustand unterscheiden. Anhand des **Ethanmoleküls** werden wir zwei wichtige Konformationen besprechen (◘ Abb. 10.19).

- In der **verdeckten (Synonym: ekliptischen) Konformation** liegen die H-Atome der beiden Methylgruppen genau hintereinander. Das Molekül liegt in der höchsten energetischen Stufe vor.
- In der **gestaffelten Konformation** stehen die H-Atome der beiden Methylgruppen genau »auf Lücke«. Das Molekül erreicht den niedrigsten Energiezustand.

Da die Energiedifferenz zwischen den einzelnen Energiezuständen sehr gering ist, können sich die Methylgruppen bei Zimmertemperatur frei um die C–C-Einfachbindung drehen.



◘ **Abb. 10.19.** Konformationen des Ethans und Darstellungen

► Die Sägebock-Projektion macht die räumliche Beziehung der H-Atome zueinander deutlich.

► Mittels der Newman-Projektion lässt sich der Diederwinkel ermitteln.

Darstellung von Konformationen: Sägebock- und Newman-Projektion

Zur anschaulicheren Darstellung von Konformationen werden bevorzugt die Sägebock- bzw. die Newman-Projektion verwendet (◘ Abb. 10.19):

- Die **Sägebock-Projektion** stellt die C–C- und C–H-Bindungen schematisch durch Striche dar, wobei die Sichtweise auf die C–C-Bindung erfolgt, die scheinbar in voller Länge abgebildet wird. Nur die H-Atome werden bezeichnet, die C-Atome liegen an den zentralen Stellen, in denen vier Bindungsstriche zusammentreffen. Durch die stark vereinfachte, schematische Darstellung wird die räumliche Beziehung der H-Atome zueinander deutlich.
- Die **Newman-Projektion** hingegen erleichtert insbesondere die Ermittlung des so genannten Diederwinkels.

Der Diederwinkel entspricht einem Winkel zwischen zwei Ebenen, die in der Newman-Projektion schematisch aufeinander abgebildet werden. Die beiden C-Atome liegen hintereinander: Das vordere C-Atom befindet sich im Zentrum, von dem drei C–H-Bindungen ausgehen, das hintere wird durch einen Kreis symbolisiert, an dem ebenfalls drei H-Atome gebunden sind. Der Diederwinkel wird somit von zwei H-Atomen benachbarter C-Atome umschlossen und wird insgesamt von den Punkten H^1–C^2–C^3–H^4 gebildet (Abb. 10.20). In Abb. 10.21 ist der Diederwinkel den verschiedenen Energiezuständen von Ethan bzw. Butan gegenübergestellt. Dieses Diagramm zeigt, dass die Energie immer gleich groß ist, wenn wie im Ethan zwei H-Atome aneinander vorbeigleiten. Die Energiezustände erreichen jedoch höhere Maximalwerte, wenn wie im Butan unterschiedlich große Molekülreste genau hintereinander liegen und aneinander vorbeirotieren.

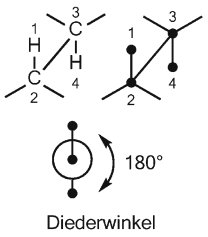


Abb. 10.20. Definition Diederwinkel

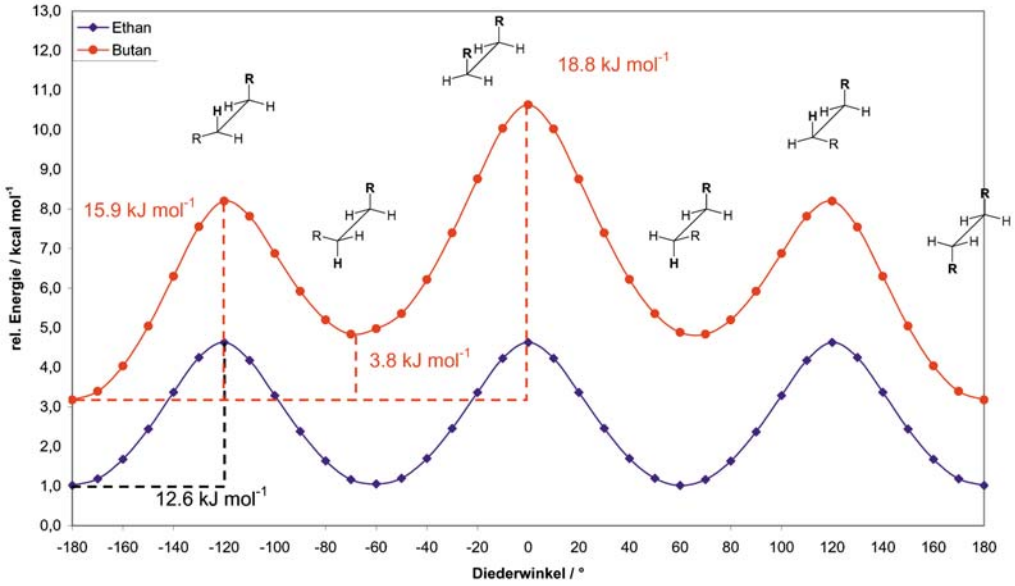


Abb. 10.21. Berechnetes Energiediagramm für die Rotation um eine Einfachbindung im Ethan bzw. Butan

Sesselkonformation und Wannenkonformation

Im **Cyclohexan** sind vor allem zwei Konformationen wichtig: die Sesselkonformation oder die Wannenkonformation (Abb. 10.22).

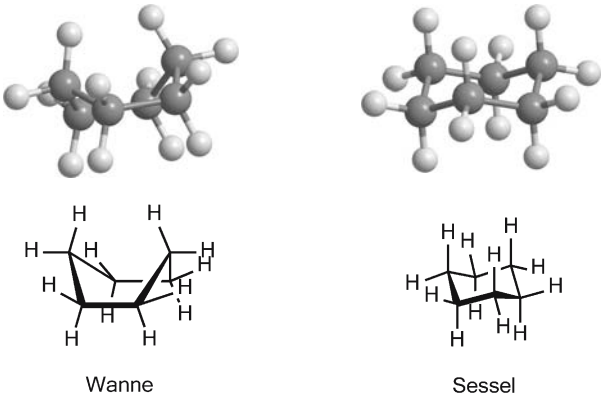


Abb. 10.22. Konformationen des Cyclohexans (links Wanne, rechts Sessel)

- Die Sesselkonformation ist energieärmer und daher stabil. Die H-Atome sind gestaffelt angeordnet: An jedem C-Atom befindet sich das eine H-Atom in axialer, das andere in äquatorialer Position. Axiale H-Atome liegen in einer senkrechten Ebene und zeigen nach oben bzw. unten, äquatoriale H-Atome zeigen nach außen.
- Die Wannenkonformation ist aus energetischer Sicht ungünstiger. Eine CH_2-Gruppe ist »hochgeklappt«, sodass vier C-Atome in einer Ebene liegen müssen.

Dazwischen gibt es noch verschiedene Stadien der Umwandlung, aber Cyclohexan liegt meistens in der Sesselkonformation vor.

10.1.5.3 Konfiguration

► Konfiguration = Substituenten innerhalb eines Moleküls nehmen unterschiedliche Positionen ein, die sie nicht ändern können. Beispiel: cis-/trans-isomerie

Die Tatsache, dass Substituenten innerhalb eines Moleküls unterschiedliche Positionen einnehmen und nicht ändern können, ist als Konfiguration definiert. Die Moleküle selbst werden Konfigurations-Isomere genannt.

Ein Beispiel für diese Art der Isomerie ist die **cis/trans**-Isomerie bei Alkenen bzw. Cycloalkanen:

- Isomere erhalten die Vorsilbe **cis-**, wenn die Substituenten auf derselben Seite sind, oder
- **trans-**, wenn die Substituenten einander gegenüberliegen.

Die trans-Konfiguration ist im Allgemeinen energetisch günstiger.

10.1.6 Aromaten und Heteroaromaten

Benzol

► Besondere Molekülstruktur des Benzol.

Ein besonderer Kohlenwasserstoff stellte die Wissenschaft lange Zeit vor ein Rätsel. 1825 entdeckte der britische Naturforscher Michael Faraday bei der Herstellung von Leuchtgas eine farblose, hydrophobe und leicht entzündliche Flüssigkeit mit aromatischem Geruch und hohem Brechungsindex. Quantitative Analysen ergaben, dass diese Flüssigkeit aus einer mehrfach ungesättigten Kohlenwasserstoffverbindung mit der Summenformel C_6H_6 bestehen muss, die Benzol genannt wurde. Die Molekülstruktur blieb lange Zeit ungeklärt.

Abb. 10.23. Theorie von August Kekulé zum Aufbau des Benzols (Cyclohexatrien-Moleküle)

1865 stellte der deutsche Chemiker August Kekulé folgenden Vorschlag zur Diskussion: Er ging davon aus, dass es sich um einen zyklischen Kohlenwasserstoff handelt, in dem sich C-C-Einfach- und C=C-Doppelbindung abwechseln: 1,3,5-Cyclohexatrien. Um aber alle bekannten chemischen Eigenschaften des Benzols zu erklären, musste er noch zusätzlich ein Gleichgewicht zwischen zwei Cyclohexatrien-Molekülen annehmen (Abb. 10.23). Benzol wäre so etwas wie der Mittelwert daraus. Mit dieser Theorie kam er der wirklichen Molekülstruktur nicht ganz, aber vergleichsweise sehr nahe.

► Benzol gleicht einem planaren regelmäßigen Sechseck.

Moderne Methoden ermittelten, dass Benzol einem planar gebauten regelmäßigen Sechseck entspricht, in dem die Bindungswinkel 120°, die C–C-Bindungslängen 139 pm betragen. Die C–C-Bindungslängen in Benzol entsprechen somit weder der C-C-Einfachbindung der Alkane noch der C=C-Doppelbindung der Alkene, sodass in Benzol die C-Atome auf andere Weise verknüpft sein müssen. Dies hat zur folgenden Modellvorstellung geführt:

Jedes C-Atom weist 3 sp^2-Hybridorbitale auf, wobei zwei Hybridorbitale durch die Bildung von σ-Bindungen das zyklische Gerüst des Benzols aufbauen. Die sechs nicht hybridisierten p-Orbitale überlappen sich oberhalb und unterhalb der Ringebene und bilden ein geschlossenes, ringförmiges π-Elektronensystem mit 6 delokalisierten π-Elektronen, was dem Benzol seine besondere Stabilität verleiht. Die π-Elektronen nehmen einen Zwischenzustand ein, der durch mesomere Grenzformeln dargestellt wird (Abb. 10.24). **Der wirkliche Zustand des Benzolmoleküls liegt zwischen den theoretisch denkbaren Grenzstrukturen und wird durch einen Kreis symbolisiert.**

► Darstellung der ringförmig aufgebauten π-Elektronen ober- und unterhalb des Benzolrings durch mesomere Grenzformeln.

Der Energiebetrag, um den der mesomere Zustand des Benzolmoleküls mit seinen 6 delokalisierten π-Elektronen energieärmer und somit stabiler als das gedachte Cyclohexatrien mit lokalisierten Doppelbindungen ist, wird **Mesomerie- oder Delokalisierungsenergie** genannt.

Der vom Benzol abgeleitete Substituent wird Phenyl genannt.

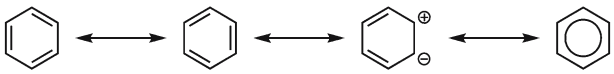


Abb. 10.24. Mesomere Grenzformeln des Benzols

Aromaten

Aromaten (Arene) sind Kohlenwasserstoffverbindungen, die sich vom Molekülgerüst des Benzols ableiten. Die **Hückelregel** stellt weitere Kriterien auf: Aromaten sind planare Ringsysteme mit ringförmig geschlossener Elektronenwolke (= vollständig konjugiert), die insgesamt (4n+2) π-Elektronen enthält (n = 0, 1, 2,…).

► Aromaten = vom Molekülgerüst des Benzols abgeleitete Kohlenwasserstoffverbindungen

Additions- und Polymerisationsreaktionen sind für Aromaten untypische Reaktionsmechanismen, stattdessen gehen sie **elektrophile Substitutionsreaktionen** ein (► Kap. 10.3): Durch einen elektrophilen Angriff auf das π-Elektronensystem können H-Atome der aromatischen Verbindung durch andere Substituenten ersetzt werden. Je nach Substituent werden die elektrophilen Substitutionsmechanismen eingeteilt in:

► Aromaten gehen elektrophile Substitutionsreaktionen ein.

- Nitrierung
- Sulfonierung
- Halogenierung
- Friedel-Crafts-Alkylierung

Wenn zwei Substituenten an Benzol gebunden sind, können drei Konstitutionsisomere auftreten. Ihre Stellung zueinander wird durch die Vorsilben *ortho* (=1,2), *meta* (=1,3) und *para* (=1,4) verdeutlicht (Abb. 10.25). Die Position von mehr als zwei Substituenten wird im Allgemeinen nur durch die Nummern der C-Atome wiedergegeben.

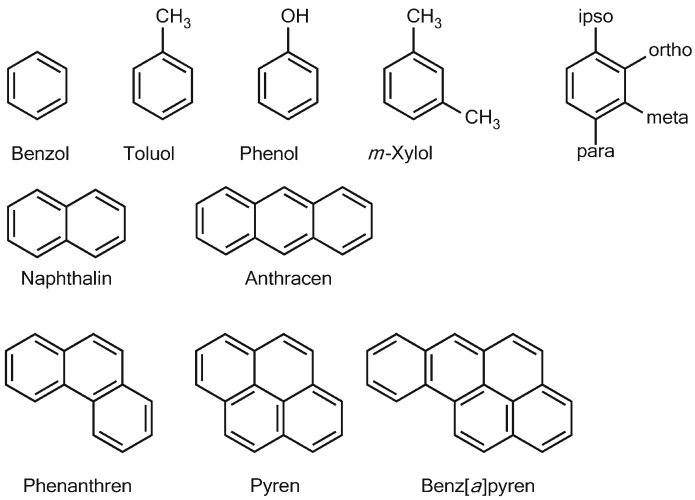


Abb. 10.25. Beispiele aromatischer Verbindungen

Heteroaromaten

Heteroaromaten (auch Heteroarene genannt), die für uns von Interesse sind, sind 5-, 6-gliedrige bzw. kondensierte aromatische Ringsysteme, in denen mindestens ein Heteroatom (v. a. Stickstoff, Sauerstoff und Schwefel) eingebaut ist (Abb. 10.26). Wie die Aromaten haben sie eine planare Struktur und ein delokalisiertes (4n+2)-π-Elektronensystem, wobei in Fünfringen ein freies Elektronenpaar des Heteroatoms miteinbezogen wird, sodass ein π-Elektronenüberschuss entsteht. Sie werden durch mesomere Grenzformeln wiedergegeben.

► Heteroaromaten = 5-, 6-gliedrige bzw. kondensierte aromatische Ringsysteme mit mindestens einem Heteroatom.

Ihre **Eigenschaften** werden stark durch ihre Heteroatome beeinflusst:

- 6-gliedrige Heteroaromaten mit N-Atomen zeigen basisches Verhalten und bilden gerne Wasserstoffbrücken aus.

- Heteroaromaten mit S-Atomen ähneln in ihren Eigenschaften den Aromaten, da sich Kohlenstoff und Schwefel wenig in ihrer Elektronegativität unterscheiden.
- Heteroaromaten mit O-Atomen sind ein gutes Beispiel für den negativen Induktiven Effekt, da Sauerstoff elektronegativer als Kohlenstoff ist.

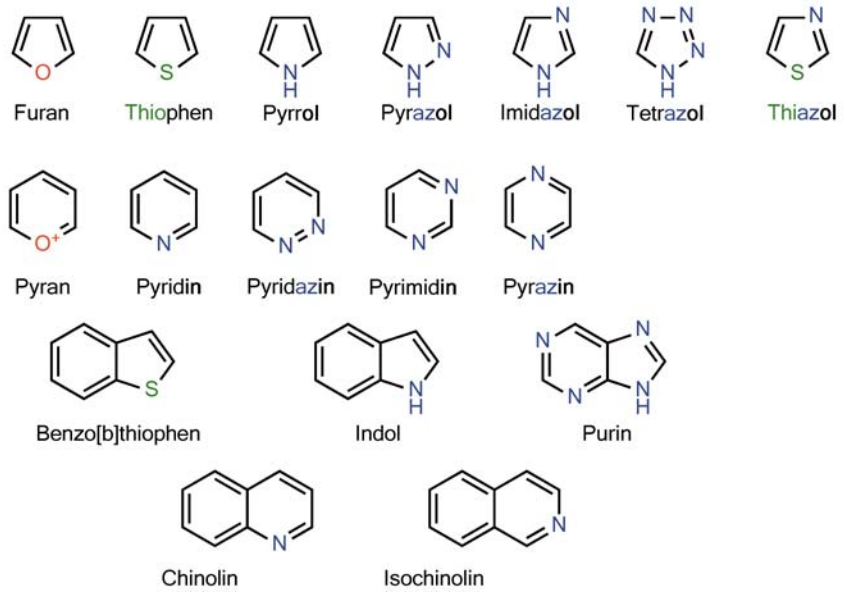


Abb. 10.26. Beispiele heteroaromatischer Verbindungen

Zusammenfassung der Kohlenwasserstoffe

In Tab. 10.3 werden die Kohlenwasserstoffe übersichtlich aufgeführt.

Tab. 10.3. Zusammenfassung der Kohlenwasserstoffe

Verbindungsklasse	Bindungsverhältnisse	Räumliche Ausrichtung	Typische Reaktionen	Radikale
Alkane C_nH_{2n+2}	Einfachbindung σ-Bindung	Tetraeder Winkel 109,47°	Radikalische Substitution	Alkyle
Alkene C_nH_{2n}	Doppelbindung σ-Bindung π-Bindung	trigonal-planar Winkel 120°	Addition Polymerisation	Alkenyle
Alkine C_nH_{2n-2}	Dreifachbindung σ-Bindung 2 π-Bindungen	Linear Winkel 180°	Substitution Addition Polymerisation	Alkinyle
Aromaten	σ-Bindung Geschlossenes, ringförmiges π-Elektronensystem mit mit 4n+2 delokalisierten π-Elektronen	Planar Winkel 120°	Elektrophile Substitution: Nitrierung Sulfonierung Halogenierung Friedel-Crafts-Alkylierung	Phenyl

kurz & knapp

Für Kohlenwasserstoffe gilt:

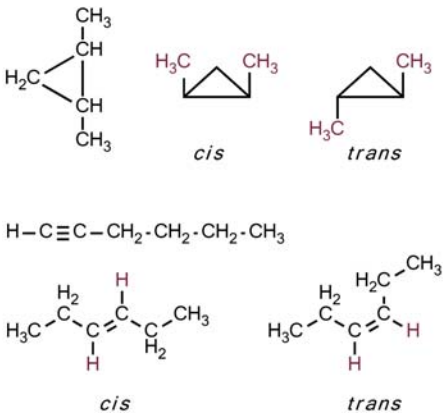
- Sie enthalten nur C- und H-Atome und bilden homologe Reihen aus.
- Schmelz- und Siedetemperatur steigen, wenn die Molekülgröße zunimmt.
- Es sind unpolare Bindungen, daher sind sie lipophil und hydrophob.
- Einteilung ◘ Tab. 10.3.
- Konstitution: gleiche Summenformel, unterschiedliche Strukturformeln→Struktur-/Konstitutionsisomere
- Konformation: gleiche Summenformel, gleiche Strukturformel, aber unterschiedliche räumliche Anordnung. Ursache: rotationssymmetrische σ-Bindung bedingt Drehung um Einfachbindungen→Konformere/Konformationsisomere
- Konfiguration: gleiche Summenformel, gleiche Konstitution, aber unterschiedliche relative Lage von Atomen bzw. Atomgruppen zueinander→Konfigurations-/cis-trans-Isomere

Übungsaufgaben

Aufgabe

Geben Sie die Strukturformeln folgender Verbindungen an und entscheiden, ob cis/trans-Isomere möglich sind.

a) 1,2-Dimethylcyclopropan
b) 1-Hexin
c) 3-Hexen



◘ **Abb. 10.27.** Lösung der Übungsaufgabe

Alles klar!

Aspirin

Die Synthese von Acetyl-Salicylsäure (ASS) durch Dr. Felix Hoffmann war eine große Errungenschaft für die Medizin und Pharmazie und garantierte unter dem Handelsnamen Aspirin dem Pharmaunternehmen Bayer einen weltweiten Erfolg: Bereits 1950 wurde es als das meist verkaufte Schmerzmittel ins Guinnessbuch der Rekorde aufgenommen! Und heute kann man in mehr als 80 Ländern Aspirin kaufen.

ASS wird dadurch hergestellt, dass Salicylsäure mit Essigsäure eine chemische Verbindung eingeht, was als Acetylierung bezeichnet wird. Die in ◘ Abb. 10.28 angegebene Reaktionsgleichung beschreibt die ASS-Synthese.

▼

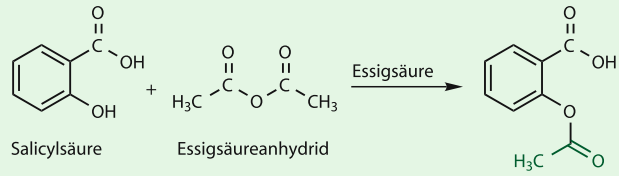


Abb. 10.28. Aspirinsynthese

Die Wirkung von ASS beschränkt sich nicht nur auf Schmerzlinderung, Fiebersenkung und Entzündungshemmung. ASS wird auch aufgrund seines blutverdünnenden Effekts zur Vorbeugung von arteriellen Thrombosen eingesetzt und nach Herzinfarkten und Schlaganfällen verabreicht. Aber das ist nicht alles: ASS wird vielfältig angewandt und auch heute noch werden neue Wirkungsmechanismen entdeckt, die zu neuen Einsatzgebieten führen.

Prinzipiell **wirkt** Aspirin auf folgende Weise: Prostaglandine haben in unserem Körper viele Aufgaben. Eine davon ist es, die Empfindlichkeit von Schmerzrezeptoren zu erhöhen. Indem ASS die körpereigene Herstellung dieser Prostaglandine hemmt, werden Schmerzempfindungen vermindert weitergeleitet.

Aber nicht nur die Wirkung selbst wird erforscht, sondern auch immer mehr Darreichungsformen werden entwickelt: Aspirin wird als Pulver, Tabletten, Granulat und Kautabletten angeboten. Kombinationen mit anderen Substanzen wie Vitamin C oder Koffein erweitern das Sortiment, da diese die Wirkung der ASS positiv beeinflussen sollen. Wir können also gespannt sein, welche neuen Erkenntnisse die ASS-Forschung noch für uns bereit hält!

Chemie

10.2 Verbindungen mit Heteroatomen

Dominik Buckert

- Heteroatome
- Organische Halogenverbindungen
- Radikalische Substitution, Elektrophile Addition
- Stereoisomerie und optische Aktivität
- Nucleophile Substitution, Eliminierung
- Alkohole und Ether
- Die Carbonylgruppe
- Aldehyde und Ketone
- Nucleophile Addition, Aldolreaktion und Aldolkondensation
- Carbonsäuren
- Veresterung, Esterspaltung, Esterkondensation
- Carbonsäurederivate
- Verbindungen mit Schwefel
- Verbindungen mit Stickstoff

Wie jetzt?

Alkohol und die Folgen

Wahrscheinlich hat ihn jeder schon einmal »genossen«: den Kater nach einer feucht-fröhlichen Feier. Doch was führt letztlich zu den altbekannten Symptomen, wie viel Alkohol darf ich täglich guten Gewissens zu mir nehmen? Vertragen Asiaten tatsächlich weniger? Kann man Alkohol sonst noch zu etwas gebrauchen?

10.2.1 Einführung Heteroatome

Atome, die in organischen Verbindungen vorkommen, aber weder Kohlenstoff noch Wasserstoff sind, bezeichnen wir als Heteroatome. Die wichtigsten unter ihnen sind:

- die Halogene (Fluor, Chlor, Brom und Iod)
- Sauerstoff
- Schwefel
- Stickstoff

► Heteroatome = Atome in organischen Verbindungen, die weder Kohlenstoff noch Wasserstoff sind.

Ihre Bedeutung erlangen sie dadurch, dass die von ihnen gebildeten **funktionellen Gruppen** (◘ Tab. 10.4) als Ausgangs- oder Angriffspunkte für wichtige (bio-) chemische Reaktionen dienen, denen wir uns im Folgenden näher zuwenden möchten.

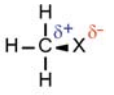
◘ **Tab. 10.4.** Einige funktionelle Gruppen

Struktur	Name der funktionelle Gruppe	Name der Verbindung
R–X (X=F, Cl, Br, I)	Halogengruppe	Halogenide
R–OH	Hydroxygruppe	Alkanol, Alkohol
R–CHO	Aldehydgruppe	Alkanal, Aldehyd
R–C(O)–R	Carbonylgruppe	Alkanon, Keton
R–COOH	Carboxygruppe	Carbonsäure
R–SH	Thiogruppe	Thiol
R–NH_2	Aminogruppe	Amin

10.2.2 Verbindungen mit Halogenen

Organische Halogenverbindungen zeichnen sich durch eine oder mehrere **kovalente Kohlenstoff-Halogen-Einfachbindungen** aus. Da die Halogene gegenüber dem Kohlenstoff stärker elektronegativ sind (Elektronegativität (EN) F: 4,0; EN Cl: 3,2; EN Br: 3; EN C: 2,5), sind diese Bindungen polarisiert, wobei der Ladungsschwerpunkt beim jeweiligen Halogen liegt (◘ Abb. 10.29). ◘ Tab. 10.5 zeigt einige Beispiele. Diese Verbindungen kommen in der Natur so nicht vor, sondern werden vom Menschen künstlich hergestellt.

► Organische Halogenverbindungen besitzen eine oder mehrere kovalente Kohlenstoff-Halogen-Einfachbindungen. Sie sind polarisiert.



X = F, C, Br, I

◘ **Abb. 10.29.** Polarisierte Einfachbindung

◘ **Tab. 10.5.** Beispiele einiger organischer Halogenverbindungen

Name	Summenformel	Verwendung
Trichlorfluormethan	CCl_3F	Kältemittel, Treibgas, Lösungsmittel
Chlorethan	C_2H_5Cl	zur örtlichen Betäubung (Vereisungsmittel)
Trichlormethan, Chloroform	$CHCl_3$	früher Narkosemittel
Brommethan	$BrCH_3$	Schädlingsbekämpfungsmittel
Dichlordifluormethan, Frigen	CF_2Cl_2	Treibgas

10.2.2.1 Herstellung von Alkylhalogeniden

Um zu verstehen, wie solche Verbindungen überhaupt entstehen können, sollen exemplarisch zwei wichtige Reaktionen dargestellt werden, deren genaue Mechanismen im ► Kap. 10.3 näher erläutert werden.

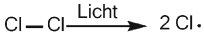


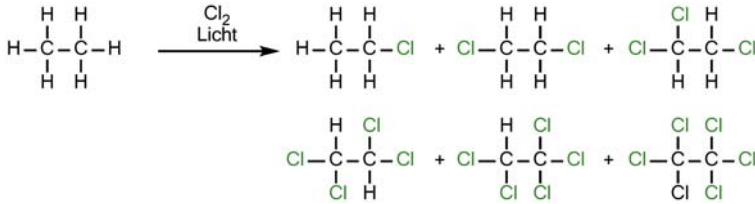
Abb. 10.30. Radikalstart

► Halogene plus energiereiche Strahlung/hohe Temperaturen→Halogenradikale, die mit Alkanen reagieren

Radikalische Substitution

Natürlicherweise kommen Halogene als **bimolekulare Verbindungen** vor. Setzt man diese Moleküle energiereicher Strahlung oder hohen Temperaturen aus, so entstehen Halogenradikale, die direkt mit Alkanen zur Reaktion gebracht werden können (Abb. 10.30, Abb. 10.31). Dabei ersetzt jeweils ein solches Radikal ein am Kohlenstoff gebundenes Wasserstoffatom (daher Substitution). Je nachdem, wie lange man diese Reaktion andauern lässt, kann man die unterschiedlichsten einfach oder mehrfach substituierten Kohlenwasserstoffe herstellen.

Abb. 10.31. Radikalische Substitution



► Elektrophile Addition = Reaktion von Halogenen mit der C=C-Doppelbindung von Alkenen.

Elektrophile Addition

Halogene können aber auch mit der C=C-Doppelbindung von Alkenen reagieren (Abb. 10.32). Dabei wird die Doppelbindung aufgebrochen, es lagern sich die Halogenatome an die nun frei gewordenen Bindungsplätze der beiden benachbarten Kohlenstoffatome an, so dass ein **Dihalogenid** entsteht.

Abb. 10.32. Elektrophile Addition

Klassischerweise wird diese Reaktion mit Brom durchgeführt. Dabei macht man sich zunutze, dass Bromlösung eine charakteristische braune Farbe besitzt, die nach Ablauf der Reaktion verschwindet. Auf diese Weise lassen sich Doppelbindungen in organischen Verbindungen nachweisen.

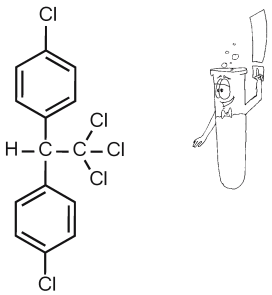


Abb. 10.33. Insektizid DDT

Hätten Sie's gewusst?

DDT

Eine aromatische Chlorverbindung, das DDT = **D**i-(*p*-chlor**d**iphenyl)-**t**richlorethan wurde aufgrund seiner hohen Giftigkeit für Insekten bei geringer Toxizität für Warmblüter als erfolgreiches Schädlingsbekämpfungsmittel eingesetzt (Abb. 10.33). Da diese Verbindung allerdings äußerst schwer abbaubar ist und sich in der Nahrungskette anreichert, wurde sie aus Angst vor Langzeitnebenwirkungen verboten. Nun war man aber mittels des DDT vielerorts in der Lage gewesen, die Anophelesmücke wirksam zu bekämpfen und damit die von ihr übertragene Malaria einzudämmen. So nahm nach dem Verbot die Zahl der Malariaerkrankungen wieder sprunghaft zu.

10.2.2.2 Stereoisomerie und optische Aktivität

Im Zusammenhang mit den mehrfach halogenierten Kohlenwasserstoffen wollen wir am **Beispiel des Bromchlorfluormethans** einige wichtige Begriffe der organischen Chemie klären. Betrachtet man diese Verbindung, so stellt man fest, dass das zentrale Kohlenstoffatom vier verschiedene Substituenten besitzt. Man bezeichnet es als **asymmetrisches Kohlenstoffatom**. Nun kann man sich zwei Isomere des Bromchlorfluormethans vorstellen, die sich nicht zur Deckung bringen lassen, also nicht kongruent zueinander sind. Es handelt sich um eine **chirale (händige) Verbindung**; die beiden Isomere werden **Enantiomere** oder Spiegelbildisomere genannt, sie unterscheiden sich nicht in ihren physikalischen Eigenschaften wie Siedepunkt, Löslichkeit usw. (Abb. 10.34).

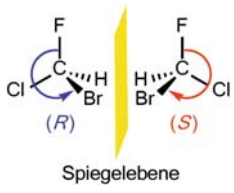


Abb. 10.34. Enantiomere und R/S-Nomenklatur

Chemie

Die Konfiguration gibt die relative Anordnung der Liganden um das sterische Zentrum wieder. Um sie ausdrücken zu können, kommt das Nomenklatursystem nach Cahn, Ingold und Prelog zum Einsatz.

► Klassifizierung der Konfigurationen nach dem Verfahren von Cahn, Ingold und Prelog.

Dabei werden den 4 verschiedenen Substituenten Prioritäten 1–4 zugeordnet. 1 hat die höchste, 4 die geringste Priorität. Es gilt:

- Verfolgt man den Verlauf der Prioritäten 1–3 von der vom Substituenten mit der geringsten Priorität abgewandten Seite, so ergibt sich eine ***R*-Konfiguration**, wenn die Folge 1–2–3 im Uhrzeigersinn verläuft.
- Die Anordnung von 1–2–3 entgegen dem Uhrzeigersinn beschreibt die ***S*-Konfiguration**. Spiegelung führt definitionsgemäß eine *R*- in eine *S*-Konfiguration über.

Die Verteilung der Prioritäten der Substituenten erfolgt nach der Ordnungszahl der an das chirale Zentrum gebundenen Atome. Steigende Ordnungszahlen führen zu höheren Prioritäten. Haben dabei zwei oder mehrere Atome die gleiche Ordnungszahl, so betrachtet man zur weiteren Unterscheidung die an diese Atome gebundenen Liganden nach dem gleichen Schema der Prioritätenverteilung. Hierbei spielt bei gleichen Ordnungszahlen auch die Anzahl der Atome mit dieser Ordnungszahl eine Rolle. Dieses Verfahren von Cahn, Ingold und Prelog ist allgemein zur Klassifizierung der Konfigurationen chiraler Verbindungen anwendbar.

Eine Eigenschaft von Verbindungen mit asymmetrischen Kohlenstoffatomen ist die Fähigkeit, die Ebene des linear polarisierten Lichts (► Kap. 6.3.3; ► Kap. 6.4.4) um einen bestimmten Betrag zu drehen. Dabei drehen Enantiomere einer Verbindung diese Ebene um den gleichen Betrag, aber in entgegengesetzte Richtung. Das rechtsdrehende Enantiomer erhält dabei ein (+), das linksdrehende ein (-). Hierbei handelt es sich um eine rein experimentell zu bestimmende Eigenschaft, es besteht **kein Zusammenhang** zwischen (+) und (-) und dem R und S des Nomenklatursystems.

Treten Enantiomere gemeinsam nebeneinander auf und zwar genau im Verhältnis 1:1, heben sich die Drehungen des linear polarisierten Licht auf. Es kann kein Drehwinkel – wie bei einer achiralen Verbindung – gemessen werden. Ein solches Gemisch nennt man Racemat.

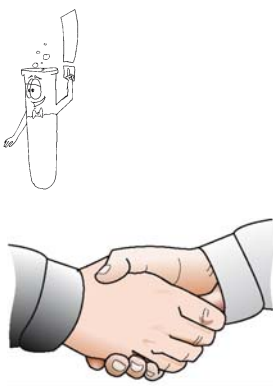
► Racemat = Gemisch von Enantiomeren, die nebeneinander im Verhältnis 1:1 auftreten.

Hätten Sie's gewusst?

Wirkungen der Enantiomere im Organismus

Auch wenn sich zwei Enantiomere in ihren physikalischen Eigenschaften nicht unterscheiden, können sie im Organismus eine durchaus unterschiedliche Wirkung haben. Von zahlreichen Medikamenten existieren Enantiomere, von denen jeweils nur eines die gewünschte therapeutische Wirkung besitzt. Das andere kann wirkungslos, aber auch verantwortlich für schwere Nebenwirkungen sein.

Diese Tatsache beruht im Wesentlichen auf unterschiedlichen Wechselwirkungen mit menschlichen Rezeptoren und Enzymen, die ihrerseits chiral sind und deshalb nur mit passenden Partnern reagieren können. Schließlich schütteln sich auch die Menschen jeweils nur mit rechts die Hände (◘ Abb. 10.35)…



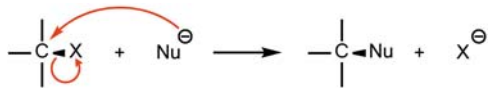
◘ **Abb. 10.35.** Veranschaulichung der Enantiomere

10.2.2.3 Wichtige Reaktionen der Alkylhalogenide: nucleophile Substitution, Eliminierung

Nachdem wir einige Eigenschaften dieser Verbindungsklasse betrachtet haben, wollen wir uns ihren charakteristischen Reaktionen zuwenden. Wie weiter oben bereits erwähnt wurde, ist die Bindung zwischen Kohlenstoffatom und Halogen polarisiert (◘ Abb. 10.29). Dabei findet man am Halogen eine negative und beim Kohlenstoff eine positive Teilladung.

Nucleophile Teilchen, also Teilchen, die ein freies Elektronenpaar besitzen (z. B. OH^-, SH^-, CN^-, Lewis-Basen), können am Kohlenstoff angreifen und unter Austritt des Halogenids eine neue kovalente Bindung ausbilden.

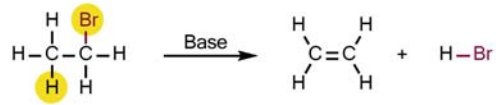
Abb. 10.36. Nucleophile Substitution



► Nucleophile Substitution = ein nucleophiles Teilchen greift am Kohlenstoff an und substituiert das Halogen.

Offensichtlich wird das Halogen durch das angreifende Teilchen ersetzt, also substituiert (Abb. 10.36). Da der Angreifer ein Nucleophil ist, spricht man von der Gesamtreaktion als **nucleophile Substitution (S_N)**. Diese Reaktion wird Ihnen im Verlauf dieses Kapitels noch häufiger begegnen, sie besitzt also eine gewisse Wichtigkeit. Da der genaue Mechanismus der Reaktion jedoch nicht ganz einfach zu verstehen ist, wollen wir uns an dieser Stelle auf die obige Bruttogleichung beschränken; wer sich für die Einzelheiten der Reaktion interessiert, sei auf ► Kap. 10.3 verwiesen.

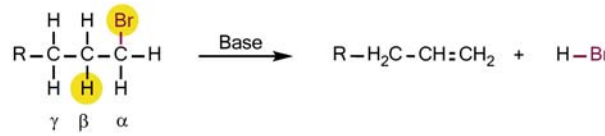
Abb. 10.37. Eliminierung



► Eliminierung = Umkehrreaktion der elektrophilen Addition (s. o.)

In Gegenwart einer Base können Alkylhalogenide unter Abspaltung und Freisetzung von einem Halogenwasserstoff zu Alkenen reagieren (Abb. 10.37). Diesen Reaktionstyp nennt man **Eliminierung**, im Prinzip stellt er die Umkehrreaktion zur weiter oben beschriebenen elektrophilen Addition dar. Es gibt dabei verschiedene Möglichkeiten, wie die beiden Abgangsgruppen (Wasserstoff und Halogen) zueinander stehen können, der weitaus wichtigste Fall ist jedoch β- **oder (1,2-) Eliminierung** (Abb. 10.38).

Abb. 10.38. β-Eliminierung



Wie bei der nucleophilen Substitution gibt es mechanistisch gesehen einige Besonderheiten, die wiederum im ► Kap. 10.3 genau unter die Lupe genommen werden.

10.2.3 Verbindungen mit Sauerstoff

► Sauerstoff kann zwei kovalente Bindungen eingehen→ viele mögliche organische Verbindungen mit Sauerstoff

Das nächste bedeutungsvolle Heteroatom, dem wir uns zuwenden, ist der Sauerstoff. Im Gegensatz zu den Halogenen kann er **zwei kovalente Bindungen** eingehen. Daher gibt es eine Vielzahl von Möglichkeiten, wie der Sauerstoff in einer organischen Verbindung vorkommen kann. Die Tab. 10.6 zeigt exemplarisch die wichtigsten sauerstoffhaltigen Substanzklassen.

Tab. 10.6. Substanzen mit Sauerstoff

Struktur	Name	Kohlenstoff-Sauerstoff-Bindung
R–OH	Alkanol, Alkohol	Einfachbindung
R–O–R	Ether	zwei Einfachbindungen
R–CHO	Alkanal, Aldehyd	Doppelbindung
R–C(=O)–R	Keton	Doppelbindung
R–COOH	Carbonsäure	Doppelbindung, Einfachbindung
R–COOR	Ester	Doppelbindung, zwei Einfachbindungen

Zunächst betrachten wir die Familie der Alkohole und Ether.

10.2.3.1 Alkohole und Ether

Substituiert man in einem gesättigten Kohlenwasserstoff ein Wasserstoffatom durch die Hydroxygruppe (-OH), so erhält man ein Alkanol oder Alkohol (Abb. 10.39).

► Substitution eines Wasserstoffatoms durch –OH in einem gesättigten Kohlenwasserstoff→Alkanol oder Alkohol

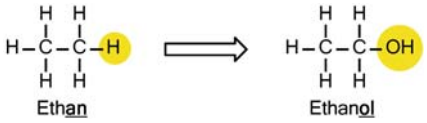


Abb. 10.39. Alkohole als Derivate der Kohlenwasserstoffe

Dabei spricht man von einem **primären, sekundären oder tertiären Alkohol** – je nachdem, ob das Kohlenstoffatom, an dem die Hydroxygruppe sitzt, einen, zwei oder drei organische Reste als weitere Substituenten trägt (Abb. 10.40).

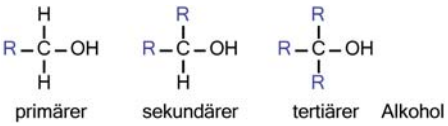


Abb. 10.40. Primärer, sekundärer und tertiärer Alkohol

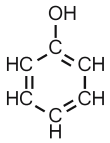


Abb. 10.41. Phenol

Ist die Ausgangsverbindung kein Alkan, sondern ein **Aromat** wie etwa Benzol, erhält man folgerichtig einen aromatischen Alkohol oder auch **Phenol**.

Selbstverständlich kann man auch mehrere Wasserstoffatome durch Hydroxygruppen ersetzen. Man spricht dann von **mehrwertigen** Alkoholen beziehungsweise Phenolen.

Geht man nun noch einen Schritt weiter und ersetzt das am Sauerstoff sitzende Wasserstoffatom gegen einen organischen Rest, so kommt man zu der Substanzklasse der Ether (Abb. 10.42).

► Substitution eines Wasserstoffatoms durch –OH bei einem Aromat→aromatischer Alkohol oder Phenol

► Substitution des am Sauerstoff sitzenden Wasserstoffatoms im Phenol durch organischen Rest→Ether

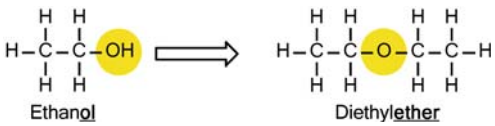


Abb. 10.42. Ether

Tab. 10.7 zeigt einige Beispiele von Alkoholen und Ethern.

Tab. 10.7. Beispiele von Alkoholen und Ethern

Name	(Halb-) Summenformel
Methanol	CH_3OH
Ethanol	$CH_3–CH_2OH$
n-Butanol	$CH_3–CH_2–CH_2–CH_2OH$
sek-Butanol	$CH_3–CH_2–CHOH–CH_3$
tert-Butanol	$CH_3–C(CH_3)_2OH$
Phenol	Ph–OH
Naphthol	$C_{10}H_7OH$
Propantriol, Glycerin	$CH_2OH–CHOH–CH_2OH$
Dimethylether	$CH_3–O–CH_3$
Methoxybenzol (Anisol)	$Ph–O–CH_3$

Eigenschaften

► Alkohole = einfach substituierte Wassermoleküle
Ether = zweifach substituierte Wassermoleküle

Um die Eigenschaften der Alkohole und Ether besser verstehen zu können, soll zunächst die Analogie zum Wassermolekül deutlich gemacht werden: **Alkohole sind letztlich nichts anderes als einfach substituierte, Ether zweifach substituierte Wassermoleküle.**

Dabei bleibt der gewinkelte Bau des Wassers ebenso wie die Ladungsverteilung erhalten, da der Sauerstoff (EN O: 3,5) gegenüber dem Kohlenstoff (EN C: 2,5) in etwa genauso wie gegenüber dem Wasserstoff (EN H: 2,2) stärker elektronegativ ist (Abb. 10.43).

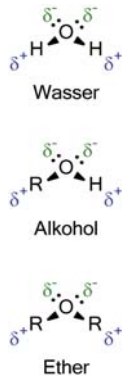


Abb. 10.43. Durch die Verteilung der Elektronegativitäten bleibt der gewinkelte Bau des Wassers auch im Alkohol und Ether erhalten

Siedepunkte. Alkohole sind dem Wasser entsprechend in der Lage, **Wasserstoffbrückenbindungen** zwischen den einzelnen Molekülen auszubilden (Abb. 10.44). Dadurch besitzen sie deutlich höhere Siedepunkte als die Kohlenwasserstoffe ähnlicher Molmasse, denn es muss zusätzliche Energie aufgewendet werden, um diese intermolekularen Bindungen zu lösen. Ether können keine Wasserstoffbrückenbindungen ausbilden und liegen damit bezüglich ihrer Siedepunkte im Bereich der entsprechenden Kohlenwasserstoffe.

► Alkohole haben höhere Siedepunkte als die Kohlenwasserstoffe ähnlicher Molmasse; Ether haben dagegen niedrigere Siedepunkte als die entsprechenden Kohlenwasserstoffe.

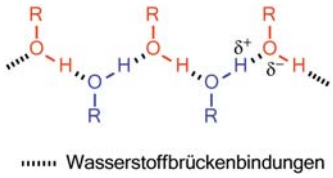


Abb. 10.44. Wasserstoffbrückenbindungen bei den Alkoholen

Wasserlöslichkeit. Die niederen Alkohole (bis zu drei Kohlenstoffatome) sind aufgrund der polaren Hydroxygruppe gut wasserlöslich. Bei längerkettigen Alkoholen verschwindet zunehmend die hydrophile (wasserliebende) Eigenschaft der funktionellen Gruppe und die unpolare und damit hydrophobe Kohlenwasserstoffkette tritt diesbezüglich in den Vordergrund. **Dadurch nimmt die Wasserlöslichkeit der Alkohole mit steigender Anzahl an Kohlenstoffatomen rasch ab.**

Ether sind bis auf Ausnahmen (z. B. der Dimethylether) **nicht wasserlöslich**, da sie keine Wasserstoffbrücken mit dem Wasser ausbilden können.

► Niedere Alkohole sind gut wasserlöslich, längerkettige nicht. Ether sind nicht wasserlöslich.

Säure-Base-Verhalten. Wie das Wasser sind auch Alkohole **amphotere Teilchen**: Sie können Protonen aufnehmen oder abgeben und somit sowohl als Base, als auch als Säure fungieren, wenn auch nur als sehr schwache (pKs von Methanol: 15,5). Anders sieht es hier bei den aromatischen Alkoholen aus. Betrachtet man z. B. das Phenol, so stellt man fest, dass es in der Lage ist, über **Mesomerieeffekte** das entstehende Phenolat-Ion zu stabilisieren (Abb. 10.45). Dadurch wird die Abspaltung des Protons einfacher möglich und die Azidität steigt (pKs von Phenol: 10). **Als Mesomerie (► Kap. 8.2.4.6) bezeichnet man die Fähigkeit, Ladung innerhalb eines Moleküls über mehrere Atome zu verteilen, wodurch die Ladung, die jedes einzelne Atom tragen muss, dementsprechend verkleinert wird.**

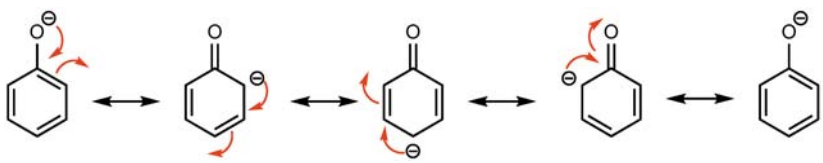


Abb. 10.45. Mesomerie des Phenolat-Anions

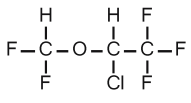
Hätten Sie's gewusst?

Mehrfach halogenierte Ether zeichnen sich durch vielfältige Verwendungsmöglichkeiten aus. So gehören die meisten modernen Inhalationsnarkotika dieser Verbindungsklasse an (Isofluran, Sevofluran, Abb. 10.46). Werden sie in einer bestimmten Konzentration der Atemluft der Patienten

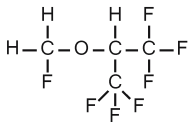
▼

zugefügt, halten sie die narkotische und muskelentspannende Wirkung der intravenös verabreichten Narkosemedikamente aufrecht.

Darüber hinaus gelangten einige aromatische Ether durch ihre Giftigkeit zu trauriger Berühmtheit. So wurde z. B. das »Agent Orange« im Vietnamkrieg als Entlaubungsmittel großflächig eingesetzt, mit verheerenden Folgen für die exponierten Menschen (Abb. 10.47), aber dazu später mehr; ▶ Kap. 10.3.



Isofluran



Sevofluran

Abb. 10.46. Inhalationsnarkotika Isofluran und Sevofluran

Herstellung von Alkoholen und Ethern

Um Alkohole und Ether herzustellen, kann man die schon besprochenen Alkylhalogenide als Ausgangsprodukte verwenden (Abb. 10.48). **Versetzt man ein Alkylhalogenid mit einer Lauge, so erhält man einen Alkohol. Die ablaufende Reaktion ist eine nucleophile Substitution (s. o.).**

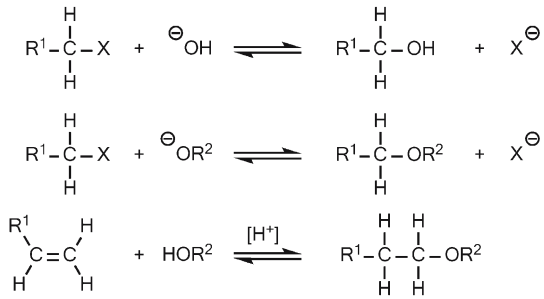
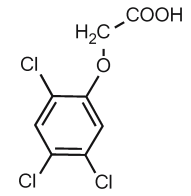
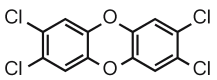


Abb. 10.48. Bildung von Alkoholen und Ethern aus Alkylhalogeniden und Alkenen



»Agent Orange«



»Dioxin«

Abb. 10.47. »Agent Orange« (2,4,5-Trichlorphenoxyessigsäure) und »Dioxin« (TCDD=2,3,7,8-Tetrachlordibenzodioxin

Substituiert man mit einem anderen Alkohol, führt das zu einem Ether. Hierbei können **unsymmetrische Ether** hergestellt werden: hier hängen am Sauerstoffatom zwei unterschiedliche organische Reste.

Weiterhin kann man zur großtechnischen Herstellung von Alkohol säurekatalysiert Wasser an die Doppelbindung eines Alkens addieren. Diese wichtige Reaktion läuft sehr ähnlich wie die schon besprochene Addition von Brom ab und soll deshalb nur kurz erläutert werden.

► Alkylhalogenid und OH^-→Alkohol
Substitution mit einem anderen Alkohol→Ether

Reaktionen von Alkoholen und Ethern

Wie schon erwähnt sind Alkohole schwache Basen. Versetzt man sie mit einer starken Säure, können sie Protonen aufnehmen. In Gegenwart eines Nucleophils (z. B. eines Halogenids) kann nun wieder die altbekannte nucleophile Substitution ablaufen, wobei Wasser als Abgangsgruppe austritt (Abb. 10.49).

► Alkohol plus starke Säure plus Nucleophil = nucleophile Substitution

Lässt man den Alkohol selber als Nucleophil reagieren, kann man auf diese Weise Ether herstellen. Allerdings entstehen so nur **symmetrische Ether** (s. o.).

Wenn man Alkohole in die Nähe stark wasserliebender Substanzen (konzentrierte Schwefelsäure) bringt, läuft eine **Dehydratisierung** ab; es wird Wasser entzogen und ein **Alken** entsteht. Diese Eliminierung ist die Umkehr zu einer weiter oben beschriebenen Additionsreaktion.

In Gegenwart von geeigneten Oxidationsmitteln reagieren primäre und sekundäre Alkohole zu Aldehyden oder Ketonen, die im nachfolgenden Kapiteln näher untersucht werden sollen. Tertiäre Alkohole reagieren nicht auf diese Weise.

► Aus Alkoholen lassen sich symmetrische Ether, Alkene und Aldehyde oder Ketone herstellen (letztere nicht aus tertiären Alkoholen).

10.2.3.2 Die Carbonylgruppe

Bisher haben wir nur Substanzklassen betrachtet, in denen der Sauerstoff Einfachbindungen eingeht. Nun wollen wir uns den Stoffen zuwenden, die als charakteristische funktionelle Gruppe eine **Kohlenstoff-Sauerstoff-Doppelbindung** aufweisen. Die Eigenschaften dieser **Carbonylgruppe** sollen zunächst näher beleuchtet werden.

► Kohlenstoff-Sauerstoff-Doppelbindung = Carbonylgruppe

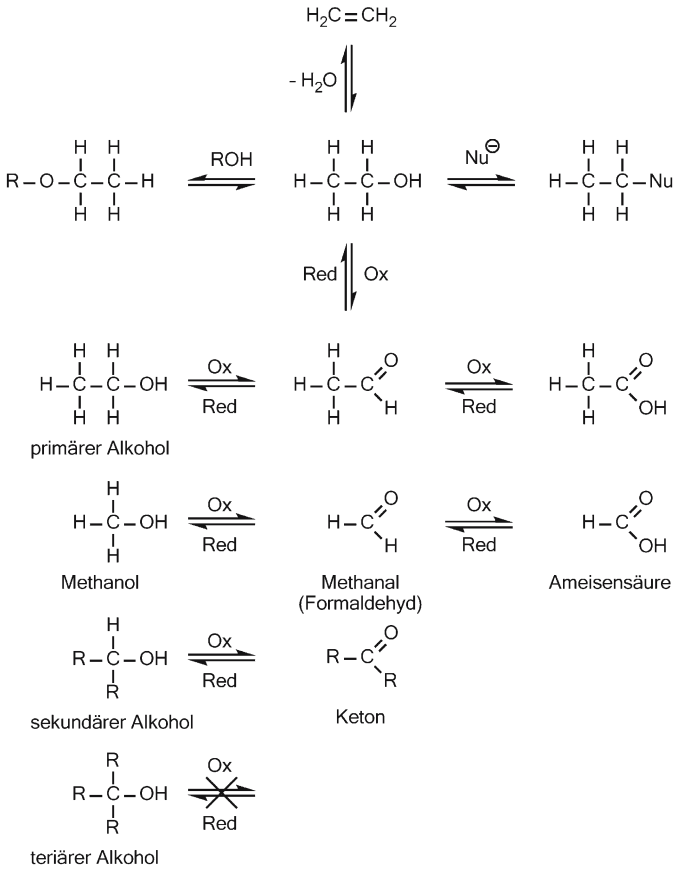


Abb. 10.49. Reaktionen der Alkohole (Übersicht)

Das Kohlenstoffatom der Carbonylgruppe befindet sich in **sp²-Hybridisierung**, wodurch die gesamte Gruppe planar gebaut ist. Die Bindungswinkel betragen dabei 120° (Abb. 10.50). Weiterhin besteht bekanntlich ein großer Elektronegativitätsunterschied zwischen dem Sauerstoff (EN O: 3,5) und dem Kohlenstoff (EN C: 2,5), der eine negative Teilladung am Sauerstoff, sowie eine positive Teilladung am Kohlenstoff bedingt. **Damit kann die Carbonylgruppe als Angriffsort für nucleophile und elektrophile Reagenzien dienen.**

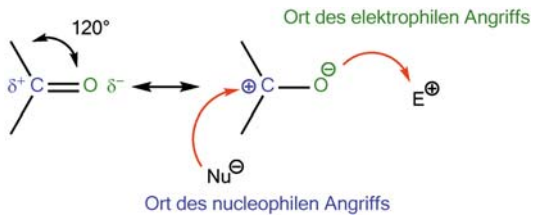


Abb. 10.50. Geometrie und Reaktivität der Carbonylgruppe

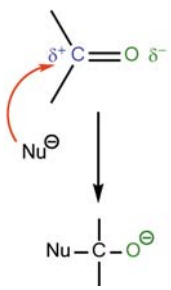
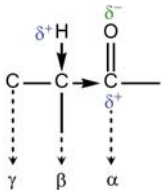


Abb. 10.51. »Aufrichten« der Carbonylgruppe

Dementsprechend können nucleophile Teilchen unter Ausbildung einer neuen Einfachbindung am Kohlenstoff angreifen. Die C=O-Doppelbindung wird dabei aufgehoben; der Sauerstoff »zieht« förmlich ein Elektronenpaar aus der ehemaligen Bindung zu sich. Man sagt, die Carbonylgruppe wird aufgerichtet (Abb. 10.51). **Diese nucleophile Addition stellt eine zentrale Reaktionsweise aller Carbonylverbindungen dar.**

Weiterhin ist der elektronenziehende Effekt des Sauerstoffs so stark, dass er sich auch auf die dem Carbonyl-Kohlenstoff benachbarten Kohlenstoffatome und deren Bindungen auswirkt. Die direkten Nachbarn des Carbonyl-C bezeichnet man als α-C-Atome, die übernächsten als β-C-Atome und so weiter (◘ Abb. 10.52).



◘ **Abb. 10.52.** Bindungspolarisation in Carbonylverbindungen

Hängt an einem solchen α-C-Atom ein Wasserstoff (damit ein α-ständiger Wasserstoff), dann wird durch den Einfluss des Sauerstoffs diese C–H-Bindung so weit geschwächt, dass dieser Wasserstoff relativ leicht abgespalten werden kann. Damit wird eine wichtige Eigenschaft der Carbonylgruppe verständlich: die so genannte Keto-Enol-Tautomerie. **Mit der Keto-Enol-Tautomerie ist die dynamische Umlagerung eines α-ständigen H-Atoms an das Carbonyl-O gemeint.** Dabei »klappt« die C–H-Bindung in das Molekül hinein und die Doppelbindung wird aufgerichtet (◘ Abb. 10.53).

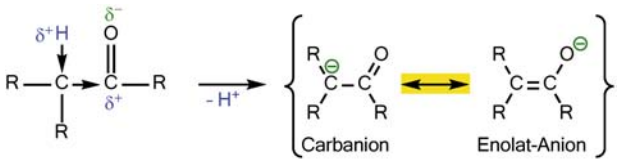
► Für die Carbonylgruppe ist die Keto-Enol-Tautomerie typisch.

◘ **Abb. 10.53.** Keto-Enol-Tautomerie

Keto- und Enolform (Enol deshalb, weil Doppelbindung -en und alkoholische Hydroxygruppe -ol in direkter Nachbarschaft vorkommen) sind **Konstitutionsisomere**, die in einem echten chemischen Gleichgewicht zueinander stehen. Normalerweise stellt die Ketoform die energetisch günstigere Form dar und überwiegt deshalb im Gleichgewicht. Gelingt es allerdings, die ungünstigere Enol-Form auf anderen Wegen (beispielsweise über Mesomerieeffekte) zu stabilisieren, nimmt ihr Anteil zu.

► Keto- und Enolform stehen in einem echten chemischen Gleichgewicht zueinander.

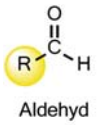
Durch die geschwächte C–H-Bindung ist ein solches Teilchen aber auch in der Lage, eine gewöhnliche **Säure-Base-Reaktion** einzugehen. Dabei gibt es den α-ständigen Wasserstoff als Proton ab, ein Carbanion bleibt als konjugierte Base zurück. Dieses Carbanion steht in Analogie zur Keto-Enol-Tautomerie im Gleichgewicht mit einer Enolat-Form und wird dadurch weiter stabilisiert (◘ Abb. 10.54). **Alles in allem hat sich also die Azidität der C–H-Bindung durch den Einfluss der Carbonylgruppe erhöht.**

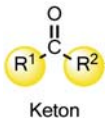


◘ **Abb. 10.54.** CH-Azidität bei Carbonylverbindungen

10.2.3.3 Aldehyde und Ketone

Aldehyde und Ketone weisen die Carbonylgruppe als funktionelle Gruppe auf, können aber ansonsten die unterschiedlichsten aliphatischen oder aromatischen Reste tragen (◘ Abb. 10.55). ◘ Tab. 10.8 zeigt eine Auswahl mit Beispielen.





◘ **Abb. 10.55.** Aldehyd und Keton

Eigenschaften. Niedere Aldehyde und Ketone sind aufgrund der Polarität der C=O-Doppelbindung wasserlöslich, bei größeren organischen Resten nimmt die Wasserlöslichkeit wie üblich ab. Da sie keine Wasserstoffbrücken ausbilden können, sieden sie bei niedrigerer Temperatur als vergleichbare Alkohole.

Herstellung von Aldehyden und Ketonen

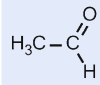
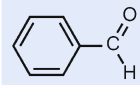
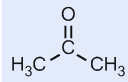
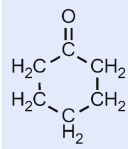
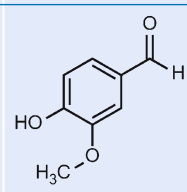
Wie schon besprochen erhält man Aldehyde durch milde Oxidation von primären, Ketone durch die Oxidation von sekundären Alkoholen. Diese Reaktionen sind natürlich umkehrbar.

► Niedere Aldehyde und Ketone sind wasserlöslich, mit größer werdendem organischen Rest werden sie weniger wasserlöslich. Die Siedepunkte liegen niedriger als bei vergleichbaren Alkoholen.

Reaktionen von Aldehyden und Ketonen

Während hingegen Ketone unter normalen Umständen nicht weiter oxidierbar sind, lassen sich Aldehyde leicht zu Carbonsäuren oxidieren (nächster Abschnitt) (◘ Abb. 10.56).

Tab. 10.8. Beispiele von Aldehyden und Ketonen

Name	Struktur
Formaldehyd, Methanal	
Acetaldehyd, Ethanal	
Benzaldehyd	
Aceton	
Cyclohexanon	
Vanillin	

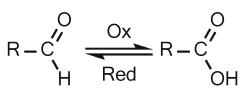


Abb. 10.56. Carbonsäuren als Oxidationsprodukte von Aldehyden

► Genaue Zusammensetzung der Reagenzien:
Fehling: Fehling I: 7 g Kupfersulfat+100 ml Wasser; Fehling II: 35 g Natriumkalium tartrat+10 g Natriumhydroxid+100 ml Wasser;
Tollens: Silbernitrat+konz. Ammoniak

Spezielle Oxidationsmittel und damit Nachweisreagenzien für Aldehyde stellen die **Fehling-Lösung** ($[Cu(tartrat)_2]^{2-}$) sowie das **Tollensreagenz** ($[Ag(NH_3)_3]^+$) dar. Im ersten Fall entsteht schwerlösliches, rot-braunes Kupfer-(I)-oxid (Cu_2O), im zweiten Fall elementares Silber (Ag).

Sowohl Aldehyde als auch Ketone reagieren mit Nucleophilen nach dem Mechanismus der nucleophilen Addition, der im Zusammenhang der Carbonylgruppe im Allgemeinen besprochen wurde.

Addition von Nucleophilen

Addiert man Wasser an das Carbonyl-C-Atom, so entsteht ein **Hydrat** (Abb. 10.57).

► Addition von Wasser an das Carbonyl-C-Atom→Hydrat
Addition von Alkohol an das Carbonyl-C-Atom→Halbacetal plus Alkohol→Vollacetal

Addition von Alkoholen führt im ersten Schritt zur Ausbildung eines **Halbacetals**. Dieses kann leicht mit einem weiteren Teilchen Alkohol unter Freisetzung eines Wassermoleküls zu einem **Vollacetal** weiterreagieren.

Amine sind Derivate des Ammoniaks und werden im ► Kap. 10.2.5 ausführlich besprochen. Für das Verständnis der Reaktion ist nur wichtig, dass der Stickstoff mit seinem freien Elektronenpaar ein Nucleophil darstellt. Im ersten Schritt reagiert das Amin am Carbonyl-C-Atom analog zu den anderen Nucleophilen zum instabilen **Halbaminal**, das durch Eliminierung von Wasser zum **Imin** weiterreagiert (Abb. 10.57).

Je nachdem, welchen organischen Rest das Amin hatte, können so verschiedene biologisch bedeutende Reaktionsprodukte entstehen, die für den Moment allerdings noch nicht interessieren (Abb. 10.58).

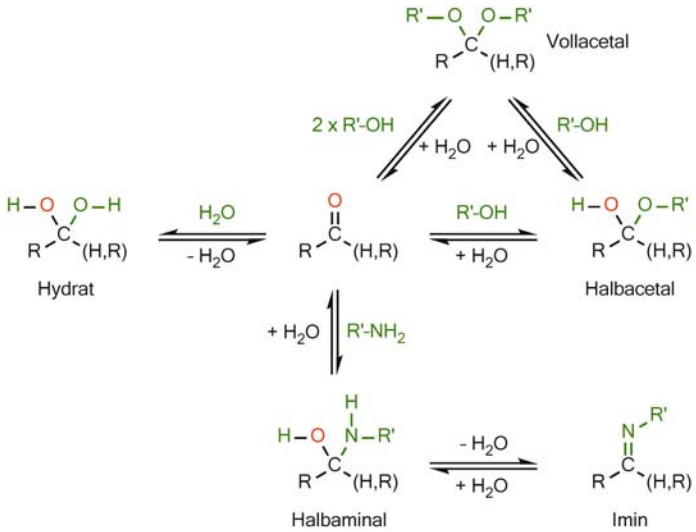


Abb. 10.57. Reaktion der Aldehyde und Ketone mit Alkoholen und primären Aminen

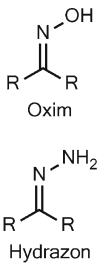


Abb. 10.58. Derivate mit C=N-Doppelbindung

10.2.3.4 Aldolreaktion und Aldolkondensation

Die Wichtigkeit der Aldolreaktion beruht darauf, dass durch sie neue C-C-Bindungen geschaffen werden und dadurch längerer Kohlenstoffketten aufgebaut werden können. Man kann sie getrost als eine der zentralen Reaktionen der Biochemie bezeichnen. Letztlich reagieren dabei zwei (gleiche oder verschiedene) Carbonylverbindungen in Gegenwart einer starken Base. Auch hier wollen wir uns auf die Bruttoreaktionsgleichung für Aceton als Beispiel beschränken; der nicht ganz einfache Mechanismus der Reaktion wird in ▶ Kap. 10.3 erklärt (◘ Abb. 10.59).

► Aldolreaktion = zentrale Reaktion in der Biochemie

Abb. 10.59. Aldol-Reaktion

10.2.3.5 Carbonsäuren

Die funktionelle Gruppe der Carbonsäure ist die Carboxygruppe –COOH. Der Name setzt sich zusammen aus Carbonyl- und Hydroxygruppe.

Wie zu erwarten, kann die Carboxygruppe die unterschiedlichsten organischen Reste tragen. Um die C-Atome des Rests bezeichnen zu können, werden sie, angefangen mit dem Carboxy-C, durchgezählt bzw. mit griechischen Buchstaben bezeichnet. Dabei erhält das erste Kohlenstoffatom in Nachbarschaft der Carboxygruppe ein α, das zweite ein β und so weiter (◘ Abb. 10.60). Trägt ein Molekül mehr als eine Carboxygruppe, spricht man von mehrwertigen oder Polycarbonsäuren. ◘ Tab. 10.9 zeigt eine kleine Auswahl.

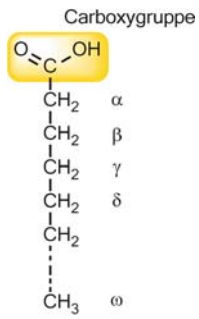


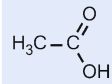
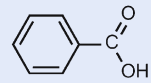
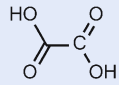
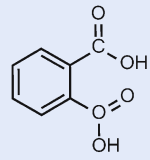
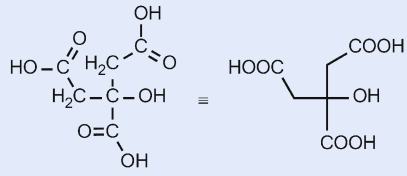
Abb. 10.60. Carbonsäuren

Eigenschaften

Wie in der Carbonylgruppe ist auch hier der **Kohlenstoff sp²-hybridisiert**, die Carboxygruppe als ganzes damit planar. Bedingt durch die Elektronegativitätsunterschiede entstehen eine starke positive Teilladung am Kohlenstoff, sowie jeweils zwei negative Teilladungen an den Sauerstoffatomen. Durch die Polarität dieser Gruppe und die Möglichkeit, Wasserstoffbrückenbindungen auszubilden, sind niedere Carbonsäuren gut **wasserlöslich**. Werden die organischen

► Mehr als eine Carboxygruppe an einem Molekül = mehrwertige Carbonsäure bzw. Polycarbonsäure

Tab. 10.9. Beispiele einiger Carbonsäuren

Name	Struktur
Ameisensäure	
Essigsäure	
Benzoesäure	
Oxalsäure	
Phthalsäure	
Citronensäure	

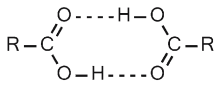


Abb. 10.61. Carbonsäure-Dimer

► Niedere Carbonsäuren sind gut wasserlöslich; mit größer werdendem organischen Rest sind sie eher hydrophob. Die Siedepunkte der Carbonsäuren liegen vergleichsweise hoch.

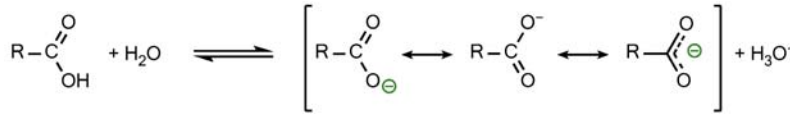
Reste allerdings größer, bestimmen sie mit ihren hydrophoben Eigenschaften die Wasserlöslichkeit.

Die **vergleichsweise hohen Siedepunkte** v. a. der niederen Carbonsäuren lassen sich damit erklären, dass sich jeweils zwei Säuremoleküle über Wasserstoffbrücken zu **Dimeren** zusammenlagern (Abb. 10.61).

► Carbonsäuren besitzen eine hohe Azidität.

Die wichtigste Eigenschaft der Carbonsäuren ist jedoch ihre Azidität. In wässriger Lösung dissoziieren sie zu einem Proton und dem Carboxylat-Ion. Dabei wird ihre relativ hohe Säurestärke dadurch bedingt, dass von dem Carboxylat-Ion **zwei mesomere Grenzformeln** existieren. Dadurch wird die negative Ladung über einen größeren Teil des Moleküls verteilt und damit stabilisiert (Abb. 10.62).

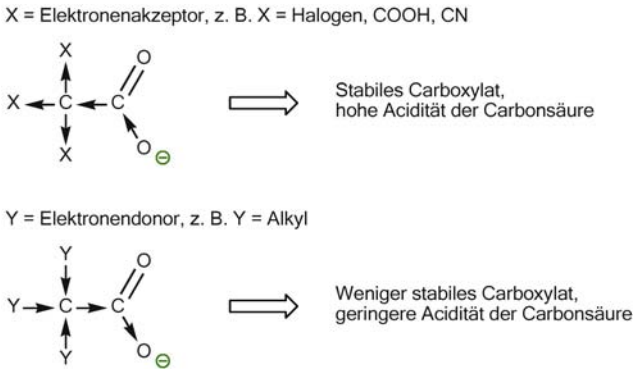
Abb. 10.62. Säure-Base-Reaktion organischer Säuren



Weiterhin wird die Azidität verschiedener Carbonsäuren vom Rest R und den Substituenten bestimmt, die sich an R befinden. Kommen dort Substituenten mit **elektronenziehenden Eigenschaften** (Elektronenakzeptoren, z. B.: F, Cl, Br, OH) vor, wird die negative Ladung des Carboxylat-

Ions weiter stabilisiert, indem sie förmlich über das ganze Molekül verteilt wird: die Säurestärke steigt. Das Gegenteil ist bei Elektronendonatoren als Substituenten der Fall (◘ Abb. 10.63).

► Elektronenakzeptor als Substituent an Rest R→– Säurestärke↑
Elektronendonator als Substituent an R→Säurestärke↓



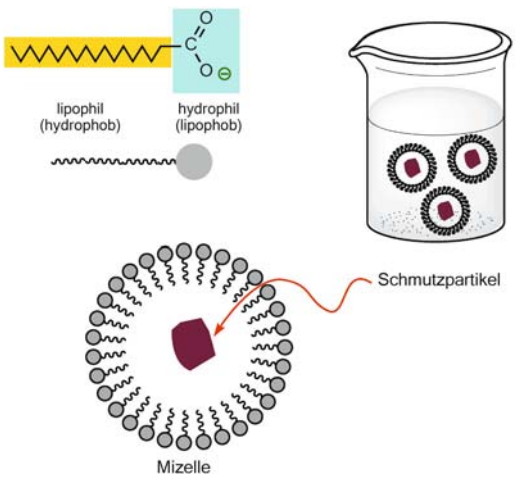
◘ **Abb. 10.63.** Azidität und induktiver Effekt.
Oben: X= Elektronenakzeptor, z. B. X= Halogen, COOH, CN.
Unten: Y= Elektronendonor, z. B. Y= Alyl

Weiterhin sind natürlich Verbindungen denkbar, die neben der Carboxygruppe noch weitere funktionelle Gruppen tragen, wie z. B. eine α-Aminogruppe. Die resultierenden Aminosäuren besitzen eine äußerst große biologische Bedeutung, daher ist ihrer Chemie ein eigenes Kapitel gewidmet (► Kap. 10.4).

Hätten Sie's gewusst?

Monocarbonsäuren und Micellenbildung

Die Salze langkettiger Monocarbonsäuren (z. B. Natriumstearat, $C_{17}H_{35}COO^-Na^+$) zeigen ein ganz besonderes Lösungsverhalten in Wasser. Trotz des großen organischen Rests mit dessen stark lipophilen (fettliebenden) Eigenschaften lösen sich diese Verbindungen auf. Grund dafür ist der stark polare und damit hydrophile Carboxylat-Rest. Man beobachtet, dass sich dabei jeweils mehrere dieser Moleküle so anordnen, dass ihre wasserliebenden Reste nach außen zeigen und vom Lösungsmittel umgeben werden, während sich die lipophilen Ketten nach innen in einen wasserfreien Raum erstrecken. Diese Strukturen werden Micellen genannt. Kommt jetzt eine solche Lösung mit Fetten in Kontakt, werden diese Substanzen ins Innere einer solchen Micelle eingeschlossen und vom umgebenden Wasser fortgespült. Aufgrund dieser Eigenschaften finden diese Salze seit jeher als Seifen und Waschmittel Verwendung (◘ Abb. 10.64).

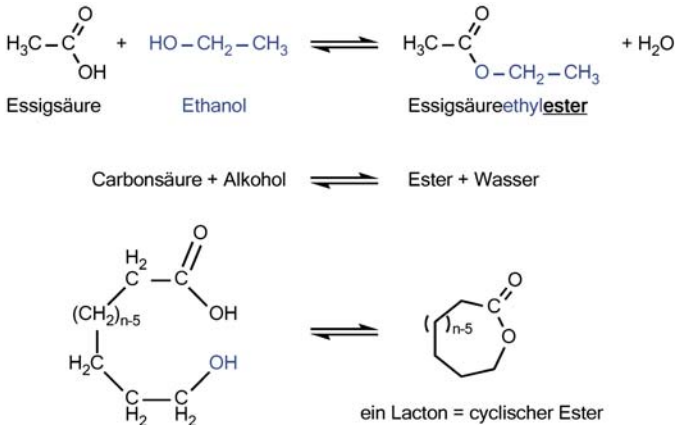


◘ **Abb. 10.64.** Micelle und Reinigungswirkung

► Veresterung: Reaktion von Carbonsäuren mit Alkohol zu Estern.

Reaktionen der Carbonsäuren

Carbonsäuren reagieren mit Alkoholen zu Estern unter Abspaltung von Wasser. Die Gesamtreaktion wird Veresterung genannt (◘ Abb. 10.65).



◘ **Abb. 10.65.** Veresterung

► Carbonsäure+Alkohol⇌ Ester+Wasser

Die Veresterung gilt auch für den Fall, dass eine längerkettige Verbindung sowohl eine alkoholische als auch eine Säurefunktion besitzt. Diese Verbindungen können dann einen intramolekularen (zyklischen) Ester ausbilden, der **Lacton** genannt wird.

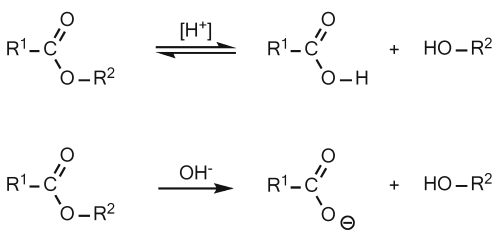
$$K=\frac{[\text{Ester}][\text{Wasser}]}{[\text{Säure}][\text{Alkohol}]}$$

Bei der Veresterung handelt es sich um eine Gleichgewichtsreaktion, deren Gleichgewichtslage sich nur langsam einstellt. Säuert man das Reaktionsgemisch etwas an, so läuft die Reaktion sehr viel schneller bis zu diesem Punkt ab. Die Säure wird dabei nicht verbraucht: Es handelt sich um eine säurekatalysierte Reaktion. Für die Beschreibung des Mechanismus sei wieder auf ► Kap. 10.3 verwiesen.

► Esterspaltung durch saure oder basische Esterhydrolyse

Die **Spaltung eines Esters** kann grundsätzlich auf zwei verschiedenen Wegen erfolgen (◘ Abb. 10.66)

- Eine Möglichkeit ist die **saure Esterhydrolyse**. Sie stellt die Rückreaktion zur säurekatalysierten Veresterung dar und läuft offensichtlich ebenso bis zur Einstellung des Gleichgewichts ab.
- Die andere Möglichkeit, die zu einer quantitativen, also vollständigen Spaltung eines Esters führt, ist die **basische Esterhydrolyse oder Verseifung**. Hierbei wird das von der Base stammende Hydroxy-Ion (OH^-) verbraucht, Carbonsäure und Alkoholat-Ion entstehen.



◘ **Abb. 10.66.** Saure (oben) und basische (unten) Esterspaltung

► Esterkondensation verläuft ähnlich wie die Aldolreaktion.

Die letzte wichtige Reaktion der Ester ist die Esterkondensation, die in Gegenwart sehr starker Basen abläuft (◘ Abb. 10.67). Ähnlich wie bei der Aldolreaktion werden auch hier neue C–C-Bindungen geknüpft; es entstehen längerkettige Moleküle, wobei es allerdings nicht zur Abspaltung von Wasser, sondern von Alkoholat-Ionen kommt. Ansonsten folgt die Reaktion in etwa dem gleichen Mechanismus wie die Aldolreaktion (► Kap. 10.3).

Chemie

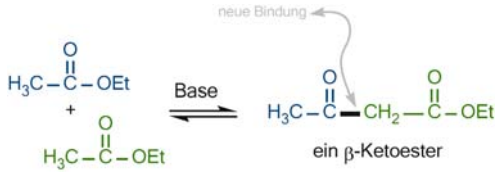


Abb. 10.67. Esterkondensation

Hätten Sie's gewusst?

Ester als Duft- und Aromastoffe

Die Ester niederer Carbonsäuren mit niederen Alkoholen kommen in der Natur als Aroma- und Duftstoffe vor, die sich auch einfach im Labor herstellen lassen (Tab. 10.10). Darüber hinaus können Alkohole auch mit anorganischen Säuren wie der Schwefel- oder Phosphorsäure Ester bilden, die im menschlichen Organismus eine große Rolle spielen. So enthält sowohl der universelle Energieträger ATP (Adenosintriphosphat) als auch die DNA Phosphorsäureesterbindungen. Die interessanten Verbindungen sollen aber erst etwas später von der Biochemie besprochen werden.

Tab. 10.10. Ester als Duftstoffe

Name	Aroma
Ethansäurepentylester	Banane
Propansäurebutylester	Rum
Butansäuremethylester	Ananas
Butansäurepentylester	Birne

Carbonsäurederivate

Ersetzt man die Hydroxygruppe der Carbonsäuren durch eine andere polare funktionelle Gruppe, so entstehen Carbonsäurederivate. Diese Substanzen können sich in ihren Eigenschaften sehr von ihren entsprechenden Carbonsäuren unterscheiden. Wir wollen uns dabei nur die wichtigsten Reaktionen der Carbonsäurederivate anschauen, die in Abb. 10.68 nach ihrer Reaktivität gegenüber Nucleophilen geordnet wurden.

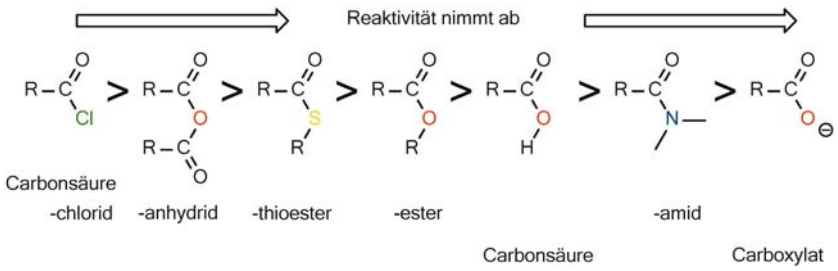


Abb. 10.68. Reaktivität der Carbonsäurederivate

► Wichtigste Reaktion der Carbonsäurederivate = nucleophile Substitution. Diese wird durch eine starke Säure katalysiert.

Reaktionen der Carbonsäurederivate

Die **wichtigste Reaktion** stellt auch hier wieder die **nucleophile Substitution** dar, die wir im Zusammenhang der Carbonylgruppe betrachtet haben (Abb. 10.69). Dabei kann diese Reaktion durch die Zugabe einer **starken Säure** katalysiert werden.

Starke Basen hingegen sind in der Lage, in Analogie zu den Carbonylverbindungen, α-ständige H-Atome zu entfernen, wodurch das Carbonsäurederivat selbst zu einem Nucleophil wird, das beispielsweise mit der Carbonylgruppe von Aldehyden oder Ketonen reagieren kann.

► Durch Zugabe einer starken Base zu Carbonsäurederivaten werden diese selbst zu einem Nucleophil.

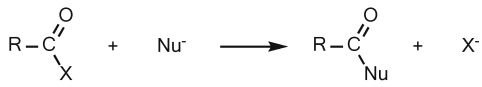


Abb. 10.69. Nucleophile Substitution an aktivierten Carbonsäurederivaten

Eigenschaften bestimmter Carbonsäurederivate

► Carbonsäurechlorid hat die höchste Reaktivität.

Das Carbonsäurederivat mit der höchsten Reaktivität ist das Carbonsäurechlorid. Um es, ausgehend von der entsprechenden Carbonsäure, herzustellen, kann man die Säure mit einem Chlorierungsmittel wie Thionylchlorid ($SOCl_2$) reagieren lassen. Das so entstandene Chlorid lässt sich nun leicht mit anderen Nucleophilen umsetzen. Daher wird es als Ausgangsprodukt verwendet, um andere Carbonsäurederivate herzustellen (Abb. 10.70).

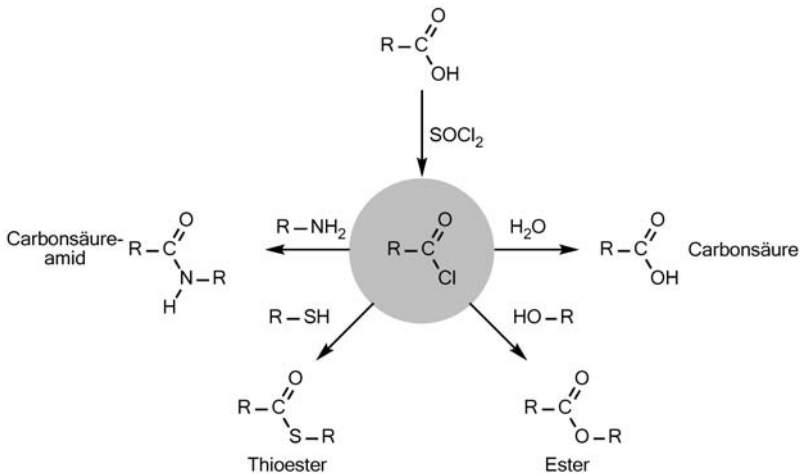


Abb. 10.70. Carbonsäurechlorid als Ausgangsprodukt zur Herstellung anderer Carbonsäurederivate

► Zwei Carbonsäuren reagieren unter Abspaltung von Wasser zu Carbonsäureanhydrid.

Carbonsäureanhydride entstehen aus zwei (gleichen oder unterschiedlichen) Carbonsäuren unter Abspaltung von Wasser (Abb. 10.71).

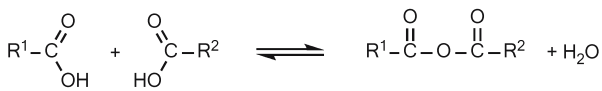


Abb. 10.71. Bildung von Carbonsäureanhydriden

Liegen bei längerkettigen Dicarbonsäuren die Carboxygruppen in einem günstigen räumlichen Abstand zueinander, können sich **intramolekulare (zyklische) Anhydride** bilden. Carbonsäureanhydride sind ebenfalls sehr reaktiv gegenüber Nucleophilen. Dabei entstehen nach Ablauf der Reaktion das jeweilige Substitutionsprodukt und das stabile und damit wenig reaktive Carboxylat-Ion.

Carbonsäureamide können (ähnlich wie Ester, s. dort) in einem zyklischen Molekül auftreten. Von dieser Substanzklasse spricht man dann als **Lactame**.

► Schwefel ist wie Sauerstoff zweibindig, aber größer und weniger elektronegativ.

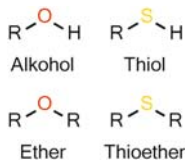


Abb. 10.72. Thiole und Thioether

10.2.4 Verbindungen mit Schwefel

Im Periodensystem der Elemente steht Schwefel in derselben Hauptgruppe wie der Sauerstoff. Er ist ebenfalls **zweibindig**, jedoch deutlich größer und weniger elektronegativ (EN S: 2,6). Ersetzt man gedanklich den Sauerstoff in den Alkoholen und Ethern durch Schwefel, so kommt man zu den **Thiolen und Thioethern** (Tab. 10.11, Abb. 10.72). Letztere werden auch als Sulfide bezeichnet, also wie die Salze des Schwefelwasserstoffs.

Eigenschaften. Durch den schwächer elektronegativen Schwefel ist die Schwefel-Wasserstoff-Bindung der Thiole gegenüber der Sauerstoff-Wasserstoff-Bindung der Alkohole schwächer polarisiert. Dadurch kommt es weniger zur Ausbildung von Wasserstoffbrückenbindungen, die Siedepunkte der Thiole liegen deutlich unter denen vergleichbarer Alkohole. Allerdings ist die S–H-Bindung azider als die O–H-Bindung; **Thiole bilden deshalb mit Laugen in wässriger Lösung Thiolate.** Die Azidität der S–H-Bindung wird v. a. durch die Größe des Schwefels bedingt: Die auftretende negative Ladung kann hier nämlich auf einen großen Raum verteilt werden, was das Thiolat insgesamt stabilisiert (Abb. 10.73).

Abb. 10.73. Bildung von Thiolat aus einem Thiol

Tab. 10.11. Verbindungen mit Schwefel

Name	Struktur
Methanthiol	$H_3C–SH$
Ethanthiol	CH_3CH_2SH
Thiophenol	Ph–SH ($C_6H_5–SH$)

► Siedepunkte der Thiole liegen niedriger als die vergleichbarer Alkohol; S–H-Bindung ist aber azider als die O–H-Bindung.

Reaktionen der Schwefelverbindungen

Zur Herstellung von Thiolen können als Ausgangsprodukte Alkylhalogenide dienen, die mit Natriumhydrogensulfid (NaHS) umgesetzt werden. Auch hier läuft die schon bekannte **nucleophile Substitution** ab.

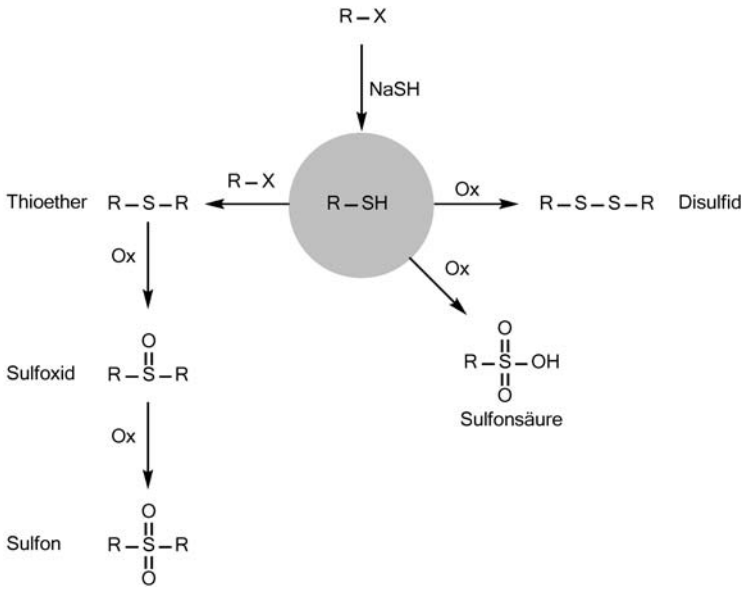
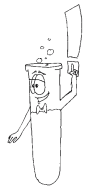


Abb. 10.74. Reaktionen von Thiolen und Thioethern

Der Schwefel in den Thiolen und Thioethern ist **leicht oxidierbar**. Abhängig vom eingesetzten Oxidationsmittel erhält man dabei verschiedene Reaktionsprodukte (Abb. 10.74). Folgende Reaktionen ergeben sich infolge unterschiedlicher Oxidanzien:

- **Thiole**:
  - Verwendet man milde Oxidanzien (Iod), so reagieren zwei Thiole unter Dehydrierung zu einem **Disulfid.**
  - Stärkere Oxidationsmittel ($KMnO_4$, HNO_3, H_2O_2) lassen ein Thiol zur **Sulfonsäure** reagieren.
- **Thioether**:
  - Setzt man bei Thioethern milde Oxidationsmittel ein, nimmt der Schwefel hier ein Sauerstoffatom auf und reagiert zum **Sulfoxid**. Das so herstellbare Dimethylsulfoxid ist eine hervorragendes Lösungsmittel für viele Stoffe.
  - Mit stärkeren Oxidanzien lassen sich Thioether zu **Sulfonen** oxidieren.

► Der Schwefel in Thiolen und Thioethern lässt sich leicht oxidieren; je nach Oxidationsmittel entstehen Disulfid oder Sulfonsäure (aus Thiolen) bzw. Sulfoxid und Sulfone (aus Thioethern)



Hätten Sie's gewusst?

DMSO: eine Erfolgsstory?

Das abendliche Jogging endet nicht ganz nach Wunsch: Stolpern und Hinfallen führt zu einem schmerzenden Knöchel. Aber da gibt es bestimmt eine Salbe, die den Schmerz lindert und die Schwellung kleiner werden lässt. Ein Blick auf die Tube zeigt aber einen komischen Wirkstoff: DMSO.

DMSO oder ausgeschrieben Dimethylsulfoxid ($H_3C–S(=O)–CH_3$) ist ein bekanntes (dipolar-aprotisches) Lösungsmittel im organisch-chemischen Labor. Es schmilzt bei 19°C und siedet bei 189°C. Entgegen der Erwartung, die die Bezeichnung »organisches Lösungsmittel« auslöst, ist DMSO eigentlich nicht giftig – logisch, sonst wäre es auch nicht in der Salbentube. Aber was macht es da? DMSO wirkt als so genannter Transportvermittler, d. h. es transportiert andere Stoffe durch die Haut. In Salben macht man sich diese Eigenschaft zunutze, indem das DMSO den eigentlichen Wirksoff (in unserem Fall Heparin) durch die Haut und damit zum eigentlich Wirkort transportiert.

Eigentlich sollten die Chemiker dann doch nur noch DMSO als Lösungsmittel benutzen. Tja, der Vorteil kann auch – wie immer im Leben – ein Nachteil sein. DMSO transportiert auch Giftstoffe durch die Haut und das will man nun wirklich nicht.

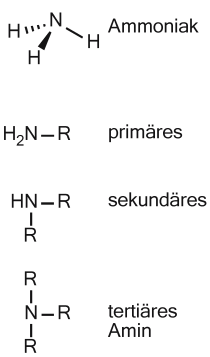


Abb. 10.75. Amine

► Amine = organische Verbindungen mit Stickstoff als Heteroatom

10.2.5 Verbindungen mit Stickstoff

Organische Verbindungen, die Stickstoff als Heteroatom beinhalten, bezeichnet man als Amine. Das den Aminen zugrunde liegende Molekül ist der **Ammoniak**. Ersetzt man nacheinander die Wasserstoffatome mit organischen Resten, erhält man primäre, sekundäre und tertiäre Amine (Abb. 10.75).

Es fällt auf, dass sich die Nomenklatur im Gegensatz zu den Alkoholen nach dem Substitutionsgrad des Stickstoffs und nicht nach dem des Kohlenstoffs richtet, der die funktionelle Gruppe trägt (vgl. primäre, sekundäre und tertiäre Alkohole).

Eigenschaften. Ähnlich wie die Alkohole sind die Amine in der Lage, Wasserstoffbrückenbindungen auszubilden. Damit sind niedere Amine gut wasserlöslich. Bei größeren organischen Resten bestimmen diese die Wasserlöslichkeit.

► Amine sind gut wasserlöslich; sie reagieren als Basen

Wie der Ammoniak reagieren die Amine als Basen: Sie können eine Proton an das freie Elektronenpaar des Stickstoffs anlagern (Abb. 10.76).

Abb. 10.76. Amine reagieren als Basen: Anlagerung eines Protons an das freie Elektronenpaar des Stickstoffs

Die **Basizität** ist hierbei ganz entscheidend von der **Art der Substituenten abhängig**:

- Alkylreste mit ihrem **elektronenschiebenden Effekt** (**+I-Effekt**) verstärken dabei die negative Ladung am Stickstoff. Dadurch kann sich das Proton leichter anlagern, die Basenstärke nimmt zu.
- Amine mit **elektronenziehenden Substituenten** weisen dementsprechend eine geringere Basenstärke auf, da die negative Ladung am Stickstoff verkleinert wird.

► Amine reagieren mit Alkylhalogeniden im Sinne einer nucleophilen Substitution.

Reaktionen der Amine

Da Amine durch das freie Elektronenpaar am Stickstoff nucleophile Reagenzien sind, reagieren sie mit Alkylhalogeniden nach dem Mechanismus der **nucleophilen Substitution** (Abb. 10.77).

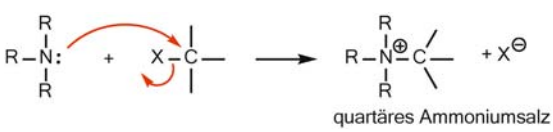


Abb. 10.77. Alkylierung von Aminen

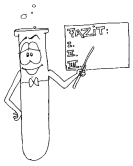
Chemie

Ausgehend von einem tertiären Amin entsteht bei dieser nucleophilen Substitution ein quartäres Ammoniumsalz.

Versetzt man eine **Amin mit Salzsäure**, kommt es zu einer **Neutralisationsreaktion** (■ Abb. 10.78). Entfernt man das Wasser, bleibt ein Salz zurück, das als Hydrochlorid des Amins bezeichnet wird. Diese Reaktion ist durch starke Basen umkehrbar.

■ **Abb. 10.78.** Protonierung von Aminen

kurz & knapp



- Die wichtigsten Heteroatom sind Fluor (F), Chlor (Cl), Brom (Br), Iod (I), Sauerstoff (O), Schwefel (S), Stickstoff (N)
- Heteroatome bilden funktionelle Gruppen, die ganz bestimmte Eigenschaften haben.
- Asymmetrische Kohlenstoffatome (C-Atome mit vier verschiedenen Substituenten) können unterschiedliche Konfigurationen haben und damit Enantiomere bilden.
- Enantiomere drehen die Ebene des linear polarisierten Lichts, sie sind optisch aktiv.
- Alkylhalogenide reagieren nach dem Mechanismus der nucleophilen Substitution.
- Vom Wassermolekül leiten sich die Verbindungen der Alkohole und Ether ab.
- Je nach Substitutionsgrad des Kohlenstoffatoms, das die Hydroxygruppe trägt, unterscheidet man primäre, sekundäre und tertiäre Alkohole. Diese können zu anderen Verbindungen oxidiert werden:
  - Methanol→Formaldehyd→Ameisensäure→Kohlensäure
  - primärer Alkohol→Aldehyd→Carbonsäure
  - sekundärer Alkohol→Keton
  - tertiärer Alkohol→keine Oxidation, ohne das Kohlenstoffgerüst abzubauen.
- Die Carbonylgruppe (C=O-Doppelbindung) bietet Angriffsorte für nucleophile und elektrophile Reagenzien. Sie ist in Aldehyden, Ketonen, Carbonsäuren und deren Derivaten enthalten.
- Die nucleophile Addition ist eine der wichtigsten Reaktionen dieser Verbindungen.
- Durch die Aldolreaktion und die Esterkondensation können neue C–C-Bindungen geschaffen und damit längerkettige Moleküle hergestellt werden.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1. Die Veresterung und die Esterspaltung sind wichtige Gleichgewichtsreaktionen. Welche Möglichkeiten hat man, um jeweils eine hohe Ausbeute an den gewünschten Reaktionsprodukten zu erhalten?

Aufgabe 1

Lösung 1. Um die Hinreaktion, also die Veresterung, möglichst vollständig ablaufen zu lassen, bietet sich eigentlich nur an, die Reaktionsprodukte ständig zu entfernen. Nach dem Prinzip des kleinsten Zwangs (▶ Kap. 8.3.1) werden so nämlich weitere Ausgangsprodukte bis zum erneuten Erreichen der Gleichgewichtslage zur Reaktion gebracht. Eine Ansäuerung hat keinen Einfluss auf die Ausbeute. Durch sie wird lediglich der Ablauf der Reaktion beschleunigt, das Gleichgewicht wird sich schneller einstellen.

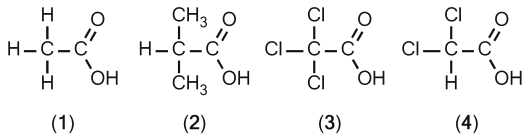
$$\text{Säure + Alkohol} \underset{\text{Esterspaltung}}{\overset{\text{Veresterung}}{\rightleftarrows}} \text{Ester + Wasser}$$

Für die Esterspaltung im sauren (oder neutralen) Milieu gilt letztlich das Gleiche. Wiederum empfiehlt es sich, die Produkte (diesmal die Carbonsäure und der Alkohol) aus dem Reaktionsgemisch zu entfernen. Führt man die Reaktion allerdings im Basischen durch, läuft die Reaktion freiwillig vollständig ab. Hierbei handelt es sich dementsprechend nicht um eine Gleichgewichtsreaktion.

Aufgabe 2

Aufgabe 2. Gegeben sind folgende Carbonsäuren (Abb. 10.79). Ordnen Sie sie nach der Säurestärke und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Abb. 10.79. Carbonsäuren



Lösung 2. Je stabiler ein Carboxylat-Ion ist, desto leichter kann es gebildet werden und desto stärker ist die Carbonsäure, aus der es hervorgeht. Um also ein solches Ion möglichst stabil zu machen, muss seine negative Ladung verkleinert werden. Dies ist durch Substituenten mit elektronenziehenden Eigenschaften (im Beispiel Cl) möglich. Dahingegen verstärken Substituenten mit elektronenschiebenden Eigenschaften (z. B. aliphatische Seitenketten) die negative Ladung. Schließlich kommen wir zu folgender Ordnung: (**3**)>(**4**)>(**1**)>(**2**)

Aufgabe 3

Aufgabe 3. Normalerweise liegt das Gleichgewicht bei der Keto-Enol-Tautomerie fast vollständig auf der Seite der Keto-Form (bei Aceton z. B. zu 99,9999%). Betrachtet man den Acetessigsäureethylester, ist das jedoch nicht der Fall. Woran liegt das?

Lösung 3. Damit im Gleichgewicht ein relativ hoher Anteil an der Enol-Form vorliegt, muss diese auf irgendeine Art stabilisiert werden. In diesem Fall sind maßgeblich zwei Mechanismen dafür verantwortlich: Erstens kommen in dem Molekül zwei Carbonylgruppen vor. Das α-Wasserstoffatom, das sich zwischen den beiden befindet, ist also dem Einfluss beider Gruppen ausgesetzt und kann deshalb verhältnismäßig leicht abgespalten werden. Zweitens sieht man, dass die Enol-Form einen Sechsring bildet. Dieser wird zusätzlich über eine Wasserstoffbrückenbindung aufrecht gehalten und stabilisiert (Abb. 10.80).

Abb. 10.80. Gleichgewicht auf Seiten der Enol-Form beim Acetessigsäureethylester

Alles klar!

Ethanol und seine Wirkung

Verantwortlich für den Rausch beim Alkoholgenuss ist bekannterweise der Ethanol. Er wird zügig über die Magenschleimhaut und den oberen Dünndarm aufgenommen und dann mit dem Blutstrom weiter bis ins Gehirn transportiert. Dort blockiert er nach und nach die Verbindungen zwischen den einzelnen Gehirnzellen, was zu den allseits bekannten Folgen wie Euphorie und Selbstüberschätzung führen kann.

Die eigentliche Giftwirkung geht aber nicht vom Ethanol selber, sondern von seinen **Abbauprodukten** aus. So wird Ethanol in der Leber erst zu **Acetaldehyd** und dann zu **Essigsäure** aufoxidiert. Das Acetaldehyd ist nun mitverantwortlich für den Kater am nächsten Morgen, aber auch für die Beeinträchtigung oder gar Zerstörung einzelner Organe bei zu hohem Alkoholkonsum über längere Zeit. Aber was ist nun zu hoher Konsum? Je nach Quelle ist eine Aufnahme von 20–40 g rei-

▼

nen Alkohols täglich erlaubt. Schließlich besitzt Ethanol in solchen Maßen genossen auch die Fähigkeit, das Risiko für bestimmte Krankheiten (Herzinfarkt, Prostatakarzinom, u. a.) herabzusetzen – zumindest wird das für Rotweingenuss behauptet.

In diesem Zusammenhang hat man vielleicht schon davon gehört, dass Menschen aus asiatischen Ländern weniger Alkohol vertragen. Und tatsächlich stellt man fest, dass es ihnen an einem bestimmten Enzym (die mitochondriale Acetaldehyd-Dehydrogenase) mangelt, welches in der Lage ist, das schädliche Acetaldehyd verhältnismäßig schnell abzubauen. Da bei Asiaten dadurch andere Stoffwechselwege nötig werden, steigt ihre Konzentration an Acetaldehyd dementsprechend schneller an, einhergehend mit den von ihm ausgelösten Symptomen.

Abgesehen vom Einsatz in der Spirituosenindustrie findet Ethanol aber noch auf vielen anderen Gebieten Verwendung: So ist es ein wichtiges Lösungsmittel in der Arzneimittelherstellung, ein potentes Desinfektionsmittel in Krankenhäusern oder schlicht ein viel gebrauchtes Ausgangsprodukt in der synthetischen Chemie.

10.3 Grundlegende Reaktionstypen und -mechanismen der organischen Chemie

Stefanie Rankl

- Radikal, Nucleophil, Elektrophil
- Elementare Reaktionstypen
  - Substitution
  - Addition
  - Eliminierung
- Wichtige Reaktionstypen
  - Radikalische Substitution S_R
  - Nucleophile Substitution S_N1 und S_N2
  - elektrophile Addition
  - Eliminierungen – E1 und E2
- Zusammensetzung von Elementarschritten: Komplexere Mechanismen
  - Elektrophile Substitution am Aromaten – S_EAr
  - Veresterung, Verseifung
  - Aldol- und Esterkondensation

Wie jetzt?

Chlorakne und »Agent-Orange«

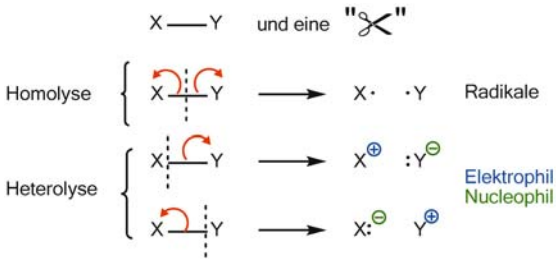
So – in diesem Kapitel befassen wir uns zunächst mit der Frage »wer oder was« den Zusammenhang darstellt, der zwischen der schmerzhaften und unschönen Chlorakne und dem im Vietnamkrieg verwendeten Gift »Agent Orange« besteht. Des Weiteren besitzt unsere Substanz große Bedeutung bei vielen innovativen Schritten in der aseptischen Behandlungsweise, des Weiteren trägt sie große Schuld an Missbildungen in der Embryogenese. Ganz entscheidend für uns ist schließlich der folgende Punkt: was soll das Ganze dann auch noch mit unserem Thema zu tun haben?

10.3.1 Von Radikalen, Nucleophilen und Elektrophilen

Heute sind viele Millionen organischer Verbindungen bekannt. Alle diese Moleküle müssen irgendwie in Zellen, Lebewesen oder Laboren hergestellt werden. Das scheint ein unüberschaubares Problem zu sein. Glücklicherweise ist die organische Chemie dann doch nicht ganz so schwierig, wie es auf den ersten Blick scheint. Es gibt einige wenige Grundprinzipien in der organischen Chemie, auf die sich (fast) alles zurückführen lässt. Hat man diese verinnerlicht, wird das Leben leichter.

► Homolyse: Symmetrische Spaltung eines bindendes Elektronenpaars.
Heterolyse: Unsymmetrische Spaltung eines bindendes Elektronenpaars.

Beginnen wir damit, eine beliebige Verbindung genauer zu betrachten: Zwischen zwei Atomen, X und Y, befindet sich das **bindende Elektronenpaar**, wie immer angedeutet durch einen Strich »–«. Eine chemische Reaktion führt zum Umordnen von bindenden Elektronen, Ausbildung von neuen Bindungen zu anderen Partnern etc. Um das aber zu machen, steht am Anfang etwas formal sehr Einfaches: **Die Bindung muss gespalten werden**. Ein bindendes Elektronenpaar kann jetzt grundsätzlich auf drei unterschiedliche Arten gespalten werden, einmal **homolytisch** und zweimal **heterolytisch** (◘ Abb. 10.81).



◘ **Abb. 10.81.** Bindungsspaltungen

Homolyse bedeutet, dass die beiden Elektronen wieder gerecht geteilt werden, X erhält ein Elektron und Y auch. **Es entstehen zwei Teilchen mit je einem ungepaarten Elektron, es ergeben sich sehr reaktive Radikale.**

► Elektrophil: Elektronenmangel
Nucleophil: Elektronenüberschuss

Bei der **Heterolyse** wird das gemeinsame Elektronenpaar ungerecht geteilt, entweder alles nach rechts oder alles nach links. **Es entsteht jeweils ein Kation und ein Anion.** Da das Kation jetzt zu wenig Elektronen hat, ist es auf der permanenten Suche, solche zu finden. Ein solches »Elektronen suchendes« Teilchen nennt man **Elektrophil**. Das Anion dagegen hat zu viele Elektronen und will diese wieder mit jemanden teilen, der zu wenig hat; als **Nucleophil** ist es auf der Suche nach »Kernen«.

Die einfachste Möglichkeit, beide wieder glücklich zu machen wäre:

Elektrophil+Nucleophil→neue Bindung

► Elektrophil reagiert mit Nucleophil; δ^+ reagiert mit δ^-

Genau dieser Prozess ist ein grundlegendes Reaktionsprinzip in der organischen Chemie. **Die meisten biochemischen Reaktionen beruhen auf der Kombination von Elektrophilen mit Nucleophilen, das nennt man polare Reaktion.** Radikale spielen in solchen Mechanismen eine untergeordnete Rolle.

10.3.2 Elementare Reaktionstypen

Die organische Chemie ist trotz der Vielzahl möglicher Verbindungen auf wenigen Grundprinzipien aufgebaut. So gibt es relativ wenige, grundlegende Mechanismen, wie Moleküle miteinander reagieren können, um neue Verbindungen auszubilden. Für uns sind das:

- Substitution
- Addition
- Eliminierung
- Säure-Base-Reaktionen
- Redox-Prozesse

Die Säure-Base-Reaktionen und Redox-Prozesse, d. h. Oxidationen und Reduktionen, haben wir schon kennengelernt (▶ Kap. 8.3 und 8.4), sodass darauf nicht mehr näher eingegangen werden muss. Wie sieht es aber mit den drei anderen Vertretern aus?

Substitution

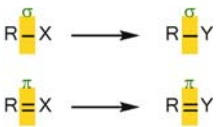
Eine Substitutionsreaktion (abgekürzt »S«) kann man meistens leicht erkennen; ein Molekülteil wird durch einen anderen ausgetauscht, sprich substituiert. Das kann auch auf einer formaleren Ebene betrachtet werden. In einer Substitution wird eine bestehende Einfachbindung durch eine neue Einfachbindung ersetzt. Später werden wir noch sehen, dass das sehr einfach (in einem oder wenigen Einzelschritten) geschehen kann. Die Substitution einer Doppelbindung durch eine neue ist ebenfalls eine Substitution.

In ◘ Abb. 10.82 steht der Buchstabe **R** für einen beliebigen organischen Rest. Das macht das Leben oft einfacher: Egal wie groß und kompliziert dieser Rest ist, Zentrum des Interesses muss nur die Bindung zwischen dem Rückgrat (Rest, **R**) und dem reagierenden Substituenten (**X** bzw. **Y**) sein. Die Bezeichnung R für ein Teil des Moleküls findet sich in der organischen Chemie oft. Will man unterschiedliche Reste andeuten, benutzt man R^1, R^2, R^3 etc. Hier muss man nur aufpassen:

- die Schreibweise R^2 bedeutet: »Rest Nummer 2«,
- während R_2 »zweimal der Rest R« bedeutet.

▶ Substitution: R–X→R–Y

▶ Einfachbindung = σ-Bindung, Doppelbindung = σ-+π-Bindung



◘ **Abb. 10.82.** Substitution

▶ R^2: Rest Nummer zwei, R_2: 2 · Rest R.

Addition

In einer Additions-Reaktion (abgekürzt »A«) wird einem Molekül etwas hinzugefügt, sprich addiert. In der Bindungsbilanz bedeutet das, dass aus einer π-Bindung, zwei neue σ-Bindungen werden.

Demzufolge treten Additionen v. a. bei ungesättigten Verbindungen auf (◘ Abb. 10.83). Eine Ausnahme gibt es: Additionen an Cycloalkane, bei denen das Ringgerüst zerstört wird. Hier ergibt die Bindungsbilanz 1 · σ→2 · σ (◘ Abb. 10.84).

▶ Addition tritt v. a. bei ungesättigten Verbindungen auf; Ausnahme Addition an Cycloalkane!

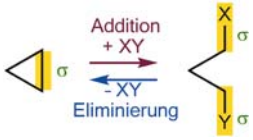
◘ **Abb. 10.83.** Addition und Eliminierung

Eliminierung

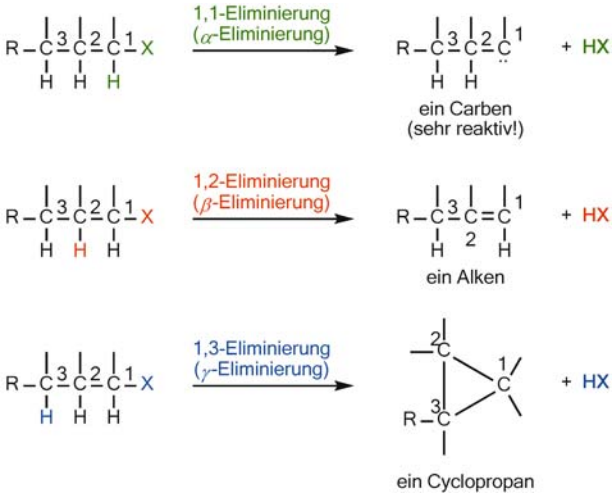
Die Umkehrung der Addition, das Entfernen von Molekülteilen, nennt man Eliminierung (abgekürzt »E«. Bei der Eliminierung kann man noch unterscheiden, wo die zu entfernenden Teilchen am Grundgerüst sitzen (◘ Abb. 10.85):

- Eine Eliminierung von Fragmenten am gleichen (Kohlenstoff)atom nennt man 1,1-Eliminierung oder häufiger α-Eliminierung,
- bei direkt benachbarten Teilchen 1,2- oder β-Eliminierung. Diese ist auch bei weitem die häufigste und wichtigste Eliminierungsreaktion.

▶ Die 1,2- bzw. β-Eliminierung ist die wichtigste Eliminierungsreaktion



◘ **Abb. 10.84.** Addition und Eliminierung an Cyclopropan



◘ **Abb. 10.85.** Allgemeine Typen der Eliminierung

► Reaktionsmechanismus: (Modell)Vorstellung über das Geschehen während einer Reaktion.

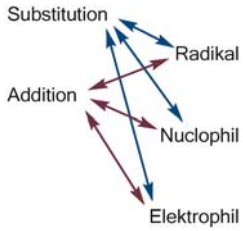


Abb. 10.86. Genauere Charakterisierung von Mechanismen

All diese Grundreaktionen können jeweils von einem Radikal, Nucleophil oder Elektrophil initiiert werden. Je nach dem entscheidenden reaktiven Teilchen spricht man dann von einer nucleophilen Substitution, radikalischen Addition und anderen Kombinationen (Abb. 10.86). Für die Eliminierung finden sich solche Zusätze weniger (► Kap. 10.3.3.4).

Mit diesen Vorwissen können wir uns jetzt an die Mechanismen in der organischen Chemie wagen.

10.3.3 Wichtige Reaktionsmechanismen

10.3.3.1 Radikalische Substitution S_R

Die radikalische Substitution findet sich v. a. bei den Alkanen als wichtigstes Reaktionsprinzip. Wie die Bezeichnung radikalische Substitution schon zeigt: ein Radikal sorgt dafür, dass etwas substituiert wird.

Gehen wir die Reaktion am **Beispiel der Alkane** allgemein durch:

Was wissen wir?→Ein Radikal substituiert am Alkan ein H-Atom. Im ersten Schritt muss dementsprechend ein Radikal erzeugt werden. Die einfachste Methode dies zu tun, ist die Bestrahlung von Halogenen mit Licht; nimmt man z. B. Brom, erhält man Bromradikale (Br•), allgemein X•. Alternativ gibt es auch noch so genannte Radikalstarter, instabile Moleküle, die beim Erwärmen selbst in Radikale zerfallen und so wiederum Radikale erzeugen können. Radikale sind extrem reaktive Teilchen, sie reagieren sehr schnell mit »allem was daherkommt«.

► S_R bei Alkanen: Alkan+Halogen X_2→ Alkylhalogenid+HX

► Startreaktion: Erzeugung von Radikalen durch Bestrahlung oder mit Radikalstartern

Im Gemisch aus dem Alkan und dem Halogen wird jetzt ein Radikal gebildet. Dieses sieht in erster Linie Alkan-Moleküle in der näheren Umgebung. Da das Radikal nicht lange genug lebt, um auf Wanderschaft zu gehen, bleibt als wahrscheinlichster Reaktionspartner nur ein Alkan übrig. Das Radikal muss sich absättigen, sprich ein Bindungspartner muss her. Beim Alkan gibt es jetzt unterschiedliche Bindungen, die durch ein Radikal angegriffen werden können:

- C–C-Einfachbindungen und
- C–H-Einfachbindungen.

Erstes Reaktionsprodukt: HX

► Zunächst abstrahiert das Halogenradikal ein H-Atom→ HX plus Alkylradikal

Das reaktive Teilchen macht das, was in der Chemie (fast) immer passiert, es geht den Weg des geringsten Widerstandes, es bricht die schwächste Bindung. **Da C–C-Bindungen stärker sind als C–H-Bindungen, abstrahiert das Halogenradikal ein H-Atom,** wird zu H–X und ist glücklich.

Damit haben wir schon eine Erklärung für das erste Produkt der Substitution – HX. Je nach Bindungsstärke der unterschiedlichen C–H-Bindungen (Abb. 10.87) werden hierbei tertiäre leichter als sekundäre, und diese leichter als primäre C–H-Bindungen gespalten. Leider entsteht hierbei ein neues Radikal, ein Alkylradikal.

Was hat man gewonnen? Wie es scheint nichts, aber man ist in der Energiekaskade nach unten »gewandert«.

Das Kohlenstoffradikal geht jetzt den gleichen Weg wie zuvor das Halogen, es bricht eine Bindung, um sich abzusättigen. Wenn wir uns gedanklich auf das Alkylradikal setzen und uns umschauen, sehen wir: viele andere Kohlenwasserstoffmoleküle und noch Halogen X_2. Andere Radikale sind selten, da ja nur eine minimale Menge bei der Startreaktion erzeugt wurde.

Zweites Reaktionsprodukt: Alkylhalogenid (Halogenalkan, R–X)

► Alkylradikal reagiert mit Halogen→Alkylhalogenid plus Halogenradikal. Das führt zu einer Kettenreaktion

Reaktion des Alkylradikals mit anderen Kohlenwasserstoffen führt zu nichts: R•+H–R→R–H+R• wäre nur ein »ping-pong-artiges« Austauschen der Radikale. So bleibt nur die Reaktion mit überschüssigen Halogen übrig: es entsteht das Alkylhalogenid (Halogenalkan, R–X). Damit haben wir schon das zweite Produkt der Reaktion erklärt. Es ist wieder ein Halogenradikal (X•) entstanden, das kommt uns schon bekannt vor.

Jetzt geht das ganze Spiel wieder von vorne los, H-Abstraktion gibt HX, Alkylradikal reagiert mit Halogen, etc., eine Kettenreaktion ist in Gang gekommen, die durch X• als Kettenträger am Laufen gehalten wird.

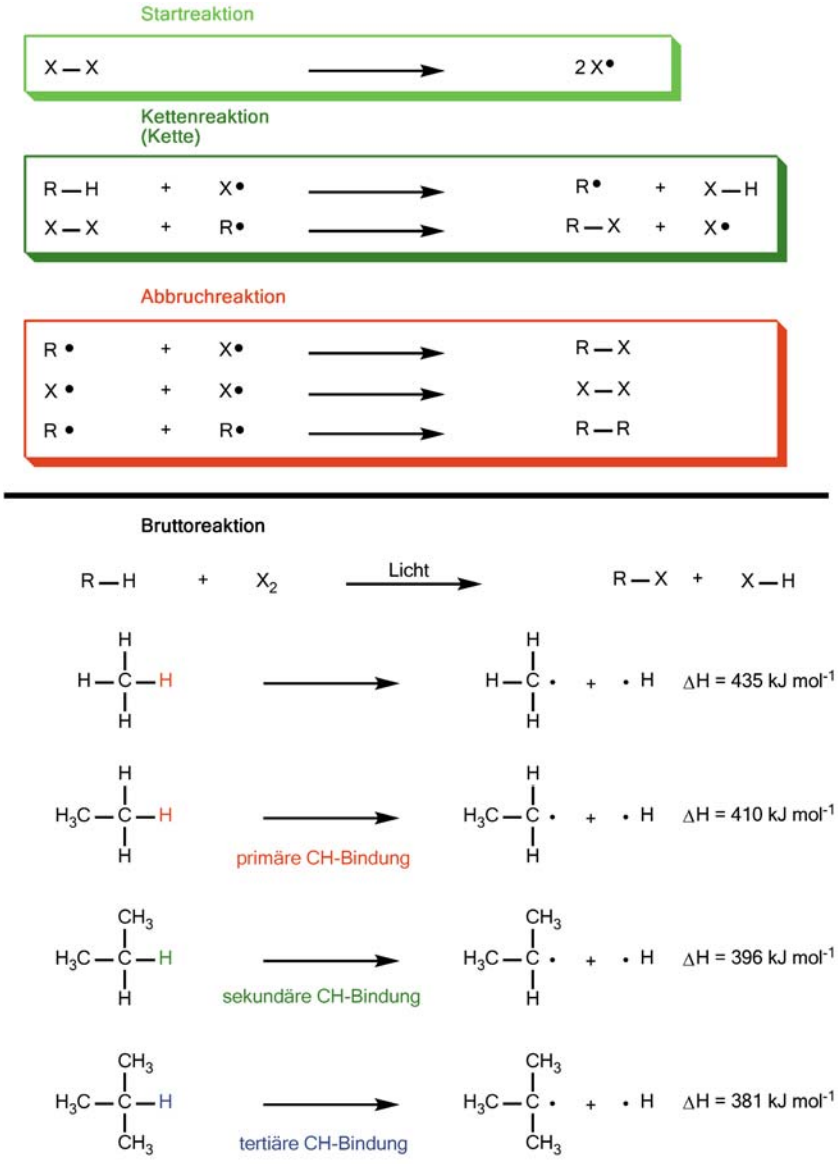


Abb. 10.87. Radikalkettenmechanismus

Diese Reaktionen laufen dann solange ab, wie Substrat verfügbar ist, bzw. bis es zu einem der drei möglichen **Kettenabbruchreaktionen** kommt (Abb. 10.87). Diese bezeichnet man auch als Radikalrekombinationen.

Die Radikalische Substitution läuft folglich in drei Teilschritten: **S_R: Kettenstart – Radikalkette – Kettenabbruch.**

Radikalkettenreaktionen lassen sich sehr gut mit Bindungsenergien beschreiben: Die Bilanz aus gebrochenen und neu gebildeten Bindungen ohne Kettenstart und Kettenabbruch lässt eine Vorhersage zu, ob die Reaktion exotherm oder endotherm verläuft. Allgemein ergibt sich so: **Die direkte Fluorierung ist extrem stark exotherm (explosionsartig), Chlorierungen und Bromierungen sind exotherm und präparativ wertvoll, Iodierungen sind schwach endotherm.**

Hätten Sie's gewusst?

Oxidativer Stress

Oxidativer Stress – diesen Ausdruck findet man viel in den aktuellen Medien. Oxidativer Stress scheint an allem Schuld zu sein, am Älterwerden, den Falten und auch am Krebs. Grundlage des oxidativen Stress sind eigentlich Radikale, meist Sauerstoffradikale. Da der Sauerstoff in der Luft schon ein (Bi)Radikal ist, kann man diesen auch scheinbar nicht entgehen. Durch Umwelteinflüsse scheint es aber zu einer noch größeren Belastung des Körpers mit hochreaktiven, sehr kurzlebigen (Lebensdauer ca. 10^{-6}–10^{-10} s) Sauerstoffradikalen wie z. B. Hydroxyl-, Alkoxyl- oder Peroxylradikale kommen. Die überschüssigen Radikale zerstören Zellbausteine, Membranen und Erbsubstanz, sprich es kommt zu »oxidativen Stress«.

Folgende Faktoren scheinen die Verbreitung von freien Radikalen zu verstärken:

- UV-Strahlung
- ionisierte Strahlung: Handys, Bildschirmen, Monitoren, etc.
- Tabakrauch und andere Karzinogene
- Alkohol
- Stress
- starke körperliche Belastung
- Pestizide
- Herbizide
- Industrie- und Verkehrsabgase
- radioaktive Strahlung
- gegrilltes Fleisch

Kann man da nichts tun oder muss man in Zukunft auf das Grillsteak mit Bier und den Handy-Plausch verzichten?

Offensichtlich ist die Idee, einfach überschüssige Radikale durch Radikalfänger unschädlich zu machen. Die Vitamine C und A, das Provitamin A (= β-Carotin), Spurenelemente (besonders Selen)

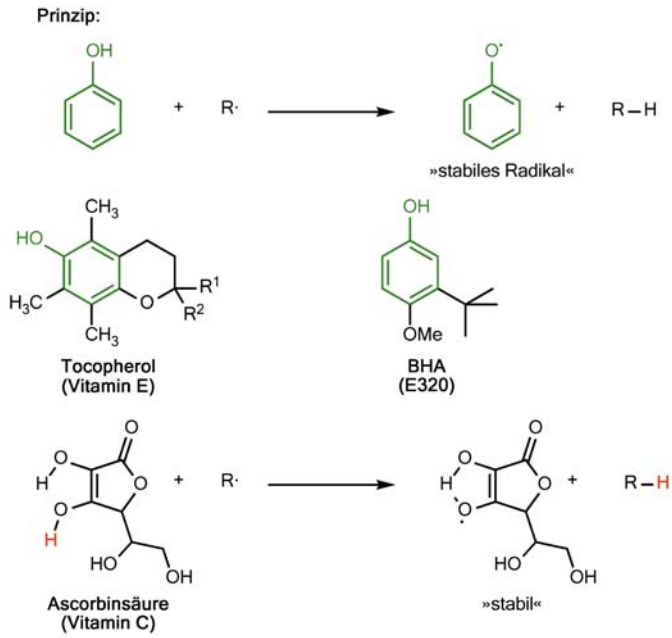


Abb. 10.88. Radikalfänger

▼

sowie viel weitere Pflanzenstoffe wie Flavonoide, Catechine, Anthocyane, etc. können die von den freien Radikalen beschleunigten Kettenreaktionen aufhalten (◘ Abb. 10.88).

Vitamin E schützt im Wesentlichen dadurch, dass es die Radikalkette abbricht. Es spendet den Radikalen ein Elektron, wird selbst zum Radikal, reagiert aber nicht weiter. Vitamin C regeneriert »verbrauchtes« Vitamin E. Das generelle Prinzip, wie Radikalfänger als Antioxidanzien wirken, ist in ◘ Abb. 10.88 dargestellt: Ein freies Radikal reagiert mit einem Phenol unter H-Abstraktion. Es bildet sich ein Phenoxy-Radikal aus, welches im Vergleich zum Ausgangsradikal relativ stabil ist. Dieses Prinzip findet sich sowohl im Körper wie auch bei Lebensmittelzusätzen.

Tocopherol beinhaltet ebenfalls eine Phenol-Einheit, die die Funktion des Radikalfängers übernehmen kann. Im Falle des Vitamin C wird ebenfalls ein stabiles Sauerstoff-Radikal gebildet und die schädliche Wirkung der freien Radikale abgefangen.

Es gab auch Bestrebungen, die freien Radikale, die im Tabakrauch enthalten sind, durch so genannte »Rauchervitamine« unschädlich zu machen: Es scheint ein verlockende Idee zu sein, etwas Ungesundes zu tun und durch eine kleine Pille alles wieder in Ordnung zu bringen. Leider hat eine klinische Studie gezeigt, dass es nicht so einfach ist: Nicht nur, dass die Raucher, die Vitamine eingenommen hatten, kein geringeres Krebsrisiko hatten, sondern das Gegenteil war der Fall. Die Kombination Rauchen plus Rauchervitamine ließ das Risiko einer Erkrankung so groß werden, dass die Studie abgebrochen werden musste! (Details sind nachzulesen im *New England Journal of Medicine*, 1996; 334:1150.)

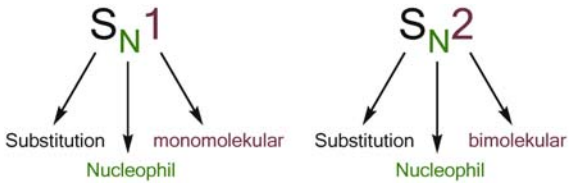
10.3.3.2 Nucleophile Substitution S_N1 und S_N2

Die nucleophilen Substitutionen sind sehr wichtige Reaktionen, auch in biochemischen Mechanismen. Die Abkürzung S_N steht wieder für »eine durch ein Nucleophil verursachte Substitution«. Neu ist die Zahl »1« oder »2«. Es gibt zwar auch noch »1'« (1-Strich) und »i«, aber die müssen uns hier nicht interessieren. Die Zahl 1 bzw. 2 steht für mono- bzw. bimolekular (◘ Abb. 10.89).

► S_N1=mononukleare nucleophile Substitution; S_N2=bimolekulare nucleophile Substitution

Die Molekularität einer Reaktion gibt an, wie viele Moleküle am geschwindigkeitsbestimmenden Schritt (Übergangszustand) beteiligt sind. Die **Molekularität** ist damit eine **mikroskopische**, molekulare Beschreibung. Sie ist bitte nicht mit der **Reaktionsordnung** (1. oder 2. Ordnung) verwechseln. Das ist eine **makroskopische** Größe und beschreibt das gesamte System. Vereinfacht gesagt: die Reaktionsordnung beschreibt den ganzen Kolben, die Molekularität die darin reagierenden Moleküle.

► Molekularität beschreibt eine Reaktion auf molekularer Ebene



◘ **Abb. 10.89.** Nomenklatur der nucleophilen Substitutionen

Für die nucleophile Substitution gibt es zwei mechanistische Grenzfälle, die experimentell unterschieden werden können (◘ Tab. 10.12) (◘ Abb. 10.90).

◘ **Tab. 10.12.** Kenngrößen nucleophiler Substitutionen

Kenngröße	S_N1	S_N2
Gleichung für Reaktionsgeschwindigkeit.	v=k [RX]	v=k [RX] [Nu^-]
Molekularität	1	2
Mechanismus über	1 Zwischenstufe	1 Übergangszustand
Stereochemie	Racemisierung	Inversion
Reaktivität versch. C-Zentren	tert.>sek.>prim.	tert.<sek.<prim

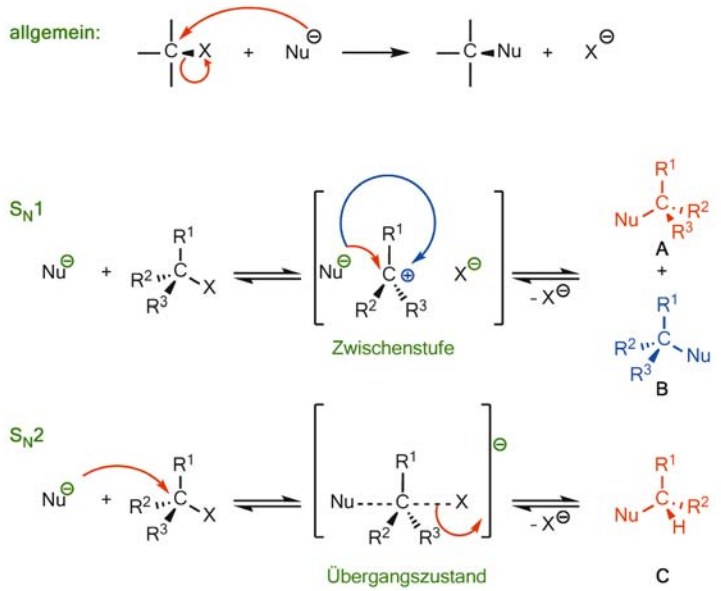


Abb. 10.90. Mechanismen der nucleophilen Substitution

Chemie

► S_N1-Reaktion = monomolekulare Reaktion, Reaktion 1. Ordnung, Bildung eines Carbokations als Zwischenstufe

► Racemat: 1:1-Gemisch aus Enantiomeren.

► S_N2-Reaktion = bimolekulare Reaktion, Reaktion 2. Ordnung, Übergangszustand (keine Zwischenstufe)

S_N1-Reaktion

Bei der S_N1-Reaktion liegt ein Halogenalkan vor, das ohne direkte Beteiligung des angreifenden Nucleophils Nu^- zerfällt. Hierbei tritt das Halogenanion X^- aus, dieses wird deshalb als **Abgangs- oder Austrittsgruppe (Nucleofug)** bezeichnet. So entsteht ein Carbokation als **Zwischenstufe**. Die Ausbildung der Zwischenstufe ist der geschwindigkeitsbestimmende Schritt der ganzen Reaktionssequenz. **Da an diesem zentralen, geschwindigkeitsbestimmenden Schritt nur ein Teilchen beteiligt ist, das Halogenalkan, nennt man eine solche Reaktion monomolekular.** Weiterhin geht nur die Konzentration des Alkylhalogenids in die Geschwindigkeitsgleichung ein, die Reaktionsgeschwindigkeit (RG) ist unabhängig von der Menge des zugesetzten Nucleophils. Es handelt sich um eine **Reaktion 1. Ordnung**.

Bei der entstandenen Zwischenstufe handelt es sich um ein planares, sp^2-hybridisiertes Carbokation. Dieses muss sich nun wieder absättigen. Dies geschieht durch Angriff des zugesetzten Nucleophils. Eine neue Heteroatom-Kohlenstoff-Bindung wird ausgebildet, das Produkt ist entstanden. Da das Carbokation ein spiegelsymmetrisches leeres p_z-Orbitale besitzt, kann der Angriff des Nucleophils von zwei Seiten erfolgen (»links« = rot bzw. »rechts« = blau in Abb. 10.90). Es entsteht ein Gemisch aus den Verbindungen **A** und **B**. Sind im Edukt, dem Alkylhalogenid alle Reste $R^1 \neq R^2 \neq R^3$, verhalten sich **A** und **B** wie Bild und Spiegelbild zueinander, es sind **Enantiomere**. Da sie genau im Verhältnis 50:50 entstehen, liegt ein **Racemat** vor.

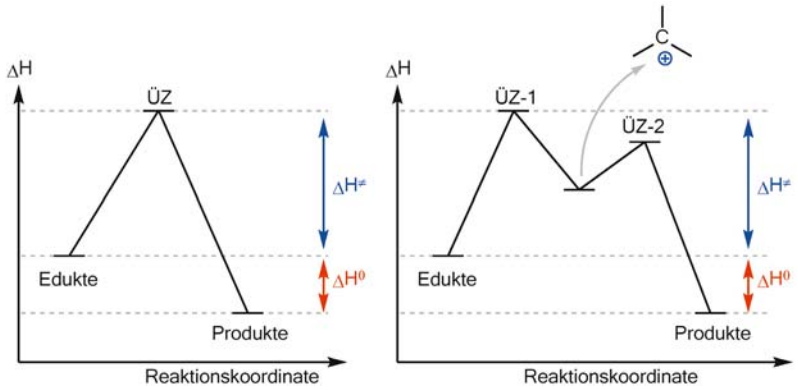
S_N2-Reaktion

Im Gegensatz dazu ist die S_N2-Reaktion eine bimolekulare Reaktion, am geschwindigkeitsbestimmenden Schritt sind zwei Moleküle beteiligt. Sowohl die Konzentration des Alkylhalogenids wie auch die des Nucleophils geht in das Geschwindigkeitsgesetz ein, es liegt eine **Reaktion 2. Ordnung** vor.

Das Nucleophile Nu^- greift das Alkylhalogenid von «hinten« gegenüber der C–X-Bindung an. Es bildet sich durch diesen Rückseitenangriff ein **Übergangszustand** (**keine** Zwischenstufe) aus. In diesem Übergangszustand liegt ein Kohlenstoffzentrum vor, welches von fünf Substituenten umgeben ist, die eine trigonale Bipyramide aufspannen. Die Bindung zum Halogen X als Austrittsgruppe ist erst halb gelöst und die neue C–Nu-Bindung ist erst teilweise gebildet. Abgeschlossen wird die Reaktion durch den vollständigen Ein- bzw. Austritt von Nu bzw. X.

Die S_N2-Reaktion erfolgt 100%-ig unter **Inversion** der Konfiguration am zentralen C-Atom, d. h. die drei Substituenten klappen wie ein Regenschirm im Sturm nach hinten um.

Die Hauptunterschiede beider Reaktionsweisen zeigen sich auch in den Energieprofilen. Die S_N2-Reaktion verläuft einstufig, es wird keine Zwischenstufe, nur ein Übergangszustand durchlaufen. Bei der S_N1-Reaktion tritt dagegen eine Zwischenstufe auf, die Gesamtreaktion ist zweistufig, wobei der erste Schritt – die Ausbildung des Carbokations – die Gesamtreaktivität bestimmt (◘ Abb. 10.91).



◘ Abb. 10.91. Energiediagramme bei S_N2- (links) und S_N1-Reaktionen (rechts)

10.3.3.3 Elektrophile Addition

Die Addition ist eine typische Reaktion von π-Bindungen, also C=C, C=O oder auch C≡C-Bindungen. Additionsreaktionen an die C=C-Doppelbindung verlaufen im Allgemeinen exotherm, dabei entstehen substituierte Alkane. In der Anwendung am **Beispiel des Ethens** stellen sich die Additionen wie folgt dar.

Addition von Wasserstoff

► Die Addition von Wasserstoff nennt man Hydrierung

Die **Hydrierung** von Alkenen erfolgt meist unter Einsatz eines Edelmetall-Katalysators, wie z. B. Pt, Pd oder Ni.

$$CH_2{=}CH_2{+}H_2 \rightarrow H{-}CH_2{-}CH_2{-}H \ (\Delta H{=}{-}136{,}9 \text{ kJ mol}^{-1})$$

Addition von Halogenen

► Addition von Halogenen an Alkene→Dihalogenverbindungen

Halogene wie Chlor oder Brom (auch Iod) addieren sich rasch an Alkene. Dabei entstehen Dihalogenverbindungen.

$$CH_2{=}CH_2{+}X_2 \rightarrow X{-}CH_2{-}CH_2{-}X$$
$$X{=}Cl \ (\Delta H{=}{-}180{,}9 \text{ kJ mol}^{-1}), \ Br$$

Die Chlorierung von Ethen zu 1,2-Dichlorethan wird großtechnisch durchgeführt. Die Entfärbung von Bromwasser dient als analytischer Nachweis für Alkene.

Addition von Säuren

► Addition von Säuren an Alkene→Halogenalkane

Halogenwasserstoffsäuren addieren sich leicht an Alkene zu Halogenalkanen.

$$CH_2{=}CH_2{+}H{-}X \rightarrow CH_3{-}CH_2{-}X$$
$$X{=}Cl, \ Br \ (\Delta H{=}{-}79{,}6 \text{ kJ mol}^{-1}), \ I$$

Mit Schwefelsäure entstehen je nach den Reaktionsbedingungen Schwefelsäuremonoalkylester oder Schwefelsäuredialkylester.

Ersetzt man in Säuren des Typs X–O–H (z. B. $X{=}SO_3H$, PO_3H_2, $B(OH)_2$) das H-Atom durch einen Kohlenstoffrest R (hier Alkylrest), so bezeichnet man die Verbindungen X–O–R als **Ester**.

► Die Addition von Wasser nennt man Hydratisierung.

Ester werden durch Wasser unter Protonen- oder Basenkatalyse in einen Alkohol R–OH und die Säure gespalten. Diese Spaltung stellt eine Hydrolyse dar. Aus Schwefelsäuremono- bzw. -diethylester entstehen Schwefelsäure und CH_3CH_2OH (Ethanol). Die Kombination beider Prozesse führt formal zu einer Addition von Wasser an die C–C-Doppelbindung unter Bildung eines Alkohols.

In der Technik werden nach diesem Verfahren der Hydratisierung Alkohole synthetisiert:

$$CH_2{=}CH_2 + H_2O \rightarrow CH_3{-}CH_2OH$$

► Bei der Addition von HX an eine Alken-Doppelbindung entsteht als Zwischenstufe ein Carbokation.

Die **Addition einer Verbindung H–X** an die Doppelbindung verläuft nach folgendem Mechanismus (Abb. 10.92): Zwischen dem Proton (Lewis-Säure) und der Alken-Doppelbindung (Elektronendonor, Lewis-Base) kommt es zu einer Wechselwirkung. Da nach dem MO-Modell die π-Elektronen der Doppelbindung ausschließlich beteiligt sind, kennzeichnet man den entstehenden Komplex als π-Komplex. Schließlich wird die π-Bindung dazu benutzt, eine neue σ-Bindung zum angreifenden Proton auszubilden. Hier kommt das zur Bindung benötigte Elektronenpaar vollständig vom Alken. Es entsteht ein Carbokation als Zwischenstufe. Dieses energiereiche Teilchen stabilisiert sich durch Addition eines Anions X. Auch hier wird erneut das zur Bindung benötigte Elektronenpaar vollständig von einem Teilnehmer (X^-) geliefert.

In verdünnten wässrigen Säuren addiert sich an das Carbokation ein Wassermolekül, da dieses in wesentlich höherer Konzentration als Anionen X^- vorliegt. Unter H^+ Abspaltung entsteht ein Alkohol.

Bei der Addition von Säuren an unsymmetrisch substituierte Alkene können zwei isomere Reaktionsprodukte entstehen (Abb. 10.93). Diese Tatsache erkannte bereits 1869 V. V. Markownikoff. Es

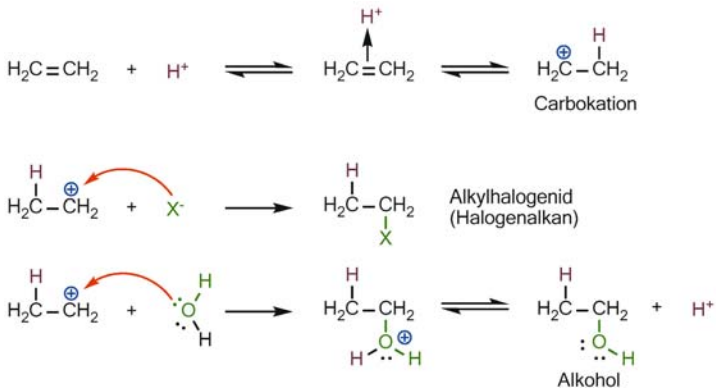


Abb. 10.92. Elektrophile Addition an Ethen

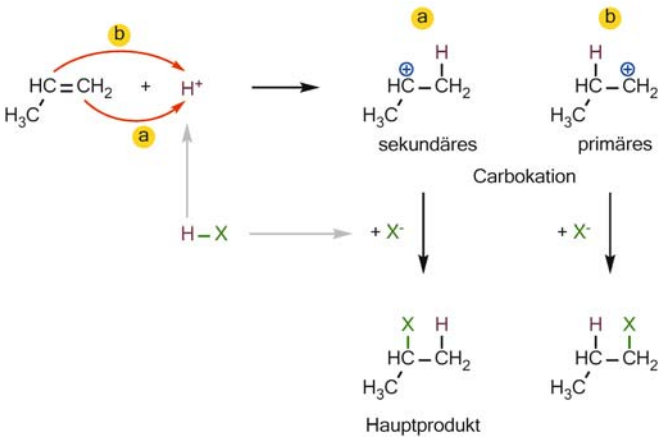


Abb. 10.93. Regiochemie der Addition: Regel nach Markownikoff

Chemie

formuliert folgende Regel **(Markownikoff-Regel) (Abb. 10.93): Bei der ionischen Addition von HX an ein unsymmetrisches Olefin tritt die negative Gruppe X- bevorzugt an das stärker substituierte ungesättigte Kohlenstoffatom (»Wer da hat, dem wird gegeben«).**

► Bei der Addition von HX an unsymmetrisch substituierte Alkene entsteht von den beiden möglichen Produkten immer dasjenige überwiegend, das aus dem stabilsten Carbokation resultiert.

Heute kann man – aus der Kenntnis des Mechanismus der Addition von H–X – diese Regel anders formulieren: **Bei der Addition von H–X an unsymmetrisch substituierte Alkene entsteht von den beiden möglichen Produkten immer dasjenige überwiegend, das aus dem stabilsten Carbokation resultiert.** Für die Stabilität von Carbokationen gilt folgende Stabilitätsreihung:

tertiäres>sekundäres>primäres Carbokation (>: stabiler als)

10.3.3.4 Eliminierungen – E1 und E2

Die Eliminierung ist die direkte Umkehrung der Addition. Deshalb finden sich auch hier wieder **zwei Grenzfälle**: E1 und E2 (Abb. 10.94). Hier gelten ähnliche Dinge, wie bereits für die S_N1- und S_N2-Reaktion diskutiert. Die Energiediagramme sind ebenfalls ähnlich der $S_N1/2$-Reaktion mit dem wichtigen Unterschied, dass Eliminierungen meist endotherm sind.

► Für Eliminierungen gilt Ähnliches wie für S_N1- und S_N2-Reaktionen, sie sind jedoch meist endotherm.

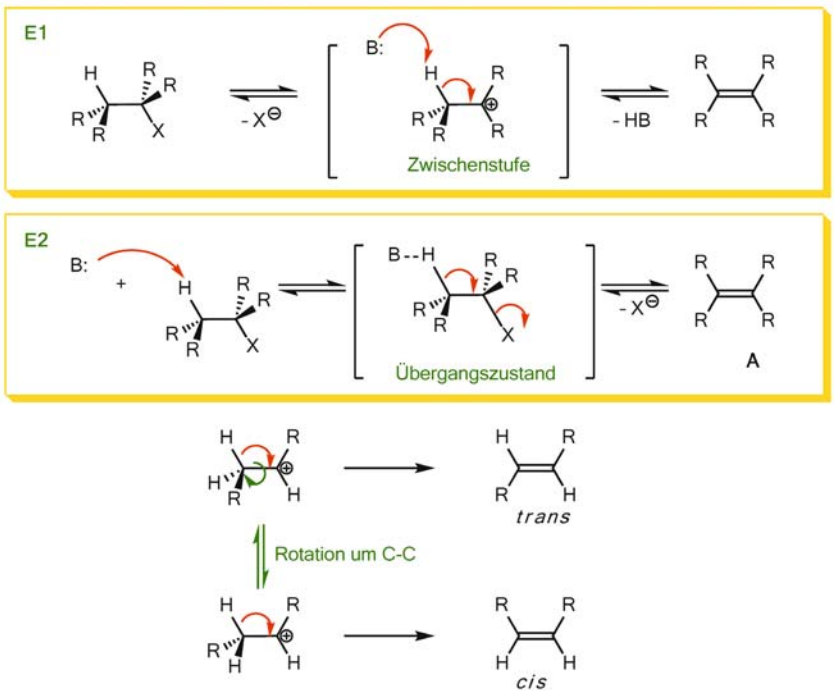


Abb. 10.94. Eliminierung

E1-Eliminierung

Im E1-Mechanismus zerfällt das Alkylhalogenid unter Abspaltung eines Halogenid-Anions in einem **monomolekularen** Schritt in eine Zwischenstufe, ein Carbokation. Aus dieser Zwischenstufe greift sich die zugesetzte Base ein Proton ab und das Elektronenpaar der heterolytisch gebrochenen C–H-Bindung bildet mit dem leeren p-Orbital des kationischen Zentrums eine π-Bindung aus. Ein Alken ist entstanden. Die Menge der Base spielt keine Rolle, denn der geschwindigkeitsbestimmende Schritt, der Zerfall des Alkylhalogenides, ist unabhängig davon. Die E1-Eliminierung folgt einem Geschwindigkeitsgesetz **1. Ordnung**. Hat das intermediär auftretende Carbokation zwei Wasserstoffatome in Nachbarschaft des Kations, so gibt es die Möglichkeit, dass unterschiedliche *cis/trans*-isomere Alkene entstehen.

► Die E1-Eliminierung ist eine monomolekulare Reaktion und eine Reaktion 1. Ordnung

E2-Eliminierung

► anti-Stellung: genau auf gegenüberliegenden Seiten

Im Vergleich dazu liefert die **E2-Eliminierung** genau ein Produkt. Da hier keine Zwischenstufe, sondern nur **ein Übergangszustand** auftritt, kann die Eliminierung nur aus einer Anordnung heraus erfolgen. Die Austrittsgruppen müssen »**anti**« zueinander angeordnet sein. Es handelt sich bei der baseninduzierten E2-Eliminierung immer um eine anti-Eliminierung, bei der synchron die C–H- und C–X-Bindung gebrochen sowie die neue π-Bindung gebildet wird.

► synchron = konzertiert = gleichzeitig

Am geschwindigkeitsbestimmenden Schritt sind bei der E2-Eliminierung wie auch bei der S_N2-Reaktion Base (bei S_N2 Nucleophil) und Substrat beteiligt, diese Reaktion ist somit **bimolekular** und von **2. Ordnung**.

► Die E2-Eliminierung ist bimolekular und von 2. Ordnung.

Nebenreaktion: Nucleophile Substitution

Allgemein braucht die Eliminierung eine Base, z. B. OH^-, RO^-, R_2N^-, $R_3N|$, und eine Austrittsgruppe (–Halogen, $-O_3SR$, $-OH_2^+$, $-OHR^+$, $-NR_3^+$). **Da Basen oft auch als Nucleophile fungieren können, ist zur Eliminierung die nucleophile Substitution eine denkbare Nebenreaktion und umgekehrt.** Ob und in welchem Ausmaß E1/E2, S_N1/S_N2, E1/S_N1 oder E2/S_N2 Konkurrenzreaktionen ablaufen, ist von den genauen Reaktionsbedingungen sowie den Substraten abhängig. Entscheidend sind hier folgende Faktoren, die im Wechselspiel miteinander stehen:

- Art des Substrats
- Wahl des Nucleophils bzw. der Base
- Lösungsmittel
- Reaktionstemperatur

Die Diskussion der genauen Verhältnisse in diesem Wechselspiel würde aber den Rahmen dieser Einführung sprengen.

10.3.4 Zusammensetzung von Elementarschritten: Komplexere Mechanismen

10.3.4.1 Elektrophile Substitution am Aromaten – S_EAr

► Bei den für Benzol und seine Derivate typischen Substitutionsreaktionen wird ein Wasserstoffatom ersetzt.

Charakteristisch für Benzol und seine Derivate sind Substitutionsreaktionen. Dabei wird ein Wasserstoffatom in Form eines Protons durch ein anderes Teilchen ersetzt. Die wichtigsten Reagenzien, die zu Substitutionsreaktionen am Benzol befähigt sind, und die zum Entstehen der reaktiven Teilchen notwendigen Katalysatoren sind in ◘ Tab. 10.13 aufgeführt.

Alle Teilchen, die eine Substitution eines Wasserstoffatoms im Benzol ermöglichen, weisen ein Elektronendefizit auf. Sie sind Elektrophile. **Aus diesem Grund bezeichnet man die Reaktion der Substitution eines Wasserstoffatoms im Benzol auch als elektrophile aromatische Substitution (S_EAr).** Die S_EAr ist ein Mehrstufenprozess (◘ Abb. 10.95):

► Die elektrophile aromatische Substitution erfolgt in drei Stufen.

- Der **erste Schritt der Reaktion** stellt eine Wechselwirkung eines Elektronenakzeptors (= elektrophiles Teilchen E^+ bzw. $E^{\delta+}$ $Nu^{\delta-}$) mit einem Elektronendonator (π-Elektronen des Benzolmoleküls) dar. Diese durch die Beteiligung der π-Elektronen des Benzols zustande kommende Wechselwirkung bezeichnet man als π-Komplex.
- Im **zweiten Schritt** wird aus der π-Wechselwirkung eine echte σ-Bindung. Dabei entsteht ein Carbokation, zu dessen Wiedergabe drei mesomere Grenzstrukturen notwendig sind. In diesem Zustand ist das delokalisierte π-System des Benzols mit seiner sehr hohen Mesomeriestabilisierungsenergie aufgehoben.
- Eine Addition von Y^- an das Carbeniumion des σ-Komplexes analog der Reaktion von normalen Alkenen würde zu einem vollständigen Verlust der Mesomerieenergie des Benzols führen. Aus diesem Grunde stabilisiert sich in einem **dritten Schritt** das Carbokation durch Abspalten eines Protons unter Wiederherstellung des delokalisierten Zustandes der π-Elektronen. Die Substitution ist abgeschlossen.

Tab. 10.13. Bedingungen für elektrophile Substitutionen am Aromaten

Reaktion	Bedingungen
Nitrierung	Als bevorzugtes Reagenz wird ein Gemisch aus 1 Teil Salpetersäure und 2 Teilen Schwefelsäure (= Nitriersäure) verwendet. Das nitrierende Agens ist das Nitroniumkation NO_2^+. $HO–NO_2+2\ H_2SO_4 \rightarrow NO_2^+ + H_3O + 2\ HSO_4^-$ NO_2^+ kann auch in Form von Nitroniumsalzen bei NO_2BF_4 zum Nitrieren eingesetzt werden.
Halogenierung	Durch Lewis-Säuren wie $AlCl_3$ oder $FeBr_3$ wird das Halogenmolekül polarisiert. Benzol kann die so geschwächte Chlor–Chlor- bzw. Brom–Brom-Bindung spalten. $Cl–Cl+AlCl_3 \rightarrow Cl^{\delta+}\cdots\cdots ClAlCl_3^{\delta-}$ $Br–Br+FeBr_3 \rightarrow Br^{\delta+}\cdots\cdots BrFeBr_3^{\delta-}$ Bei der Iodierung von Benzol handelt es sich um eine reversible Reaktion, wobei das Gleichgewicht auf der Seite von Benzol liegt. Durch Entfernen von Iodwasserstoff wird das Gleichgewicht zum Iodbenzol verschoben. Die präparative beste Entfernung von HI erfolgt durch Oxidation mit HIO_3; dabei entsteht Iod, das weiter zu Iodbenzol umgesetzt wird: $HIO_3+5\ HI \rightarrow 3\ I_2+3\ H_2O$
Sulfonierung	Als reaktive Teilchen bei der Sulfonierung werden SO_3 (in Oleum) oder SO_3H^+ angesehen. In Form der Sulfonsäure wird Benzol in ein wasserlösliches Derivat umgewandelt.
Alkylierung	Carbeniumionen reagieren mit Benzol zu alkylierenden Benzolen. Das Carbeniumion kann aus einem Alken und Säure, aus einem Alkylhalogenid und $AlCl_3$ oder einem Alkohol und Säure erzeugt werden: Friedel-Crafts-Alkylierung
Acylierung	Aus einem Carbonsäurechlorid und Lewis-Säuren wie $AlCl_3$ entstehen Acyliumsalze, die als elektrophile Reagenzien wirken: Friedel-Crafts-Acylierung

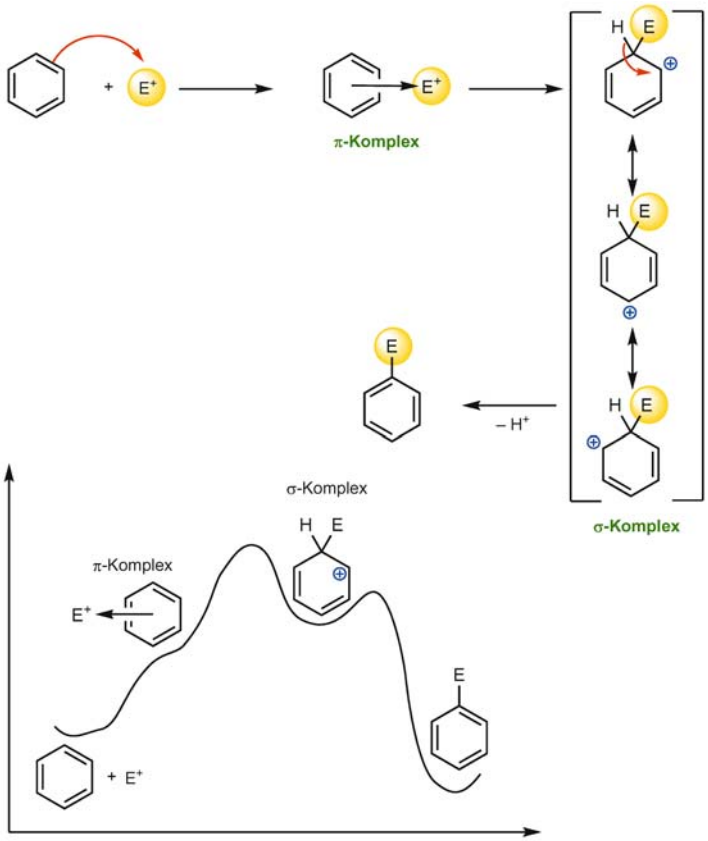


Abb. 10.95. Elektrophile aromatische Substitution

► Die Reaktionsgeschwindigkeit der elektrischen aromatischen Substitution ist abhängig von dem Elektrophil und den bereits vorhandenen Substituenten.

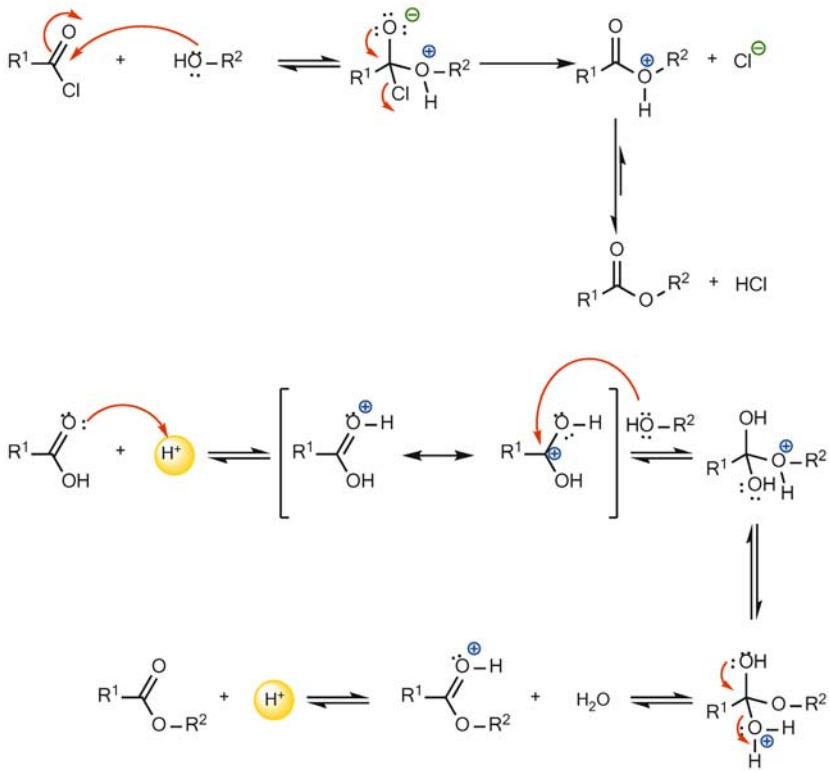
Die **Reaktionsgeschwindigkeit** der elektrophilen aromatischen Substitution hängt neben der Reaktivität des Elektrophils in starkem Maße von bereits im Benzolring vorhandenen Substituenten ab. Je nach bereits vorhandenem Substituenten kann sich die Reaktionsgeschwindigkeit der S_EAr über einen Bereich von mehreren Zehnerpotenzen erstrecken. Dabei gilt:

- Substituenten, die die Reaktionsgeschwindigkeit im Vergleich zum Benzol erhöhen, werden als aktivierende Substituenten bezeichnet.
- Substituenten, die die Geschwindigkeit senken, werden als deaktivierende Substituenten bezeichnet.

10.3.4.2 Veresterung, Verseifung

Eine Veresterung kann sowohl ausgehend von der Carbonsäure wie auch dem Carbonsäurechlorid (oder -anhydrid) erfolgen. Letztere Möglichkeit ist ein sehr effizienter Weg, um Ester herzustellen (◘ Abb. 10.96). Es ist aber ein weiterer Schritt, die Umwandlung der Säure in das Chlorid, notwendig. Liegt das Chlorid vor, greift der nucleophile Alkohol den Carbonylkohlenstoff an und richtet in altbekannter Weise die Carbonylgruppe auf. Es entsteht ein Zwitterion (Betain). Dieses stabilisiert sich dadurch, dass durch den Elektronendruck des negativ geladenen Sauerstoffatoms ein freies Elektronenpaar zum (ehemaligen) Carbonyl-C klappt und die C=O-Bindung wieder ausbildet. Hierzu muss aber eine Gruppe verdrängt werden. Ist es der Alkohol, so ist man wieder bei den Edukten und keine Umsetzung ist erfolgt. Wird aber stattdessen das Chlorid als sehr gute Abgangsgruppe verdrängt, erhält man nach Deprotonierung direkt den Ester.

◘ **Abb. 10.96.** Estersynthesen



► Veresterung ausgehend von Carbonsäure und Alkohol: Azeotrope Destillation bzw. Zusatz von wasserentziehenden Mitteln→Gleichgewicht eher auf Seite der Esterbildung

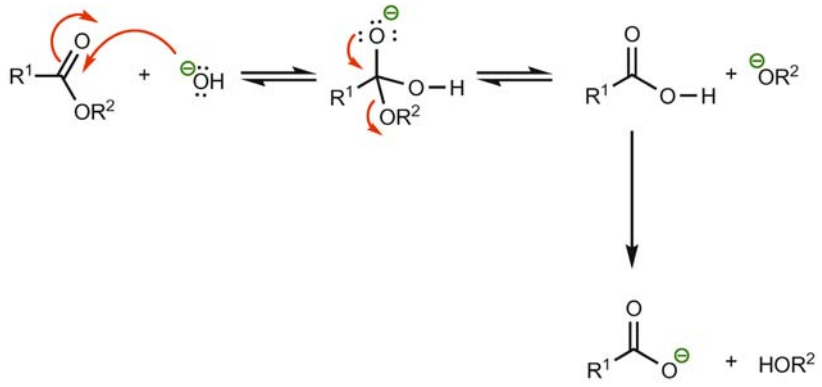
Die **Veresterung ausgehend von Carbonsäure und Alkohol** ist eine Gleichgewichtsreaktion, für die das Massenwirkungsgesetz entscheidend ist: Gute Ausbeuten an Ester erhält man nur, wenn man das Gleichgewicht auf die Produktseite verschiebt. Dies kann einerseits durch Zugabe eines Überschusses Edukts (Säure, aber meist Alkohol) oder andererseits durch Entfernen von Reaktionswasser erfolgen. Hier hat sich die **azeotrope Destillation** bzw. der Zusatz von wasserentziehenden Mitteln bewährt.

Esterspaltung

Da die säurekatalysierte Veresterung ein Gleichgewichtsvorgang ist, müssen alle Schritte reversibel sein. Demzufolge kann die gesamte Veresterung umgekehrt werden. Gibt man zu einem Ester Säure, kann eine **säurekatalysierte Esterspaltung** erfolgen. Hierzu müssen die mechanistischen Teilschritte in ◘ Abb. 10.96 nur von hinten nach vorne erfolgen.

Will man die Esterspaltung irreversibel gestalten, bietet sich die **basenkatalysierte Esterspaltung** an. Bei der basischen Esterspaltung greift die Base OH^- den Carbonylkohlenstoff nucleophil an. Aufrichtung der Carbonylgruppe und Zurückklappen des freien Elektronenpaares am Sauerstoff verdrängt das Alkoholat R^2O^- und liefert somit die frei Carbonsäure. Bisher waren alle Schritte Gleichgewichte. Säure und Alkoholat als sehr starke Base gehen jetzt aber eine praktisch irreversible Säure-Basen-Reaktion ein. Man erhält das Carboxylat-Anion und den Alkohol R^2-OH. Der letzte irreversible Schritt zieht die davor stattfindenden reversiblen Schritte mit und die gesamte Esterspaltung wird nun irreversibel.

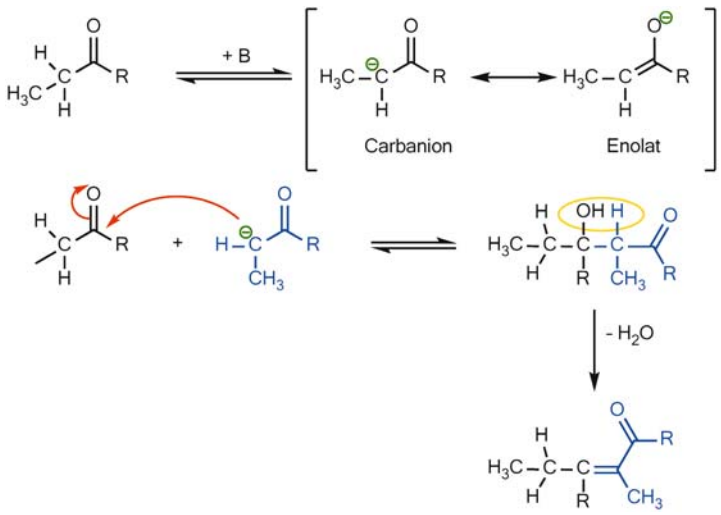
Zusammenfassend kann man sagen, dass man durch Kochen eines Esters mit NaOH den freien Alkohol und das Salz der Carbonsäure erhält. Da letztere Salze als Seifen Verwendung fanden, nennt man den Prozess auch Verseifung (◘ Abb. 10.97).



◘ **Abb. 10.97.** Verseifung von Ester

10.3.4.3 Aldol- und Esterkondensation

Die letzte relevante Reaktion der Carbonsäureester ist die Esterkondensation (◘ Abb. 10.99). Diese ist der Aldolreaktion verwandt (◘ Abb. 10.98). Die Esterkondensation ist ebenfalls eine Reaktion, bei der C–C-Bindungen erzeugt werden. Die biologische Relevanz ist ähnlich der Aldolkondensation



◘ **Abb. 10.98.** Aldolkondensation

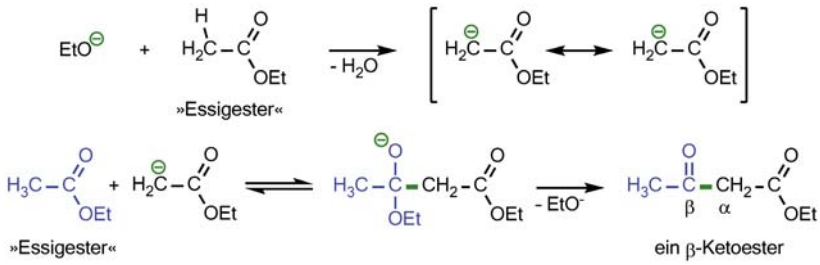
► Die Esterkondensation ist der Aldolreaktion ähnlich

sehr groß (■ Abb. 10.99). Auch hier finden sich viele verwandte Beispiele in biochemischen Reaktionszyklen (■ Abb. 10.100).

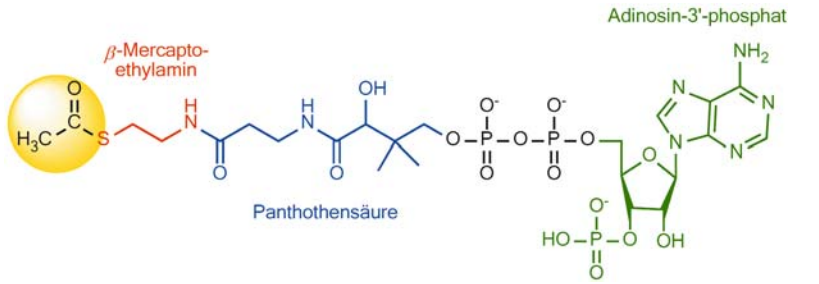
Bei der Esterkondensation wird durch eine starke Base der organische Ester deprotoniert. Die azideste Stelle ist hier die C–H-Bindung neben der Carbonylgruppe. Es bildet sich ein induktiv- und mesomerie-stabilisiertes Carbanion. Dieses greift nun wiederum als Nucleophil ein zweites Molekül Ester am Carbonylkohlenstoff an. Aufrichtung der Carbonylgruppe, Rückklappen der Elektronen am Sauerstoff und Austritt des Alkoholats ergibt das Esterkondensationsprodukt.

► Esterkondensation→Einführung eines Acyl-Rests am α-Kohlenstoffatom

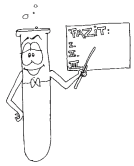
Da das entstandene Alkoholat wieder eine starke Base ist, kann diese ihrerseits noch unumgesetzten Ester deprotonieren und den Reaktionszyklus so am Leben erhalten. In der Summe wird durch die Esterkondensation ein Acyl-Rest am α-Kohlenstoffatom eingeführt.



■ **Abb. 10.99.** Esterkondensation



■ **Abb. 10.100.** Acetyl-CoA



kurz & knapp

- Radikal, Nucleophil, Elektrophil
  - Radikal: reaktives, kurzlebiges Teilchen mit einem ungepaarten Elektron
  - Nucleophil: Teilchen mit einem Elektronenüberschuss, meist ein Anion
  - Elektrophil: Teilchen mit einem Elektronenmangel
- Elementare Reaktionstypen
  - Substitution: C–X→C–Y, σ-Bindung→σ-Bindung
  - Addition: $R_2C{=}CR_2{+}X{-}Y{\rightarrow}R_2XC{-}CYR_2$, 1 Bindung (σ, π)→2 Bindungen (σ)
  - Eliminierung: Umkehrung der Addition
- Wichtige Reaktionstypen
  - S_R:
    - Kettenstart durch Bestrahlung oder Radikalstarter
    - Radikalkette, stark exotherm für F_2, exotherm für Cl_2, Br_2, schwach endotherm für I_2
    - Kettenabbruch durch Radikalrekombinationen
    - Produkte leiten sich vom Bruch der schwächsten C–H-Bindungen ab
  - Nucleophile Substitution S_N1 und S_N2
    - zwei Grenzfälle, experimentell unterscheidbar

▼

Chemie

- S_N1: monomolekular, zweistufig, Carbokation als Zwischenstufe Racemisierung
- S_N2: bimolekular, einstufig, Übergangszustand, Inversion

– elektrophile Addition
- wichtige Reaktion der π-Bindung
- Katalyse durch Säuren möglich
- Angriff eines Elektrophils ergibt Carbokation als Zwischenstufe

– Eliminierungen – E1 und E2

– Zusammensetzung von Elementarschritten: Komplexere Mechanismen

– Elektrophile Substitution am Aromaten – S_EAr
- π-Komplex→σ-Komplex
- Rearomatisierung durch Proton-Abspaltung

– Veresterung, Verseifung

– Aldol- und Esterkondensation

Übungsaufgaben

Aufgabe 1. (Aldol-Reaktion). Die Aldol-Reaktion ist eine grundlegende Reaktion, um Kohlenstoff-Kohlenstoff-Bindungen herzustellen. Auch in der Biochemie finden sich Variationen dieses Grundthemas. Geben Sie Konstitutionsformeln der Produkte folgender baseninduzierter Aldolkondensationen an:

a) 1 mol Aceton reagiert mit 2 mol Benzaldehyd

b) 1 mol Cyclohexanon reagiert mit 2 mol 2,2-Dimethylpropanal

Aufgabe 1

Lösung 1. Für die Antwort hilft das allgemeine Reaktionsschema der Aldolkondensation, wodurch eine CH_2-Gruppe neben einer Carbonyl-Funktion (C=O) mit einem Aldehyd oder Keton unter Wasserabspaltung reagiert (Abb. 10.101a). Dieses allgemeine Schema hilft, die Produkte vorherzusagen (Abb. 10.101b,c). Hier ist zu berücksichtigen, dass sowohl im Benzaldehyd als auch im 2,2-Dimethylpropanal keine CH–Gruppen benachbart zu einer C=O–Gruppe sind. Diese können **nur** als Carbonylkomponente reagieren.

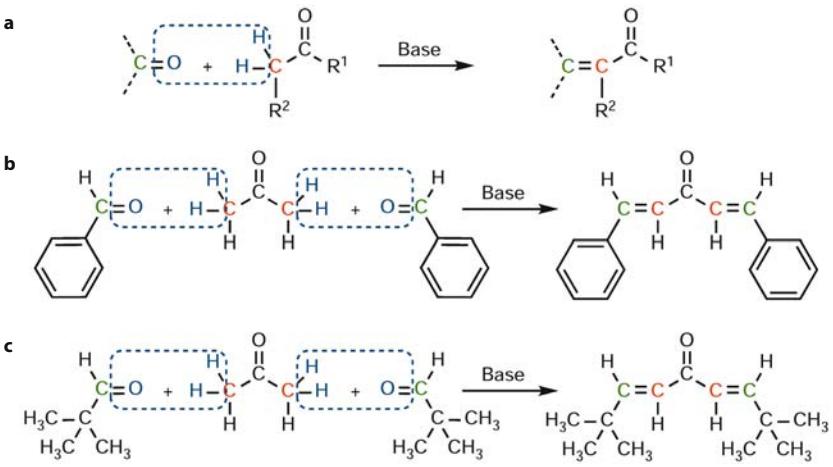
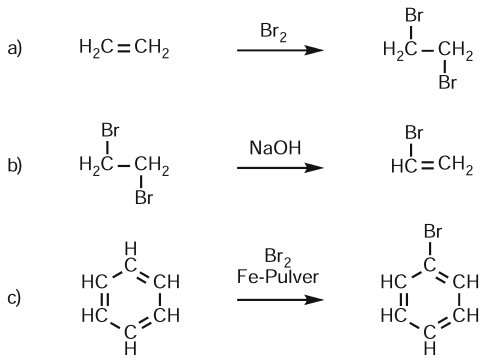


Abb. 10.101a,b. **a** Allgemeines Reaktionsschema der Aldolkondensation. **b, c** Lösung der Aufgabe 1.

Aufgabe 2. (Reaktionstypen). Geben Sie für folgende Reaktionen an, um welchen Reaktionstyp es sich hierbei handel (Addition, Substitution, Eliminierung oder Kombinationen davon) (Abb. 10.102a–c).

Aufgabe 2

Abb. 10.102a–c. Aufgabe 2: Um welchen Reaktionstyp handelt es sich?



Lösung 2.

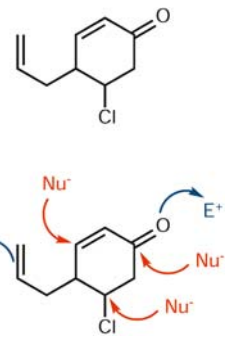
a) (Elektrophile) Addition
b) Eliminierung
c) Substitution (Addition gefolgt von Eliminierung)

Chemie

Aufgabe 3

Aufgabe 3. (Aldol-Reaktion). Entscheiden Sie, wo im folgenden Molekül ein Elektrophil (E^+) bzw. ein Nucleophil (Nu^-) angreifen könnte (Abb. 10.103a,b).

Abb. 10.103a,b. **a** Molekül, das von E^+ bzw. Nu^- angegriffen wird; **b** Angriffsorte



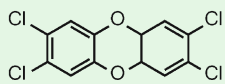
Alles klar!

»Element des Teufels«

Zum Ende des Kapitels soll noch die Eingangsfrage aufgelöst werden. Es handelt sich um eine Substanz, die bei vielen Chemikern als die »tödlichste Substanz« überhaupt gilt, Greenpeace bezeichnete sie sogar schon als »Element des Teufels«! Es geht um die Stoffgruppe der **Dioxine** – mit insgesamt 210 Verbindungen, wobei davon ja eigentlich lediglich 17 als giftig gelten. Was dieser – zugegeben – geringe Prozentsatz aber für Schäden anrichten kann, wird durch folgende Aussagen deutlich:

Chemisch gesehen stammen die Dioxine vom Phenol ab, genauer gesagt entstehen sie als unerwünschte Nebenprodukte bei der **Addition von Phenol mit Chlorgas (Chlorierung).**

Da dies früher kaum bekannt war, litten viele Chemiker bei ersten Versuchen unter bösen Pickeln, Zysten und Geschwüren, der Chlorakne.



2,3,7,8-Tetrachlor-dibenzo[1,4]dioxin

2,3,7,8-TCDD

Abb. 10.104. 2,3,7,8-Tetrachlor-dibenzol[1,4]dioxin

Nachdem erste Arbeiten an der Verbesserung der aseptischen Behandlung mit Phenol aufgrund seiner Kontakttoxizität fehlschlugen, suchte man nach Alternativen. Eine Lösung wurde in Chlorphenolen gesehen, bei dessen Herstellung jedoch als Nebenprodukt Dioxine entstanden.

Als die US-Amerikaner in den 1960er Jahren eine große Menge des Entlaubungsmittels »Agent Orange« über den vietnamesischen Dschungel leerten, war ihnen wohl nicht bewusst, dass sie mit dieser auch Dioxine mitkippten – nämlich sage und schreibe 100 kg! Die furchtbaren und schrecklichen Folgen waren zum einen das Neuauftreten schwerster Krebserkrankungen und zum anderen viele missgebildete Neugeboren. Aufgrund dieser Fakten lassen sich die oben genannten Definitionen der Dioxine leicht verstehen!

Nichts im Leben ist aber schwarz/weiß, denn am 10.07.1976 wurden aus einer Chemiefabrik in der italienischen Ortschaft Seveso durch einen Unfall größere Mengen 2,3,7,8-TCDD freigesetzt (Abb. 10.104). Beim Unfall selbst wurde niemand getötet. Es wurde sogar noch eine Woche regulär weitergearbeitet. Später kam es zu nicht ganz 200 Fällen von Chlorakne (bei 220.000 Untersuchten). Alle Erkrankungen sind voll abgeheilt. Da die medizinische Überwachung der Bewohner um das Chemiewerk in Folge des Unfalls sehr gut ist, konnte man auch 20 Jahre später noch keine Erhöhung des Krebsrisikos feststellen. Tendenziell waren sie sogar gesünder als andere Vergleichspersonen, was aber wahrscheinlich an der besseren Betreuung liegt.

Die Dioxin-Geschichte ist als nicht ganz klar. Wahrscheinlich sind die Dioxine Verbindungen, die selbst keinen Krebs auslösen, aber wenn andere krebserzeugende Agenzien vorhanden sind, die Krebsentwicklung stark verstärken; sie sind **Tumorpromotoren**. Das könnte ein Grund für die unterschiedlichen Erscheinungen sein.

10.4 Einführung in die Naturstoffe: Kohlenhydrate, Fette und Aminosäuren

Ricarda Krebs

Wie jetzt?

Fast Food und gesunde Ernährung

»Fast Food ist ungesund.« Solche oder ähnliche Aussagen kursieren tagtäglich in der Presse, sind Bestandteil zahlreicher neuer Diätpläne in sämtlichen Frauenzeitschriften und haben sich nun auch unauslöschbar in Otto Normalverbrauchers Kopf festgesetzt.

Schließlich weiß man ja auch, dass zu viel Fett nicht nur für unästhetische Körperformen verantwortlich ist, sondern auch ernste gesundheitliche Probleme hervorrufen kann. Und in der Regel ist das, was uns in Form matschiger Hamburger, salziger und fettdurchtränkter Pommes frites oder geradezu ekelerregend süßer und klebriger Desserts in den betreffenden Restaurants angeboten wird, offensichtlich höchst gesundheitsschädlich. Wo sonst kann man binnen so kurzer Zeit das Risiko, an einer koronaren Herzkrankheit zu sterben, so rasch und unwiederbringlich erhöhen?

Aber kann man diese Aussagen ohne Weiteres so stehen lassen? Ist Fast Food wirklich so schädlich oder hat es überraschenderweise sogar positive Aspekte? Und schneidet Fast Food im Vergleich zu einem herkömmlichen hausgemachten Abendbrot wirklich so viel schlechter ab? Hamburger oder Butterbrot, das ist hier die Frage...

»Essen hält Leib und Seele zusammen.«

Wie wahr erscheint uns dieser Satz, wenn wir heißhungrig in einen saftigen Hamburger beißen (ob gesund oder nicht gesund, tangiert uns in diesem Moment meist nur peripher...)! Aber was

▼

Abb. 10.105. Fast Food – gesund, oder?

genau nehmen wir in diesem Moment eigentlich zu uns? Was ist es denn nun, was »Leib und Seele zusammenhält«?

So viel kann schon einmal verraten werden: Besagter Hamburger enthält die drei Hauptnahrungsbestandteile Kohlenhydrate, Lipide und Proteine – geläufige Begriffe, deren weiteres Verständnis die Aufgabe des folgenden Kapitels ist (Abb. 10.105).

10.4.1 Chemie der Kohlenhydrate

- Monosaccharide, Oligo- und Polysaccharide
  - Glucose, Galactose als bedeutende Hexosen
  - Ribose, Desoxyribose als bedeutende Pentosen
  - Oxidation und Reduktion von Monosacchariden
  - Eigenschaften der Disaccharide
  - Maltose, Isomaltose, Lactose, Saccharose
  - Zellulose, Glykogen und Stärke als wichtigste Homoglycane
  - Heteroglycane
- Eigenschaften der Lipide
  - Fettsäuren (geradzahlig und ungeradzahlig, gesättigt und ungesättigt, essenzielle)
  - TAGs
  - Glycerophosphatide
  - Sphingosinphosphatide
  - Glykolipide
  - Cholesterin
  - Cholesterinderivate
- Allgemeiner Aufbau einer Aminosäure
  - proteinogene Aminosäuren
  - essenzielle Aminosäuren
  - isoelektrischer Punkt
  - biogene Amine
  - Peptidbindung
  - Konformation von Proteinen
  - Sequenzanalyse

10.4.1.1 Aufbau der Kohlenhydrate

Ein Bestandteil des Hamburgers ist das Brötchen, welches das Fleisch umgibt und uns schon zur ersten großen Gruppe der Nahrungsbestandteile führt, denn es enthält Kohlenhydrate.

Was kann man unter diesem Begriff verstehen?

Schon der Name dieser großen chemischen Stoffgruppe liefert uns einen ersten Anhaltspunkt, was wohl damit gemeint sein könnte: Es handelt sich bei den Kohlenhydraten um Stoffe, die überwiegend aus Kohlenstoff und Wasser bestehen. Dies lässt sich in der allgemeinen Summenformel $C_n(H_2O)_m$ ausdrücken, nach deren Prinzip alle Kohlenhydrate aufgebaut sind.

► Kohlenhydrate sind Aldehyde oder Ketone eines mehrwertigen Alkohols, die der allgemeinen Summenformel $C_n(H_2O)_m$ folgen.

Kohlenhydrate entstehen aus mehrwertigen Alkoholen, die entweder an einer primären oder einer sekundären OH-Gruppe oxidiert werden. Somit entsteht entweder ein Aldehyd (wenn eine primäre OH-Gruppe oxidiert wird) oder ein Keton (wenn es sich um eine sekundäre OH-Gruppe handelt).

Einteilung der Kohlenhydrate

Nun gibt es verschiedene Möglichkeiten, die Kohlenhydrate, besser unter dem Namen »Zucker« bekannt, einzuteilen:

- Handelt es sich um einzelne Zuckerbausteine, spricht man von Monosacchariden.
- Verknüpft man zwei, bilden sich Disaccharide, deren bekannteste Vertreter Saccharose (Rohrzucker) und Lactose (Milchzucker) sind.
- Schließlich kann man auch eine unbegrenzte Anzahl von einzelnen Zuckerbausteinen zu Polysacchariden zusammenfügen, was z. B. im Falle der Stärke geschieht, womit wir wieder beim Hamburgerbrötchen angekommen wären.

Man kann jedoch auch den Schwerpunkt der Betrachtung auf die Anzahl der C-Atome legen, die in den Zuckern enthalten sind. So unterscheidet man die in ◘ Tab. 10.14 aufgeführten wichtigen Klassen von Monosacchariden.

► Monosaccharid: 1 Zuckerbaustein
Oligosaccharide: 2 bis ca. 10 Zuckerbaustein
Polysaccharide: >10 Zuckerbausteine

◘ **Tab. 10.14.** Klassifizierung der Monosaccharide

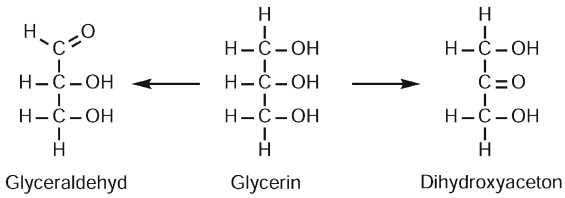
Zahl der C-Atome	Klassifizierung
3	Triose
4	Tetrose
5	Pentose
6	Hexose
7	Heptose

10.4.1.2 Monosaccharide

Wir wollen uns nun zuerst mit den Einzelzuckern befassen, um uns dann anschließend den großen Polysacchariden langsam anzunähern. **Die einfachsten Monosaccharide heißen Glyceraldehyd (chiral) und Dihydroxyaceton (Glyceron, einziger achiraler Zucker).** Sie enthalten nur drei C-Atome, sind also Triosen. Sie entstehen, indem der Polyalkohol Glycerin entweder an der primären oder sekundären OH-Gruppe oxidiert wird, wobei jeweils ein Aldehyd (Glyceraldehyd) bzw. ein Keton (Dihydroxyaceton, Glyceron) gebildet wird (◘ Abb. 10.106).

► Monosaccharide werden eingeteilt nach: a) Funktionellen Gruppen (Aldosen und Ketosen), b) Anzahl der Kohlenstoffatome (Triosen, Tetrosen etc.), Einteilung a) + b) ergibt z. B. Aldohexose (Aldose mit 6 C-Atomen) bzw. Hexulose (Ketose mit 6 C-Atomen)

◘ **Abb. 10.106.** Glyceraldehyd, Glycerin, Dihydroxyaceton (Glyceron)

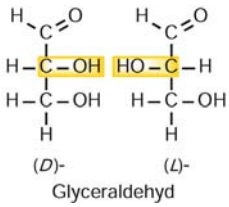


Bei Glyceraldehyd kann man an C^2 ein asymmetrisches C-Atom, d. h. ein C-Atom mit vier unterschiedlichen Substituenten erkennen, während Dihydroxyaceton kein Chiralitätszentrum aufweist. Aufgrund dieser Tatsache kann man Glyceraldehyd in zwei verschiedenen Formen darstellen, je nachdem, ob die OH-Gruppe an C^2 auf die linke oder rechte Seite weist (◘ Abb. 10.107).

Weist die OH-Gruppe nach rechts, spricht man von der (*D*)-Form, weist sie nach links, von der (*L*)-Form; Glyceraldehyd existiert somit in Form zweier Enantiomere (► Kap. 10.2.2.2). **In der Natur und besonders in unserem Verdauungstrakt spielen v. a. die (*D*)-Formen der Zucker eine Rolle, ganz im Gegensatz zu den Aminosäuren, wo v. a. die (*L*)-Formen von Bedeutung sind.**

Epimere (s. u.) unterscheiden sich nur in der Stellung eines einzigen asymmetrischen C-Atoms, während bei Enantiomeren die OH-Gruppen aller asymmetrischen C-Atome in genau entgegengesetzte Richtung weisen (Bild- und Spiegelbildisomere).

Die Monosaccharide unterscheiden sich nun u. a. in der Anzahl ihrer Kohlenstoffatome. In der Natur kommen sowohl bedeutende Hexosen, d. h. Moleküle mit sechs C-Atomen, z. B. die Glucose, aber auch Pentosen vor, also Zucker mit nur fünf Kohlenstoffatomen. Die für uns Menschen und auch in der Biochemie bedeutsamsten sollen nun exemplarisch im Folgenden vorgestellt werden.



◘ **Abb. 10.107.** *D*- und *L*-Form von Glyceraldehyd

► Epimere und Enantiomere nicht verwechseln!

Hexosen

Beginnen wir mit den Hexosen, also den so genannten **Sechserzuckern**. Die bedeutsamsten Hexosen im menschlichen Körper sind:

- Glucose
- Galactose
- Mannose
- Fructose

Mit der allseits bekannten **Glucose** wollen wir beginnen. Glucose ist das, was man üblicherweise mit dem Begriff »Zucker« verbindet.

Hätten Sie's gewusst?

Blutglucosespiegel

Glucose spielt eine herausragende medizinische Rolle, denn sie ist nicht nur unter physiologischen Bedingungen der **wichtigste Energielieferant**, den wir mit der Nahrung zu uns nehmen und der unserem Körper anschließend im Rahmen der Glykolyse unersetzbare Mengen an Energie liefert (Manche Zellen unseres Körpers haben sich sogar richtiggehend auf Glucose als Energiespender spezialisiert, wie z. B. unsere Erythrozyten und die kleinen »grauen Zellen«. Sie sind obligate Glucoseverwerter, d. h. sie können kaum auf andere Energieträger umsteigen und sind daher auf eine kontinuierliche Zufuhr angewiesen.).

Dennoch ist zu viel des Guten in vielen Lebensbereichen oft schädlich, so auch beim Glucosespiegel im Blut. Dieser wird nämlich beim Gesunden in sehr engen Grenzen konstant gehalten (80–120 mg dl^{-1}). Sollte dies einmal nicht gelingen, wie es im Rahmen eines angeborenen oder erworbenen Insulinmangels der Fall ist, können sich daraus die verheerendsten Folgen ergeben, wie man sie bei Patienten mit **Diabetes mellitus** beobachten kann. Auch in dieser Hinsicht erhält die Glucose also, wie man sieht, eine herausragende Bedeutung in der Medizin.

► Der Glucosespiegel wird in engen Grenzen zwischen 80–120 mg dl^{-1} konstant gehalten.

► Glucose lässt sich am einfachsten in der Fischer-Projektion beschreiben.

Abb. 10.108. Emil Fischer (1852–1919), Nobelpreis 1902

Nun aber zur Glucose an sich: **Es gibt verschiedene Schreibweisen für Glucose, die einfachste ist die Fischer-Projektion,** welche nach dem deutschen Chemiker Emil Fischer benannt wurde (Abb. 10.108). Weitere Schreibweisen sind die Haworth-Darstellung und die Sesselform (s. u.).

Fischer Projektion. In der Fischer-Projektion steht das am höchsten oxidierte C-Atom (hier die Aldehyd-Gruppe, –CHO) oben. Die C-Atome werden mit ihren OH-Gruppen, die unbedingt auf der richtigen Seite stehen müssen, darunter angeordnet, sodass das Ganze dann wie in Abb. 10.109 aussieht.

Der Merkspruch »ta-tü-ta-ta« kann einem helfen, die OH-Gruppen für die Glucose auf die richtige Seite zu schreiben.

Der Fischer-Projektion kann man entnehmen, dass es sich bei der Glucose um eine Aldohexose handelt, sprich einen Sechserzucker mit Aldehydgruppe. Nun ist es so, dass die Glucose sich nicht allzu gern in dieser ausgestreckten Form in der Natur aufhält, vielmehr kommt es zu einem Phänomen, das sich **Halbacetalbildung** (► Kap. 10.2) nennt.

Aldehyd+Alkohol→Halbacetal

Was sind nun Halbacetale? Das ist nicht allzu schwer zu verstehen: Reagiert eine Aldehyd-Gruppe mit einem Alkohol, so resultiert daraus ein Halbacetal (Abb. 10.110).

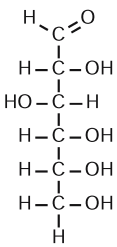


Abb. 10.109. Glucose in Fischer-Projektion

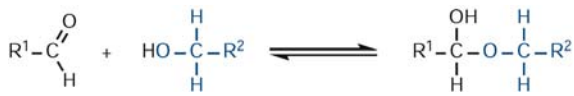


Abb. 10.110. Halbacetalbildung: Molekül mit Aldehydgruppe reagiert mit OH-Gruppe eines anderen Moleküls

Und genau das passiert bei der Glucose, nur dass sich hier die beiden Gruppen in einem Molekül befinden, nämlich der Glucose in Fischer-Projektion. Es kommt zu einem Ringschluss, indem die

Aldehydgruppe der Glucose mit der OH-Gruppe an C^5 (selten auch mal mit einer anderen innerhalb des Moleküls) reagiert. Und so entsteht eine weitere mögliche Schreibweise der Glucose, die **Haworth-Darstellung** (◘ Abb. 10.111). Eigentlich ganz einfach, oder?

► Innerhalb des Glucosemoleküls bildet sich ein Halbacetal→Ringschluss→Haworth-Darstellung

Bei dieser Ringform fällt auf, dass die **OH-Gruppe an C^1** (= die rechte Ecke neben dem Sauerstoff, das so genannte anomere Kohlenstoffatom) in zwei verschiedenen Stellungen vorkommen kann: Sie kann einmal nach oben weisen, d. h. auf die gleiche Seite wie die CH_2OH-Gruppe, dann spricht man von β-Stellung. Oder sie weist nach unten (gegenüber der CH_2OH-Gruppe), dann liegt die so genannte α-Form vor.

► Anomere sind Epimere am anomeren Kohlenstoffatom (C^1) und werden mit α- und β- bezeichnet.

Der Clou an dem Ganzen ist, dass die beiden Formen in Wasser ineinander umwandelbar sind. **Aus der α- kann in Wasser also die β-Form werden und umgekehrt, was man als Mutarotation bezeichnet.**

► α- und β-Form der Glucose können sich in Wasser ineinander umwandeln: Mutarotation.

Sesselform. Die letzte erwähnenswerte Darstellungsform der Glucose ist die Sesselform. In dieser gestaltet sich unsere Glucose wie in ◘ Abb. 10.112.

Wie beim Cyclohexan (► Kap. 10.1.) kann auch die Sesselform der Glucose in zwei Konformationen vorliegen, bei denen die axialen und äquatorialen Substituenten die Position tauschen. Die Konformationen benennt man $^4C_1$ und $^1C_4$ – ganz einfach: C steht für »Chair«, sprich Sessel. Die Sitzfläche wird von den Atomen O, C^2, C^3 und C^5 gebildet. In der $^4C_1$-Konformation steht die »Spitze« C^4 über dieser Ebene C^1 darunter, bei der $^1C_4$-Konformation ist es umgekehrt. Da in der $^4C_1$-Anordnung mehr Substituenten äquatorial stehen, ist das bei Glucose die einzig wichtige.

► $^4C_1$ und $^1C_4$: Konformationen der Monosaccharide

Die drei Schreibweisen der Glucose sollte man unbedingt beherrschen, sie sind auch für wichtige Zusammenhänge der Biochemie unerlässlich. Und einmal im Kopf, verschwinden sie auch so leicht nicht wieder...

Epimere. Neben der Glucose gibt es aber noch weitere interessante Hexosen, die ebenfalls für wichtige Funktionen unseres Körpers eine Rolle spielen. Einige davon unterscheiden sich in ihrer Schreibweise kaum von der Glucose, genauer gesagt nur in der Stellung einer einzigen OH-Gruppe an einem bestimmten C-Atom. Solche Moleküle nennt man Epimere. **Epimere sind solche Monosaccharide, die sich nur in der Stellung einer OH-Gruppe an einem asymmetrischen C-Atom unterscheiden.**

Epimere der Glucose wären z. B. Galactose und Mannose.

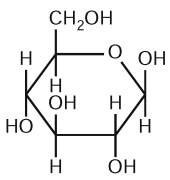
► Galactose ist ein Epimer der Glucose an C^4, Mannose ist ein Epimer der Glucose an C^2.

Beide haben u. a. ihre Bedeutung im Aufbau der Glykokalix, d. h. der Kohlenhydratanteil der Zellmembranen, und dienen daher der Zellerkennung. Bei der Galactose weist an C^4 die OH-Gruppe genau auf die entgegengesetzte Seite wie bei der Glucose, man sagt, Galactose ist ein Epimer der Glucose an C^4. Bei der Mannose hingegen weist die OH-Gruppe an C^2 auf die andere Seite (◘ Abb. 113).

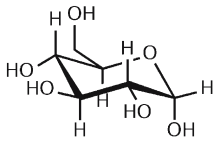
Allen oben erwähnten Hexosen ist gemeinsam, dass sie Aldehydgruppen enthalten, also Aldohexosen sind.

Fructose, eine weitere bekannte Hexose, welche besser unter dem Namen Fruchtzucker bekannt ist, weist hingegen eine **Ketogruppe** auf (◘ Abb. 10.114). **Fructose wird daher ganz folgerichtig als Hexulose (früher: Ketohexose) bezeichnet.**

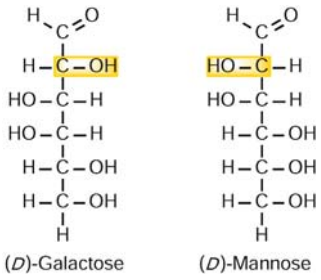
► Fructose (Fruchtzucker): eine Hexulose



◘ **Abb. 10.111.** Ringstruktur der Glucose (Haworth-Projektion)



◘ **Abb. 10.112.** (*α*)-(*D*)-Glucose in Sesselform und Konformationsgleichgewicht



◘ **Abb. 10.113.** Galactose und Mannose

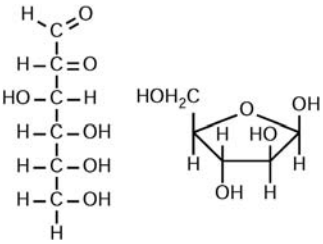


Abb. 10.114. Fructose in Fischer- und Haworth-Darstellung

► Ribose und Desoxyribose sind wichtige Bestandteile unseres Erbguts und werden zu den Pentosen gerechnet.

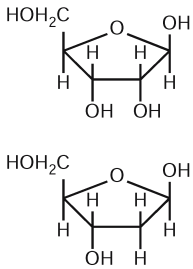


Abb. 10.115. Ribose und Desoxyribose in Haworth-Darstellung

► Der Nachweis von Glucose gelingt durch milde Oxidation mit Fehling- oder Tollens-Reagenz. Man erhält die Gluconsäure.

Abb. 10.116. Bildung von On-Säure, Uron-Säure und Ar-Säure durch Oxidation von Glucose

Pentosen

Nun gibt es für den Erhalt unserer Körperfunktionen aber auch Monosaccharide, die nicht sechs C-Atome enthalten, wie die oben beschriebenen Hexosen, sondern nur fünf. Diese Zucker bezeichnet man daher als Pentosen. **Zwei herausragende Vertreter der Pentosen sind die Ribose und die Desoxyribose (Abb. 10.115).**

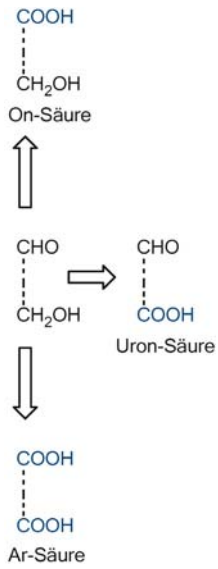
Dem Einen oder Anderen ist auch aus der Biologie noch geläufig, dass diese beiden Moleküle wichtige Funktionen im Zusammenhang mit unserem **Erbgut** erfüllen. Während wir die Desoxyribose nämlich im Rückgrat der DNA finden, welche in jeder einzelnen Zelle als Speicher unserer gesamten genetischen Information dient, ist die Ribose ein Bestandteil der RNA, die verschiedene Funktionen in der Zelle erfüllt (Lehrbücher der Biochemie).

Wie aus der Darstellung ersichtlich wird, unterscheiden sich beide Moleküle nur durch eine OH-Gruppe an C^2, die in der Desoxyribose durch ein Wasserstoffatom ersetzt ist.

Reaktionen der Monosaccharide

Natürlich kann man mit den Monosacchariden so Einiges anstellen, man kann sie z. B. oxidieren, reduzieren oder die einzelnen Bausteine verknüpfen. Als anschauliches Beispiel nehmen wir wieder einmal die Glucose, da sie im Stoffwechsel einfach die wichtigste Rolle spielt.

Oxidation der Glucose. Oxidiert man die Aldehydgruppe der Glucose, entsteht daraus eine Zuckersäure, die **Gluconsäure** (eine On-Säure, Abb. 10.116). Genau diese Reaktion läuft ab, wenn man Glucose mit Tollens-Reagenz $[Ag(NH_3)_2]^+$ oder Fehling-Lösung (dunkelblauer Tartrat-Komplex des Cu^{2+}) (► Kap. 10.2.3.3) versetzt, die in diesem Fall als Oxidationsmittel fungieren. Mithilfe eben genannter Reagenzien kann so Glucose in wässriger Lösung nachgewiesen werden (Abb. 10.117).



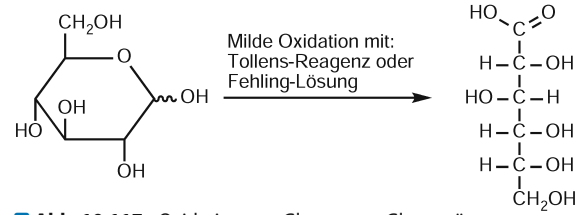
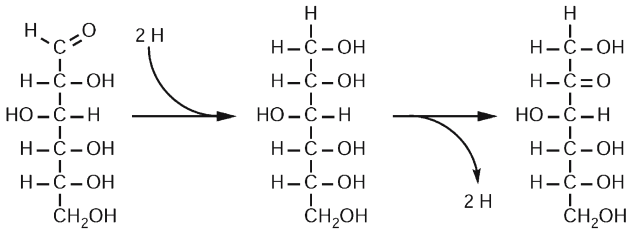


Abb. 10.117. Oxidation von Glucose zur Gluconsäure

Wird auch die endständige CH_2OH-Gruppe oxidiert, erhält man die **Glucarsäure** (eine Ar-Säure); ist dagegen nur die CH_2OH-Gruppe zur Carbonsäure oxidiert und die Aldehyd-Funktion an C^1 erhalten, so spricht man von der **Glucuronsäure** (einer Uron-Säure) (◘ Abb. 10.116).

Genauso ist es aber denkbar, dass Glucose an C^1 reduziert wird. Hierbei ergibt sich ein interessanter Zusammenhang mit der Fructose: Die Reduktion an C^1 führt uns nämlich zum Zuckeralkohol **Sorbitol**, welcher von Diabetikern auch als Zuckerersatzstoff verwendet werden kann (◘ Abb. 10.118). Entfernt man nun von Sorbitol zwei Wasserstoffatome an C^2, entsteht daraus Fructose. **Glucose und Fructose stehen also über den Zuckeralkohol Sorbitol miteinander in Korrelation.**

► Glucose kann über Sorbitol in Fructose umgewandelt werden und umgekehrt.



◘ **Abb. 10.118.** Glucose, Sorbitol und Fructose

10.4.1.3 Ausgewählte Disaccharide

Nachdem nun ungefähr klar ist, was Monosaccharide sind, wagen wir uns einen Schritt weiter, denn in unserem Hamburger-Brötchen liegen einzelne Zuckerbausteine nicht isoliert nebeneinander, vielmehr sind sie untereinander verknüpft.

Es soll nun erst einmal die **Verknüpfung zweier Monosaccharide** betrachtet werden, welche uns zu den **Disacchariden** führt, bevor wir uns gigantischen Riesenmolekülen wie Stärke und Glykogen, welche durch die Verknüpfung tausender und abertausender einzelner Zuckerbausteine entstehen, nähern.

► Monosaccharide können über glycosidische Bindungen zu Disacchariden etc. verknüpft werden.

Verknüpft man zwei Zuckerbausteine miteinander, entsteht (eigentlich klar) eine glycosidische Bindung. In der Chemie ist aber alles nicht ganz so einfach, wie es scheint, und so muss man hier schon mindestens eine große Unterscheidung treffen, da glycosidische Bindung nicht gleich glycosidische Bindung ist. **Man unterscheidet *O*-glycosidische und *N*-glycosidische Bindungen, der Name leitet sich von dem Atom ab, mit dem der Zucker die Bindung eingeht: Entweder handelt es sich um ein Sauerstoff- oder ein Stickstoffatom.**

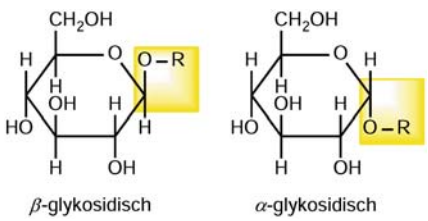
Für uns spielt in diesem Kapitel eigentlich nur die *O*-glycosidische Bindung eine Rolle, da sie entsteht, indem zwei OH-Gruppen zweier Monosaccharide miteinander reagieren und dabei Wasser abgespalten wird. Über *N*-glycosidische Bindungen sind z. B. die Basen der DNA (Adenin, Thymin, Guanin, Cytosin) mit jeweils einem Zucker des DNA-Rückgrats verknüpft; hier soll aber auf Lehrbücher der Biochemie verwiesen werden.

► O-Glycoside sind Vollacetale

Zurück zur ***O*-glycosidischen Bindung**: Bei der Verbindung zweier Zucker über eine solche Bindung ist es wichtig zu wissen, dass der erste Zucker die Bindung stets mit der OH-Gruppe an C^1 eingeht; für den zweiten ist diese Aussage jedoch nicht notwendigerweise zutreffend, hier kann z. B. die OH-Gruppe an C^2, C^4 oder C^6 die Bindung eingehen.

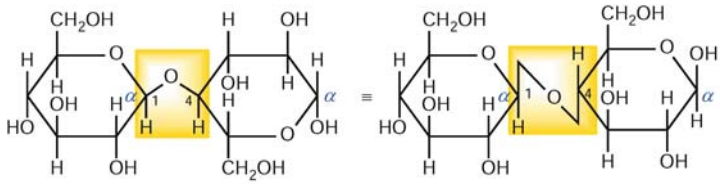
► Bei der O-glycosidischen Bindung unterscheidet man je nach Stellung der OH-Gruppe am Kohlenstoffatom Nummer eins α- und β-glycosidische Bindungen.

Außerdem ist zu beachten, dass die Hydroxylgruppe an C^1 des ersten Monosaccharids sich entweder in α- oder β-Stellung befinden kann, sodass man bei den *O*-glycosidischen Bindungen α- und β-glycosidische Bindungen unterscheiden muss (◘ Abb. 10.119).



◘ **Abb. 10.119.** α- und β-glycosidische Bindung

Nehmen wir als **Beispiel** nun zwei Glucosemoleküle, von denen das erste eine OH-Gruppe in α-Stellung am Kohlenstoffatom Nummer eins besitzt, welche unter Abspaltung von H_2O mit der Hydroxylgruppe an C-Atom Nummer vier des zweiten Monosaccharids reagieren soll. Dann entsteht hierbei eine β-1,4-glycosidische Bindung (◘ Abb. 10.120). Alles klar?



◘ **Abb. 10.120.** Zwei β-1,4-verknüpfte Glucosemoleküle

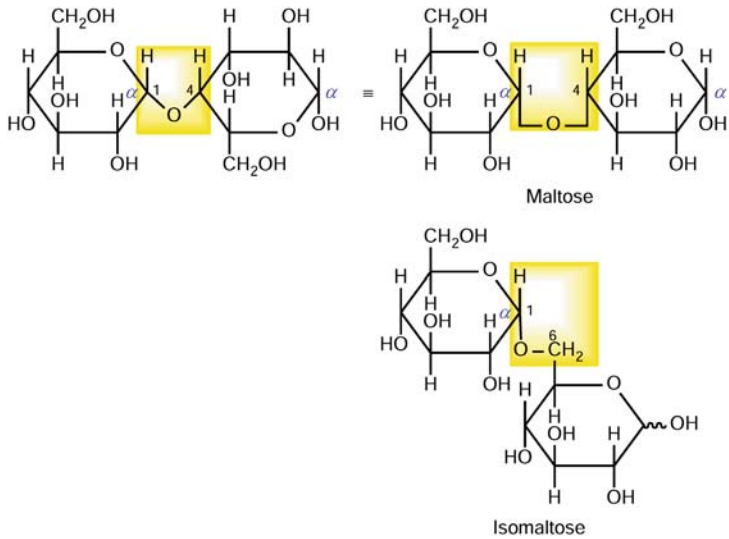
Dieser Bindungstyp spielt übrigens in der Natur eine große Rolle, da der Hauptanteil der Glucosemoleküle im Glykogen (s. u.) und in der Stärke α-1,4-glycosidisch verknüpft ist. Glykogen kommt als kurzfristig mobilisierbare Energiereserve im Zytoplasma unserer Leber- und Muskelzellen vor, Stärke liegt z. B. in Brot und Kartoffeln vor. Die für uns Menschen bedeutsamsten Disaccharide – die Maltose und die Isomaltose – sollen im Folgenden aufgeführt werden.

► Maltose und Isomaltose bestehen nur aus Glucoseeinheiten.

Maltose und Isomaltose bestehen nur aus Glucoseeinheiten, unterscheiden sich jedoch in der Art der Bindung (◘ Abb. 10.121):

- In der Maltose sind beide Glucose-Moleküle über eine α-1,4-glycosidische Bindung verknüpft,
- in der Isomaltose hingegen über eine α-1,6-glycosidische Bindung.

Beide kommen als kleinste Baueinheiten in Glykogen und Stärke vor, wobei jedoch der Anteil der 1-4-verknüpften Maltose deutlich überwiegt.



◘ **Abb. 10.121.** Maltose und Isomaltose

► Rohrzucker = Saccharose

► Saccharose besteht aus einem Molekül Glucose und einem Molekül Fructose.

Den Begriff **Saccharose** kennt vielleicht nicht jeder, wenn man aber ein Synonym dafür, nämlich **Rohrzucker**, verwendet und weiß, dass es sich dabei um den Zucker handelt, der in unser aller Küchen sein Dasein fristet und uns in so manchem Gebäckstück das Leben versüßt, weiß jeder, wovon die Rede ist. Anders als bei Maltose und Isomaltose sind hier nicht zwei gleichartige Monosaccharide verbunden, sondern hier gehen ein Molekül Glucose und ein Molekül Fructose eine süße Verbindung ein (◘ Abb. 10.122).

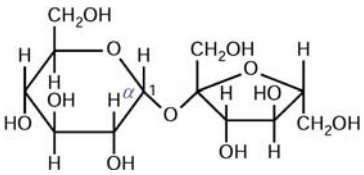


Abb. 10.122. Saccharose

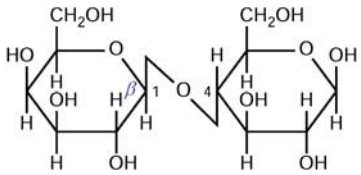


Abb. 10.123. Lactose

Der dritte und letzte nennenswerte Vertreter der für uns Menschen relevanten Disaccharide ist die **Lactose**, auch Milchzucker genannt. Lactose besteht ebenfalls, wie die Saccharose, aus zwei verschiedenen Bausteinen, und zwar setzt sie sich aus den Monosacchariden Glucose und Galactose zusammen. Beide sind über eine β-1,4-glycosidische Bindung verknüpft, das Ganze sieht dann wie in ◘ Abb. 10.123 dargestellt aus.

► Milchzucker = Lactose

► Lactose besteht aus einem Molekül Glucose und einem Molekül Galactose.

Hätten Sie's gewusst?

Lactoseunverträglichkeit

Bezüglich der Lactose existiert eine klinisch interessante Besonderheit. Nehmen wir Lactose, z. B. in Form von Milch, mit der Nahrung auf, gelangt sie über Speiseröhre, Magen und Zwölffingerdarm schließlich in den Dünndarm. Im Dünndarm werden die verwertbaren Nahrungsbestandteile über die Dünndarmschleimhaut resorbiert und anschließend ins Blut abgegeben (eine Ausnahme hiervon stellen Lipide dar, die anstatt in die Blutbahn ins Lymphsystem gelangen). Kohlenhydrate müssen, um im Darm resorbiert zu werden, in ihre kleinsten Bestandteile, also die Monosaccharide, zerlegt werden. Lactose wird von einem Enzym namens Lactase in ein Glucose- und ein Galactosemolekül zersetzt, welche dann anschließend über spezielle Transportmechanismen in die Darmzellen aufgenommen werden können.

Bei vielen Menschen ist aber gerade dieses wichtige Enzym gar nicht oder in zu geringen Mengen exprimiert, sodass die Lactose nicht gespalten und resorbiert werden kann.

Sie verbleibt also im Darm, zieht aber leider aus osmotischen Gründen auch Wasser in den Darm. Diese so genannte **Lactoseunverträglichkeit** macht sich dann nach Aufnahme von Lactose in Form von Milchprodukten durch Blähungen, Durchfall und Darmkollern bemerkbar. Keine angenehme Sache also, eine solche Milchunverträglichkeit.

► Viele Menschen können Lactose nicht verdauen, da ihnen das entsprechende Enzym fehlt.

10.4.1.4 Oligosaccharide und Polysaccharide

Es lassen sich natürlich auch ganze Ketten von Monosacchariden bilden, die dann je nach Länge als Oligo- oder Polysaccharide bezeichnet werden. **Man kann sich grob merken, dass Kohlenhydrate, welche aus drei bis zehn Einzelzuckern bestehen, als Oligosaccharide anzusehen sind, während Kohlenstoffketten mit mehr als zehn Einzelbausteinen schließlich Polysaccharide darstellen.**

Oligosaccharide. Kurzkettige Oligosaccharide finden wir oft als endständigen Rest auf Proteinen oder Lipiden, welche in die Zellmembran eingebettet sind. Somit beteiligen sich Oligosaccharide am Aufbau der Glycokalix, ihre Anordnung ist von Zellart zu Zellart verschieden und genau festgelegt. Über die Glycokalix können sich z. B. gleichartige Zellen erkennen und Gewebeverbände bilden. Auch die bekannten Blutgruppen beruhen letztlich nur auf einer bestimmten Anordnung von Oligosacchariden auf unseren Erythrozyten.

► Oligosaccharide: bis zu 10 Zuckereinheiten

Polysaccharide. Langkettige Kohlenstoffverbindungen werden Polysaccharide genannt, und sie bringen uns dem Verständnis unseres in der Einleitung genannten Hamburger-Brötchens sehr nah. **Wichtig ist die Untergliederung der Polysaccharide in Homoglycane und Heteroglycane.**

► Polysaccharide: mehr als 10 Zuckereinheiten

Homoglycane

Homoglycane sind Polysaccharide, die nur aus einer einzigen Sorte von Monosaccharid bestehen. Die für Menschen, Tiere und auch Pflanzen bedeutsamsten Homoglycane bestehen aus einer Aneinan-

► Homoglycane bestehen nur aus einer Sorte Zuckerbausteine, Heteroglycane aus unterschiedlichen

derreihung von Glucosemolekülen. **Die wichtigsten Homoglycane, die man unbedingt kennen sollte, sind Glykogen, Stärke und die Zellulose der Pflanzen.**

► Der Mensch kann Zellulose nicht verdauen, da in ihr die Monosaccharide β-1,4-verknüpft sind. Man bezeichnet Zellulose daher als Ballaststoff.

Zellulose. Sie kommt als strukturgebende Komponente in Pflanzen vor, wir nehmen sie also z. B. in Form von Salat zu uns. Wir Menschen können Zellulose (leider?!) nicht verdauen und daraus Energie beziehen, denn die Monosaccharide sind in der Zellulose komplett β-1-4-verknüpft, und dafür existiert in unserem Darm kein passendes Spaltungsenzym. Die Zellulose wird also unverdaut wieder ausgeschieden, daher bezeichnet man sie als Ballaststoff. Ganz ohne Nutzen ist ihre Aufnahme für den Mensch dennoch nicht: Ballaststoffe regen die Darmtätigkeit an und fördern damit die Verdauung, sodass andere Nährstoffe besser resorbiert und unverdauliche rascher ausgeschieden werden. **Der Mensch kann Glykogen und Stärke verdauen, da er hierfür mit den passenden Enzymen ausgestattet ist. Für die β-1,4-verknüpfte Zellulose existiert allerdings kein Enzym, sodass Zellulose unverdaut ausgeschieden wird.**

Nur noch einmal zur Erinnerung: Die β-1,4-verknüpfte **Lactose** kann mithilfe spezifischer Enzyme im Bürstensaum des Darms (Lactase) abgebaut werden, weil sie ein Disaccharid ist. Für das langkettige Makromolekül Zellulose hingegen gibt es kein Pendant!

► Glykogen dient als Energiespeicher und wird vorwiegend in Leber und Muskel gespeichert.

Glykogen. Glykogen dient Mensch und Tier als Reservekohlenstoffspeicher. Das Makromolekül Glykogen wird im Zytoplasma unserer Zellen vorwiegend in Leber und Muskel gespeichert und mithilfe spezialisierter Enzyme auf- und abgebaut.

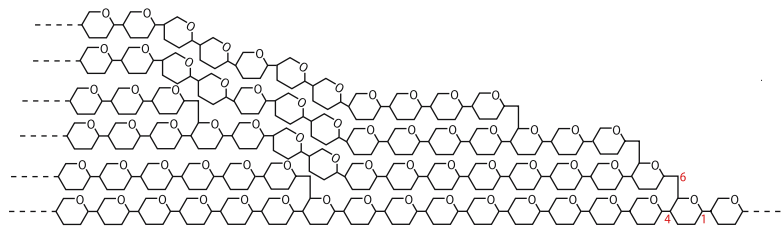
Hätten Sie's gewusst?

Glykogenabbau in der Leber bei Nahrungsmangel

Bei nicht ausreichender Nahrungszufuhr kann Glykogen sehr rasch zu einzelnen Glucosemolekülen abgebaut werden, um einem drohenden Absinken des Blutglucosespiegels entgegenwirken zu können. Die Leber besitzt sozusagen als »Spezialausstattung« das Enzym Glucose-6-Phosphatase, mit dessen Hilfe das primäre Endprodukt des Glykogenabbaus (Glucose-6-phosphat) durch Abspaltung des Phosphatrests in freie Glucose überführt werden kann, die über die Blutbahn den übrigen Organen des Körpers zugeführt werden kann.

► Glykogen besteht aus α-1,4-glycosidisch verknüpften und α-1,6-verzweigten Glucosebausteinen.

Im Aufbau von Glykogen spiegelt sich dessen wichtige Aufgabe wider: Der Großteil der Glucosemoleküle ist α-1,4-verknüpft, jedoch kommt ca. jedes zehnte Molekül ein Verzweigungspunkt in Form einer α-1-6-glycosidischen Bindung vor (◘ Abb. 10.124). **Somit stellt sich Glykogen als ein sehr verzweigtes Molekül dar, welches zahlreiche Angriffspunkte für Enzyme bietet und damit sowohl einen raschen Auf- als auch Abbau des Glykogens ermöglicht.**



◘ **Abb. 10.124.** Glykogenausschnitt

► Stärke besteht aus Amylose (spiralförmiger Aufbau) und Amylopektin (ähnelt im Aufbau Glykogen)

Stärke. Wir nehmen sie z. B. in Form von Kartoffeln und Gebäck zu uns, daher ist die Stärke ein ganz wichtiger Bestandteil unserer Ernährung. **Die Stärke besteht aus zwei verschiedenen Anteilen, die man Amylose und Amylopektin nennt.** Beide sind ausschließlich aus Glucoseeinheiten zusammengesetzt und enthalten ausschließlich α-1,4-Bindungen.

Die zwei Bestandteile unterscheiden sich aber im Aufbau: Während Amylose, welche 20–25% der Stärke ausmacht, unverzweigt ist und eine spiralige Struktur aufweist, ähnelt Amylopektin (80%) im Aufbau eher dem Glykogen. Es gibt also im Amylopektin Verzweigungspunkte, die aber verglichen

mit Glykogen nicht so häufig anzutreffen sind. Eine Verzweigung kommt hier nur etwa nach jeweils 25 Glucosemolekülen vor.

Die schraubenförmige Struktur der Amylose besitzt ein hydrophobes Inneres. **In die röhrenartige Struktur der Amylose können sich Moleküle passender Größe einlagern und Einschlussverbindungen bilden, wie es z. B. mit Iod möglich ist** (◘ Abb. 10.125), es ergibt sich eine tiefblaue Farbe. Die Farbtiefe des Iod-Stärke-Komplexes ist hierbei abhängig von der Anzahl der Glucoseeinheiten. Ab 45 Einheiten ist die Farbe tief blau, bei 30 purpur und bei 12 nur mehr leicht gelb.

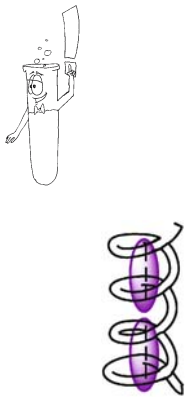
► Iod-Stärke Reaktion: Iod (braun) wird mit Stärke tief blau.

Hätten Sie's gewusst?

Falschgeld

Die oben genannte Blaufärbung des Jod-Stärke-Komplexes kann zur Unterscheidung von echtem und falschem Geld dienen. Vor einiger Zeit wurde die gesamte US-Währung neu designed und den aktuellen Sicherheitsstandards angepasst. Unter anderem wurde in die Geldscheine ein Fluoreszenzfarbstoff eingebaut, der die $10-Note orange, die $20-Note gelb-grün, die $50-Note gelb-orange und die $100-Note rosa fluoreszieren lässt, wenn man diese unter UV-Licht betrachtet.

Ein weiteres Erkennungszeichen von echtem US-Geld ist die Zusammensetzung des Papiers. Diese lässt sich schnell mit eigens entwickelten Markerstiften testen: Das echte Banknotenpapier ist stärkefrei und ergibt demzufolge mit der Jod-Lösung des Markers keine blaue Verfärbung. Falschgeld dagegen wird aus stärkehaltigem Papier hergestellt, die Jod-Lösung des Markers ergibt dann die typische blaue Verfärbung.



◘ **Abb. 10.125.** Amylose mit Iodmolekülen – Iod-Stärke-Komplex

Das Hamburger-Brötchen, mit dem alles begann, beinhaltet z. B. Stärke, womit sich der Kreis schließt. Zumindest bei einem Anteil des Hamburgers sind wir uns nun im Klaren, was wir zu uns nehmen.

Hätten Sie's gewusst?

Blutgruppenantigene

Dass ein Mensch, welcher z. B. der Blutgruppe A angehört, kein Blut der Gruppe B erhalten darf, beruht auf der unterschiedlichen Ausstattung der Erythrozyten mit Zuckerresten an ihrer Oberfläche. Die unbekannte Oberflächenstruktur wird von spezialisierten Zellen des Immunsystems erkannt und es kommt zur gefährlichen Verklumpung der Erythrozyten.

10.4.2 Chemie der Lipide

Nachdem wir uns nun eingehend mit dem Hamburger-Brötchen auseinander gesetzt haben, stellt sich nun doch die Frage, was eigentlich das Rindfleisch als wichtigster Bestandteil jedes Hamburgers alles enthält. Dabei nähern wir uns auch schon der zweiten großen Gruppe der Nährstoffe, es handelt sich hierbei um die Fette (= Lipide).

Zur Gruppe der Lipide rechnet man eine ganze Menge von Verbindungen, die sich auch im Aufbau teils beträchtlich voneinander unterscheiden. **Eine einfache Zuordnung wie bei den Kohlenhydraten lässt sich bei den Fetten nicht leicht treffen, da sie eine sehr inhomogene Substanzklasse darstellen.**

10.4.2.1 Eigenschaften von Lipiden

Trotz der Vielzahl an Strukturen, die man zur Familie der Lipide rechnet, weisen diese jedoch einige **grundlegende Gemeinsamkeiten** auf: Es handelt sich um mehr oder weniger hydrophobe (d. h. wasserunlösliche) kohlenstoffhaltige Verbindungen, die in unserem Körper an verschiedensten Stellen benötigt werden und die sich anhand ihrer charakteristischen funktionellen Gruppen voneinander unterscheiden lassen.

► Lipide sind mehr oder weniger hydrophobe kohlenstoffhaltige Verbindungen.

► Viele Lipide sind jedoch auch amphiphil, haben also hydrophile und lipophile Eigenschaften.

Viele Vertreter der Lipide kann man aber auch zu den so genannten amphiphilen Stoffen rechnen, also Verbindungen mit sowohl hydrophilen als auch lipophilen Eigenschaften.

Hätten Sie's gewusst?

Ohne Fette geht nichts...

Die Funktion der Fette und ihrer Derivate ist wichtiger als auf den ersten Blick scheint. Einerseits benötigen wir Triacylglycerine (Triglyceride), die auch als Neutralfette bezeichnet werden, als Bau-, Speicher und Organfett. Cholesterin und Phospholipide sind wichtige Bestandteile unserer Zellmembranen, ohne die ein Strukturerhalt unserer Körperformen nicht möglich wäre. Zudem leiten sich vom Cholesterin eine ganze Zahl von lipophilen Hormonen ab, welche u. a. in den Energie-, Wärme- und Wasserhaushalt unseres Körpers eingreifen und daher für die Regulation lebensnotwendiger Körperfunktionen unerlässlich sind. Das sind nur einige der zahlreichen wichtigen Funktionen von Lipiden im menschlichen Körper.

10.4.2.2 Einteilung der Lipide

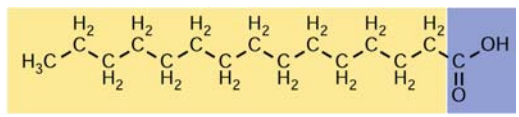
Bei einer so vielfältigen Stoffklasse ist es nicht einfach, eine Einteilung vorzunehmen. Man kann jedoch die Lipide grob in folgende Substanzklassen untergliedern:

- Ester des Glycerins mit Fettsäuren (Triglyceride)
- Sphingosinderivate
- Steroide

Fettsäuren

Fettsäuren bestehen im Allgemeinen aus einer Aneinanderreihung von CH-Bausteinen; an einem Ende liegt die funktionelle Gruppe –COOH vor (Abb. 10.126).

Abb. 10.126. Fettsäure

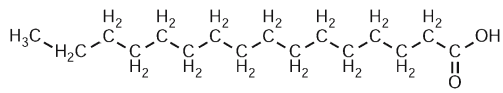


► Fettsäuren = Carbonsäuren mit langem hydrophoben Rest.

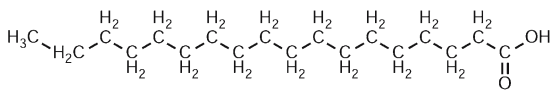
Die Fettsäuren gehören in die Reihe der aliphatischen Monocarbonsäuren, die die allgemeine Formel $C_nH_{2n+1}COOH$ besitzen. **Von Fettsäuren im eigentlichen Sinn spricht man eigentlich erst ab einer Kettenlänge von zehn C-Atomen.**

Wichtige Vertreter der Fettsäuren, die oftmals in Triacylglyceriden und Phospholipiden vorkommen, sind z. B. **Palmitinsäure** mit 16 und **Stearinsäure** mit 18 C-Atomen (Abb. 10.127).

Abb. 10.127. Palmitin- und Stearinsäure



C_{16}: Palmitinsäure



C_{18}: Stearinsäure

In der üblichen Schreibweise steht jede Ecke der Zick-Zack-Linie für ein Kohlenstoffatom, praktischerweise vermindert sich so bei langen Fettsäuren die Schreibarbeit. Die Kohlenstoffketten können ganz unterschiedliche Längen aufweisen, aber es gibt noch weitere **Unterscheidungsmerkmale**:

Geradzahlige und ungeradzahlige Fettsäuren. Wie der Name schon nahelegt, besitzen diese Fettsäuren eine gerade oder ungerade Anzahl von Kohlenstoffatomen. Dies mag vielleicht auf den ersten Blick unwichtig erscheinen, spielt jedoch beim Abbau der Fettsäuren im Rahmen der energieliefernden β-Oxidation eine wichtige Rolle. Während sich geradzahlige Fettsäuren nämlich zu einzelnen Molekülen von Acteyl-CoA abbauen lassen, welches man als zentrales Molekül aller Stoffwechselwege bezeichnen kann, liefert eine ungeradzahlige Fettsäure zusätzlich Propionyl-CoA, das auch ein Zwischenprodukt im Citratzyklus darstellt.

► Ungeradzahlige Fettsäuren liefern beim Abbau neben Acetyl-CoA zusätzlich ein Molekül Propionyl-CoA.

Gesättigte und ungesättigte Fettsäuren. Die Begriffe könnten dem Einen oder Anderen schon einmal in der Werbung begegnet sein, nur wussten bisher wohl nur wenige, was wirklich hinter den Begriffen steckt. Eigentlich ist das auch nicht weiter schwer zu verstehen: **Bei einer gesättigten Fettsäure sind alle Kohlenstoffatome durch Einfachbindungen verknüpft, in ungesättigten Fettsäuren kommen eine oder mehrere Doppelbindungen vor.**

Die Begriffe »gesättigt« und »ungesättigt« beziehen sich darauf, mit wie vielen H-Atomen ein C-Atom in der Kette Bindungen eingehen kann. In einer Kette von durch Einfachbindungen verknüpften C-Atomen hat jedes einzelne Kohlenstoffatom noch eine Bindung zu je zwei Wasserstoffatomen, da Kohlenstoff vierbindig ist. Existiert jedoch eine Doppelbindung, kann nur noch eine Bindung mit einem H-Atom eingegangen werden: die Fettsäure ist ungesättigt, da nicht die maximale Sättigung mit H-Atomen erreicht werden kann.

Merken sollte man sich v. a. **vier Vertreter der ungesättigten Fettsäuren** (Abb. 10.128):

- die einfach ungesättigte **Ölsäure** mit 18 C-Atomen und einer Doppelbindung zwischen C^9 und C^{10}
- die zweifach ungesättigte **Linolsäure** mit 18 C-Atomen und zwei Doppelbindungen zwischen C^9/C^{10} und C^{12}/C^{13}
- die dreifach ungesättigte **Linolensäure** mit 18 C-Atomen und drei Doppelbindungen zwischen C^9/C^{10}, C^{12}/C^{13} und C^{15}/C^{16}
- die vierfach ungesättigte **Arachidonsäure** mit 20 C-Atomen und vier Doppelbindungen zwischen C^5/C^6, C^8/C^9, C^{11}/C^{12} und C^{14}/C^{15}

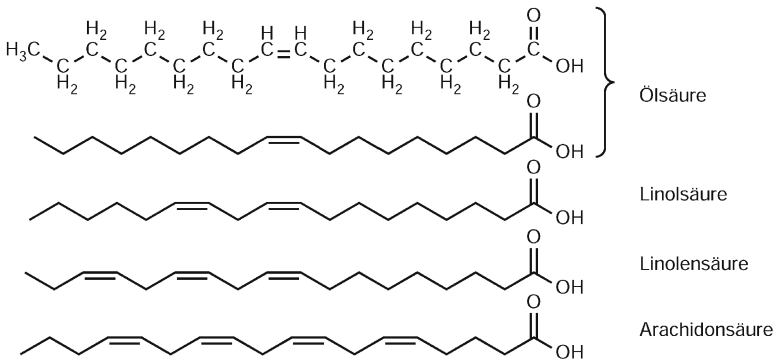


Abb. 10.128. Ölsäure, Linolsäure, Linolensäure, Arachidonsäure:

Wie man Abb. 10.125 entnehmen kann, befinden sich zwischen den Doppelbindungen stets je zwei Einfachbindungen. Man spricht in diesem Fall von isolierten Doppelbindungen.

► Bei isolierten Doppelbindungen befinden sich stets je zwei Einfachbindungen zwischen den Doppelbindungen.

Es gibt in der Natur auch konjugierte Doppelbindungen, jedoch kommen sie nicht in den Fettsäuren unseres Körpers vor.

► Bei konjugierten Doppelbindungen befindet sich nur eine Einfachbindung zwischen den Doppelbindungen.

Essenzielle Fettsäuren. Genau wie bei den Aminosäuren gibt es auch einige Fettsäuren, die der Körper nicht unmittelbar herstellen kann, die so genannten essenziellen Fettsäuren. Wir müssen diese für unsere Körperfunktionen unerlässlichen Fettsäuren mit der Nahrung zu uns nehmen. An essenziellen Fettsäuren kommen beim Menschen die Linolsäure, Linolensäure und die Arachidonsäure vor. Die ebenfalls oben abgebildete Ölsäure müssen wir nicht mit der Nahrung zu uns nehmen; sie kann im Körper selbst synthetisiert werden.

► Die für den Menschen essenziellen Fettsäuren sind Linolsäure, Linolensäure und Arachidonsäure.

Aufgaben der Fettsäuren. Fettsäuren kommen im Körper frei und in Verbindung mit anderen Molekülen vor, wobei Ihnen jeweils eine spezifische Aufgabe zukommt.

Aus Arachidonsäure können mithilfe spezieller Enzyme namens Cyclooxygenase und Lipooxygenase Prostaglandine und Thromboxane hergestellt werden. Diese haben eine entscheidende Bedeutung als Gewebshormone u. a. im Rahmen von Entzündungsvorgängen.

► Fettsäuren sind am Aufbau von TAGs und Phospholipiden beteiligt.

Aber Fettsäuren können auch in Verbindung mit Glycerin vorliegen und so ein TAG (= Triacylglycerin) bilden – Fett im eigentlichen Sinne mit all seinen zahlreichen Aufgaben im Körper, worauf im folgenden Kapitel aber noch näher eingegangen wird.

Zudem kommen Fettsäuren auch in Phospholipiden vor, die einen wichtigen Bestandteil unserer Zellmembranen darstellen und deren Fluidität beeinflussen. Und nicht zuletzt lässt sich durch den Abbau der Fettsäuren im Rahmen der Beta-Oxidation in den Mitochondrien der Leber wertvolle Energie gewinnen, die der Körper bei zu geringer Kohlenhydratzufuhr auch dringend benötigt.

Hätten Sie's gewusst?

Olivenöl für's Herz

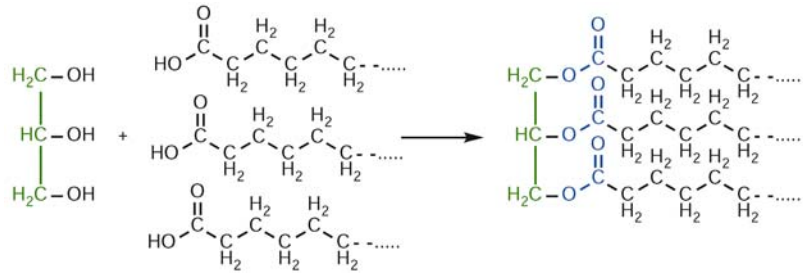
Dass **Olivenöl** immer wieder herzschützende Eigenschaften zugeschrieben werden, ist den meisten bekannt. Verantwortlich dafür könnte das im Olivenöl enthaltene **Oleuropein** sein. Es gehört zu der Stoffklasse der Iridoide, die z. B. auch in Baldrian oder Enzian zu finden sind. Professor Petkov aus Sovia veröffentlichte 1972 folgende Forschungsergebnisse: Bereits 10 mg Oleuropein pro kg Körpergewicht senkte bei Versuchshunden den Blutdruck um mehr als die Hälfte. Die vorteilhaften Eigenschaften von Oleuropein sind darin zu sehen, dass es die Durchblutung am Herzen fördert, Herzrhythmusstörungen beseitigt und krampflösende Wirkungen hat. Positive Begleitstoffe wie Oleuropein finden sich jedoch nur in traditionell hergestellten Ölen, nicht aber in raffinierten – dabei werden nämlich sämtliche Begleitstoffe entfernt...

Glycerinderivate

Eine weitere große Gruppe der Lipide sind Glycerinderivate. **Man muss wissen, dass Glycerin ein dreiwertiger Alkohol ist, also drei OH-Gruppen besitzt, an die verschiedene Reste gehängt werden können.** Die zuvor bereits erwähnten Triacylglycerine basieren z. B. auf einem Glyceringrundgerüst, aber auch Phospholipide, die sich von Glycerin ableiten, rechnet man dazu.

► Triglycerid = Glycerin-Fettsäureester

Triacylglyceride (Triglyceride) entstehen, indem an den dreiwertigen Alkohol Glycerin jeweils über eine Esterbindung drei Fettsäuren gekoppelt werden (◘ Abb. 10.129). Im einfachsten Fall kann es sich um drei gleiche Fettsäuren handeln, ebenso existieren aber gemischte TAGs mit verschiedenen Fettsäuren.



◘ **Abb. 10.129.** Entstehung eines TAGs

Aufgrund der langen Fettsäureschwänze, die ja bekanntlich nur aus CH-Bausteinen bestehen, welche unpolar sind, verhält sich auch ein Triacylglycerin als Ganzes unpolar und ist nicht geladen. Bei der elektrophoretischen Auftrennung verschiedener Lipide würde sich beim Anlegen einer Spannung also das TAG nicht bewegen. **Aufgrund dieser Eigenschaft bezeichnet man Triacylglycerine auch als Neutralfette.**

TAGs haben für den Menschen eine große Bedeutung, und das aus mehreren Gründen:

- Wir nehmen TAGs mit der Nahrung auf, z. B. in Form unseres Hamburgers, der in Fett gebratenes Rindfleisch enthält. Die aufgenommenen TAGs werden im Darm mithilfe von Gallenflüssigkeit emulgiert, das bedeutet, dass die eigentlich wasserunlöslichen Lipide in der Flüssigkeit des Dünndarms fein verteilt und dadurch für Verdauungsenzyme angreifbar werden.
- Außerdem sind die TAGs Fett im eigentlichen Sinne, welches sich u. a. als gut erkennbare Pölsterchen auf unseren Hüften und anderen Problemzonen ablagern und dadurch zum echten Ärgernis für so Manchen werden kann.
- TAGs dienen der Wärmeisolation und schützen unseren Körper vor zu starkem Wärmeverlust.
- Zudem ist die Fettschicht unseres Körpers ein nicht unerhebliches mechanisches Schutzschild, welches empfindliche tief liegende Strukturen unseres Körpers vor Druck und Stoß schützen kann.
- Daneben kennt man die Aufgabe von Fett als Organfett, wie es z. B. an der Niere vorkommt. Diese ist nämlich neben einem Fasziensack zusätzlich noch von einer schützenden Fettkapsel umgeben, welche die Lage der Niere stabilisiert.
- Eine der wichtigsten Aufgaben unserer Fettdepots ist jedoch die Funktion als unermesslicher Energiespeicher. Bei Bedarf kann dieser Speicher angegriffen und die entstandene Energie dem Körper zur Verfügung gestellt werden.

► Die wichtigsten Aufgaben der TAGs sind Energiegewinnung, Wärmeisolation, mechanischer Schutz, Organ- und Baufett, Energiespeicherung.

Man sieht also, so unliebsam die Pölsterchen an manchen Stellen auch sein mögen, sie erfüllen doch unersetzbare Aufgaben im Körper und es wäre denkbar schlecht um uns bestellt, fehlten sie uns gänzlich.

Hätten Sie's gewusst?

Das »böse« Fett im Essen

In der heutigen Zeit versuchen immer mehr Menschen, sich bewusst zu ernähren. Erstaunlicherweise gibt es aber eine ständig zunehmende Zahl von Übergewichtigen und anderen Fehlernährten. Die Lebensmittelindustrie hat natürlich auch für die Vermeidung »böser«, dickmachender Fette eine Lösung, eigentlich sogar mehrere!

Ein kleiner Einkaufsbummel im Supermarkt: dort findet sich neben dem bekannten Joghurt mit 3,5% Fett auch die Light-Variante mit 0,1%. Man kann sich jetzt dann immer fragen: was ist eigentlich der Rest im Magerjoghurt, sprich die verbleibenden 99,9%?

Ein Blick auf die Inhaltsliste gibt Auskunft. Dieser Blick ist übrigens für alle Nahrungsmittel durchaus eine interessante Geschichte. Aber zurück zum Joghurt: vergleicht man die 3,5%-Variante mit der Light-Version zeigt sich Folgendes (◘ Tab. 10.15):

◘ Tab. 10.15. Hauptinhaltsstoffe von Joghurts verschiedener Fettstufen (pro 100 g)

Inhaltsstoff	Joghurt 3,5%	Joghurt 0,1%
Fett [g]	3,5	0,1
Kohlenhydrat [g]	4,5	6,3
Eiweiß [g]	4,1	5,5
Brennwert [kcal]	68	53
Vitamin B_{12} [µg]	0,5	0,45

Wie die Tabelle der Inhaltsstoffe zeigt, wird das Weniger an Fett durch einen erhöhten Anteil an Kohlenhydraten (»Zucker«) und Eiweiß ausgeglichen. Eine ähnliche Erhöhung des Zuckeranteils findet sich bei vielen fettreduzierten Lebensmitteln. Deshalb ist auch der Unterschied beim Brennwert beider Varianten auch nicht so groß, wie man eigentlich vom Gefühl her meint: Man »spart«

▼

nur 15 kcal, wenn man das Light-Produkt wählt! Quintessenz: Ein Blick auf die Inhaltsstoffe und ein Vergleich verschiedener Produkt lohnt immer.

Es gibt aber auch Lebensmittel ganz ohne Fett. Da Fett aber auch ein Geschmacksträger ist, muss man da etwas tricksen, die Lösung: Olestra® Ersetzt man in den Triglyceriden das Glycerin als Alkoholkomponente durch Saccharose, so gibt das einen **Fettersatzstoff**. Der schmeckt zwar wie »normales« Fett, der Stoffwechsel erkennt das aber nicht und so setzt es auch nicht an. Besonders bei Kartoffelchips hat sich der Einsatz von Fettersatzstoffen – v. a. auf dem amerikanischen Markt – bewährt. Klingt toll, oder? Die Realität zeigt aber ein paar Nebeneffekte: Eine klinische Studie, bei der Probanden 8 g Fettersatzstoff pro Tag zu sich nahmen – das entspricht nur 16 Kartoffelchips – sank der Spiegel der fettlöslichen Vitamine innerhalb von 2 Wochen dramatisch auf ca. 50–60% des Ausgangswerts.

Es gibt aber noch ein kleines Problem: Der Fettersatzstoff wird nicht vom Körper aufgenommen, d. h. aber auch, alles kommt so raus, wie es rein ging, nämlich fettig. Das führte bei der ersten Generation des Fettersatzstoffs zu einem Phänomen, was mit dem Begriff »anal leakage« umschrieben wird. Näheres kann sich jeder selbst ausmalen. Vielleicht doch besser einfach ein paar Chips weglassen, oder?

Chemie

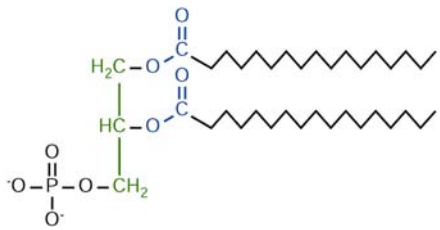
Phospholipide: Gylcerophosphatide

Es gibt eigentlich zwei Gruppen von Phospholipiden: Die eine Gruppe leitet sich vom Aminoalkohol Sphingosin ab, die andere, auf die wir nun eingehen werden, hat als Grundstruktur den dreiwertigen Alkohol Glycerin.

Der grundlegende Aufbau der Glycerophosphatide ähnelt dem der TAGs: Grundstruktur stellt wieder Glycerin dar, an C-Atom Nummer eins und zwei hängen über Esterbindungen Fettsäurereste. Anstatt einem dritten Fettsäurerest befindet sich am Kohlenstoffatom Nummer drei nur ein Phosphatrest. Diese Struktur allein nennt man Phosphatidat (◘ Abb. 10.130), es stellt das Grundgerüst für weitere Phospholipide dar, die sich durch jeweils einen spezifischen Rest, welcher noch an den Phosphatrest angehängt wird, unterscheiden. Diese Reste können ganz unterschiedlicher chemischer Natur sein: Es kann sich hierbei um Aminoalkohole, Aminosäuren oder Zuckeralkohole handeln.

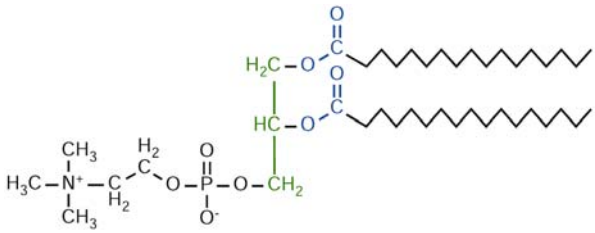
► Phosphatidat ist das Grundgerüst der Phospholipide.

◘ **Abb. 10.130.** Phosphatidat



Ein für den Aufbau der Zellmembranen unserer Körperzellen wichtiges Glycerophosphatid ist z. B. das **Lecithin**, auch genannt Phosphatidyl-Cholin. Der spezifische Rest, der in diesem Molekül noch an das Phosphat geknüpft wird, ist hierbei der Aminoalkohol Cholin. Das fertige Lecithin, welches sich vorwiegend auf der Außenseite der Zellmembran befindet, sieht letztendlich aus wie in ◘ Abb. 10.131 dargestellt.

◘ **Abb. 10.131.** Lecithin



Wie der Abbildung entnommen werden kann, besitzt ein Phospholipid folgende Anteile:
- einen lipophilen Anteil durch seine langen Fettsäureschwänze
- einen hydrophilen Anteil durch das Phosphat und den spezifischen Rest

Phospholipide bezeichnet man daher als amphiphile Moleküle, sie besitzen also sowohl wasser- als auch fettlösliche Anteile. Diese Eigenschaft ist ungemein wichtig, um den typischen Aufbau von Zellmembranen zu verstehen.

► Phospholipide stellen einen wichtigen Bestandteil menschlicher Zellmembranen dar, indem sie sich zu einer Phospholipid-Doppelschicht zusammenlagern.

Hätten Sie's gewusst?

Zellmembran

Unsere Membranen sind nach dem Fluid-Mosaik-Modell aufgebaut (Abb. 10.132). Sie bestehen vorwiegend aus einer Phospholipid-Doppelschicht, deren Entstehung nur durch den charakteristischen Aufbau der Phospholipide verständlich wird: Zwei Schichten aus Phospholipidmolekülen ordnen sich so an, dass die lipophilen Anteile, also in diesem Fall die Fettsäureketten nach innen, die hydrophilen Kopfgruppen nach außen ragen. In die Phospholipid-Doppelschicht eingelagert finden wir Proteine und nicht zuletzt Cholesterin, auf dessen Bedeutung am Ende dieses Kapitels noch näher eingegangen wird.

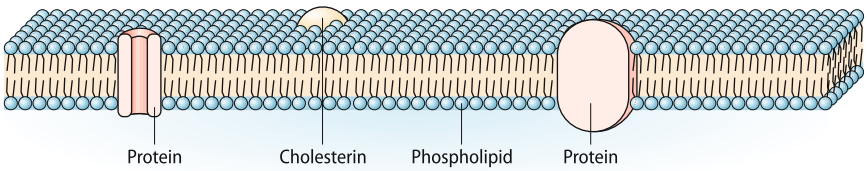


Abb. 10.132. Fluid-Mosaik-Modell

Phospholipide: Sphingosinphosphatide

Wir hatten oben bereits erwähnt, dass es neben den Glycerophosphatiden noch eine zweite Population von Phospholipiden gibt. **Diese Sphingosinphosphatide leiten sich, wie schon am Namen erkennbar, nicht vom Glycerin, sondern von dem Aminoalkohol Sphingosin ab** (Abb. 10.133).

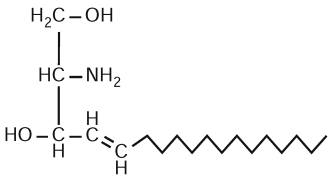


Abb. 10.133. Sphingosin

Es gibt jedoch für uns Menschen nur wenige wichtige Vertreter dieser Sphingosinphosphatide, hauptsächlich ist das **Sphingomyelin** zu nennen, welches sich in den Myelinscheiden von Nerven findet.

► Sphingomyelin ist Bestandteil der Myelinscheiden von Nerven.

Glycoplipide

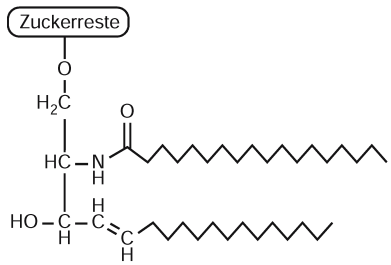
Es wurde bereits bei den Heteroglycanen auf die Glycolipide hingewiesen: **Glycolipide sind Lipide mit einem ganz spezifischen Kohlenhydratrest.** Sie sind ungemein wichtig für die Funktion einer Zelle und dienen neben der Zell-Zell-Erkennung auch der Ausbildung spezifischer Erkennungsmerkmale auf der Zelloberfläche, wobei die Blutgruppenantigene wahrscheinlich das bekannteste Beispiel sind.

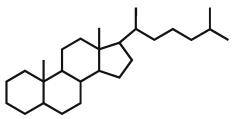
Bei den Glycolipiden muss man nun eigentlich nur noch unterscheiden, ob nun ein Monosaccharid den Zuckerbestandteil ausmacht oder ob es gleich mehrere sind.

Grundstruktur für die Glycolipide ist, wenn man genau sein will, das Ceramid, nicht Sphingosin. Ceramid lässt sich jedoch leicht aus Sphingosin bilden, indem an dieses noch über eine Amidbindung eine Fettsäure angehängt wird. Hängt man nun an das entstandene Ceramid noch ein Monosaccharid, so erhält man ein **Cerebrosid**, fügt man gleich mehrere Zuckerbausteine an, führt dies zur Entstehung eines **Gangliosids** (◘ Abb. 10.134).

► Sphingosin+Fettsäure→ Ceramid

◘ **Abb. 10.134.** Gangliosid





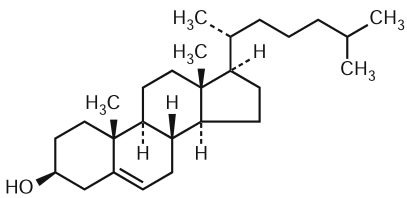
◘ **Abb. 10.135.** Grundgerüst der Steroide: Steran

Steroide

Die letzten Vertreter der Lipide, die hier erwähnt werden sollen, sind die Steroide. **Bei den Steroiden handelt es sich um sämtliche Moleküle, welche ein so genanntes Sterangrundgerüst haben** (◘ Abb. 10.135).

Cholesterin. Auch das wohlbekannte Cholesterin besitzt ein solches Sterangrundgerüst (◘ Abb. 10.136). Seine Bedeutung für den Menschen ist nicht zuletzt bezüglich der Pathogenese von Arteriosklerose und deren oft tödlichen Folgen von unermesslicher Größe.

◘ **Abb. 10.136.** Cholesterin



► Cholesterin ist ein wichtiger Bestandteil menschlicher Zellmembranen, dient außerdem der Herstellung von Gallensäuren und Hormonen sowie der Emulgierung von Fetten.

Aufbau. Cholesterin besteht aus drei Sechsringen und einem Fünfring, die mit A, B, C und D bezeichnet werden. Während Ring A und B *cis*-verknüpft sind, liegt zwischen den Ringen B und C und zwischen C und D jeweils eine *trans*-Verknüpfung vor (► Kap. 10.1. und 12). Am Ring A befindet sich am Kohlenstoffatom 3 eine β-ständige OH-Gruppe, die dem Cholesterin eine geringgradige Hydrophilie verleiht. Es überwiegen im Cholesterinmolekül allerdings die lipophilen Eigenschaften, weshalb es ja nun auch hier bei den Lipiden abgehandelt wird.

Aufgaben. Cholesterin ist zu Unrecht in der Allgemeinbevölkerung als »Krankmacher« verschrien, den es möglichst zu vermeiden gilt. Tatsächlich werden hierbei aber die physiologischen Funktionen von Cholesterin außer Acht gelassen, weshalb hier kurz darauf eingegangen werden soll.

► Aufgaben des Cholesterins:
- Bestandteil von Zellmembranen
- Ausgangsstoff der Gallensäuren
- Botenstoff, Lipidhormone

Cholesterin findet sich als überaus wichtiger Bestandteil in unseren Zellmembranen. Es ist zwischen die Phospholipide eingelagert und erhöht die Stabilität der Membran. Ohne Cholesterin in der Membran würden wir ziemlich alt aussehen, denn unsere äußere Körperform könnte sich wahrhaftig nicht aufrechterhalten lassen.

Daneben ist es interessant zu wissen, dass es für den Cholesterinabbau im menschlichen Körper kein spezifisches Enzym gibt, sondern dass für die Ausscheidung Umwege in Kauf genommen werden müssen. Aus Cholesterin werden **Gallensäuren** hergestellt, die für die **Emulgierung von Fetten** im Darm benötigt werden und den positiven Nebeneffekt haben, dass über sie eine genügend große Menge an Cholesterin ausgeschieden werden kann. **Außerdem leiten sich von Cholesterin eine Menge wichtiger Botenstoffe des Körpers ab, die teilweise sogar zum Überleben notwendig sind.**

Cholesterinderivate: Es gibt eine Menge wichtiger lipophiler Hormone, für dessen Herstellung der Körper Cholesterin als Grundstoff benötigt. Durch verschiedenste Veränderungen am Cholesterinmolekül lassen sich so z. B. Cortisol, Aldosteron und Geschlechtshormone wie Östradiol und Testosteron bilden. Cortisol hat zahlreiche Wirkungen auf den Stoffwechsel, Aldosteron ist für die Regulierung des Wasserhaushalts unerlässlich. Auf diesen Sachverhalt näher einzugehen, würde hier den Rahmen sprengen, daher sei an dieser Stelle auf Lehrbücher der Biochemie verwiesen.

Allerdings sollte an dieser Stelle auch klar geworden sein, wie wichtig Cholesterin eigentlich für den Menschen ist.

10.4.3 Chemie der Aminosäuren

So langsam haben wir unseren Hamburger aufgeschlüsselt. Neben den Kohlenhydraten im Brötchen und den Lipiden im Rindfleisch kommt jedoch noch eine weitere große Nährstoffklasse ins Spiel, nämlich die Aminosäuren.

Man unterscheidet so genannte:

- **proteinogene Aminosäuren**, welche für den Aufbau von Protein, also Eiweiß, benötigt werden, und
- **nichtproteinogene Aminosäuren**, die andere Aufgaben im Körper erfüllen.

Warum aber sind Aminosäuren und ihre Zusammenschlüsse, die Proteine, nun für Lebewesen so wichtig? Oft muss man sich in Erinnerung rufen, wo in unserem Körper überall Proteine vorkommen. Da wären zuerst einmal die zahlreichen **Enzyme** zu nennen, welche als Biokatalysatoren wirksam sind und so den Ablauf spezieller Reaktionen im Körper beschleunigen und die fast alle aus Proteinen bestehen. Aber auch eine Muskelkontraktion wäre ohne Proteine und damit Aminosäuren nicht denkbar: Die kontraktilen Elemente des Muskelgewebes, **Aktin** und **Myosin**, bestehen aus Eiweiß. Auch unser Immunsystem wäre ohne proteinogene Elemente, nämlich die Millionen von **Antikörpern**, welche in der Blutbahn zirkulieren, nicht in der Lage, unseren Körper vor Schädigungen zu schützen.

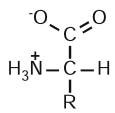
► Proteine kommen im Körper in Form von Enzymen, Aktin und Myosin, Immunglobulinen, Botenstoffen und Gerinnungsfaktoren vor.

Nicht zuletzt gibt es auch zahlreiche **Botenstoffe und Hormone** unseres Körpers, die zu den Peptiden (den kleineren Verwandten der Proteine) gerechnet werden, z. B. das wichtige Insulin. Schließlich ist auch ein Großteil der **Gerinnungsfaktoren**, welche einen reibungslosen Ablauf der Blutgerinnung garantieren, aus Aminosäuren aufgebaut.

Es ließen sich noch zahlreiche weitere Beispiele für die enorme Bedeutung von Aminosäuren anführen, doch schon allein aus den oben genannten wird wohl jedem bewusst, wie enorm wichtig es ist, eine ausreichende Menge von Proteinen aufzunehmen.

10.4.3.1 Aufbau der Aminosäuren

Allen Aminosäuren gemeinsam ist ein charakteristisches Grundgerüst (■ Abb. 10.137).

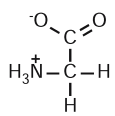


■ **Abb. 10.137.** Grundgerüst einer (L)-(α)-Aminosäure

In der Mitte befindet sich ein zentrales C-Atom, welches man α-C-Atom nennt. Das α-C-Atom steht direkt neben der Carboxygruppe. An diesem befinden sich noch eine Aminogruppe ($-NH_2$), ein Wasserstoffatom und eine Carboxygruppe (-COOH), die ganz oben im Molekül steht, da sie das am höchsten oxidierte C-Atom darstellt. Die verschiedenen Aminosäuren unterscheiden sich durch einen spezifischen Rest, der ebenfalls am α-C-Atom hängt.

► Aminosäuren kommen jeweils in einer D- und einer L-Form vor; Ausnahme: Glycin!

Wie man sehen kann, handelt es sich beim Grundgerüst der Aminosäuren um ein Kohlenstoffatom mit vier verschiedenen Substituenten: **Das α-C-Atom ist demnach asymmetrisch und die ganze Aminosäure demnach ein chirales Molekül. Das bedeutet, es existieren von ein und derselben Aminosäure zwei verschiedene Formen:** Die *D*- und die *L*-Form. Steht die Aminogruppe rechts, handelt es sich um die *D*-Form, steht sie links, liegt die *L*-Form vor.



■ **Abb. 10.138.** Glycin

Es gibt eine einzige Aminosäure, für die das nicht zutrifft (■ Abb. 10.138). **Die einfachste Aminosäure Glycin, welche als spezifischen Rest nur ein H-Atom besitzt, hat kein asymmetrisches C-Atom, daher existieren keine *D*- und *L*-Isomere.**

10.4.3.2 Die proteinogenen Aminosäuren

► Selenocystein ist die 21. proteinogene Aminosäure und wurde erst vor einigen Jahren entdeckt.

Wie schon erwähnt wurde, gibt es proteinogene und nichtproteinogene Aminosäuren. Für uns und unseren Hamburger sollen einmal nur die proteinogenen betrachtet werden, von denen man noch bis vor einigen Jahren annahm, es gäbe 20 davon. Mittlerweile rechnet man aber auch das Selen enthaltende Selenocystein zu den proteinogenen Aminosäuren.

Wir wollen nun im folgenden die 21 proteinogenen AS vorstellen und ihre Eigenheiten beschreiben.

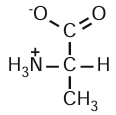
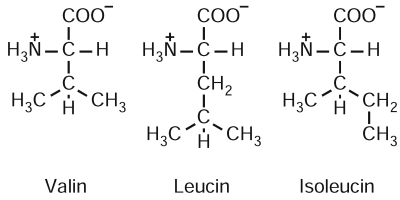


Abb. 10.139. Alanin

Glycin und Alanin. Die einfachste Aminosäure Glycin wurde bereits vorgestellt. Fast genauso einfach zu merken ist Alanin (Abb. 10.139).

► Valin, Leucin und Isoleucin sind verzweigtkettige Aminosäuren.

Valin, Leucin, Isoleucin. Zu den verzweigtkettigen Aminosäuren zählt man Valin, Leucin und Isoleucin (Abb. 10.140). Für ihren Abbau bedarf es im Körper eines speziellen Multienzymkomplexes.

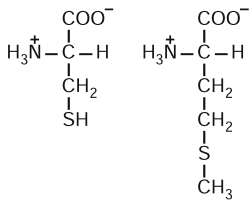


Valin Leucin Isoleucin

Abb. 10.140. Verzweigte, aliphatische Aminosäuren

► Cystein und Methionin enthalten Schwefel.

Cystein, Methionin. Die fünf oben aufgeführten Aminosäuren sind unpolar und damit auch ungeladen. Ebenfalls unpolar sind die zwei schwefelhaltigen Aminosäuren, Cystein und Methionin (Abb. 10.141).

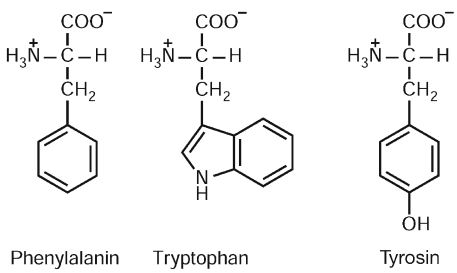


Cystein Methionin

Abb. 10.141. Schwefelhaltige Aminosäuren

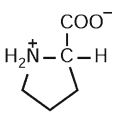
► Phenylalanin, Tryptophan und Tyrosin gehören zu den aromatischen Aminosäuren.

Phenylalanin, Tryptophan, Tyrosin. Unter den proteinogenen AS befinden sich auch drei Aromaten. Es handelt sich hierbei um Phenylalanin, Tryptophan und Tyrosin (Abb. 10.142). Das Tyrosin ist als einzige der drei aromatischen Aminosäuren polar, da es eine OH-Gruppe enthält.



Phenylalanin Tryptophan Tyrosin

Abb. 10.142. Aromatische und heteroaromatische Aminosäuren



Prolin

Abb. 10.143. Zyklische Aminosäuren – Prolin

Prolin. Zu guter Letzt wird auch noch Prolin zu den unpolaren Aminosäuren gerechnet (Abb. 10.143). Es findet sich in größeren Mengen im strukturbildenden Extrazellulärmolekül **Kollagen**.

► Neben Tyrosin enthalten noch Serin und Threonin OH-Gruppen.

Serin, Threonin. Neben Tyrosin existieren noch zwei weitere Aminosäuren, welche OH-Gruppen enthalten und damit polare Eigenschaften aufweisen, es wären dies Serin und Threonin (Abb. 10.144).

Aspartat, Glutamat. Insgesamt kommen in unserem Körper fünf geladene Aminosäuren vor, welche in Proteine eingebaut werden, davon sind zwei sauer und drei basisch. Die zwei sauren Aminosäuren sind Aspartat und Glutamat (Abb. 10.145). Ihr saurer Charakter kommt durch die zusätzliche COOH-Gruppe zustande, welche unter physiologischen Bedingungen, wie sie in unseren Zellen mit einem pH-Wert von 7,4 vorliegen, ein H-Atom abgeben.

► Aspartat und Glutamat: saure Aminosäuren.

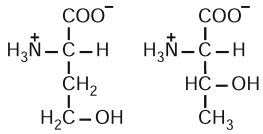


Abb. 10.144. Hydroxyaminosäuren Serin und Threonin

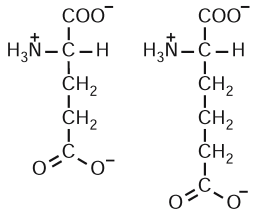


Abb. 10.145. Aminodicarbonsäuren Aspartat und Glutamat

Hätten Sie's gewusst?

Das China-Restaurant-Syndrom

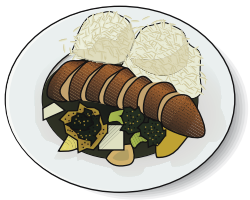


Abb. 10.146. Das China-Restaurant-Syndrom

Bei einigen Menschen kann es infolge bestimmter Nahrungsmittelzusatzstoffe zu so genannten Restaurant-Syndromen kommen. Ein Beispiel ist das China-Restaurant-Syndrom (Abb. 10.146). In der asiatischen Küche wird oftmals **Natriumglutamat** für die Geschmacksempfindung »herzhaft, wohlschmeckend« (»umami«) verwendet, was bei einigen Menschen ca. 15 min nach Einnahme zu Druckgefühlen und Taubheit an Brustkorb, Schultern, Genick und Gesicht führen kann. Manche Betroffene beschreiben auch schwache Schmerzen in den genannten Körperbereichen. Ursache für die beschriebene Symptomatik könnten Nervenendigungen am Oberrand der Speiseröhre sein, die besonders empfindlich auf das Natriumglutamat reagieren. Das China-Restaurant-Syndrom verschwindet in der Regel 2 h nach der Mahlzeit wieder. (Neuere Studien bezweifeln aber in der Zwischenzeit den kausalen Zusammenhang mit Glutamat.)

Asparagin, Glutamin. Von den beiden sauren Aminosäuren leiten sich die zwei Amide Asparagin und Glutamin ab, die ebenfalls Bestandteil der 21 proteinogenen Aminosäuren sind (Abb. 10.147). Sie sind jedoch im Gegensatz zu Aspartat und Glutamat ungeladen.

► Asparagin und Glutamin: Carbonsäureamide des Aspartats und Glutamats

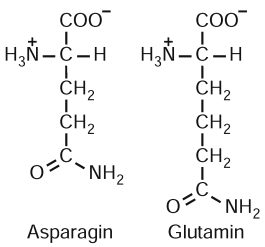
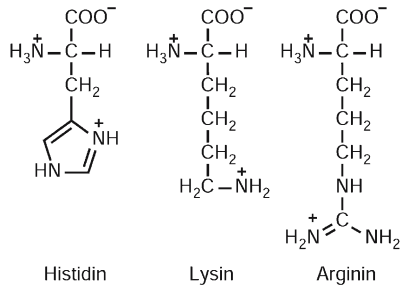


Abb. 10.147. Amidoaminosäuren Asparagin und Glutamin

► Histidin, Lysin und Arginin: basische Aminosäuren.

Histidin, Lysin, Arginin. Die drei basischen Aminosäuren sind Histidin, Lysin und Arginin (Abb. 10.148). Sie nehmen bei pH 7,4 ein zusätzliches Proton auf.

Abb. 10.148. Basische Aminosäuren



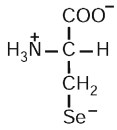


Abb. 10.149. Proteinogene Aminosäure Selenocystein

Selenocystein. Es wurde bereits die vor relativ kurzer Zeit entdeckte 21. proteinogene Aminosäure Selenocystein erwähnt (Abb. 10.149). Inzwischen hat man anscheinend auch eine 22. proteinogene Aminosäure identifiziert: *L*-Pyrrolysin, bisher aber nur in *Methanosarcina barkeri*.
Alle proteinogenen Aminosäuren finden sich noch einmal in ihrer Gesamtheit im Anhang, um einen besseren Überblick gewähren zu können (Abb. A3).

10.4.3.3 Essenzielle Aminosäuren

► Essenzielle Aminosäuren müssen mit der Nahrung aufgenommen werden, um eine Proteinsynthese gewährleisten zu können.

Wenn wir uns noch einmal an die Fettsäuren zurückerinnern, wurden in diesem Zusammenhang so genannte essenzielle Fettsäuren erwähnt, also solche, die wir unbedingt mit der Nahrung in ausreichenden Mengen aufnehmen müssen, da sie der Körper selbst nicht herstellen kann. So etwas Ähnliches gibt es auch bei den Aminosäuren. **Es existieren acht essenzielle Aminosäuren, die für die Peptid- und Proteinsynthese benötigt werden.** Es sind dies:

- Valin
- Leucin
- Isoleucin
- Methionin
- Phenylalanin
- Tryptophan
- Threonin
- Lysin

► Tyrosin und Cystein = semiessenzielle AS

Zwei Aminosäuren können aus je einer essenziellen Aminosäure im Körper gebildet werden. Tyrosin entsteht beim Abbau von Phenylalanin, Cystein kann aus Methionin produziert werden. Fehlen also die essenziellen AS Phenylalanin und Methionin, können demnach auch Tyrosin und Cystein nicht mehr gebildet werden, daher bezeichnet man diese beiden als **halbessenziell** oder **semiessenziell.**

10.4.3.4 Der isoelektrische Punkt

► Isoelektrischer Punkt (IP): pH-Wert, an dem eine Aminosäure nach außen hin nicht geladen erscheint.

Setzt man Aminosäuren verschiedenen pH-Werten aus, ergibt sich für jede einzelne ein ganz spezifischer pH-Wert, an dem in der Aminosäure genau so viele positive wie negative Ladungen existieren. Die Aminosäure liegt in diesem Fall als Zwitterion vor und erscheint nach außen hin elektrisch neutral (Abb. 10.150). Diesen Zustand bezeichnet man als **isoelektrischen Punkt (IP).** Legte man an eine Aminosäure, die als Zwitterion vorliegt, eine elektrische Spannung an, so würde die Aminosäure nicht in irgendeine Richtung wandern, weder zur Kathode noch zur Anode.

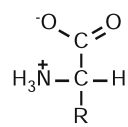


Abb. 10.150. Aminosäure als Zwitterion

Jede Aminosäure besitzt einen ganz bestimmten isoelektrischen Punkt IP, durch den sie sich charakterisieren lässt. Der IP hängt von den pKs-Werten der jeweiligen funktionellen Gruppen der Aminosäure ab. Für die **neutralen Aminosäuren**, welche nur zwei ionisierbare Gruppen enthalten, lässt sich der IP relativ einfach berechnen: Man nimmt das arithmetische Mittel der pKs-Werte der beiden Gruppen (die natürlich bekannt sein müssen):

Isoelektrischer Punkt einer neutralen AS: $IP = \frac{pK_{s1} + pK_{s2}}{2}$

Ganz so einfach ist das bei den **sauren und basischen Aminosäuren** nicht, die ja drei ionisierbare Gruppen in einem Molekül enthalten. Hier errechnet man den IP als arithmetisches Mittel zwischen den beiden pKs-Werten, die näher beieinander liegen.

10.4.3.5 Decarboxylierte Aminosäuren

Wie auch mit Kohlenhydraten und Lipiden kann man mit Aminosäuren eine ganze Menge anstellen. Die Decarboxylierung stellt nur eine mögliche Reaktion dar, die vorgenommen werden kann. Sie soll an dieser Stelle nicht unerwähnt bleiben, da die Decarboxylierung von Aminosäuren zu Produkten führt, die für uns Menschen nicht uninteressant sind.

Doch erst einmal ganz von vorn. Was ist denn noch mal eine Decarboxylierung? **Unter einer Decarboxylierung versteht man ganz einfach die Abspaltung einer Carboxygruppe durch ein Enzym.** Nach der Decarboxylierung ist eine Aminosäure also um ein Molekül CO_2 ärmer und darf sich auch gar nicht mehr »Aminosäure« nennen: **Es entstehen bei dieser Reaktion so genannte biogene Amine** (Abb. 10.151). Der Name rührt daher, dass die Moleküle noch eine für sie typische Aminogruppe besitzen und im Kreislauf des Lebens bedeutsame Aufgaben wahrnehmen.

► Durch Decarboxylierung entstehen aus Aminosäuren biogene Amine.

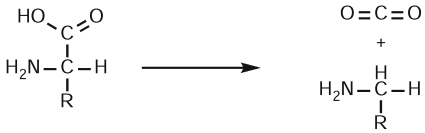


Abb. 10.151. Entstehung eines biogenen Amins

In der Tab. 10.16 sind einige wichtige Aminosäuren und ihre zugehörigen biogenen Amine aufgelistet.

Tab. 10.16. Biogene Amine

Aminosäure	Biogenes Amin
Glutamat	→GABA (γ-Aminobuttersäure)
Histidin	→Histamin
Serin	→Ethanolamin
Lysin	→Cadaverin

Hätten Sie's gewusst?

Histamin als wichtiger Botenstoff im Körper

Der eine oder andere Name in der Reihe der biogenen Amine ist einem wohl schon des Öfteren begegnet. **Histamin** z. B., welches aus der Aminosäure Histidin entstehen kann, ist ein bedeutsamer Mediator im Zusammenhang mit allergischen Reaktionen unseres Körpers. Mastzellen und basophile Granulozyten speichern Histamin in Granula, um es bei entsprechender Reizung durch so genannte Allergene freisetzen zu können. Über Umwege verursacht Histamin dann unangenehme Reaktionen: Die Kapillaren werden durchlässiger, die Bronchialmuskulatur kontrahiert sich; ebenso kann es zu einem Blutdruckabfall und Juckreiz kommen –höchst unangenehm also für Betroffene.

Im Magen kann Histamin noch eine ganz andere Aufgabe erfüllen: Bindet es an spezifische Rezeptoren, erhöht sich die HCl-Produktion, es wird mehr Magensaft produziert. Dies kann gezielt genutzt werden, wenn es z. B. darum geht, die Verdauungstätigkeit des Magens für eine gewisse Zeit zu drosseln. Ein Magengeschwür etwa kann besser abheilen, wenn durch Gabe spezieller Inhibitoren das Andocken von Histamin an seinen Rezeptor unterbunden wird und dadurch die Salzsäureausschüttung sinkt.

10.4.3.6 Die Peptidbindung

► Bauprinzip der Peptide: die Peptidbindung, eigentlich ein einfaches Amid.

► Aminosäuren→Dipeptide→Oligopeptide→Polypeptide→Proteine

► Unter Wasserabspaltung verbindet sich die Carboxygruppe einer Aminosäure mit der Aminogruppe einer zweiten unter Bildung der Peptidbindung.

► Unter Zugabe von Wasser wird die Peptidbindung hydrolytisch gespalten.

► Die Peptidbindung weist partiellen Doppelbindungscharakter auf, ist planar und ihre freie Drehbarkeit ist eingeschränkt.

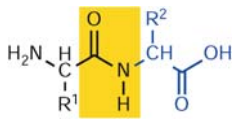
Da wir nun Aminosäuren im Einzelnen kennen gelernt haben, wollen wir uns nun einmal damit beschäftigen, wie es gelingen kann, zwei und mehr Aminosäuren zu verknüpfen. Zwei miteinander verbundene Aminosäuren werden – wie könnte es anders sein – als **Dipeptid** bezeichnet. Ketten von bis zu zehn Aminosäuren stellen **Oligopeptide** dar, denen Polypeptide und schließlich die **Proteine** folgen, von denen die kleinsten aus etwa 100 Aminosäuren bestehen.

Die Bindungsart, mithilfe derer zwei Aminosäuren verbunden werden, nennt sich entsprechend dem Produkt Peptidbindung. Unter Abspaltung von H_2O verbindet sich die Carboxylgruppe der einen AS mit der Aminogruppe der zweiten. Was dabei entsteht, sieht wie in ◘ Abb. 10.152 gezeigt aus.

Man kann sich nun leicht vorstellen, wie es möglich ist, eine Peptidbindung wieder aufzulösen. Da bei ihrer Bildung Wasser abgespalten wird, kann die Peptidbindung hydrolytisch, d. h. unter Hinzufügen von Wasser, gelöst werden. Danach liegen wieder die einzelnen Aminosäuren vor. Hier ist aber zu beachten, dass die Hydrolyse nicht ganz so einfach vonstatten geht. Temperatur und/oder Säure beschleunigen den Prozess.

Eigenschaften der Peptidbindungen. Peptidbindungen weisen einige bemerkenswerte Besonderheiten auf, was sich auch auf die Eigenschaften ganzer Peptide oder Proteine auswirkt. Die Peptidbindung weist **partiellen Doppelbindungscharakter** auf, was nichts anderes bedeutet, als dass zwischen dem zentral gelegenen C-Atom und dem N-Atom der Peptidbindung zeitweise eine Doppelbindung entsteht. Dadurch ist der Abstand zwischen den eben genannten Atomen nicht ganz so klein wie bei einer richtigen Doppelbindung, aber auch nicht so groß wie bei einer Einfachbindung.

Erwähnenswert ist auch, dass die an der Bildung der Peptidbindung beteiligten Atome alle in derselben Ebene liegen, man spricht daher von einer **planaren Bindung**. Bekanntermaßen ist eine gewöhnliche Einfachbindung ja frei drehbar, anders verhält es sich jedoch bei der Peptidbindung: Diese besitzt **keine freie Drehbarkeit** mehr. Man kann sich leicht vorstellen, dass die gesamte dreidimensionale Struktur (= Konformation), durch die sich verschiedene Proteine auszeichnen, stark abhängig ist von dieser nicht mehr vorhandenen freien Drehbarkeit.



◘ **Abb. 10.152.** Peptidbindung

10.4.3.7 Proteinstrukturen

Es wurde bereits die Konformation von Proteinen, also ihre 3D-Struktur erwähnt. Die lange Kette von durch Peptidbindungen verknüpften einzelnen Aminosäuren bleibt im Körper natürlich nicht in ihrer linearen Form bestehen. **Vielmehr erlangen Proteine ihre volle Funktionstüchtigkeit erst durch eine ganz spezielle und für verschiedene Proteinarten charakteristische Faltung.** Man denke nur an Enzyme, die ja in den allermeisten Fällen Proteine sind: Erst durch korrekte Faltung entsteht ein funktionstüchtiger Biokatalysator mit Aktivem Zentrum, an dem Substrat gebunden werden kann.

Die Konformation von Proteinen wird auf vier Ebenen beschrieben:

- Primärstruktur
- Sekundärstruktur
- Tertiärstruktur
- Quartärstruktur

Primärstruktur. Sie ist durch die Abfolge bestimmter Aminosäuren vorgegeben, die über Peptidbindungen verbunden sind. Die Aminosäuresequenz ist genetisch festgelegt und für bestimmte Proteine genauestens definiert.

► Die wichtigsten Sekundärstrukturen sind α-Helix und β-Faltblatt.

Sekundärstruktur. Man unterscheidet bei der Sekundärstruktur mehrere mögliche Formen. Die zwei wichtigsten sind die ***α*-Helix** und das ***β*-Faltblatt**. Beide entstehen dadurch, dass die zahlreichen C=O- und NH-Gruppen, welche aus der Aminosäurekette seitlich herausragen, miteinander in Wechselwirkung treten.

Bei der ***α*-Helix** führen diese Wechselwirkungen zur Entstehung einer regelmäßigen, spiralförmigen Struktur (◘ Abb. 10.153). Die Grundlage für die Bildung dieser Struktur sind intramolekulare Wasserstoffbrückenbindungen zwischen den oben genannten Gruppen. Die verschiedenen Reste der

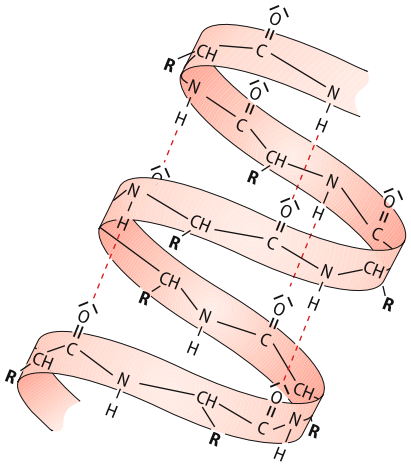


Abb. 10.153. α-Helix

einzelnen Aminosäuren sind an der Ausbildung der Helixstruktur nicht beteiligt und werden einfach nach außen geklappt.

Beim ***β*-Faltblatt** bilden sich im Gegensatz zur α-Helix auch H-Brücken zwischen verschiedenen Aminosäureketten aus, also intermolekulare Wasserstoffbrücken. Dabei bildet sich die typische zickzackförmige Faltblattstruktur aus, weil die in den Polypeptidketten enthaltenen Peptidbindungen planar sind (wie wir oben schon gelernt haben). Die daran beteiligten Atome liegen stets in einer Ebene, die benachbarten Atome hingegen können sich in verschiedenen Ebenen befinden.

Tertiärstruktur. Durch eine genau festgelegte weitere Auffaltung der Sekundärstruktur eines Proteins entsteht schließlich das Protein in seiner ganzen Dreidimensionalität und damit Funktionsfähigkeit. Neben schwachen Wechselwirkungen spielen bei der Ausbildung der Tertiärstruktur auch Disulfidbrücken als einzige kovalente Bindungsform eine Rolle. Zur Erinnerung: **Disulfidbindungen** entstehen aus Cystein, einer schwefelhaltigen Aminosäure. Unter Abspaltung von 2H wird aus zwei Molekülen Cystein ein Molekül Cystin.

► Die genau definierte dreidimensionale Auffaltung einer Aminosäurekette bezeichnet man als Tertiärstruktur eines Proteins.

Quartärstruktur. Es ist nun auch vorstellbar, mehrere Proteine zu einem Riesenprotein zusammenzufügen, einem **Molekül** also, welches aus mehreren Untereinheiten besteht. Geschieht dies, spricht man von der Quartärstruktur. In unserem Körper gibt es etliche solcher Protein-Zusammenschlüsse, z. B. in Form von Multienzymkomplexen wie der Pyruvat-Dehydrogenase.

► In der Quartärstruktur organisieren sich mehrere Untereinheiten zu einer funktionsfähigen Struktur.

10.4.3.8 Sequenzanalyse

Im Laufe der Zeit waren einige Wissenschaftler brennend daran interessiert, die Struktur eines Proteins aufzuklären, um eine vollständige Aussage darüber machen zu können, aus welchen einzelnen Aminosäuren nun ein ganz bestimmtes Protein aufgebaut ist. Dabei kann man verschiedene Alternativen anwenden:

Eine Möglichkeit besteht in einer **Totalhydrolyse**, d. h. unter Mithilfe von Enzymen wird die Polypeptidkette hydrolytisch (= unter Anlagerung von Wasser) gespalten.

Auch durch **Zugabe starker Säuren** können Proteine in ihre Einzelbausteine zerlegt werden. Die Problematik bei dieser Methode ist jedoch, dass hier logischerweise niemals die Reihenfolge, in der die Aminosäuren verknüpft sind, ermittelt werden kann. Man kann letztlich nur eine Aussage darüber treffen, welche Aminosäuren in welcher Menge für den Aufbau des betreffenden Proteins benötigt werden.

Will man hingegen genau die Sequenz einer Polypeptidkette ermitteln, kann man eine so genannte Sequenzanalyse vornehmen. Berühmt wurde die Sequenzanalyse nach Pehr Edman (1916–1977), der **Edman-Abbau**. Hierbei wird Schritt für Schritt, besser gesagt Aminosäure für Aminosäure, die Polypeptidkette von einem Ende her abgebaut. Der Vorteil hierbei ist, dass nicht stets das ganze Protein denaturiert, sondern die Kette immer nur um eine Aminosäure verkürzt wird (Abb. 10.154).

► Der Edman-Abbau erlaubt eine vollständige und automatisierte Sequenzbestimmung von Peptiden.

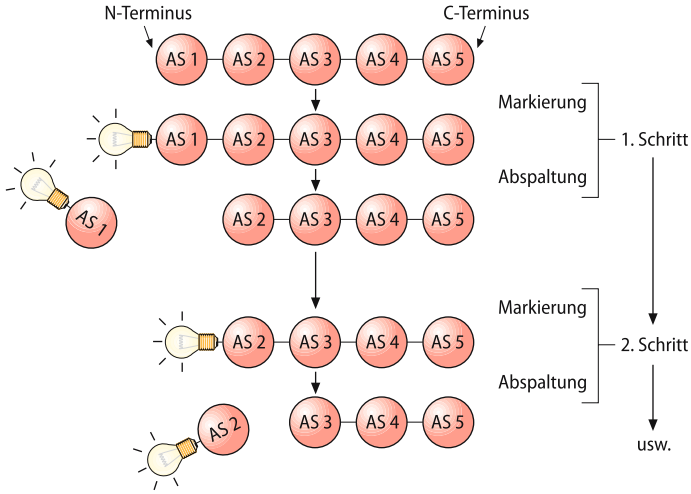
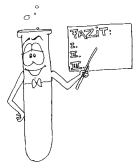


Abb. 10.154. Sequenzanalyse nach Edman



kurz & knapp

Die drei großen Nährstoffgruppen sind Kohlenhydrate, Lipide und Proteine.

- **Kohlenhydrate:**
  - Kohlenhydrate werden eingeteilt in Mono-, Oligo- und Polysaccharide.
  - Monosaccharide werden nach funktioneller Gruppe (Aldosen, Ketosen) bzw. nach der Kohlenstoffanzahl eingeteilt. Eine Kombination beider Einteilungen ist möglich (z. B. Aldohexose, Hexulose).
  - Wichtige Hexosen: Glucose, Mannose, Galactose, Fructose
  - Wichtige Pentosen: Ribose und Desoxyribose (→DNA und RNA)
  - Zucker können als *D*- und *L*-Isomer vorliegen, physiologisch ist nur die *D*-Form wichtig.
  - In Lösung liegen zyklische Halbacetale vor: α- und β-Form (Anomere) die durch Mutarotation im Gleichgewicht miteinander stehen.
  - Formale Oxidation von Aldosen kann drei unterschiedliche Produkte ergeben: On-, Ar- und Uron-Säuren.
  - Reduktion führt zu Zuckeralkoholen (z. B. Sorbitol)
  - Verknüpfung mehrerer Zucker über eine *O*-glycosidische Bindung (= Vollacetal mit einer Hydroxygruppe eines zweiten Saccharids) ergibt Oligo- und schließlich Polysaccharide.
  - Wichtige Disaccharide: Maltose, Isomaltose, Saccharose und Lactose.
  - Wichtige Polysaccharide: Zellulose, Glykogen und Stärke.
- **Lipide:**
  - Wichtige Lipide: Triglyceride, Phospholipide und Steroide.
  - Triglyceride: Ester aus Glycerin und langkettigen Carbonsäuren (Fettsäuren).
  - Fettsäuren können in gesättigte/ungesättigte bzw. essenziell/nicht essenziell eingeteilt werden.
  - Phospholipide bestehen aus Glycerin+2 Fettsäuren+Phosphat
  - Glycolipide besitzen einen Kohlenhydratrest und den dreiwertigen Aminoalkohol Sphingosin als Grundgerüst.
  - Cholesterin ist das wichtigste Steranderivat
- **Proteine:**
  - Aminosäuren werden eingeteilt in proteinogen/nicht proteinogen bzw. essenziell/nicht essenziell.

- Außer Glycin sind alle proteinogene Aminosäuren chiral und liegen physiologisch in der *L*-Konfiguration vor.
- Der isoelektrische Punkt (IP) einer Aminosäure bezeichnet den pH-Wert, an dem die Aminosäure nach außen hin elektrisch neutral erscheint und nicht im elektrischen Feld wandert. Der IP ist für jede Aminosäure charakteristisch und kann (aus den pK_S-Werten der funktionellen Gruppen) berechnet werden.
- Durch Decarboxylierung von Aminosäuren erhält man biogene Amine.
- Verknüpft man Aminosäure über eine Amidbindung – die Peptidbindung – , so ergeben sich Dipeptide, Oligopeptide, Polypeptide und schließlich Proteine.
- Die Funktion von Proteinen ist durch ihre Primär-, Sekundär-, Tertiär- und Quartärstruktur bestimmt.
- Die Primärstruktur bezieht sich auf die Abfolge der Aminosäuren in der Peptidkette.
- Bei der Sekundärstruktur unterscheidet man als wichtigste Formen die α-Helix- und β-Faltblatt-Struktur.
- Durch eine genau definierte dreidimensionale Auffaltung der Peptidkette entsteht schließlich ein räumliches funktionsfähiges Protein.
- Durch Zusammenlagerung mehrerer Proteinuntereinheiten, welche dann eine Quartärstruktur ausbilden, können sich funktionsfähige Proteinkomplexe bilden.
- Zur Aufklärung der Abfolge von Aminosäuren in einer Peptidkette kann man eine Sequenzanalyse nach Edman durchführen.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1. Geben Sie die Fischer-Projektion der *D*-Glucose an. Formulieren Sie an diesem Beispiel die Silberspiegel-Probe (Tollens-Reaktion), indem Sie eine stöchiometrische Redoxgleichung für diesen Prozess aufstellen.

Aufgabe 1

Lösung 1.

Fischer-Projektion ◘ Abb. 10.109.

Redoxgleichung (▶ Kap. 8.4.)

$$R\text{–}CHO + 2\ OH^- + 2\ [Ag(NH_3)]^+ \rightarrow 2\ Ag + 4\ NH_3 + R\text{–}COOH + H_2O$$

Alles klar!

Fast Food – ungesund oder nicht?

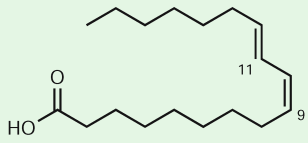
Die Aussagen über Fast Food in der Eingangsfrage unterliegen einer einseitigen Betrachtungsweise und können so pauschal nicht getätigt werden. Zuerst einmal haben die Fast-Food-Ketten ja eine ganze Menge an ihrem Angebot und am aktuellen Programm gearbeitet, sodass es dem Gast freisteht, zwischen dem Klassiker Hamburger oder lieber einem frischen Salat zu wählen.

Des Weiteren steht ein gewöhnliches Butterbrot den ach so fettigen und gleichsam ungesunden Pommes frites in nichts nach: Während Pommes aus 36% Stärke, 15% Fett, 4% Eiweiß, 2% Mineralstoffen und Wasser bestehen, liefert das gewöhnliche Butterbrot in etwa 33% Stärke, 16% Fett, 5% Eiweiß und 1,5% Mineralstoffe. Kalorienmäßig unterscheiden sich beide also nicht, lediglich im Vitamingehalt: Pommes enthalten im Gegensatz zur Butterstulle nämlich Vitamin C. Rechnet man nun zu letzterer noch Wurst und Käse, schneiden die Pommes gar nicht mehr so schlecht ab.

Und nun kommt´s: Wissenschaftler haben herausgefunden, dass besonders in gegrilltem Rinderhacksteak ein Stoff namens CLA in größeren Mengen vorkommt. Wider Erwarten handelt es sich hier nicht um einen neuen Krankmacher, welcher Fast-Food-Liebhabern auf´s (gar nicht mal so ge-

▼

sunde) Butterbrot geschmiert werden kann, sondern ist die Abkürzung für »conjugated linoleic acid«, sprich konjugierte Linolsäure (◘ Abb. 10.155).



◘ **Abb. 10.155.** CLA, *cis*-9, *trans*-11 Linolsäure oder auch (9*Z*, 11*E*)-Octadeca-9,11-diencarbonsäure

Von CLA sind mehrere Isomere bekannt, die in tierischen, nicht jedoch in pflanzlichen Lebensmitteln nachgewiesen werden konnten. Allen gemeinsam ist, dass sie offenbar eine protektive Wirkung gegen Krebs aufweisen. Unter Laborbedingungen konnte bei Mäusen die Entstehung verschiedenartiger Tumore, welche durch chemische Ursachen hervorgerufen werden, mithilfe von künstlich hergestellter CLA unterdrückt werden. Auch die Teilung menschlicher Krebszellen ließ sich im Labor durch Zugabe von CLA unterbinden.

Dass die CLA-Mengen in Lebensmitteln auch tatsächlich für den Menschen eine schützende Wirkung gegen Krebs besitzen, konnte bislang noch nicht zutreffend bestätigt werden, aber wer weiß, was die Forschung in nächster Zeit noch alles zutage fördert...

11 Komplexchemie

Malte Schirrmann

11.1 Einleitung – 486

11.2 Genereller Aufbau – 486

11.3 Struktur und Geometrie – 487

11.4 Chelatkomplexe – 489

11.5 Stabilität – 491

11.6 Isomerie – 493

11.7 Bindungstheorien – 494

- Komplexverbindung/Komplex
- Zentralteilchen/-ion
- Ligand
- Koordinationszahl
- Chelatkomplexe und Chelatoren
- Geometrie
- Isomerie

Wie jetzt?

Spurenelemente

Wenn man sich mal seine morgendliche Müslipackung vornimmt oder auch die Flasche Multivitaminsaft, findet man häufig eine Tabelle, die angibt, welchen Anteil die »lebenswichtigen Spurenelemente« in 100 g oder 100 ml ausmachen. Ist ja meist recht wenig, so ein paar Milligramm. »Was soll ich dann überhaupt damit? Und warum eigentlich?« mag man sich da fragen.

Was machen also eigentlich diese Spurenelemente?

11.1 Einleitung

Komplexe findet man an vielen Stellen: als Farbstoffe in Farben, als Wasserenthärter in Waschmitteln und in der Biochemie vieler Lebewesen als wichtige Komponenten von Stoffwechselprozessen. Und da sie so vielseitig sind, stellt sich unweigerlich die Frage: was genau ist ein Komplex?

Mit der Antwort auf diese Frage tat man sich lange Zeit recht schwer: Der Begriff an sich wurde im 19. Jahrhundert geprägt, im Versuch, eine Ordnung in die damals bekannten Verbindungen zu bringen. Ableiten lässt sich das Wort vom lateinischen Verb *complecti* bzw. dessen Partizip *complexus*, was soviel wie *umarmen*, *umschließen* heißt.

Das an sich sagt allerdings ja noch recht wenig über die Bindungsverhältnisse aus; erst Sophus Jörgensen (1837–1914) und Christian Blomstrand (1826–1887) entwickelten die so genannte Kettentheorie. Dem stellte **Alfred Werner** 1892 seine gänzlich neue **»Koordinationstheorie«** entgegen. Er ging davon aus, dass man bei diesen »Verbindungen höherer Ordnung« zwischen einer inneren und äußeren »Sphäre« unterscheiden müsse: Im Inneren seien Moleküle oder Ionen um ein Metallkation herum angeordnet und zum Ladungsausgleich lagerten sich in der äußeren Sphäre Gegenionen an.

Mit dieser Vorstellung lag er dann auch gar nicht so falsch...

11.2 Genereller Aufbau

Wie A. Werner schon vermutete, sind Komplexe so genannte Koordinationsverbindungen. Sie bestehen aus einem Koordinationszentrum, das entweder aus einem Zentralion oder einem Zentralatom bestehen kann. Um dieses herum gruppieren sich nach ganz bestimmten Regeln die Liganden; auch diese können Ionen oder gar ganze Moleküle sein.

► Komplexe sind Koordinationsverbindungen und bestehen aus Zentralatom und Liganden.

Doch eines nach dem anderen:

Das **Zentralion** ist in der Regel ein **Metallkation**, nur selten findet man neutrale Atome oder Anionen. Typische Vertreter sind z. B. Cu^{2+}, Fe^{2+}, Fe^{3+}, Cr^{3+} oder Ag^{+}, also häufig Metalle der Nebengruppen (= Übergangsmetalle). Sie haben alle »Elektronenlücken« auf ihren inneren Schalen, was wichtig für ihr Bindungsverhalten ist.

► Zentralteilchen sind meist Kationen mit einer Elektronenlücke, d. h. sie sind Lewis-Säuren.

Ein **konkretes Beispiel**: **Eisen** hat die Elektronenkonfiguration $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^6\ 4s^2$, also schon zwei Elektronen auf der 4. Schale, obwohl auf der 3. Schale noch Platz für vier Elektronen wäre, denn dort ist maximal folgende Belegung möglich: $3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}$. Es hat also auf seiner 3. Schale eine

Elektronenlücke, in die es noch Elektronen aufnehmen kann, es fungiert also als ein **Elektronenakzeptor**, ist also somit eine **Lewis-Säure**.

Ebenso gibt es **Elektronendonatoren** (**Lewis-Basen**), also Moleküle oder Ionen, die freie Elektronenpaare haben, z. B. Cyanid CN^-.

► Liganden sind Elektronendonatoren, d. h. sie sind Lewis-Basen.

Treffen nun eine Lewis-Säure und Lewis-Base aufeinander, bilden sie mit dem freien Elektronenpaar des Donators sozusagen »in die Lücke hinein« eine koordinative Bindung aus. Wichtig hierbei: Beide Bindungselektronen stammen nur von einem der Bindungspartner, nämlich der Lewis-Base.

► Komplexe werden durch koordinative Bindungen zusammengehalten; beide Bindungselektronen stammen dabei von der Lewis-Base.

Sehen wir uns hierzu ein konkretes Beispiel an:

$$FeCl_2 + 6\,KCN \rightarrow K_4[Fe(CN)_6] + 2\,KCl$$

Oder nur die komplexbildenden Ionen:

$$Fe^{2+} + 6\,CN^- \rightarrow [Fe(CN)_6]^{4-}$$

Aus der Reaktionsformel erkennt man: Ein Fe^{2+}-Ion bildet mit sechs CN^--Ionen einen Komplex. Deutlich gemacht wird dies durch die Schreibung in eckigen Klammern, die vier Kaliumionen (K^+) gleichen die negative Ladung des Komplexes aus.

► Koordinationszahl = Anzahl der Moleküle, Ionen oder Atome, die direkt mit dem Zentralteilchen verbunden sind, d. h. die Anzahl der »Andockstellen«.

Anhand dieses Beispiels sieht man, dass ein Fe^{2+}-Ion die Fähigkeit hat, sechs CN^- an sich zu binden, es hat somit die **Koordinationszahl (KZ)** sechs. Es koordiniert die Liganden jeweils in eine Position, in der alle zum Zentralion den gleichen Abstand haben. Verbindet man nun gedanklich die sechs Liganden, ergibt dies räumlich einen Oktaeder, eine quadratische Bipyramide. Diese so entstehenden Figuren nennt man **Koordinationspolyeder.**

11.3 Struktur und Geometrie

Entscheidend für die räumliche Anordnung der Liganden im Komplex sind sowohl die Liganden als auch das Zentralatom. Üblich sind Koordinationszahlen zwischen zwei und zwölf. Die weitaus häufigsten Koordinationszahlen sind allerdings zwei, vier und sechs. **Wichtig ist, dass identische Liganden das Bestreben haben, zum Zentralatom den gleichen Abstand zu haben und sich durch ihre ebenfalls gleiche Ladung gegenseitig abstoßen** (► Kap. 8.2.4.7).

Koordinationszahl zwei (KZ=2)

Die einzig mögliche Anordnung der beiden Liganden nach den oben genannten zwei »Faustregeln« ist linear (◘ Abb. 11.1). Nur hier haben sie gleichen Abstand zur Mitte und größtmögliche Distanz zueinander.

► Koordinationszahl 2→lineare Anordnung

◘ **Abb. 11.1.** Koordinationszahl =2: lineare Anordung

Koordinationszahl vier (KZ=4)

Wenn man vier Liganden um ein Zentrum herumgruppieren muss, hat man zwei Alternativen:

- man legt alle Liganden in eine Ebene als Ecken eines Quadrats und in dessen Mitte setzt man das Zentralatom. Diese Anordnung nennt man **quadratisch planar** (◘ Abb. 11.2).
- Drei der Liganden bilden ein gleichseitiges Dreieck, über dessen Mitte man den Vierten als Spitze einer gleichseitigen Pyramide setzt. In die räumliche Mitte der Pyramide kommt nun noch das Zentralatom; diese Anordnung nennt man **tetraedrisch** (◘ Abb. 11.3).

► Koordinationszahl 4→quadratisch planar oder (häufiger) tetraedisch

Die tetraedische Anordnung ist häufiger als die quadratisch planare; man findet sie v. a. bei den Komplexen der Haupt- und Nebengruppenelemente, bei denen dem Zentralatom noch genau acht Elektronen zur nächsten Edelgaskonfiguration fehlen.

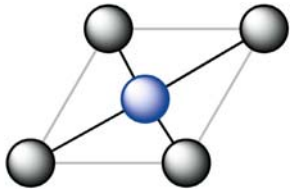


Abb. 11.2. Koordinationszahl =4: quadratisch planar

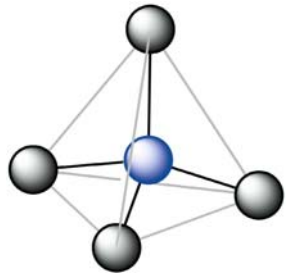


Abb. 11.3. Koordinationszahl =4: tetraedisch

► Koordinationszahl 6→trigonales Prisma, trigonales Antiprisma oder Oktaeder

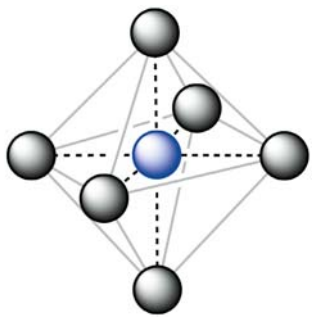
Koordinationszahl sechs (KZ=6)

Theoretisch sind bei sechs Liganden drei geometrische Figuren möglich, nämlich

- ein trigonales Prisma,
- ein trigonales Antiprisma sowie
- der Oktaeder (Abb. 11.4).

Der Oktaeder ist der wichtigste Koordinationspolyeder in der Komplexchemie, er kann auch als quadratische Bipyramide betrachtet werden. In der Regel sind alle sechs Bindungen des Zentralatoms zu den Liganden gleich, nur in einigen Sonderfällen ist die vertikale Achse des Oktaeders gestaucht oder gestreckt.

Abb. 11.4. Koordinationszahl =6: oktaedrisch



Um einen Überblick über die typischen Vertreter von Zentralatomen und ihren möglichen Koordinationszahlen sowie beispielhaft die daraus entstehenden Komplexe zu bekommen, sei auf Tab. 11.1 verwiesen.

Tab. 11.1. Übersicht über typische Zentralatome/-ionen und ihre Komplexe

Koordinationszahl KZ	Zentralatom/-ion		
KZ Zwei	Hg(II)	Ag(I)	Au(I)
Komplex	$[Hg(CN)_2]$	$[Ag(NH_3)_2]^+$	$[Au(NH_3)_2]^+$
KZ Vier	Pd(II)	Pt(II)	Au(III)
Komplex	$[PdCl_4]^{2-}$	$[Pt(NH_3)_4]^{2+}$	$[AuCl_4]^-$
KZ Sechs	Co(III)	Pt(IV)	Cu(II)
Komplex	$[Co(NH_3)_6]^{3+}$	$[Pt(NH_3)_6]^{4+}$	$[Cu(NH_3)_4(H_2O)_2]^{2+}$

Chemie

Wichtig zu bemerken ist, dass Metalle bzw. Metallionen je nach Komplex eine andere Koordinationszahl aufweisen können. Es macht also keinen Sinn, diese Zahlen auswendig zu lernen! Aluminium(III) bildet beispielsweise sowohl tetraedrische wie auch oktaedrische Komplexe; Kupfer(I) findet man sowohl in linearen wie auch in tetraedrischen Komplexen. Dies hängt von den jeweils beteiligten Liganden ab!

Mehrkernige Komplexe

Die bisher beschriebenen Komplexe hatten alle nur jeweils ein Zentrum mit daran einfach gebundenen Liganden. Es gibt allerdings auch Komplexe, die sich über mehrere Koordinationszentren erstrecken. Diese Komplexe nennt man deshalb dann auch **mehrkernige Komplexe**. Als Beispiel hierfür kann man das Decacarbonyldimangan anführen: $Mn_2(CO)_{10}$ (Abb. 11.5).

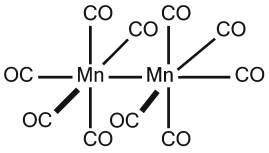


Abb. 11.5. Decacarbonyldimangan

Ambidente Liganden

Auch bei den Liganden findet sich noch ein weiterer Stolperstein: es gibt Ligandenmoleküle, die in der Lage sind, mit zwei verschiedenen Elektronenpaaren ihres Moleküls am Zentralion zu binden, z. B. das Thiocyanat-Ion SCN^- (Abb. 11.6). Dieses kann sowohl über das Schwefelatom als auch über den Stickstoff gebunden sein; bemerkbar macht sich dies dann in der Benennung der Komplexe (► Kap. 12). Weitere Vertreter dieser Art von Liganden sind CN^- oder auch NO_2^-.

► Ambidente Liganden können über verschiedene Enden koordinative Bindungen eingehen.

Diese Liganden werden **ambident** genannt (wörtlich: »Zähne auf beiden Seiten«), was allerdings nicht verwechselt werden darf mit Liganden, die mit zwei Elektronenpaaren gleichzeitig am Koordinationszentrum binden. Diese heißen dann auf »schlau« höchstens »bidentate Liganden«. Aber um die geht es erst im kommenden Abschnitt.

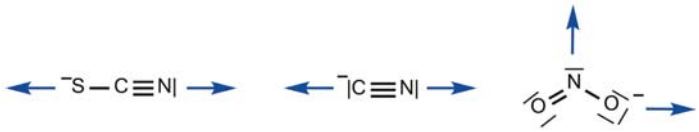


Abb. 11.6. Ambidente Liganden

11.4 Chelatkomplexe

Alle bisher erwähnten Liganden haben zum jeweiligen Zentralion mit nur einem freien Elektronenpaar eine koordinative Bindung gebildet. Was geschieht aber, wenn ein Molekül an mehreren Enden über freie Elektronenpaare verfügt? Dann kommt es, wie es kommen muss: Es bindet mehrmals an das Zentralion. **Bindet ein Molekül mehrmals an das Zentralion, nennt man den entstehenden Komplex Chelatkomplex** (gr. *chele* = Krebsschere). Da so ein Ligand also mit mehreren freien Elektronenpaaren »angreift« und an zwei oder mehr Stellen des Zentralions bindet, entsteht ein Ring; bevorzugt bilden sich fünf- oder sechsgliedrige Ringe, da hierbei die Bindungswinkel nicht »verspannt« (spannungsfrei) und somit energetisch günstig sind.

► In Chelatkomplexen besetzt ein Ligand gleichzeitig mehrere Koordinationsstellen. Solche Komplexe sind besonders stabil.

► Wichtige Chelatliganden: Ethylendiamin, EDTA und Kronenether.

Ethylendiamin (1,2-Diaminoethan) ist so ein zweizähniger Ligand (Abb. 11.7).

Mit einem passenden Metallion, z. B. Cobalt, bildet sich ein Ring (Abb. 11.8).

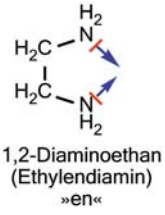


Abb. 11.7. Ethylendiamin als zweizähniger Ligand

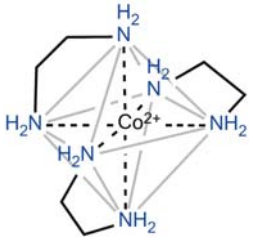


Abb. 11.8. Cobalt-Ethylendiamin-Komplex

Es gibt allerdings auch Chelatoren, die nicht nur zwei, sondern gleich sechs Bindungen ausbilden. Beispiele hierfür sind

- Ethylendiamintetraacetat, kurz EDTA (Abb. 11.9), oder auch
- [18]-Krone-6, ein ringförmiger Ether aus zwölf Kohlenstoffatomen und sechs Sauerstoffatomen (Abb. 11.10).

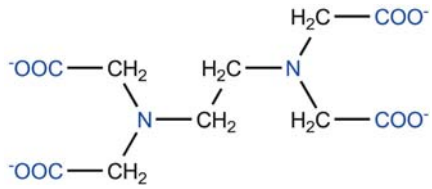


Abb. 11.9. Ethylendiamintetraacetat (EDTA)

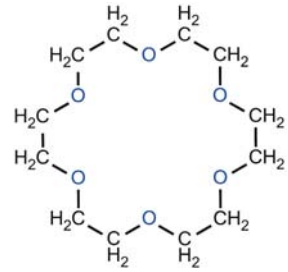


Abb. 11.10. [18]-Krone-6

EDTA findet auch in der Medizin Verwendung, da es auch sonst schlecht komplexierbare Ionen binden kann. Da zur Blutgerinnung freie Calciumionen benötigt werden, wird EDTA hier zur Bindung von Ca^{2+} eingesetzt und verhindert so das Verklumpen einer Blutprobe.

Hätten Sie's gewusst?

Einen Komplex zu haben, ist lebenswichtig!

Man findet solche Chelatkomplexe nicht nur im Reagenzglas, sondern auch in der »freien Natur«. Dort erfüllen sie an vielen Stellen geradezu essenzielle Funktionen. Hierzu zwei gewichtige Beispiele:

Die Häm-Gruppe des Hämoglobins. Für Speicherung und Transport von Sauerstoff im Blut ist das Hämoglobin verantwortlich, genauer gesagt die Häm-Gruppe dieses Proteins, das in den Erythrozyten enthalten ist. Chemisch betrachtet ist Häm ein Eisen(II)-Chelatkomplex. Das Zentralion ist also ein Fe^{2+}-Ion mit sechs Koordinationsstellen. Vier davon werden durch den vierzähnigen Liganden Porphyrin eingenommen, ein Derivat der Porphine. An der fünften Stelle bindet der Rest des Proteins, genauer gesagt ein Histidin. An der verbleibenden Stelle lagert sich dann in der Lunge ein Sauerstoff-Molekül (O_2) an (Abb. 11.11).

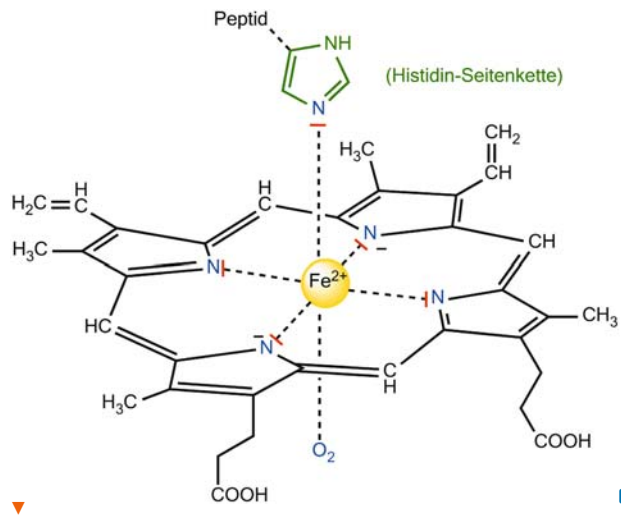
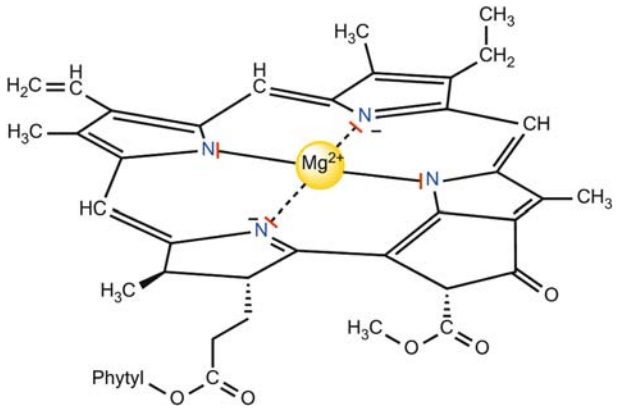


Abb. 11.11. Hämoglobin

Da Hämoglobin vier solcher Häm-Gruppen besitzt, ist es in der Lage vier Moleküle Sauerstoff zu transportieren. Allerdings kann auch Kohlenmonoxid hier gebunden werden. Da dieser aber 200-mal stärker bindet, führt schon das Einatmen von wenig CO zum Tod durch Ersticken.

Das Grüne im Blatt oder Chlorophyll. Genauso wichtig wie Hämoglobin für Menschen ist Chlorophyll für Pflanzen. Es gibt zwar mehrere Arten von Chlorophyll, diese unterscheiden sich aber nur marginal. Das Grundgerüst ist ebenfalls ein Porphinring, der allerdings ein Mg^{2+}-Ion komplexiert (◘ Abb. 11.12). Die Chlorophylle wirken also Katalysatoren bei der Fotosynthese, indem sie die von der Sonne abgestrahlten Lichtquanten absorbieren und als Energie für die Umwandlung von CO_2 und H_2O zu Kohlenhydraten bereitstellen.



◘ **Abb. 11.12.** Chlorophyll

Cytochrom C. Das in der Atmungskette mitwirkende Cytochrom ist dem Häm sehr ähnlich, lediglich zwei Doppelbindungen sind aufgespalten und zwei Cystein addiert.

Im Gegensatz zum Eisen im Häm ist das Eisen im Cytochrom redoxaktiv, d. h., es ändert seine Oxidationszahl zwischen Fe^{2+} und Fe^{3+}und transportiert auf diese Weise Elektronen in der Atmungskette. Dieser Vorgang ist reversibel. Wenn allerdings bei einer Blausäure- oder Kohlenmonoxidvergiftung die Cytochromoxidase gehemmt wird, verhindert es dessen Reduktion zum Fe^{2+} zurück; damit erlahmt der Elektronentransport und damit die Atmungskette. Das am Ende der Atmungskette entstehende ATP fehlt in der Zelle, sie geht zugrunde, ihr Besitzer stirbt.

11.5 Stabilität

Alle Komplexe sind auch in der Lage, wieder zu zerfallen, da ihre Bildung eine Gleichgewichtsreaktion ist. Betrachtet man allerdings ein paar exemplarisch, stellt man fest, dass manche stark, andere jedoch scheinbar gar nicht zerfallen. Wie ist dies zu erklären?

Als erster Anhaltspunkt für die Abschätzung der Stabilität eines Komplexes kann die **18-Elektronen-Regel** dienen: **Bei Komplexen, bei denen das Koordinationszentrum durch die Liganden genau so viele Elektronen (e^-) erhält, dass es genau 18 Valenzelektronen besitzt, kann man davon ausgehen, dass sie relativ stabil sind.**

► 18-Elektronen-Regel: Stabile Komplexe werden dann gebildet, wenn die Zahl der Valenzelektronen von Zentralteilchen und allen Liganden 18 beträgt.

Beispiel: Chrom bildet mit sechs Kohlenmonoxid-Molekülen den Chromhexacarbonylkomplex:

$$Cr + 6\,CO \rightarrow [Cr(CO)_6]$$

Da das Chrom die Elektronenkonfiguration $3d^5\ 4s^1$ hat, sprich sechs Valenzelektronen, und durch die sechs CO-Moleküle noch mal je zwei (ergibt zwölf) Elektronen dazukommen, hat es am Ende die benötigten 18 Valenzelektronen.

Mit dieser Regel lassen sich jedoch nicht alle Komplexe und auftretenden Phänomene erklären. Eine weitere Möglichkeit zur Abschätzung bietet das **Konzept der harten und weichen Lewis-Säuren/-Basen** (Hard and Soft Acids and Bases), kurz HSAB, das 1963 von Pearson eingeführt wurde:

► HSAB-Prinzip: Stabile Komplexe werden dann gebildet, wenn harte (weiche) Lewis-Säuren mit harten (weichen) Lewis-Basen reagieren.

Verbindungen, die aus einer harten Säure und Base bestehen, und solche, die aus weicher Säure und Base bestehen, sind stabiler als gemischte Verbindungen. Die Härte einer Lewis-Säure ist umso größer, je kleiner, stärker geladen und schwerer polarisierbar ein Molekül ist (Tab. 11.2). Entsprechend gilt bei Lewis-Basen: Sie sind um so härter, je kleiner, weniger polarisierbar und schwerer oxidierbar sie sind (Tab. 11.3).

Tab. 11.2. Beispiele für Lewis-Säuren

Harte Lewis-Säure	Fe^{3+}	Al^{3+}	Ca^{2+}	Ti^{4+}
Übergangsbereich	Fe^{2+}	Cu^{2+}	Pb^{2+}	Zn^{2+}
Weiche Lewis-Säure	Au^{+}	Cu^{+}	Cd^{2+}	Tl^{+}

Tab. 11.3. Beispiele für Lewis-Basen

Harte Lewis-Basen	F^-	OH^-	O^{2-}	NH_3
Übergangsbereich	Br^-	NO_2		
Weiche Lewis-Basen	I^-	S^{2-}	SCN^-	

Komplexbildungs- und Komplexzerfallskonstante

► Die Stabilität von Komplexen lässt sich über das Massenwirkungsgesetz bestimmen→Komplexbildungs- und Komplexzerfallskonstante.

Doch da auch diese Methode nicht quantitativ ist, hat man sich weitere Gedanken gemacht und hat aus dem Massenwirkungsgesetz (MWG) im Labor die so genannte **Komplexbildungskonstante K_B** sowie die **Komplexzerfallskonstante K_z** bestimmt ($K_z = K_B^{-1}$). **Aus dem Massenwirkungsgesetz lässt sich die Komplexbildungs- und Komplexzerfallskonstante bestimmen.**

$$Fe^{2+} + 6CN^- \rightarrow [Fe(CN)_6]^{4-}$$

$$K_B = \frac{\left[[Fe(CN_6]^{4-}\right]}{[Fe^{2+}] \cdot [CN^-]^6}$$

► Je größer K_B, desto stabiler ist der Komplex.

Je größer der K_B-Wert, desto weiter liegt das Gleichgewicht auf der Seite der Produkte, desto stabiler ist der Komplex also. **Somit sind Vorhersagen über das Bindungsverhalten von Komplexen möglich.** Trifft ein potenzieller Ligand auf einen Komplex, dessen K_B-Wert kleiner ist als der K_B-Wert der »Konkurrenzreaktion«, so findet eine **Ligandenaustauschreaktion** statt. Hierbei gehen also die zuvor gebundenen Liganden in Lösung und die neuen Liganden werden in einem neuen Komplex gebunden.

► Ligandenaustauschreaktion = Liganden aus einem weniger stabilen Komplex gehen in den stabilen Komplex über.

Thermodynamische und kinetische Stabilität

► Für Komplexe ist neben der thermodynamischen Stabilität auch die kinetische Stabilität wichtig.

Die Komplexzerfallskonstanten besagen allerdings nur etwas über die **thermodynamische Stabilität** eines Komplexes. Zusätzlich muss aber noch die **kinetische Stabilität** betrachtet werden. **Die kinetische Stabilität äußert sich in der Ligandenaustauschgeschwindigkeit:**

- Reagiert ein Komplex rasch, wird er als **labil**, also kinetisch instabil, bezeichnet.
- Dagegen gibt es aber natürlich auch Komplexe, die nur sehr langsam einen Ligandenaustausch vollziehen, diese werden dann **inert** genannt.

Erst wenn beide Größen bekannt sind, kann man über das Verhalten eines Komplexes exakte Voraussagen treffen.

Auch in Sachen der Stabilität nehmen Chelatkomplexe eine Sonderrolle ein. Im Gegensatz zu einzähnigen Liganden haben sie eine wesentlich größere Bildungskonstante und sind dementsprechend stabiler.

► Chelatkomplexe sind im Vergleich zu einzähnigen Liganden stabiler.

Folgendes Beispiel soll dies verdeutlichen:

$$Ni^{2+}_{aq} + 6NH_3 \rightarrow [Ni(NH_3)_6]^{2+}\ K = 10^9$$
$$Ni^{2+}_{aq} + 3en \rightarrow [Ni(en)_3]^{2+}\ K = 10^{18}$$

Folglich reagiert $[Ni(NH_3)_6]^{2+}$ mit *en*:

$$[Ni(NH_3)_6]^{2+} + 3en \rightarrow [Ni(en)_3]^{2+} + 6NH_3$$

Gibt man also zu einer Lösung des Hexaamminnickel(II)-Komplexes den zweizähnigen Chelatliganden 1,2-Diaminoethan (auch Ethylendiamin oder kurz *en*), so werden die sechs vorher gebundenen Ammoniakmoleküle frei und gegen drei Ethylendiamin ausgetauscht. Und das passiert, obwohl immer nur Stickstoffatome an das Nickel(II)-Ion koordinieren.

Chelateffekt

Diese verblüffende Tatsache der gerade erklärten Reaktion lässt sich durch den **Chelateffekt** erklären. Der thermodynamische Vorteil lässt sich an Gibb's freier Energie nachvollziehen (► Kap. 8.5.2.4):
Gibb's freie Energie:

$$\Delta G^o = \Delta H^0 - T\,\Delta S^0,\ \Delta G^0 = \text{Triebkraft der Reaktion},\ \Delta H^0 = \text{Enthalpie},\ \Delta S^0 = \text{Entropie}$$

Durch eine Zunahme der Entropie ΔS^0 wird ΔG^0, also die Triebkraft der Reaktion, ebenfalls größer und damit die Reaktion stärker exergon. **Chelatkomplexe sind aufgrund eines günstigen Entropieanteils sehr stabil = Chelateffekt.** Am Anfang der Reaktion waren vier frei bewegliche Moleküle im System, nämlich der Komplex und die drei Ethylendiamine. Durch den vollständigen Austausch der Liganden sind nun die sechs Ammoniakmoleküle und der Komplex frei vorhanden, die »Unordnung« (= Entropie) hat zugenommen. Dies erklärt auch die hohe Stabilität von z. B. EDTA-Komplexen, denn EDTA ist sechszähnig, kann also bis zu sechs einzähnige Liganden ersetzen.

► Chelateffekt: Chelatkomplexe sind aufgrund eines günstigen Entropieanteils sehr stabil.

Auch kinetisch sind Chelatkomplexe bevorzugt: bei der Besetzung der ersten Bindungsstelle am Zentralion sind zwischen normalen Liganden und Chelatoren keine wesentlichen Unterschiede zu erwarten. Für den Chelator ist es jetzt jedoch viel leichter, auch noch mit seinem zweiten »Arm« zu binden, da er schon viel dichter am Zentralion dran ist als ein zufällig vorbei diffundierender einarmiger Ligand.

11.6 Isomerie

Zur genauen Beschreibung eines Komplexes stellt sich angesichts der teilweise sechs oder mehr Liganden die Frage, welcher denn wo genau an das Zentralion koordiniert. Auch hier gibt es den Fall der identischen Summen-, aber unterschiedlichen Strukturformel. Mal wieder Isomerie (► Kap. 10.1)!

Man muss nun mehrere Formen der Isomerie unterscheiden: **Es gibt die Konstitutionsisomerie, die Konfigurationsisomerie und die optische Isomerie (Enantiomerie).**

► Es gibt mehrere Formen der Isomerie.

Konstitutionsisomerie. Hierbei haben die Atome bzw. Moleküle nicht dieselben Bindungspartner neben sich. Bei Komplexen kann dies mehrere Gründe haben:

1. Ionen können sowohl im Komplex als auch außerhalb gebunden sein. In diesem Fall spricht man von Ionisationsisomerie. Die Komplexe $[Co(NH_3)_5Cl]SO_4$ und $[CO(NH_3)_5SO_4]Cl$ haben zwar die gleiche Summenformel, doch bei dem einen Komplex ist das Cl^--Ion gebunden, bei dem

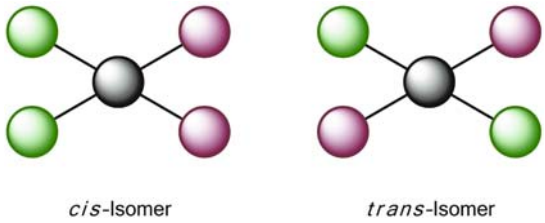
anderen das SO_4-Ion. Ein Sonderfall dieser Form der Isomerie ist die Hydratisomerie: Hierbei sind unterschiedlich viele H_2O-Moleküle am Komplex beteiligt.

$[Cr(H_2O)_6]Cl_3$
$[Cr(H_2O)_5Cl]Cl_2 \cdot H_2O$
$[Cr(H_2O)_4Cl_2]Cl \cdot 2\ H_2O$

2. Von Bindungsisomerie (= Salzisomerie) spricht man, wenn ein Ligand auf zwei verschiedene Arten an das Zentralion binden kann:

   Met-C≡N| oder Met-N≡C|

Konfigurationsisomerie. Im Gegensatz zur Konstitutionsisomerie haben bei der Konfigurationsisomerie die Moleküle zwar dieselben Bindungspartner, jedoch in unterschiedlicher räumlicher Anordnung, sie sind zueinander Stereoisomere. Betrachtet man einen quadratisch planaren Komplex mit zwei unterschiedlichen Arten von Liganden wie $[Pt(NH_3)_2Cl_2]$, stellt man fest, dass es zwei Möglichkeiten gibt: *cis* und *trans* (◘ Abb. 11.13).



◘ **Abb. 11.13.** *cis/trans*-Isomerie bei Komplexen

Diese Form der Isomerie ist auch bei Oktaedern möglich, bei **Tetraedern** jedoch nicht, hier entsteht vielmehr eine weitere Isomerieart: die **optische Isomerie** oder auch **Enantiomerie** ▶ Kap. 12). Dabei verhalten sich die Isomere wie Bild und Spiegelbild zueinander, lassen sich also nicht zur Deckung bringen.

11.7 Bindungstheorien

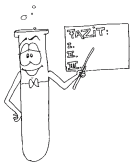
Es gibt mehrere teils sehr einfache, teils hoch komplexe Bindungstheorien, die versuchen, Aussagen über die genaue Art den Bindungen innerhalb der Komplexe zu machen. Ein relativ einfacher Ansatz wurde schon in ▶ Kap. 11.5 besprochen. Dieser Ansatz besteht zum einen aus rein elektrostatischen Anziehungskräften zwischen den meist positiv geladenen Zentralionen und den negativen Liganden, zum anderen lässt sich durch die **HSAB-Theorie** auch die Komplexbildung aus neutralen Molekülen wie H_2O und NH_3 erklären. Beide machen jedoch keine Aussage über den genauen Bindungstyp oder die Bindungsart.

▶ Bindungstheorien der Komplexe: HSAB-, Valence-Bond-, Kristallfeld- und Molekülorbitaltheorie

Deshalb wurde die Valence-Bond-Theorie entwickelt. **Die Valence-Bond-Theorie geht davon aus, dass zwischen Liganden und dem Zentralatom kovalente Bindungen auftreten.** Diese entstehen durch Überlappung von unbesetzten Orbitalen des Zentralatoms mit gefüllten Orbitalen der Liganden. Die räumliche Ausrichtung bestimmt sich aus der Art der dabei entstandenen Hybridorbitale. Damit lässt sich die Geometrie sehr anschaulich erklären, aber zu dem Phänomen der sehr unterschiedlichen Farben von Komplexen kann sie keine Aussagen machen.

Dies jedoch wird durch die Kristallfeldtheorie möglich. **Die Kristallfeldtheorie berücksichtigt die elektrostatischen Effekte, die die Liganden auf das Zentralatom haben.** Diese führen zu einer energetischen Aufspaltung der d-Orbitale; dadurch werden bestimmte Orbitale für eine Bindung bevorzugt. Da diese dann in verschiedene Richtungen koordinieren, entstehen letztendlich die **Koordinationspolyeder**. Auch ist diese Aufspaltung der Energieniveaus in letzter Konsequenz für die **Farbvielfalt der Komplexe** verantwortlich. Durch die veränderten Orbitalenergien sind, vereinfacht gesagt, die Elektronen in der Lage, Licht einer bestimmten Wellenlänge zu absorbieren und damit dem Licht einen Farbanteil zu entziehen. Das führt dazu, dass der Komplex dann in der Komplementärfarbe gefärbt ist.

Am umfassendsten und auch exaktesten beschreibt die Molekülorbitaltheorie den ganzen Komplex mit den Komplexen. **Die Molekülorbitaltheorie berücksichtigt zusätzlich das Auftreten von antibindenden und nichtbindenden Molekülorbitalen**, ist allerdings so umfangreich wie dies ganze Kapitel. Hier sei dann auf einschlägige Chemiefachliteratur verwiesen.



kurz & knapp

- Komplexe bestehen aus einem Zentralatom/-ion mit gebundenen Liganden.
- Als Zentralatome findet man oft Metallionen; sie haben je nach Komplex u. U. eine andere Koordinationszahl, häufig findet man 4 und 6.
- Liganden besitzen freie Elektronenpaare, die sie in einer koordinativen Bindung dem Komplex zur Verfügung stellen.
- Liganden können ein- oder mehrzähnig sein; dann nennt man sie Chelatoren.
- Chelatkomplexe sind durch die mehrfache Bindung des/der Liganden stabiler als vergleichbare Komplexe→»Chelateffekt«.
- Oft fallen Komplexe durch ihre intensive Farbe auf.
- (Chelat-)Komplexe erfüllen im Menschen lebenswichtige Aufgaben: werden sie zerstört, hat das schwerwiegende Folgen bis zum Tod.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1. Aufgabe 1

Welche Oxidationsstufe/-zahl und welche Koordinationszahl hat das Zentralatom/-ion?

1) $[Au(CN)_4]^-$
2) $[Cd(NH_3)_4]^{2+}$
3) $[Cu(NH_3)_4(H_2O)_2]^+$
4) $[Cu(en)_2]SO_4$
5) $K_4[Fe(CN)_6]$
6) $[Fe(H_2O)_4(SCN)_2]Cl$

Lösung 1.

Um die Oxidationszahl (OZ) zu bestimmen, muss man wissen, welche Ladung die Liganden haben bzw. die »Ausgleichsionen«, die die Gesamtladung neutralisieren. Die Koordinationszahl (KZ) ergibt sich aus der Anzahl der direkt im Komplex gebundenen Liganden, also ohne die »Ausgleichsionen«.

Für Komplex 1:
Cyanid (CN^-) ist einfach negativ geladen; da im Komplex vier davon gebunden sind ($4 \cdot (-1)$), und eine Restladung von −1 erhalten bleibt, muss das Goldion eine OZ von +3 haben. Koordiniert werden vier Cyanid, Au hat also die KZ 4.

Für Komplex 5:
Kalium ist als »Ausgleichsion« einfach positiv ($4 \cdot (+1)$), Cyanid wieder −1 ($6 \cdot (-1)$); es bleibt also, da der Komplex neutral ist, als einzige OZ für das Eisen nur +2. Koordiniert werden diesmal sechs CN^-, Fe^{2+} hat in diesem Fall also als KZ 6.

Aufgabe 2. Aufgabe 2

(nach Bearbeitung von ▶ Kap. 12): Bitte benennen Sie folgende Komplexe:

1) $[Ni(CO)_4]$
2) $K_4[Fe(CN)_6]$
3) $[Cu(OH)_2(H_2O)_2]$
4) $[Co(NH_3)_3Cl_3]$
5) $[Pt(NH_3)_4][PtCl_6]$
6) $[Co(NH_3)_5(NO_2)]Cl_2$

Lösung 2.

1) Tetracarbonylnickel(0)
2) Kaliumhexacyanoferrat(II)
3) Diaquadihydroxokupfer(II)
4) Triammintrichlorocobalt(III)
5) Tetramminplatin(II)-hexachloroplatinat(IV)
6) Pentamminnitrocobalt(III)-chlorid

Aufgabe 3

Aufgabe 3.

Cyanid bildet mit Quecksilber(II)-Ionen einen stabilen Komplex $[Hg(CN)_4]^{2-}$. Die Komplexzerfallskonstante K_z für diesen Komplex beträgt $4 \cdot 10^{-42}$.

a) Formulieren Sie die Bruttogleichung des Komplexzerfalls und leiten Sie ausgehend davon die mathematische Beziehung für die Komplexzerfallskonstante ab!

b) Leiten Sie ausgehend von Teilaufgabe a) ab, wie hoch die Konzentration an freien Cyanid- und Quecksilberionen in einer 1 M $[Hg(CN)_4]^{2-}$ ist!

Lösung 3.

a) Die Bruttogleichung des Komplexzerfalls ist nichts weiter als die normale, stöchiometrisch korrekte Reaktionsgleichung:

$$Hg(CN)_4^{2-} \rightleftharpoons Hg^{2+} + 4\,CN^-$$

Die mathematische Beziehung der Zerfallskonstante ist ebenfalls »nur« das MWG, wobei zu beachten ist, dass die Edukte der Reaktion, also der Komplex, im Nenner und die Produkte im Zähler des Bruches stehen:

$$K = \frac{[Hg^{2+}][CN^-]^4}{[Hg(CN)_4^{2-}]} = 4 \cdot 10^{-42}$$

b) Die weitere Berechnung erfolgt ebenfalls anhand des MWG:
Nun kann man aufgrund der Zusammensetzung des Komplexes Folgendes feststellen:

$$[Hg^{2+}] = \frac{1}{4}[CN^-]$$

Aus der Aufgabenstellung weiß man, dass die Konzentration des Komplexes zu Beginn 1 mol l^{-1} war, die Änderung wird vernachlässigt. Daraus folgt dann nach Einsetzen:

$$[Hg(CN)_4^{2-}] \approx [Hg(CN)_4^{2-}]^0 = 1\ \text{mol}\ l^{-1}\ ^1$$

Umformen und Einsetzen ergibt:

$$K = \frac{[Hg^{2+}][CN^-]^4}{[Hg(CN)_4^{2-}]} = \frac{[CN^-]^5}{4[Hg(CN)_4^{2-}]}$$

Unter Berücksichtigung des ersten Schritts lässt sich der Rest auch leicht berechnen:

$$[CN^-]^5 = 4 \cdot K \cdot [Hg(CN)_4^{2-}] = 16 \cdot 10^{-42}$$
$$[CN^-] = 6{,}9 \cdot 10^{-9}$$
$$[Hg^{2+}] = \frac{1}{4}[CN^-] = 1{,}7 \cdot 10^{-9}$$

Damit wäre diese Aufgabe auch geschafft!

Alles klar!

Was machen die Spurenelemente im Müsli?

Zuerst muss geklärt werden, was denn überhaupt Spurenelemente sind. Hierunter versteht man laut Definition all jene Elemente, die zwar essenziell, d. h. lebensnotwendig sind, aber eben nur in sehr geringen Mengen unter 100 mg d^{-1} mit der Nahrung aufgenommen werden müssen. Damit fallen darunter:

- Eisen
- Kupfer
- Zink
- Kobalt
- Mangan
- Molybdän
- Selen
- Chrom
- Iod
- Fluor

Bei den Elementen Vanadium, Nickel, Aluminium, Silicium, Zinn und Arsen ist man sich noch nicht sicher, ob sie wirklich lebensnotwendig sind.

Die Aufgaben der verschiedenen Spurenelemente sind nun jeweils sehr speziell, meist erfüllen sie Funktionen innerhalb vom Enzymen und katalysieren hier biochemische Reaktionen; mehr dazu in der Biochemie. Als Beispiele seien nur genannt:

- Eisen: Die drei Hauptfunktionen erfüllt Eisen im Hämoglobin, im Myoglobin und im Cytochrom C.
- Kupfer hat ebenfalls seine Hauptfunktion in der Atmungskette, genauer im Komplex IV
- Zink ist in einem sehr wichtigen Enzym zu finden: der Alkohol-Dehydrogenase (▶ Kap. 10.2). Weiterhin ist es an der Speicherung von Insulin in der Bauchspeicheldrüse beteiligt und vermittelt die Wirkung von Zinkfingerproteinen an der DNA.
- Kobalt findet sich als Zentralatom im Vitamin B_{12}, deshalb auch Cobalamin genannt. Vitamin B_{12} wiederum ist wichtig für die Blutbildung, bei Mangel entsteht eine perniziöse Anämie.

12 Nomenklatur in der Chemie

Heike Görner

12.1 Einleitung – 500

12.2 Anorganische Stoffe – 501
12.2.1 Stoffe des Periodensystems – 501
12.2.2 Ionen und Salze – 501
12.2.3 Phosphate, Sulfate, Nitrate, -ite – 502

12.3 Funktionelle Gruppen und Ausnahmen – 504

12.4 Organische Stoffe – 505
12.4.1 Alkane, Alkene, Alkine – 505
12.4.2 Alkohole und Carbonyle – 508
12.4.3 Carbonsäuren – 509

12.5 Komplexnomenklatur – 510

- Anorganische Stoffe
- Funktionelle Gruppen
- Organische Stoffe
- Komplexe

Wie jetzt?

Aus der Presse: »Hoffnung für Arthrosepatienten – Glucosaminsulfat«

Entsprechend dieser Meldung wirkt Glucosaminsulfat bei Arthrosepatienten, Schmerzen werden gelindert und der Gelenksknorpel bleibt erhalten. Was ist aber »Glucosaminsulfat«? Warum muss das denn immer so schwierig klingen?

12.1 Einleitung

Als in meinem Medizinstudium der Chemie-Kurs an der Reihe war, hatte ich mit einigen Kommilitonen zusammen eine Lern- und Arbeitsgruppe ins Leben gerufen. In den ersten Stunden kamen Fragen auf wie beispielsweise »Woher weiß ich, wie der Stoff aussieht?« oder »Wenn ich in der Klausur einen Stoff benennen soll, wie mache ich das dann?«. Da die Kenntnisse von der Nomenklatur das Lernen und Verstehen in der Chemie wirklich erleichtern, und sich von dem Namen schon viele der Eigenschaften herleiten lassen, sollte dieses Kapitel in diesem Buch natürlich nicht fehlen.

In der Chemie folgt alles einem klaren Schema. Na ja, nicht *alles*, aber Ausnahmen bestätigen ja bekanntlich die Regel.

► Die griechischen Zahlen sind in der Chemie enorm wichtig!

Ein wichtiges Handwerkszeug dabei ist die Kenntnis der griechischen Zahlen, da die Zählung der unterschiedlichen Substanzen in einer Verbindung dadurch erfolgt. Im Prinzip ist das nicht schwer, wenn Sie folgende Zahlen kennen:

- Eins: mono-
- Zwei: di-
- Drei: tri-
- Vier: tetra-
- Fünf: penta-
- Sechs: hexa-
- Sieben: hepta-
- Acht: okta-
- Neun: nona-
- Zehn: deca-
- Elf: undeca-
- Zwölf. dodeca-
- Zwanzig: eicosa-
- Dreißig: tricosa-
- Vierzig: tetracosa-
- Fünfzig: pentacosa-
- Sechzig: hexacosa-

Wir wollen uns nun zusammen die Regeln und Ausnahmen bei der Nomenklatur ansehen.

12.2 Anorganische Stoffe

12.2.1 Stoffe des Periodensystems

Wie wir bereits in ► Kap. 9 gelernt haben, hat jeder Stoff des Periodensystems seinen Namen. Dieser lässt sich bei den meisten Stoffen auch sehr leicht erkennen, da die Buchstaben des Elements meist den Anfangsbuchstaben der Substanz entsprechen. Dies gilt beispielsweise für die meisten Vertreter der Edelgase (Ne: Neon, Xe: Xenon), der Alkali- und Erdalkalimetalle (Na: Natrium, Li: Lithium, Ca: Calcium). Bei manchen Stoffen findet man den Anfangsbuchstaben und einen weiteren Buchstaben aus dem Wort als Abkürzung, so z. B. Cs: Cäsium oder Rd: Radon.

Schwieriger wird es, wenn der deutsche Name nicht aus der Abkürzung herleitbar ist: so ist das z. B. bei Wasserstoff (H), Sauerstoff (O), Stickstoff (N) und Quecksilber (Hg), um nur einmal einige der bekanntesten Vertreter zu nennen. Hier hilft es, wenn man weiß, dass die Elementenkürzel von den griechischen und lateinischen Namen dieser Substanzen abstammen. Beispiel Wasserstoff: H kommt von dem griechischen Wort *hydro* bzw. vom lateinischen Wort *hydrogenium* (= Wasserbildner). Der Chemiker Henry Cavendish zeigte, dass Wasserstoff zusammen mit Sauerstoff (O vom lateinischen *oxygenium*: Säurebildner) bei der Verbrennung Wasser ergab. Das N des Stickstoffs steht für *nitrogenium* (lat. Laugensalzbildner).

► Aus dem Namen der Stoffe kann man sich auch schon einige ihrer Eigenschaften erklären. So ist der Sauerstoff (oxygen: Säurebildner) Bestandteil vieler Säuren, wie der Kohlensäure (H_2CO_3), der Schwefelsäure (H_2SO_4) und der Phosphorsäure (H_3PO_4).

Wie man sieht, kann man sich also vom Namen auch schon einige Eigenschaften der Elemente erklären. So findet man z. B. Sauerstoff, wie wir wissen, in vielen Säuren wieder: in der Kohlensäure (H_2CO_3), der Schwefelsäure (H_2SO_4) und der Phosphorsäure (H_3PO_4) etc. Andererseits ist der Stickstoff als Bestandteil des Ammoniaks (NH_3) die basische Substanz schlechthin.

Interessant ist auch das Element Quecksilber (Hg). Der Begriff, der für die Abkürzung Pate stand, kommt aus dem Lateinischen: *hydrargyum* – wir finden hier die Worte *hydro* (was soviel heißt wie flüssig) und *argentum* (Silber) – was also »*flüssiges Silber*« bedeutet. Hieraus lässt sich die Tatsache erkennen, dass Quecksilber ein silbriger Stoff ist, der bei Raumtemperatur flüssig ist. Im Mittelalter rechnete man diese Substanz dem römischen Handelsgott Merkur zu, der selbst dank seiner Flügelschuhe sehr beweglich ist. Dies findet sich auch in der Nomenklatur von Komplexen wieder, in denen Quecksilber vorkommt (► Kap.12.5).

► Quecksilber gehört seit dem Mittelalter zu den Insignien des römischen Handelsgottes und Götterboten Merkur, der dank seiner Flügelschuhe sehr beweglich ist – so wie Quecksilber eben auch.

Man sieht also, dass sich allein vom Namen der Stoffe viele Dinge und Eigenschaften der Substanz herleiten lassen.

Wichtig bei der Nomenklatur ist, darauf zu achten, dass alle Stoffe des Periodensystems, wenn sie als Element (also mit der Oxidationszahl 0 ► Kap. 8.4) vorkommen, einfach beim Namen genannt werden: Na: Natrium, Pb: Blei, Mg: Magnesium etc.

Bei Stoffen, die unterschiedlich viele Bindungen eingehen können, wie beispielsweise der Schwefel, empfiehlt es sich, auch die Anzahl der Bindungen mit anzugeben. Wenn wir nun das Schwefelfluorid nehmen, so kommt es in folgenden Varianten vor: SF_4 und SF_6. Um diese zu unterscheiden, gibt man einfach die Anzahl der gebundenen Teilchen (hier Fluor) in griechischen Zahlwörtern an: SF_4→ Schwefel-**tetra**-fluorid bzw. SF_6→Schwefel-**hexa**-fluorid.

Ein wenig anders verhält es sich, wenn die Oxidationszahl nicht mehr Null ist, so beispielsweise bei den Ionen der Stoffe.

12.2.2 Ionen und Salze

Ionen sind elektrisch geladene Atome oder Moleküle. Das heißt, sie haben entweder eine positive oder eine negative Ladung. Grundsätzlich hängt man einfach an den Namen des Elementes das Wort **-Ion** um deutlich zu machen, dass es sich hier wirklich um ein solches handelt. Beispielsweise: Na^+: Natrium-**Ion.**

► Bei geladenen Substanzen hängt man an den Namen des Stoffes das Wort -Ion.

Das ist besonders einfach bei positiv geladenen Ionen (Kationen). Am wichtigsten sind hierbei die Hauptgruppen I–III. Hier wird wie gerade beschrieben einfach nur das Wort -Ion angehängt: Kalium-Ion (K^+), Barium-Ion (Ba^{2+}), Aluminium- Ion (Al^{3+}).

► Bei Ionen, die unterschiedliche Ladungen haben können, solltet ihr immer noch die Ladungsanzahl angeben: Eisen-II- bzw. Eisen-III-Ion.

Ein wenig tricky wird es bei Stoffen, die unterschiedliche Ladungen haben können, wie beispielsweise Eisen. Hier empfiehlt es sich, die Anzahl der Ladungen mit anzugeben: Eisen-**II**-Ion (Fe^{2+}) bzw. Eisen-**III**-Ion (Fe^{3+}).

► Bei Anionen setzt man das Kürzel -id zwischen den Namen der Substanz und dem Wort »Ion«. -id bedeutet hierbei »ohne Sauerstoff«

Bei negativ geladenen Stoffen (Anionen) (hier spreche ich v. a. die Stoffe der Hauptgruppe VII – also die Halogene – an) setzt man zwischen den Namen des Stoffs und dem Wort -Ion das Kürzel **-id**. Also beispielsweise: Chlor**idion** (Cl^-) oder Iod**idion** (I^-). Das Kürzel -id bedeutet hier so viel wie »ohne Sauerstoff«.

Diese Erkenntnisse lassen sich nun auch auf die Benennung von Salzen anwenden, da diese, wie wir ja schon gelernt haben, immer aus einem Anion und einem Kation bestehen. Als Beispiel dient unser allseits bekanntes Kochsalz: Es besteht aus einem **Natrium-Ion** (Na^+) und einem **Chloridion** (Cl^-). Zusammen ergibt dies das Salz **Natriumchlorid** (NaCl).

► Natrium-Ion+Chloridion = Natriumchlorid

Genauso läuft das bei den anderen einfachen Salzen auch. **Man muss aber aufpassen, dass sich die Ladungen der verschiedenen Ionen ausgleichen.** Wenn wir beispielsweise ein zweifach positiv geladenes Kation haben (bspw. Ca^{2+}) und es mit einem einfach negativ geladenen Anion kombinieren wollen (bspw. Cl^-), so brauchen wir von Letzterem zwei Stück (► Kap. 8.2). Wir erhalten dann das Salz Calciumchlorid ($CaCl_2$).

► Bei Salzen von Ionen mit unterschiedlicher Ladungszahl ist immer die Anzahl der Ladungen mit anzugeben: Eisen(II)bromid ($FeBr_2$) oder Eisen(III)bromid (FeBr3)

Ein wenig schwieriger ist es nun wieder bei Salzen von Ionen, die unterschiedliche Ladungen tragen können. Hier sehen wir uns wieder einmal das Eisen-Ion etwas genauer an. Eisen gibt es, wie wir wissen, in den Formen Fe^{2+} und Fe^{3+}. Das heißt es kommen von einem Salz, z. B. Eisenbromid, immer zwei verschiedene Formen vor: $FeBr_2$ und $FeBr_3$. Um diese zu unterscheiden, gibt man wieder die Ladungsanzahl des Eisens an, also Eisen(II)bromid ($FeBr_2$) bzw. Eisen(III)bromid ($FeBr_3$).

Chemie

12.2.3 Phosphate, Sulfate, Nitrate, -ite

Wie wir schon wissen, besitzen Substanzen, die auf -id enden, keinen Sauerstoff. Es gibt nun aber auch Stoffe und Ionen, die Sauerstoff enthalten. Als Beispiele sind hier die unterschiedlichen Ionen der Phosphor-, Schwefel-, Kohlen- und Salpetersäuren zu nennen.

- Ionen der Phosphorsäure
- Ionen der Kohlensäure
- Ionen der Salpetersäure

Ionen der Phosphorsäure

► Da die Phosphorsäure drei Wasserstoffatome besitzt, sind auch drei verschiedene Ionen dieser Verbindung möglich

Die Phosphorsäure H_3PO_4 besitzt, wie man sieht, drei Wasserstoffatome. Sobald man eines entfernt, erhält man eine negativ geladene Verbindung, also ein Ion. Da man insgesamt drei Wasserstoffatome entfernen kann, existieren auch drei unterschiedliche Ionen:

- PO_4^{3-}
- HPO_4^{2-}
- $H_2PO_4^-$

► PO_4^{3-}: Phosphation, HPO_4^{2-}: Hydrogenphosphation, $H_2PO_4^-$: Dihydrogenphosphation

PO_4^{3-} ist das so genannte **Phosphation**. Die Salze dieser Verbindung bezeichnet man als **Phosphate**. Als Beispiel wäre hier das Natriumphosphat (Na_3PO_4) zu nennen. **Die Endung -at bedeutet hier so viel wie »viel Sauerstoff«. An dieser Endung könnt ihr aber auch Salze von organischen Säuren, z. B. Tartrat als Salz der Weinsäure oder Acetat als Salz der Essigsäure (► Kap. 12.4.3), und negativ geladene Komplexe (► Kap. 12.5) erkennen!**

► Ein zusätzliches Wasserstoffatom in einer Verbindung wird durch die Vorsilbe Hydrogen- kenntlich gemacht

HPO_4^{2-} enthält ein Wasserstoffatom mehr. Und da der Wasserstoff sich vom lateinischen *hydrogenium* herleitet, sprechen wir hier von einem **Hydrogenphosphation.**

Auch $H_2PO_4^-$ ist ein Hydrogenphosphation. Da es aber **zwei** Wasserstoffatome enthält, spricht man von einem **Di**hydrogenphosphation.

Die Salze beider Stoffe bilden in Kombination einen sehr wertvollen Puffer: den Phosphatpuffer. Dieser besteht aus NaH_2PO_4 und Na_2HPO_4, also Natriumdihydrogenphosphat und (Di-)Natriumhydrogenphosphat.

Es gibt auch Stoffe, die mit der Phosphorsäure verwandt sind, aber unterschiedlich viele Sauerstoffatome enthalten. Das gilt auch für die anderen oben genannten Säuren:

- Bei einem O-Atom mehr sprechen wir von der **Hyper**-Säure (H_3PO_5: (Hy)perphosphorsäure.)
- Bei einem O-Atom weniger sprechen wir von der **-igen** Säure (hier H_3PO_3: Phosphorige Säure).
- Bei zwei O-Atomen weniger sprechen wir von **Hypo-ige** Säure (hier H_3PO_2: Hypophosphorige Säure).

► Auch für Chlorsäure ($HClO_3$), Schwefelsäure (H_2SO_4) und Salpetersäure (HNO_3) gilt:
- ein O-Atom mehr: Hyper-Säure
- ein O-Atom weniger: -ige Säure
- zwei O-Atome weniger: Hypo.....ige Säure

Ionen der Schwefelsäure

Auch die Schwefelsäure (H_2SO_4) enthält mehrere Wasserstoffatome. Damit gibt es auch hier verschiedene Ionen. Das Ion ohne Wasserstoffatome (SO_4^{2-}) bezeichnet man als **Sulfation**. Die Salze werden als Sulfate bezeichnet. Dementsprechend sprechen wir vom HSO_4^--Ion als **Hydrogensulfation**.

► Die Salze der Schwefelsäure werden als Sulfate bezeichnet.

Die Schwefelsäure ist eine sehr starke Säure und außerdem hygroskopisch, d. h. sie zieht Wasser an. Für das Praktikum sollten wir uns deshalb Folgendes merken: **Erst das Wasser, dann die Säure, sonst geschieht das Ungeheure! Im entgegengesetzten Fall springt die Säure einem entgegen→ höchste Verletzungsgefahr!!!**

Es gibt aber auch noch die Salze der Schwefeligen Säure H_2SO_3. Diese werden als Sulf**ite** bezeichnet: z. B. Na_2SO_3 (Natriumsulfit). Die Endung -it bedeutet soviel wie »wenig Sauerstoff«. Schwefelsalze ohne Sauerstoff nennt man Sulf**ide**, beispielsweise Lithiumsulfid (Li_2S). Hierzu zählt außerdem der Schwefelwasserstoff H_2S.

► Salze der Schwefeligen Säure H_2SO_3 werden als Sulfite (= wenig Sauerstoff), Schwefelsalze ohne Sauerstoff als Sulfide bezeichnet.

Ionen der Salpetersäure

Die Salpetersäure (HNO_3) besitzt, wie man sieht, nur ein Wasserstoffatom, d. h. es ist auch nur ein Ion möglich: Das Nitration (NO_3^-). Die Salze heißen Nitrate. Nun werdet ihr aber auch schon gehört haben, dass es neben Nitraten auch noch Nitrite gibt. Hierbei handelt es sich um die Salze der Salpetrigen Säure, also von HNO_2.

► Die Salze der Salpetersäure heißen Nitrate

► Nitrite sind die Salze der Salpetrigen Säure HNO_2.

Salze der Kohlensäure

Die Kohlensäure (H_2CO_3) kennen wir alle. Es ist eine relativ schwache Säure, die hauptsächlich dazu verwendet wird, um Mineralwasser anzusäuern und dadurch schmackhaft zu machen. Auch die Kohlensäure hat zwei verschiedene Ionen:

- Das erste ist das CO_3^{2-}-Ion , das so genannte **Carbonation**. Carbonate kennen wir auch alle. Das bekannteste Beispiel, welches uns zugegebener Maßen auch einigen Ärger bereitet, ist der Kalk. Kalk ist nichts anderes als Calciumcarbonat ($CaCO_3$). Er ist schwer wasserlöslich und macht Wasser »hart«. Deshalb werden so genannte Kationenaustauscher verwendet, um das Calcium gegen Ionen auszutauschen, die in Verbindung mit dem Carbonat besser wasserlöslich sind.
- Das zweite Ion hat wieder einmal einen Wasserstoff mehr: HCO_3^-. Auch hier sprechen wir von einem **Hydrogencarbonation**. Die Salze dieser Ionen werden auch als **Bicarbonate** bezeichnet. **Der Bicarbonatpuffer ist ein weiteres wichtiges Puffersystem in unserem Körper.**

► Die Salze der Kohlensäure nennen wir Carbonate

Ein weiteres Beispiel für Bicarbonate ist das Natriumhydrogencarbonat ($NaHCO_3$). Es ist uns allerdings besser unter der Bezeichnung »Backpulver« (Natron) bekannt.

Nun gibt es auch bei den Carbonatverbindungen welche, die auf **-it** enden. Das ist dann der Fall, wenn die Carbonationen Verbindungen eingehen mit einem zweifach positiv geladenen Ion, wie beispielsweise Mg^{2+}, Fe^{2+}, Ca^{2+} oder Zn^{2+}.

$CaCO_3$ haben wir ja gerade als Calciumcarbonat oder Kalk kennen gelernt. Es existiert allerdings auch noch die Bezeichnung **Calzit**. Genauso heißt $MgCO_3$ Magnesiumcarbonat oder Magnesit. Eine Sonderstellung nimmt hier wieder einmal das Eisen ein. Man bezeichnet $FeCO_3$ als Siderit (Siderin ist ein anderes Wort für Eisen. Es kommt vom lateinischen *sidereus*, was soviel heißt wie »glänzend« oder »strahlend«).

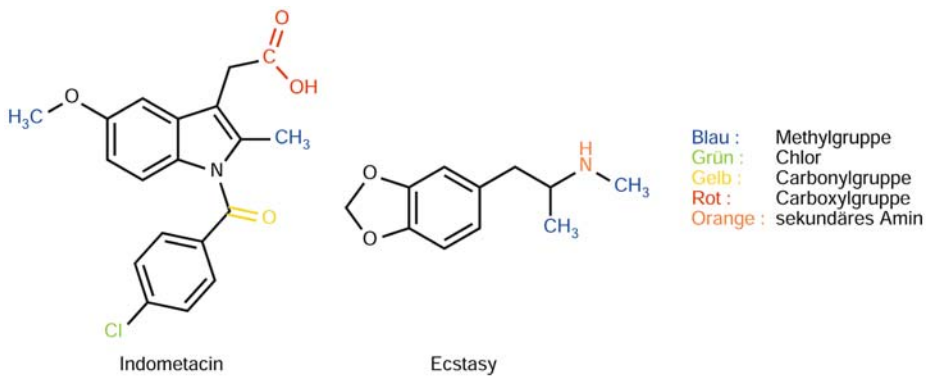
12.3 Funktionelle Gruppen und Ausnahmen

Unter funktionellen Gruppen versteht man Teile des Gesamtmoleküls, die die Eigenschaften der Substanz besonders stark bestimmen. **Man hat die Möglichkeit, funktionelle Gruppen und Substituenten entweder als eine Art Vorsilbe (Präfix) oder als Endung (Suffix) in die Nomenklatur mit einfließen zu lassen.** Zu Beginn folgt erst einmal eine Auflistung der wichtigsten funktionellen Gruppen und Substituenten in ◘ Tab. 12.1; R- steht hierbei für den Rest des Moleküls.

◘ Tab. 12.1. Funktionelle Gruppen und Substituenten

Struktur	Stoffklasse	Vorsilbe (Präfix)	Endung (Suffix)
R–COOH	Carbonsäuren	Carboxy-	-carbonsäure
$R–CONH_2$	Carbonsäureamide	Carbamoyl-	-carboxamid
$R–SO_3H$	Sulfonsäuren	Sulfo-	-sulfonsäure
R–CHO	Aldehyde	Formyl-	-al
R^1-CO-R^2	Ketone	Oxo- Carbonyl-	-on
R–OH	Alkohole und Phenole	Hydroxy-	-ol
R–SH	Thiole	Sulfanyl- alt.: Mercapto-	-thiol
$R–NH_2$	Amine	Amino-	-amin
R=NH	Imine	Imino-	-imin
R–X (mit X=F, Cl, Br, I, At)	Halogenkohlenwasserstoffe	Name des Halogens- (Fluor-, Chlor-, Brom-, Iod-, Astat)	–
$R–C_nH_{2n+1}$	Alkyle	Name des Alkyls- (z. B. Methyl-, Ethyl-, Propyl-)	–

Die Frage nach den funktionellen Gruppen und Substituenten ist sehr beliebt im ersten Staatsexamen. In ◘ Abb. 12.1 sind also einige Substanzen gezeigt, bei denen die funktionellen Gruppen farbig markiert sind.



◘ Abb. 12.1. Beispiele funktioneller Gruppen in organischen Molekülen

Wie bei den Alkoholen gibt es auch bei den Aminen primäre, sekundäre und tertiäre Amine. Das richtet sich danach, mit wie vielen C-Atomen die Stickstoffatome verbunden sind. Da die Aminogruppe im Ecstacy zwischen zwei C-Atomen steht, spricht man folglich von einem sekundären Amin. **Die Amine sind eine ganz besondere Gruppe. Namen und Strukturformel der Ausgangssubstanz Ammoniak (NH_3) muss man einfach auswendig lernen, da sich der Name nicht so einfach von der Strukturformel herleiten lässt.**

12.4 Organische Stoffe

Die Organische Chemie ist die Chemie der Kohlenstoffverbindungen.

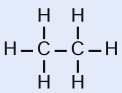
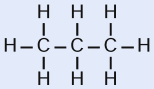
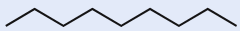
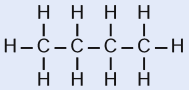
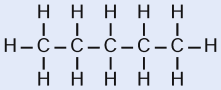
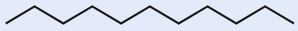
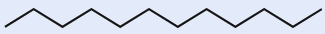
12.4.1 Alkane, Alkene, Alkine

12.4.1.1 Alkane

Alkane sind Kohlenwasserstoffe, die nur Einfachbindungen enthalten (▶ Kap. 10.1). Alkane werden deshalb auch als gesättigte Kohlenwasserstoffe bezeichnet. Man benennt sie nach der Anzahl ihrer Kohlenstoffatome. Wenn man die Alkane aufsteigend nach der Anzahl der C-Atome anordnet, erhält man eine so genannte Homologe Reihe (unterscheiden sich jeweils durch ein CH_2 mehr!) (◘ Tab. 12.2).

▶ Alle Alkane enden auf -an!

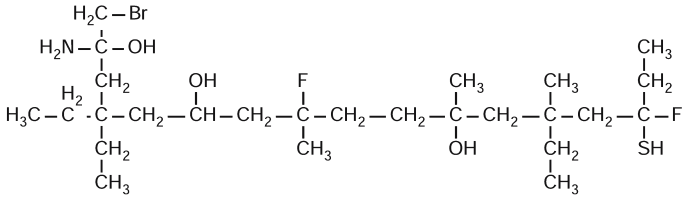
◘ **Tab. 12.2.** Homologe Reihe der Alkane

Summenformel	Name	Strukturformel	Summenformel	Name	Strukturformel
CH_4	Methan		C_7H_{16}	Heptan	$CH_3–CH_2–CH_2–CH_2–CH_2–CH_2–CH_3$
C_2H_6	Ethan		C_8H_{18}	Oktan	$CH_3–CH_2–CH_2–CH_2–CH_2–CH_2–CH_2–CH_3$
C_3H_8	Propan		C_9H_{20}	Nonan	
C_4H_{10}	Butan		$C_{10}H_{22}$	Decan	
C_5H_{12}	Pentan		$C_{11}H_{24}$	Undecan	
C_6H_{14}	Hexan	$CH_3–CH_2–CH_2–CH_2–CH_2–CH_3$	$C_{12}H_{26}$	Dodecan	

Nun gibt es aber, wie wir ja aus ▶ Kap. 10.1 bereits wissen, nicht nur Alkane, die schön gerade in einer Kette laufen, sondern es gibt auch solche, die sich verzweigen. Wie soll man denn dann diese benennen? Diesen Fragen und dem ganzen Namendurcheinander der damaligen Zeit setzte 1892 die Genfer-Nomenklatur, ein Vorreiter der heutigen IUPAC (**I**nternational **U**nion for **P**ure and **A**pplied **C**hemistry – Internationale Vereinigung für Reine und Angewandte Chemie) ein Ende. Sie entwickelten ein Nomenklaturschema für verzweigtkettige Kohlenwasserstoffe. Das Vorgehen ist wie folgt:

▶ Verzweigtkettige Kohlenwasserstoffe werden nach der Genfer Nomenklatur von 1892 benannt.

Eine Beispielsubstanz ist in ◘ Abb. 12.2 dargestellt.

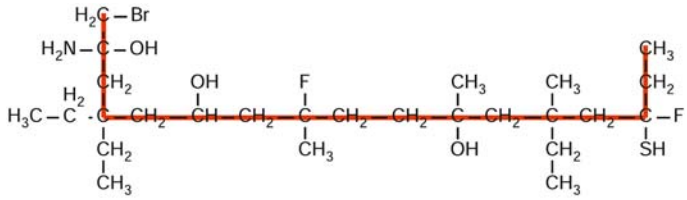


◘ **Abb. 12.2.** Beispielsubstanz eines verzweigtkettigen Kohlenwasserstoffs

Benennung verzweigtkettiger Kohlenstoffe:

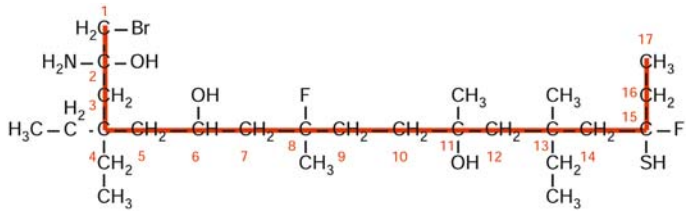
1. Aufsuchen der längsten durchgehenden Kohlenstoffkette (◘ Abb. 12.3).
2. Durchnummerierung der C-Atome dieser Kette, und zwar so, dass die erste Abzweigung die kleinere Zahl bekommt (◘ Abb. 12.4).
3. Anordnung der Substituenten in alphabetischer Reihenfolge.

◘ Abb. 12.3 zeigt, wo die längste Kohlenstoffkette verläuft.



◘ **Abb. 12.3.** Aufsuchen der längsten Kohlenstoffkette in der Beispielsubstanz

In unserem Beispiel hat die längste Kette 17 Kohlenstoffatome. Das heißt als Grundsubstanz haben wie ein **Heptadecan**. Dies wird an den Schluss des Namens gesetzt.



◘ **Abb. 12.4.** Durchnummerierung der Kohlenstoffkette der Beispielsubstanz

Zur Anordnung der Substituenten in alphabetischer Reihenfolge sollte man sich erst einmal einen Überblick über die Art von Substituenten und ihre Position verschaffen:

- Brom an Position 1→1-Brom-
- Aminogruppe an Position 2→2-Amino
- Hydroxylgruppe an Position 2, 6 und 11→2,6,11-Trihydroxy-
- Zwei Ethylgruppen an Position 4, sowie eine an Position 13→4,4,13-Triethyl-
- Methylgruppe an Position 8, 11 und 13→8,11,13-Trimethyl-
- Fluorgruppe an Position 8 und 15→8,15-Difluor-
- Thiolgruppe an Position 15→15-Mercapto-

Jetzt muss man dies nur noch in die alphabetische Reihenfolge bringen und vor den Namen der Grundsubstanz stellen. Wir haben hier demzufolge vorliegen:

2-Amino-1-brom-4,4,13-triethyl-8,15-difluor-2,6,11-trihydroxy-15-mercapto-8,11,13-trimethylheptadecan

Wie so oft im Leben gibt es auch bei der Nomenklatur immer mehrere Möglichkeiten. Man kann die obige Verbindung auch als Alkohol auffassen, was einen leicht abgewandelten Namen ergibt:

2-Amino-1-brom-4,4,13-triethyl-8,15-difluor-15-mercapto-8,11,13-trimethylheptadecan-2,6,11-triol

► Cyclische Kohlenwasserstoffe werden durch ein c(yclo)- vor dem Namen kenntlich gemacht.

Neben den kettenförmigen (= aliphatischen) Kohlenwasserstoffen existieren auch ringförmige. Diese werden wie die aliphatische Entsprechung benannt, allerdings setzt man vor den Namen das Wort »cyclo-«, z. B. Cyclohexan. Da aber alle Naturwissenschaftler (v. a. die Mathematiker, aber Chemiker eben auch!) sehr faul sind, findet man oft auch nur die Bezeichnung c-Hexan.

12.4.1.2 Alkene

► Alle Alkene enden auf -en!

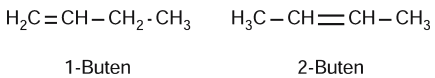
Die Alkene unterscheiden sich von den Alkanen dadurch, dass sie mindestens eine Doppelbindung zwischen zwei C-Atomen aufweisen. Auch hier gibt es eine Homologe Reihe (◘ Tab. 12.3). Da für eine Doppelbindung mindestens zwei C-Atome vorhanden sein müssen, beginnt diese aber mit Ethen (◘ Tab. 12.3).

Tab. 12.3. Homologe Reihe der Alkene

Summenformel	Name	Strukturformel
C_2H_4	Ethen	$H_2C{=}CH_2$
C_3H_6	Propen	$H_2C{=}CH{-}CH_3$
C_4H_8	Buten	$H_2C{=}CH{-}CH_2{-}CH_3$
C_5H_{10}	Penten	$H_2C{=}CH{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3$
C_6H_{12}	Hexen	$H_2C{=}CH{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3$
etc.		

► Bei Alkenen sollte man ab dem Buten die Position der Doppelbindung angeben; außerdem, wenn möglich, die Konfiguration.

Bei Alkenen sollte man auch die Stellung der Doppelbindung angeben. Allein bei Buten gibt es schon zwei Möglichkeiten (Abb. 12.5).



1-Buten 2-Buten

Abb. 12.5. Zwei Möglichkeiten für Buten: 1-Buten und 2-Buten

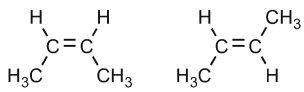
Man gibt auch hier der Doppelbindung immer die kleinere Zahl:

2-Penten: $H_3C{-}CH{=}CH{-}CH_2{-}CH_3$

Die Bezeichnung 3-Penten wäre falsch.

Da eine Doppelbindung nicht mehr frei drehbar ist, kommen bei den Alkenen unterschiedliche Konfigurationen vor: die cis- und die trans-Konfiguration. Auch dies sollte bei der Benennung der Stoffe berücksichtigt werden (Abb. 12.6).

► Alkene können in einer cis- oder trans-Konfiguration vorliegen.



cis-2-Buten (*Z*)-2-Buten *trans*-2-Buten (*E*)-2-Buten

Abb. 12.6. cis- und trans-Konfiguratione der Alkene am Beispiel des Buten

12.4.1.3 Alkine

Die Alkine besitzen eine sehr reaktive Dreifachbindung. Die Homologe Reihe lautet hier wie in Tab. 12.4 gezeigt.

► Alle Alkine enden auf -in!

Tab. 12.4. Homologe Reihe der Alkine

Summenformel	Name	Strukturformel
C_2H_2	Ethin	$HC{\equiv}CH$
C_3H_4	Propin	$HC{\equiv}C{-}CH_3$
C_4H_6	1-Butin	$HC{\equiv}C{-}CH_2{-}CH_3$
C_5H_8	1-Pentin	$HC{\equiv}C{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3$
C_6H_{10}	1-Hexin	$HC{\equiv}C{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3$
etc.		

Auch hier muss man ab dem Butin immer die Position der Dreifachbindung angeben!

12.4.2 Alkohole und Carbonyle

► Alkohole heißen wie die entsprechenden Alkane plus die Endung -ol

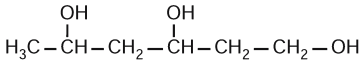
Wie wir in ► Kap. 10.2.3 gesehen haben, sind Alkohole nichts anderes als Alkane mit einer Hydroxyl-(OH-)Gruppe als Substituenten. Genauso läuft es auch bei der Benennung dieser Stoffe: Man nimmt den Namen des entsprechenden Alkans und hängt – als Zeichen dafür, dass es sich um einen Alkohol handelt – einfach die Endung **-ol** an.

Beispiel Hexan**ol**: $H_3C–CH_2–CH_2–CH_2–CH_2–CH_2–OH$

Sollten mehr als ein Substituent durch Hydroxylgruppen ersetzt worden sein, so wird die Anzahl dieser als griechisches Zahlwort mit angegeben.

Beispiel Hexa-**tri-ol** (■ Abb. 12.7).

■ Abb. 12.7. Hexatriol



Der Korrektheit halber sind bitte auch die Positionen der OH-Gruppen anzugeben: 1,3,5-Hexatriol.

Carbonyle

► Durch Oxidation entstehen aus Alkoholen Carbonyle.

Carbonyle entstehen aus Alkoholen durch Oxidation. Dabei muss man unterscheiden, welche Art von Alkohol wir vor uns haben. Es gibt primäre, sekundäre und tertiäre Alkohole (► Kap. 10.2.3).

► Oxidation eines primären Alkohols→Aldehyde bekommen die Endung -al.

Ein **primärer Alkohol** liegt vor, wenn die Hydroxylgruppe an einem C-Atom gebunden ist, der nur an ein weiteres C-Atom bindet, beispielsweise Ethanol (■ Abb. 12.8).

Den bei der Oxidation eines primären Alkohols entstehenden Stoff nennt man **Aldehyd**. Für die Benennung nimmt man das zugrunde liegende Alkan und hängt die Endung **-al** an, beispielsweise Ethanal. Aldehyde können zu Carbonsäuren ► Kap. 12.4.3 weiteroxidiert werden.

Das Methanal ist außerdem besser unter seinem Trivialnamen Formaldehyd bekannt. Dieser leitet sich von dem lateinischen Wort für Ameise (*formica*) her, weil sich Methanal schnell zur Methansäure, die auch Ameisensäure genannt wird (► Kap. 12.4.3), weiteroxidiert. Andererseits wird Ethanal auch oft als Acetaldehyd bezeichnet.

Bei einem **sekundären Alkohol** ist die Hydroxylgruppe an ein C-Atom gebunden, das mit zwei anderen C-Atomen verbunden ist, beispielsweise Isopropanol.

Iso- zeigt immer an, dass ein Stoff von der Summenformel her gleich ist wie ein anderer, aber sich von der Strukturformel her unterscheidet. Wenn man das Isopropanol mit dem Propanol vergleicht, sollte einem aufgehen, was gemeint ist: Propanol $CH_3–CH_2–CH_2–OH$.

► Oxidation eines sekundären Alkohols→Ketone enden auf -on.

Bei Oxidation entsteht ein so genanntes Keton. Das ursprüngliche Alkan endet nun auf -on. Das wäre in unserem Fall Propanon. Propanon dürfte vielen von uns unter dem Namen Aceton besser bekannt sein.

Aldehyde enden auf -al, Ketone enden auf -on!

■ Abb. 12.8. Ethanol

Chemie

12.4.3 Carbonsäuren

Carbonsäuren zeichnen sich durch eine Carboxy(COOH)-Gruppe aus. Auch hier gibt es eine Homologe Reihe (◘ Tab. 12.5).

► Für die Benennung der Carbonsäuren nimmt man das Alkan, welches der Anzahl der Kohlenstoffatome entspricht, und hängt -säure an.

◘ **Tab. 12.5.** Homologe Reihe der Monocarbonsäuren

Formel	Name	Trivialname
HCOOH	Methansäure	Ameisensäure
CH_3COOH	Ethansäure	Essigsäure
C_2H_5COOH	Propansäure	Propionsäure
C_3H_7COOH	Butansäure	Buttersäure
C_4H_9COOH	Pentansäure	Valeriansäure
$C_5H_{11}COOH$	Hexansäure	Capronsäure
etc.		

Wie wir sehen, benutzen wir für die Benennung das der Anzahl der vorkommenden Kohlenstoffatome entsprechende Alkan und hängen die Endung -säure an. **Das C-Atom der COOH-Gruppe trägt bei der Durchnummerierung der C-Atome immer die 1!**

Carbonsäuren sind, nach Abspaltung des H-Atoms der Carboxylgruppe, fähig Salze zu bilden. Diese haben teilweise besondere Bezeichnungen:

- Die Salze der Ameisensäure werden als **Formiate** bezeichnet. Dies leitet sich, wie wir aus ► Kap. 12.4.2 wissen, von *formica* (lat. Ameise) her.
- Die Salze der Essigsäure werden als **Acetate** bezeichnet. Auch das kommt aus dem Lateinischen: *acetum* bedeutet Essig.

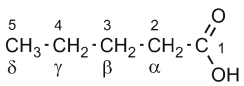
► Die Salze der Ameisensäure werden auch als Formiate, die der Essigsäure auch als Acetate bezeichnet.

Die Monocarbonsäuren sind besonders in der Biochemie wichtig. Sie stellen dort die Gruppe der Amino-Carbonsäuren, oder einfach Aminosäuren (► Kap. 10.4.3). Diese sind die Grundbausteine der Eiweiße. Sie werden auch oft als α-Aminocarbonsäuren bezeichnet.

Das α-C-Atom ist also das C-Atom, das direkt neben der funktionellen Gruppe steht. Das C-Atom neben dem α-C-Atom wäre dann das β-C-Atom, dann γ, etc. Das Ende der Kette wird oft auch, unabhängig von der Länge, mit ω bezeichnet.

► Als α-C-Atom bezeichnet man das C-Atom, welches der funktionellen Gruppe benachbart ist.

Wir haben also bei der Benennung der C-Atome hier zwei Möglichkeiten (◘ Abb. 12.9).

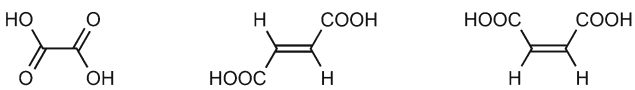


◘ **Abb. 12.9.** Zwei mögliche Benennungen der C-Atome bei den Monocarbonsäuren

Auch als **Fettsäuren** sind Monocarbonsäuren sehr wichtig (► Kap. 10.4.). Die wichtigsten, die man sich merken sollte, sind:

- $H_3C–(CH_2)_{14}–COOH$: Hexadecansäure oder Palmitinsäure
- $H_3C–(CH_2)_{16}–COOH$: Octadecansäure oder Stearinsäure
- $H_3C–(CH_2)_7–CH=CH–(CH_2)_7–COOH$: 9-Octadecensäure oder Ölsäure
- $H_3C–(CH_2)_4–CH=CH–CH_2–CH=CH–(CH_2)_7–COOH$: 9,12-Octadecadiensäure oder Linolsäure
- $H_3C–CH_2–CH=CH–CH_2–CH=CH–CH_2–CH=CH–(CH_2)_7–COOH$: 9,12,15-Octadecatriensäure oder Linolensäure

Es gibt neben den Mono- natürlich auch noch Di- und Tricarbonsäuren mit biochemischer Bedeutung. Allerdings sind auch hier die Trivialnamen die bekannteren (◘ Abb. 12.10).



◘ **Abb. 12.10.** Dicarbonsäuren

12.5 Komplexnomenklatur

- ▶ Es gelten folgende Regeln:
- Die Anzahl der Liganden wird in griechischen Zahlwörtern angegeben.
- Anionische, also negativ geladene Liganden enden auf -o.
- Neutrale Liganden tragen oft ihre lateinische Bezeichnung: Aqua (H_2O), Ammin (NH_3).
- Bei negativ geladenen Anionenkomplexen wird an den lateinischen Namen des Zentralatoms die Endung -at gehängt.
- Bei neutralen und Kationenkomplexen bleibt der Name des Zentralteilchens unverändert.
- Wenn das Zentralteilchen mit unterschiedlichen Ladungen auftreten kann, so gibt man diese als römische Zahl an, beispielsweise Eisen(III) oder Eisen(II).
- Liegt der Komplex in einer Salzverbindung vor, so wird, wie beim einfachen Salz auch, zuerst das Kation und dann das Anion genannt.

Die Benennung von Komplexen (▶ Kap. 11) ist nicht schwierig, wenn man folgende Dinge beachtet:

- Die Anzahl der Liganden wird in griechischen Zahlwörtern angegeben (▶ Kap. 12.1)→$K_3[Fe(CN)_6]$ Kalium**hexa**cyanoferrat (III)
- Anionische, also negativ geladene Liganden enden auf -o, beispielsweise cyano- (CN^-), hydroxo- (OH^-), fluoro- (F^-), chloro- (Cl^-), etc. Kationische oder neutrale Liganden nicht: →$K_3[Fe(CN)_6]$ Kaliumhexa**cyano**ferrat (III)
- Neutrale Liganden tragen oft ihre lateinische Bezeichnung: Aqua (H_2O), Ammin (NH_3).
- Bei negativ geladenen Anionenkomplexen wird an den lateinischen Namen des Zentralatoms die Endung -at gehängt. Zum Beispiel cuprat (Cu), ferrat (Fe), mercurat (Hg), argentat (Ag), etc.: → K_3[**Fe**$(CN)_6$] besteht aus: $3K^+$ und $[Fe(CN)_6]^{3-}$ (denn CN ist immer einfach negativ geladen). Das heißt der Komplex an sich ist negativ geladen→Kaliumhexacyano**ferrat** (III).
- Bei neutralen und Kationenkomplexen bleibt der Name des Zentralteilchens unverändert.
- Wenn das Zentralteilchen mit unterschiedlichen Ladungen auftreten kann, so gibt man diese als römische Zahl an, beispielsweise Eisen(III) oder Eisen (II): →$K_3[Fe(CN)_6]$ Kaliumhexacyanoferrat (III).
- Liegt der Komplex in einer Salzverbindung vor, so wird, wie beim einfachen Salz auch, zuerst das Kation und dann das Anion genannt: →**K_3**$[Fe(CN)_6]$ **Kalium**hexacyanoferrat (III)→$K_3[Fe(CN)_6]$ **Kaliumhexacyanoferrat** (III).

Um ein besseres Gespür dafür zu bekommen, wollen wir das nun an ein paar **Beispielen** üben:

a) $[Cu(OH)_2(H_2O)_2]$:
Sehen wir uns als erstes die Ladung des Komplexes und des Zentralteilchens an. Der Komplex ist neutral, d. h. der Kupfer muss, da die OH-Gruppe einfach negativ geladen ist, **zweifach** positiv sein. Daraus folgt, dass der Name des Komplexes auf **Kupfer** und **nicht** auf Cuprat endet!
Als nächstes sehen wir uns die Liganden genauer an. Wir haben **zwei** neutrale Liganden, nämlich **H_2O**. Bei der Benennung des Komplexes wird dies durch **Di-aqua**- sichtbar gemacht. Die anderen beiden Liganden sind einfach **negativ** geladene **OH**-Gruppen, d. h., ihre Bezeichnung muss auf **-o** enden; also **di-hydroxo**-. Wenn wir das nun zusammenfügen und die Liganden alphabetisch ordnen, erhalten wir:

$[Cu(OH)_2(H_2O)_2]$ Di-aqua-di-hydroxo-kupfer (II)

b) $[Ni(CO)_4]$:
Zuerst werfen wir wieder einen Blick auf die Ladung des Komplexes und des Zentralteilchens. Beide sind neutral, d. h. der Name des Komplexes endet auf **Nickel**. Wir haben viermal den gleichen **ungeladenen** Liganden, nämlich die Carbonylgruppe **CO**. Das heißt bei der Benennung endet dieser **nicht** auf -o, und wir erhalten einen **Tetra-Carbonyl**-Komplex. Zusammen ergibt das:

$[Ni(CO)_4]$ Tetra-Carbonyl-Nickel

c) $Na[Ag(CN)_2]$
Ladung des Komplexes: einfach **negativ** (sonst würde er sich nicht mit einem Natrium zu einem Salz verbinden). Das Zentralteilchen muss also **einfach** positiv geladen sein. Da der Komplex negativ ist, endet der Name des Komplexes, wie wir ja gelernt haben, mit dem lateinischen Namen des Elements auf der Endung -at, also **argentat**. Wir haben zweimal den gleichen Liganden, der einfach **negativ** geladen ist, und somit auf -o endet: **Di-cyano**-. Da wir hier ein Komplex-**Salz** vorliegen haben, steht am Anfang des Namens das Kation, also **Natrium.**

Na$[Ag(CN)_2]$ ergibt also **Natrium-di-cyano-argentat (I).**

kurz & knapp

Nomenklatur in der anorganischen Chemie

- Salze werden in der Form: »Name Kation – multiplizierendes Präfix – Name Anion« benannt. Hier auf Elektroneutralität achten!
- Der Name des Kations leitet sich bei einfachen Kationen direkt aus dem Elementnamen ab.
- Der Name des Anions leitet sich meist ebenfalls vom Elementnamen + Endung (z. B. –id, -at) ab.
- Wichtige Anionen: Chlorid (Cl^-), Bromid (Br^-), Iodid (I^-), Sulfat (SO_4^{2-}), Hydrogensulfat (HSO_4^-), Sulfit (SO_3^{2-}), Hydrogensulfit (HSO_3^-), Sulfid (S^{2-}), Phsophat (PO_4^{3-}), Hydrogenphosphat (HPO_4^{2-}), Dihydrogenphosphat ($H_2PO_4^-$), Carbonat (CO_3^{2-}), Hydrogencarbonat (HCO_3^-), Acetat ($H_3C–COO^-$).
- Existiert das Kation in zwei oder mehr Oxidationsstufen, wird diese im Namen mit angegeben: Eisen(II)chlorid für $FeCl_2$.

Nomenklatur in der organischen Chemie

- Ersatz-Nomenklatur: An einem Stammsystem wird ein H-Atom durch einen Substituenten ersetzt.
- Name: Positionsnummer(n)–multiplizierender Präfix–Name Substituent 1–Positionsnummer(n)–multiplizierender Präfix–Name Substituent 2–....Stammname.
- Wichtige Regeln: Längste Kette, kleinste Nummern, alphabetische Reihenfolge der Substituenten.

Nomenklatur in der Komplexchemie

- Name Kation–Name Anion
- Wichtige Liganden: Aqua (H_2O), Ammin (NH_3) (wichtig: Ammin und Amin haben in der Chemie unterschiedliche Bedeutung: NH_3 als Ligand ist ein Ammin, $–NH_2$ als Substituent ist ein Amin)
- Negativ geladener Komplex: -at

Übungsaufgaben

Aufgabe 1. Benennen Sie folgende Verbindungen! Aufgabe 1

a) $AlCl_3$, $CuBr_2$, $LiHCO_3$, $MnCl_2$

b) $[Co(NH_3)_4(OH)_2]$, $K_4[AgCl_6]$, $[Cu(NH_3)_4]SO_4$

Lösung 1.

a) Aluminiumchlorid, Kupfer-(II)-bromid, Lithiumhydrogencarbonat, Mangan-(II)-chlorid

b) Dihydroxo-tetrammin-cobalt (II), Kaliumhexachloroargentat (II), Tetramminkupfer-(II)-sulfat

Aufgabe 2. Wie lauten die Formeln der folgenden Stoffe? Aufgabe 2

a) Salpetrige Säure, Ammoniak, Lithiumsulfit, Schwefeldioxid

b) Natriumtetrachlorocuprat (II), Diammin-Tetrahydroxo-mercurat (II), Diamminsilber(I)

Lösung 2.

a) HNO_2, NH_3, Li_2SO_3, SO_2

b) $Na_2[CuCl_4]$, $[Hg(NH_3)_2(OH)_4]^{2-}$, $[Ag(NH_3)_2]^+$

Aufgabe 3. Wie sieht 4,4-Diethyl-3,7-dimethyl-8-isopropyl-6-propyl-dodeca-2,10-dien aus? Aufgabe 3

Lösung 3. Abb. 12.11

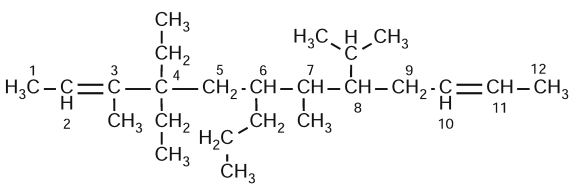


Abb. 12.11. 4,4-Diethyl-3,7-dimethyl-8-isopropyl-6-propyl-dodeca-2,10-dien

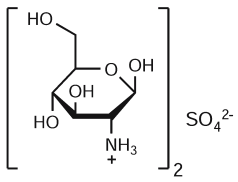


Abb. 12.12. Glucosaminsulfat

Alles klar!

Tja, **Glucosaminsulfat**... Ein ganzes Kapitel über Nomenklatur und immer noch weiß man nicht, wie das Molekül aussieht! Das Einzige, was man erkennen kann, dass es sich um sein Salz handeln muss: das »Sulfat« steht ja für SO_4^{2-}, d. h. es fehlt noch mindestens ein Kation als Gegenion. Das Molekül ist ein Aminozucker (▶ Kap. 10.4.) und Aminogruppen können leicht als Ammoniumsalze (▶ Kap. 10.2.) vorliegen (◘ Abb. 12.12).

Das zeigt aber auch das Problem bei der Nomenklatur: Neben der behandelten systematischen Nomenklatur gibt es immer noch viele Trivialnamen, d. h. irgendjemand hat mal beschlossen, dass ein Molekül so heißen soll. Da gibt es »Belten« (sieht aus wie ein Gürtel) oder auch ein »Barbaralan« (die Freundin des Chemikers, der das Molekül gemacht hat, hieß Barbara). Im medizinischen Bereich ist man auch noch mit Handelsnamen konfrontiert. Paradebeispiel: Aspirin oder Acetylsalicylsäure. Trivialnamen haben einen Vorteil: sie sind meist kurz und einprägsam im Vergleich zu den Wortschlangen, die die systematische Nomenklatur ergibt. Der Nachteil ist, dass man die Namen einfach auswendig lernen muss! Das einzig eindeutige in der Chemie ist eine Strukturformel.

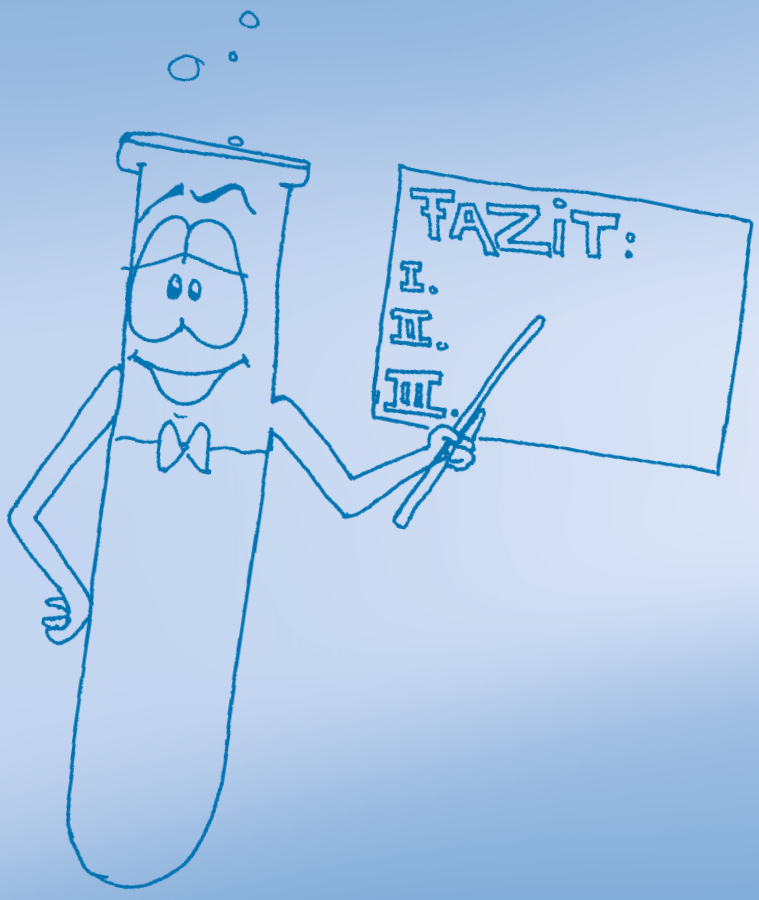
Anhang

A1 Formelsammlung und wichtige Tabellen – 514

A1.1 Mathematik – Kurzübersicht – 514
A1.2 Physik – 515
A1.3 Chemie – 518

A2 Quellenverzeichnis – 530

A3 Sachverzeichnis – 531



A1 Formelsammlung und wichtige Tabellen

A1.1 Mathematik – Kurzübersicht

Gleichungen

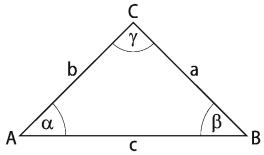
- Lösung von Gleichungen durch Äquivalenzumformungen
- Quadratische Gleichung $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$
  - Diskrimante $D = b^2 - 4ac$;
    - $D<0$; keine reelle Lösung
    - $D \geq 0$; Lösung mit Mitternachtsformel

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Vektoren

- Komponentendarstellung $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
- Betrag oder Länge eines Vektors $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$
- Vektoraddition $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$
- Vektormultiplikation
  - Skalarprodukt
    - $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$
    - $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} \perp \vec{b}$
  - Vektorprodukt
    - $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{c} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix}$
    - $\vec{c} \perp \vec{a}$ und $\vec{c} \perp \vec{b}$

Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck



- Sinus $\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$
- Cosinus $\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$
- Tangens $\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$

Potenzen

- Potenz
  - $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \qquad (n - \text{mal})$
  - $a^0 = 1$
  - $a^1 = a$
- Rechenregeln
  - $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
  - $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
  - $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
  - $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
  - $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
  - $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
  - $a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}$
  - $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Logarithmus

$b = a^c \rightarrow c = \log_a b$

- Rechenregeln
  - $\log_a (u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$
  - $\log_a \left(\frac{u}{v}\right) = \log_a u - \log_a v$
  - $\log_a (u^n) = n \cdot \log_a u$
- Spezielle Basen
  - $a = 2 \Rightarrow \text{ld}$
  - $a = 10 \Rightarrow \text{lg}$
  - $a = e \Rightarrow \ln$

Exponenzialfunktion und ihre Umkehrfunktion

- Zur Basis e $\qquad y = e^x$
- Umkehrfunktion $y = \ln x$

Differenzialrechnung

- Mittlere Steigung zwischen zwei Punkten $m = \frac{(f(x_2) - f(x_1))}{x_2 - x_1}$
- Steigung im Punkt x $f'(x) = \lim\limits_{\Lambda x \to 0} \left(\frac{(f(x + \Lambda x) - f(x))}{\Delta x} \right)$

Messen und Messunsicherheit–Statistik

- Mittelwert $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
- Standardabweichung $s_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$
  - relative Standardabweichung $f_x = \frac{s_x}{\bar{X}} \cdot 100\%$
- Messunsicherheit $u_x = \frac{s_x}{n}$
  - relative Messunsicherheit $\varepsilon_x = \frac{u_x}{\bar{X}} \cdot 100\%$

A1.2 Physik

Tabellen in der Physik

Tab. A.1. Griechisches Alphabet

Symbol		Name	Symbol		Name	Symbol		Name
A	α	Alpha	I	ι	Iota	P	ρ	Rho
B	β	Beta	K	κ	Kappa	Σ	σ	Sigma
Γ	γ	Gamma	Λ	λ	Lambda	T	τ	Tau
Δ	δ	Delta	M	μ	My	Y	υ	Ypsilon
E	ε	Epsilon	N	ν	Ny	Φ	φ	Phi
Z	ζ	Zeta	Ξ	ξ	Xi	X	χ	Chi
H	η	Eta	O	ο	Omikron	Ψ	ψ	Psi
Θ	θ	Theta	Π	π	Pi	Ω	ω	Omega

Tab. A.2. Abgeleitete Einheiten im SI-System

Physikalische Größe	Einheit	Name der Einheit	in SI-Einheiten
Frequenz	Hz	Hertz	Hz=1/s
Kraft	N	Newton	N=m kg/s^2
Druck, mech. Spannung	Pa	Pascal	Pa=N/m^2=kg/m s^2
Energie, Arbeit, Wärmemenge	J	Joule	J=N m=m^2 kg/s^2
Leistung	W	Watt	W=J/s=m^2 kg/s^3
Elektrische Ladung	C	Coulomb	C=A s
Elektrische Spannung	V	Volt	V=W/A=m^2 kg/s^3 A
Kapazität	F	Farad	F=C/V=s^4 A^2/m^2 kg
Elektrischer Widerstand	Ω	Ohm	Ω=V/A=m^2 kg/s^3 A^2
Elektrischer Leitwert	S	Siemens	S=A/V=s^3 A^2/m^2 kg
Magnetischer Fluss	Wb	Weber	Wb=V s=m^2 kg/s^2 A
Magnetische Induktion	T	Tesla	T=Wb/m^2=kg/s^2 A
Induktivität	H	Henry	H=Wb/A=m^2 kg/s^2 A^2
Lichtstrom	lm	Lumen	lm= cd s r
Beleuchtungsstärke	lx	Lux	lx=lm/m^2=cd s r/m^2

Tab. A.2 (Fortsetzung)

Physikalische Größe	Einheit	Name der Einheit	in SI-Einheiten
Radioaktivität	Bq	Becquerel	Bq=1/s
Absorbierte (Strahlen-) Dosis	Gy	Gray	Gy=J/kg=m^2/s^2
Dynamische Viskosität	Pa s	Pascal- Sekunde	Pa s=kg/m s
Drehmoment	N m	Newton Meter	N m=m^2 kg/s^2
Oberflächenspannung	N/m	Newton pro Meter	N/m=kg/s^2
Wärmeflussdichte	W/m^2	Watt pro m^2	W/m^2=kg/s^3
Wärmekapazität, Entropie	J/K	Joule pro Kelvin	J/K=m^2 kg/s^2 K
Spezifische Wärmekapazität	J/kg K	Joule pro Kilogramm und Kelvin	J/kg K=m^2/s^2 K
Spezifische Energie	J/kg	Joule pro Kilogramm	J/kg=m^2/s^2
Thermische Leitfähigkeit	W/m K	Watt pro Meter Kelvin	W/m K=m kg/s^3 K
Energiedichte	J/m^3	Joule pro m^3	J/m^3=kg/m s^2
Elektrische Feldstärke	V/m	Volt pro Meter	V/m=m kg/s^3 A
Elektrische Ladungsdichte	C/m^3	Coulomb pro m^3	C/m^3=A s/m^3
Elektrische Flussdichte	C/m^2	Coulomb pro m^2	C/m^2=A s/m^2
Influenz	F/m	Farad pro Meter	F/m=s^4 A^2/m^3 kg
Permeabilität	H/m	Henry pro Meter	H/m=m kg/s^2 A^2
Molare Energie	J/mol	Joule pro Mol	J/mol=m^2 kg/s^2 mol
Molare Entropie, molare Wärmekapazität	J/mol K	Joule pro Mol Kelvin	J/mol K=m^2 kg/s^2 K mol
Exposition	C/kg	Coulomb pro Kilogramm	C/kg=s A/kg
Absorbierte Dosisrate	Gy/s	Gray pro Sekunde	Gy/s=m^2/s^3

Wichtigsten Formeln in der Physik

Mechanik

Gleichförmige Bewegung
- Durchschnittliche Geschwindigkeit $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$
- Zurückgelegter Weg $s = s_0 + v_0 \cdot t$

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung
- Beschleunigung $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- Momentane Geschwindigkeit $v = v_0 + a \cdot t$
- Zurückgelegter Weg $s = s_0 + v \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

Grundgesetz der Mechanik (2. Newtonsches Axiom) $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Gravitationsgesetz – Anziehung 2er Massen $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$

Auftriebskraft $F_A = V_{verdrängt} \cdot \rho_{Flüssigkeit} \cdot g$

Federkraft (Hookescher Bereich) $F = D \cdot s$

Drehmoment $\vec{M} = \vec{F} \cdot \vec{a}\,; \quad |\vec{M}| = |\vec{F}| \cdot |\vec{a}| \cdot \sin\alpha$

Drehmomentengleichgewicht $\vec{M}_{links} = \vec{M}_{rechts}$

Periodische Bewegungen mit der Frequenz f
- Periodendauer $T = \frac{1}{f}$
- Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot f$

Kreisbewegung
- Bahngeschwindigkeit $v = r \cdot \omega$
- Zentripetalbeschleunigung $a_z = \frac{v^2}{r}$
- Zentripetalkraft $F_z = m \cdot a_z$

Reibungskräfte
(F_N = Normalkraft = Komponente der Gewichtskraft senkrecht zur Unterlage)
- Haftreibung $F_H = F_N \cdot \mu_H$
- Gleitreibung $F_G = F_N \cdot \mu_G$
- Rollreibung $F_R = F_N \cdot \mu_R$

Arbeit $W = \int_{s_1}^{s_2} F_{\parallel} \cdot ds$

Leistung $P = \frac{W}{t}$

Wirkungsgrad $\eta = \frac{\text{Nutzbare Energie}}{\text{Zugeführte Energie}}$

Elastizität
- Dehnung $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$
- Spannung $\sigma = \frac{F}{A}$
- Elastizitätsmodul $\sigma = E \cdot \varepsilon$

Druck $p = \frac{F}{A}$

Schweredruck $p_s = \rho \cdot g \cdot h$

Dichte $\rho = \frac{m}{V}$

Viskosität η

Reynoldszahl $Re = \frac{\rho \cdot v \cdot l_{charakteristisch}}{\eta}$

Stoke'sche Reibung (Kugel mit Radius r) $F_R = 6\pi \cdot \eta \cdot v \cdot r$
Kontinuitätsgleichung $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$

Hagen-Poiseuille $I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot \Delta p = \frac{1}{R} \cdot \Delta p$

Bernoulli $\frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + p = p_{Gesamt}$

Wärmelehre

Temperatur – Umrechnung: K $\leftrightarrow$ °C $T_{in\,K} = T_{in\,°C} + 273{,}15$
Lineare Ausdehnung $\Delta l = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$
Volumenausdehnung $\Delta V = V_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$

Wärmekapazität $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$

Spezifische Wärme $c_m = \frac{C}{m}$

Molwärme $c_n = \frac{C}{n}$

Gaszustand (Ideales Gas) $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$
Partialdruck $p_i \cdot V = n_i \cdot R \cdot T$
Dalton - Gesamtdruck für n Gase $p_{Gesamt} = p_1 + p_2 + \ldots + p_n$

Henry-Dalton - Löslichkeit $c_{Gas\,in\,Flüssigkeit} = \frac{\alpha}{R \cdot T} \cdot p_{Gasphase}$

Umwandlungswärmen (s = spez. Wärme) $E = s \cdot m$

Wärmeleitung $j_Q = \frac{I}{A} = -\lambda \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$

Wärmestrahlung (abgestrahlte Leistung) $P = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$

Diffusion $j = \frac{I}{A} = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x}$

Osmose $\Delta\pi = \frac{n}{V} \cdot R \cdot T$

Gefrierpunktserniedrigung (b = Molalität) $\Delta T_G = E_G \cdot b$
Siedepunktserhöhung $\Delta T_S = E_S \cdot b$

Elektrizität

Coulomb-Gesetz – Kraft zwischen Ladungen $F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$

Elektrische Feldstärke $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

Kondensatorkapazität $C = \frac{Q}{U}$

Plattenkondensator $C = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$

Parallelschaltung von Kondensatoren $C_{Gesamt} = C_1 + C_2$

Energieinhalt $E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$

Elektrische Stromstärke $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

Ohmsches Gesetz (Widerstand R) $I = \frac{1}{R} \cdot U$

Leitwert $G = \frac{1}{R}$

Stromleistung $P = U \cdot I$

Knotenregel $\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$

Maschenregel $\sum_{i=1}^{n} U_i = 0$

Parallelschaltung von Widerständen $\frac{1}{R_{Gesamt}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Reihenschaltung von Widerständen $R_{Gesamt} = R_1 + R_2$

Elektrolytische Stromleitung
- Spezifische Leitfähigkeit der i-ten Komponente $\sigma_i = \sigma_i^0 \cdot c_i$
- Gesamtleitfähigkeit von n Komponenten $\sigma_{Gesamt} = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i$

Wechselspannung $u(t) = u_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$
Wechselstrom $i(t) = i_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$

Effektivspannung und Effektivstrom $u_{eff} = \frac{u_{max}}{\sqrt{2}}; i_{eff} = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$

Wirkleistung $P_{wirk} = u_{eff} \cdot i_{eff} \cdot \cos\varphi$

Optik

Lichtausbreitung $c = \lambda \cdot \upsilon$

Photonenenergie $E = h \cdot \upsilon$

Brechungsgesetz (Snellius) $\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{n_2}{n_1}$

Brechkraft (Brennweite f in m!) $D = \frac{1}{f}$

Linsengleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$

Abbildungsmaßstab $\beta = \frac{b}{g} = \frac{B}{G}$

Linsensystem (Abstand d mit Brechungsindex n)

$D_{Ges} = D_1 + D_2 - \frac{d}{n} \cdot D_1 \cdot D_2$

Vergrößerung Lupe $v = \frac{s_0}{f}$

Vergrößerung Mikroskop $v = v_{Obj} \cdot v_{Ok} = \frac{s_0 \cdot t}{f_1 \cdot f_2}$

Absorption (Intensität) $I = I_0 \cdot e^{-k \cdot c}$

Transmission $T = \frac{I}{I_0}$

Ionisierende Strahlung

Zerfallsgesetz

- Teilchenzahl $N(t) = N_0 \cdot e^{-k \cdot t}$
- Aktivität $A = k \cdot N \quad A(t) = A_0 \cdot e^{-k \cdot t}$

Halbwertszeit $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$

Strahlungsabsorption (Intensität) $I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$

Halbwertsdicke $d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$

A1.3 Chemie

Tabellen in der Chemie

Tab. A.3. Bindungslängen in der organischen Chemie

Typ		Länge/Å	Typische Verbindung
C–C	sp^3–sp^3	1,53	
	sp^3–sp^2	1,51	Toluol
	sp^3–sp	1,47	Propin
	sp^2–sp^2	1,48	Butadien
	sp^2–sp	1,43	Vinylacetylen
	sp–sp	1,38	Butadiin
C=C	sp^2–sp^2	1,32	Ethen
	sp^2–sp	1,31	Allene
	sp–sp	1,28	Butatrien
C≡C	sp–sp	1,18	Ethin
C–H	sp^3–H	1,09	Methan
	sp^2–H	1,08	Benzol
	sp–H	1,08	Ethin
C–O	sp^3–O	1,43	Ethanol
	sp^2–O	1,34	Ameisensäure
C=O	sp^2–O	1,21	Formaldehyd
	sp–O	1,16	CO_2
C–N	sp^3–N	1,47	Methylamin
	sp^2–N	1,38	Formamid
C=N	sp^2–N	1,28	Oxime
C≡N	sp–N	1,14	HCN
C–S	sp^3–S	1,82	Methanthiol
	sp^2–S	1,75	Sulfide
C–X	sp^3–X	F: 1,40, Cl: 1,79, Br: 1,97, I: 2,16	
	sp^2–X	F: 1,34, Cl: 1,73, Br: 1,88, I: 2,10	
	sp–X	F: 1,27, Cl: 1,63, Br: 1,79, I: 1,99	

Tab. A.4. Bindungsenergien

Typ	kJ mol^{-1}	Typ	kJ mol^{-1}	Typ	kJ mol^{-1}
O–H	460–464	H–F	570	C–C	345–355
N–H	390	H–Cl	432	C=C	610–630
S–H	340	H–Br	366	C≡C	835
C–H	400–415	H–I	298		
C–O	355–380	C–F	489	C≡N	854
C–N	290–315	C–Cl	330	C=N	598
C–S	255	C–Br	275		
		C–I	220		
H–H	436			C=O	724–757
F–F	159				
Cl–Cl	243			O–O	142
Br–Br	193				
I–I	151				

Tab. A.6. pH-Indikatoren

Indikator	Umschlags-bereich [pH]	Farbwechsel
Kresolrot	0,2–1,8	rot–gelb
Thymolblau	1,2–2,8	rot–gelb
2,6-Dinitrophenol	2,8–4,7	farblos–gelb
Kongorot	3,0–5,2	blau–gelborange
Bromphenolblau	3,0–4,6	gelb–blauviolett
Bromkresolgrün	3,8–5,4	gelb–blau
Alizarinrot S	4,3–6,3	gelb–violettrot
Methylrot	4,4–6,2	rot–gelb
Lackmus	4,5–8,3	rot–blauviolett
Alizarin	5,8–7,2	gelb–rotviolett
Neutralrot	6,8–8,0	rot–gelb
Kresolrot	7,0–8,8	gelb–violettrot
Thymolblau	8,0–9,6	gelb–blau
Phenolphthalein	8,4–10,0	farblos–purpur
β-Naphtholviolett	10,6–12,0	orangegelb–violett
Säurefuchsin	12,0–14,0	purpur–farblos

Tab. A.5. Ausgewählte pK_S und pK_B–Werte

Säure	pK_S	Säure	⇌	Proton	+ Base	pK_B	Base
sehr stark	–6	HCl	⇌	H^+	Cl^-	20	sehr schwach
	–3	H_2SO_4	⇌	H^+	HSO_4^-	17	
	–1,74	H_3O^+	⇌	H^+	H_2O	15,74	
	–1,32	HNO_3	⇌	H^+	NO_3^-	15,32	
stark	1,98	HSO_4^-	⇌	H^+	SO_4^{2-}	12,02	schwach
	2,16	H_3PO_4	⇌	H^+	$H_2PO_4^{2-}$	11,84	
	3,20	HF	⇌	H^+	F^-	10,8	
mittel	4,75	CH_3COOH	⇌	H^+	CH_3COO^-	9,25	mittel
	4,19	C_6H_5COOH	⇌	H^+	$C_6H_5COO^-$	9,81	
	6,35	H_2CO_3	⇌	H^+	HCO_3^-	7,65	
	7,21	$H_2PO_4^{2-}$	⇌	H^+	HPO_4^{2-}	6,79	
	7,05	H_2S	⇌	H^+	HS^-	6,95	
schwach	9,25	NH_4^+	⇌	H^+	NH_3	4,75	stark
	9,21	HCN	⇌	H^+	CN^-	4,79	
	10,3	HCO_3^-	⇌	H^+	CO_3^{2-}	3,7	
	12,32	HPO_4^{2-}	⇌	H^+	PO_4^{3-}	1,68	
sehr schwach	13,995	H_2O	⇌	H^+	OH^-	0,005	sehr stark
	38	NH_3	⇌	H^+	NH_2^-	–24	
	~ 48	CH_4	⇌	H^+	CH_3^-	–34	

Tab. A.7. Zusammensetzung und pH-Werte wässriger Pufferlösungen bei 25°C

pH-Bereich	50 ml Lösung A	x ml Lösung B	pH	x ml Lösung B	pH
1,0–2,2	0,2 m KCl (25 ml)	67,0 ml 0,2 m HCl	1,0	3,9 ml 0,2 m HCl	2,2
2,2–4,0	0,1 m $C_8H_5KO_4$	49,5 ml 0,1 m HCl	2,2	0,1 ml 0,1 m HCl	4,0
4,1–5,9	0,1 m $C_8H_5KO_4$	1,3 ml 0,1 m NaOH	4,1	43,7 ml 0,1 m NaOH	5,9
5,8–8,0	0,1 m KH_2PO_4	3,6 ml 0,1 m NaOH	5,8	46,1 ml 0,1 m NaOH	8,0
7,0–9,0	0,1 m Tris	46,6 ml 0,1 m HCl	7,0	5,7 ml 0,1 m HCl	9,0
8,0–9,1	0,025 m Borax	20,5 ml 0,1 m HCl	8,0	2,0 ml 0,1 m HCl	9,1
9,2–10,8	0,025 m Borax	0,9 ml 0,1 m NaOH	9,2	24,25 ml 0,1 m NaOH	10,8
9,6–11,0	0,05 m $NaHCO_3$	5,0 ml 0,1 m NaOH	9,6	22,7 ml 0,1 m NaOH	11,0
10,9–12,0	0,05 m Na_2HPO_4	3,3 ml 0,1 m NaOH	10,9	26,9 ml 0,1 m NaOH	12,0
12,0–13,0	0,2 m KCl (25 ml)	6,0 ml 0,2 m NaOH	12,0	66,0 ml 0,2 m NaOH	13,0

Puffer-Zusammensetzung: Jeweils 50 ml Lösung A und x ml Lösung B, $C_8H_5KO_4$= Kaliumhydrogenphthalat Tris=2-Amino-2-(hydroxymethyl)-1,3-propandiol, Borax: $Na_2B_4O_7 \cdot 10\ H_2O$

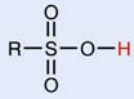
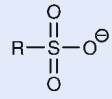
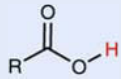
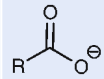
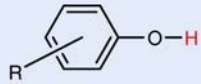
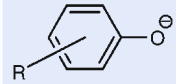
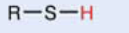
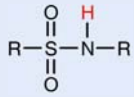
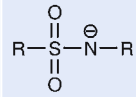
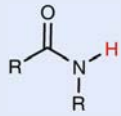
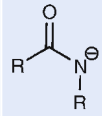
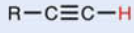
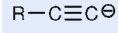
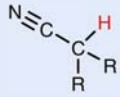
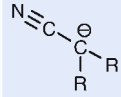
Tab. A.8. Löslichkeitsprodukte

Verbindung	L_P	Einheit	Verbindung	L_P	Einheit
Ag_2CrO_4	$2 \cdot 10^{-12}$	$mol^3\ l^{-3}$	$Cr(OH)_3$	$7 \cdot 10^{-31}$	$mol^4\ l^{-4}$
Ag_2S	$6 \cdot 10^{-51}$	$mol^3\ l^{-3}$	CuS	$8 \cdot 10^{-37}$	$mol^2\ l^{-2}$
AgBr	$5 \cdot 10^{-13}$	$mol^2\ l^{-2}$	$Fe(OH)_2$	$2 \cdot 10^{-15}$	$mol^3\ l^{-3}$
AgCl	$2 \cdot 10^{-10}$	$mol^2\ l^{-2}$	$Fe(OH)_3$	$6 \cdot 10^{-38}$	$mol^4\ l^{-4}$
AgI	$9 \cdot 10^{-17}$	$mol^2\ l^{-2}$	FeS	$4 \cdot 10^{-19}$	$mol^2\ l^{-2}$
$Al(OH)_3$	$5 \cdot 10^{-33}$	$mol^4\ l^{-4}$	HgS	$2 \cdot 10^{-54}$	$mol^2\ l^{-2}$
$BaCO_3$	$2 \cdot 10^{-9}$	$mol^2\ l^{-2}$	$Mg(OH)_2$	$9 \cdot 10^{-12}$	$mol^3\ l^{-3}$
BaF_2	$2 \cdot 10^{-5}$	$mol^3\ l^{-3}$	MnS	$7 \cdot 10^{-16}$	$mol^2\ l^{-2}$
$BaSO_4$	$2 \cdot 10^{-9}$	$mol^2\ l^{-2}$	NiS	$3 \cdot 10^{-21}$	$mol^2\ l^{-2}$
$BaCrO_4$	$9 \cdot 10^{-11}$	$mol^2\ l^{-2}$	$PbCl_2$	$2 \cdot 10^{-5}$	$mol^3\ l^{-3}$
$CaCO_3$	$5 \cdot 10^{-9}$	$mol^2\ l^{-2}$	$PbCrO_4$	$2 \cdot 10^{-16}$	$mol^2\ l^{-2}$
CaF_2	$4 \cdot 10^{-11}$	$mol^3\ l^{-3}$	PbS	$7 \cdot 10^{-29}$	$mol^2\ l^{-2}$
$CaSO_4$	$2 \cdot 10^{-5}$	$mol^2\ l^{-2}$	$PbSO_4$	$1 \cdot 10^{-8}$	$mol^2\ l^{-2}$
CdS	$1 \cdot 10^{-28}$	$mol^2\ l^{-2}$	ZnS	$3 \cdot 10^{-22}$	$mol^2\ l^{-2}$

Tab. A.9. Normalpotenziale ausgewählter Systeme (Standardbedingungen: Druck: 1,1013 bar, Temperatur 25°C (298 K), Konzentration: 1 mol l^{-1})

Element	Oxidierte Form	Elektronen		Reduzierte Form	E^0 [V]
Fluor (F)	F_2	$+2\ e^-$	⇌	$2\ F^-$	+2,87 V
Schwefel (S)	$S_2O_8^{2-}$	$+2\ e^-$	⇌	$2\ SO_4^{2-}$	+2,00 V
Sauerstoff (O)	$H_2O_2+2\ H_3O^+$	$+2\ e^-$	⇌	$4\ H_2O$	+1,78 V
Gold (Au)	Au^+	$+e^-$	⇌	Au	+1,69 V
Gold (Au)	Au^{3+}	$+3\ e^-$	⇌	Au	+1,50 V
Gold (Au)	Au^{3+}	$+2\ e^-$	⇌	Au^+	+1,40 V
Chlor (Cl)	Cl_2	$+2\ e^-$	⇌	$2\ Cl^-$	+1,36 V
Platin (Pt)	Pt^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Pt	+1,20 V
Brom (Br)	Br_2	$+2\ e^-$	⇌	$2\ Br^-$	+1,09 V
Quecksilber (Hg)	Hg^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Hg	+0,85 V
Silber (Ag)	Ag^+	$+e^-$	⇌	Ag	+0,80 V
Eisen (Fe)	Fe^{3+}	$+e^-$	⇌	Fe^{2+}	+0,77 V
Iod (I)	I_2	$+2\ e^-$	⇌	$2I^-$	+0,53 V
Kupfer (Cu)	Cu^+	$+e^-$	⇌	Cu	+0,52 V
Eisen (Fe)	$[Fe(CN)_6]^{3-}$	$+e^-$	⇌	$[Fe(CN)_6]^{4-}$	+0,36 V
Kupfer (Cu)	Cu^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Cu	+0,34 V
Kupfer (Cu)	Cu^{2+}	$+e^-$	⇌	Cu^+	+0,16 V
Zinn (Sn)	Sn^{4+}	$+2\ e^-$	⇌	Sn^{2+}	+0,15 V
Wasserstoff (H_2)	$2H^+$	$+2\ e^-$	⇌	H_2	0
Eisen (Fe)	Fe^{3+}	$+3\ e^-$	⇌	Fe	–0,04 V
Blei (Pb)	Pb^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Pb	–0,13 V
Zinn (Sn)	Sn^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Sn	–0,14 V
Nickel (Ni)	Ni^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Ni	–0,25 V
Cadmium (Cd)	Cd^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Cd	–0,40 V
Eisen (Fe)	Fe^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Fe	–0,44 V
Schwefel (S)	S	$+2\ e^-$	⇌	S^{2-}	–0,48 V
Nickel (Ni)	$NiO_2+2\ H_2O$	$+2\ e^-$	⇌	$Ni(OH)_2+2\ OH^-$	–0,49 V
Zink (Zn)	Zn^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Zn	–0,76 V
Wasserstoff	$2\ H_2O$	$+2\ e^-$	⇌	$H_2+2\ OH^-$	–0,83 V
Chrom (Cr)	Cr^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Cr	–0,91 V
Niob (Nb)	Nb^{3+}	$+3\ e^-$	⇌	Nb	–1,099 V
Vanadium (V)	V^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	V	–1,17 V
Mangan (Mn)	Mn^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Mn	–1,18 V
Titan (Ti)	Ti^{3+}	$+3\ e^-$	⇌	Ti	–1,37 V
Aluminium (Al)	Al^{3+}	$+3\ e^-$	⇌	Al	–1,66 V
Titan (Ti)	Ti^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Ti	–1,63 V
Beryllium (Be)	Be^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Be	–1,85 V
Magnesium (Mg)	Mg^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Mg	–2,38 V
Natrium (Na)	Na^+	$+e^-$	⇌	Na	–2,71 V
Calcium (Ca)	Ca^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Ca	–2,87 V
Barium (Ba)	Ba^{2+}	$+2\ e^-$	⇌	Ba	–2,91 V
Kalium (K)	K^+	$+e^-$	⇌	K	–2,92 V
Lithium (Li)	Li^+	$+e^-$	⇌	Li	–3,04 V

Tab. A.10. Typische pK_a-Wert organischer Verbindungsklasssen

Verbindung	Säure	Base	Typischer pK_a
Sulfonsäure			<1
Carbonsäure			3–5
Phenol			9–11
Thiol			9–11
Sulfonamid			10
Amid			15–17
Alkine			25
Nitrile			25
Amine			25–32
Alkene			42
Alkane			50

Wichtige mathematische Formeln in der Chemie

Massenwirkungsgesetz

$$A+B \rightleftharpoons C+D$$

$$K = \frac{k_{hin}}{k_{rück}} = \frac{[C] \div [D]}{[A] \div [B]}$$

$$aA+bBc \rightleftharpoons C+dD$$

$$K = \frac{[C]^c \cdot [D]^d}{[A]^a \cdot [B]^b}$$

pH-, pK_s und pK_b-Wert

$$pH = -\log[H_3O^+]$$
$$pOH = -\log[OH^-]$$
$$pK_w = pH + pOH = 14$$

$$-\log K_S = pK_s$$
$$-\log K_B = pK_B$$

$$pK_S + pK_B = pK_w = 14$$

pH-Wert einer schwachen Säure bzw. Base

$$pH = \frac{1}{2}\{pK_S - \log([\text{Säure}]_0)\}$$

$$pH = 14 - \frac{1}{2}\{pK_B - \log([\text{Base}]_0)\}$$

Henderson-Hasselbalch-Gleichung

$$pH = pK_S - \log\frac{[HA]}{[A^-]} \quad \text{bzw.} \quad pH = pK_S + \log\frac{[A^-]}{[HA]}$$

Löslichkeitsprodukt

$$A_aB_{b,fest} \gg aA^{b+}_{aq} + bB^{a-}_{aq}$$

$$L_p = \left[A^{b+}_{aq}\right]^a \cdot \left[B^{a-}_{aq}\right]$$

Potenzial

$\Delta E_0 = E_0$ (Akzeptorhalbzelle) minus E_0 (Donatorhalbzelle); Merkspruch: Aedo

Nernst-Gleichung

$$E = E_0 + \frac{RT}{zF}\ln\left(\frac{c_{ox}}{c_{red}}\right) \text{ bzw. } E = E_0 + \frac{0{,}059}{z}\log\frac{c_{ox}}{c_{red}}$$

Energetik

$$\Delta G = \Delta H - T\,\Delta S$$
$$\Delta G = \Delta G° + RT \ln K$$

Kinetik

$$k = A \cdot e^{-\frac{E_a}{RT}}$$

$$\ln k = \ln A - \frac{E_a}{RT}$$

E_a: Aktivierungsenergie

Wichtige Verbindungsklassen und Strukturformeln in der Organischen Chemie sind in ◘ Abb. A.1 dargestellt.

◘ **Tab. A.11.** Zusammenstellung Reaktion 0.–2. Ordnung

Ordnung	Reaktion	diff. Zeitgesetz	int. Zeitgesetz	Halbwertszeit
0	A → Produkte	$v = -\frac{d[A]}{dt} = k$	$[A]_t = [A]_0 - kt$	$t_{1/2} = \frac{[A]_0}{2k}$
1	A → Produkte	$v = -\frac{d[A]}{dt} = k[A]$	$[A]_t = [A]_0 e^{-kt}$	$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$
pseudo 1	A + B → Produkte	$v = -\frac{d[A]}{dt} = k[A][B] = k'[A]$ $k' = k[B]_0$	$[A]_t = [A]_0 e^{-k[B]_0 t}$	$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k'}$
2	A + A → Produkte	$v = -\frac{d[A]}{dt} = k[A]^2$	$[A]_t = \frac{1}{\frac{1}{[A]_0} + kt}$	$t_{1/2} = \frac{1}{k[A]_0}$
	A + B → Produkte	$v = -\frac{d[A]}{dt} = k[A][B]$	▶ Lehrbücher der physikalischen Chemie	

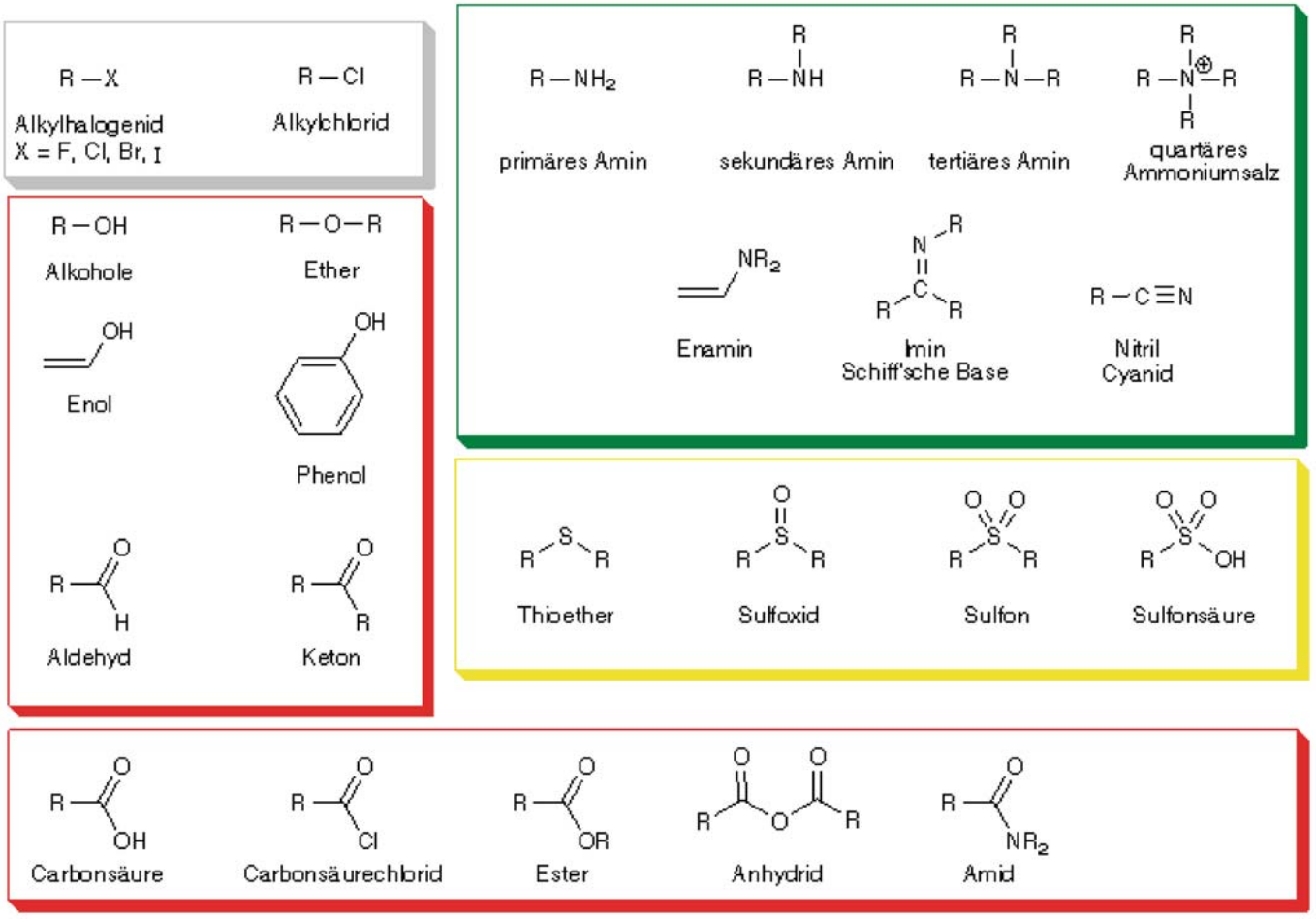


Abb. A.1. Verbindungsklassen und Strukturformeln in der Organischen Chemie

Tab. A.12. Substituenten in der organischen Chemie*

Name	Gruppe	Name	Gruppe
Acetonyl	CH_3COCH_2–	Hippuryl (N-Benzoylglycyl)	$C_6H_5CONHCH_2CO$–
Acetyl	CH_3CO–	Hydroperoxy	HO–O–
Allyl (2-Propenyl)	CH_2=$CHCH_2$–	Hydroxy	HO–
Amino	H_2N–	Isocyano	O=C=N–
Amyl (Pentyl)	$CH_3(CH_2)_4$–	Isocyanato	C≡N–
Azido	N_3–	Isothiocyanato	S=C=N–
Azo	–N=N–	Malonyl (von Malonsäure)	–OC–CH_2–CO–
Benzal (Benzyliden)	C_6H_5CH=	Mercapto	HS–
Benzyloxy	$C_6H_5CH_2O$–	Mesityl (Mes)	2,4,6-$(CH_3)_3C_6H_2$–
Benzoyloxy	C_6H_5COO–	Methoxy	H_3CO–
Benzyl	$C_6H_5CH_2$–	Methyl (Me)	H_3C–
Butoxy	C_4H_9O–	Methylen	H_2C=
sec-Butoxy (1-Methylpropoxy)	$C_2H_5CH(CH_3)O$–	Methylthio	H_3CS–
tert-Butoxy (1,1-Dimethylethoxy)	$(CH_3)_3CO$–	Nitro	O_2N–
Butyl	$CH_3(CH_2)_3$–	Nitroso	ON–
sec-Butyl (1-Methylpropyl)	$C_2H_5CH(CH_3)$–	Oxo	O=
tert-Butyl (1,1-Dimethylethyl)	$(CH_3)_3C$–	Pentyl	$CH_3(CH_2)_4$–
Carbamido (Ureido)	H_2NCONH–	Phenacyl	$C_6H_5C(O)CH_2$–
Carbamoyl	$H_2N(CO)$–	Phenoxy	C_6H_5O–
Carboxy	HOOC–	Phenyl (Ph)	C_6H_5–
Cyanato	NCO–	Phospho	O_2P–
Cyano	NC–	Phosphono	$(HO)_2P(O)$–
Diazo	N_2=	Propionyl	CH_3CH_3CO–
Disulfinyl	–S(=O)–S(=O)–	Propoxy	$CH_3CH_2CH_2O$–
Dithio	–S–S–	Propyl (Pr)	$CH_3CH_2CH_2$–
Ethenyl (Vinyl)	CH_2=CH–	Succinyl	–OC–CH_2CH_2–CO–
Ethinyl	HC≡C–	Sulfamino	$HOSO_2NH$–
Ethoxy	C_2H_5O–	Sulfamoyl	H_2NSO_2–
Ethyl (Et)	CH_3CH_2–	Sulfhydryl (Mercapto)	HS–
Ethylen	–CH_2–CH_2–	Sulfo	HO_3S–
Ethyliden	CH_3CH=	Sulfonyl	–SO_2–
Ethylthio	CH_3CH_2S–	Thiocyano	NCS–
Formamido	HCONH–	Thionyl (Sulfinyl)	–S(=O)–
Formyl	HC(=O)–	Tolyl (Tol)	4–H_3C–C_6H_4–
Glutaryl (von Glutarsäure)	–$OC(CH_2)_3CO$–	Vinyl	H_2C=CH–
Guanidino	H_2N–C(=NH)–NH–	Vinyliden	HC=C=

* Substituent: Ein Substituent ist ein Fragment, welches an einem Stammsystem ein oder mehrere H-Atome ersetzt

Tab. A.13. Multiplizierende Präfixe in der chemischen Nomenklatur

Numeral	Präfix	Numeral	Präfix	Numeral	Präfix
1/2	hemi-	13	trideca-	28	octacosa-
1	mono-	14	tetradeca-	29	nonacosa-
1 1/2	sesqui-	15	pentadeca-	30	triaconta-
2	di-, bi-	16	hexadeca-	40	tetraconta-
2 1/2	hemipenta-	17	heptadeca-	50	pentaconta-
3	tri-	18	octadeca-	60	hexaconta-
4	tetra-	19	nonadeca-	70	heptaconta-
5	penta-	20	eicosa-	80	octaconta-
6	hexa-	21	heneicosa-	90	nonaconta-
7	hepta-	22	docosa-	100	hecta-
8	octa-	23	tricosa-	101	henhecta-
9	ennea, nona-	24	tetracosa-	102	dohecta-
10	deca-	25	pentacosa-	110	decahecta-
11	hendeca-, undeca-	26	hexacosa-	120	eicosahecta-
12	dodeca-	27	heptacosa-	200	dicta-

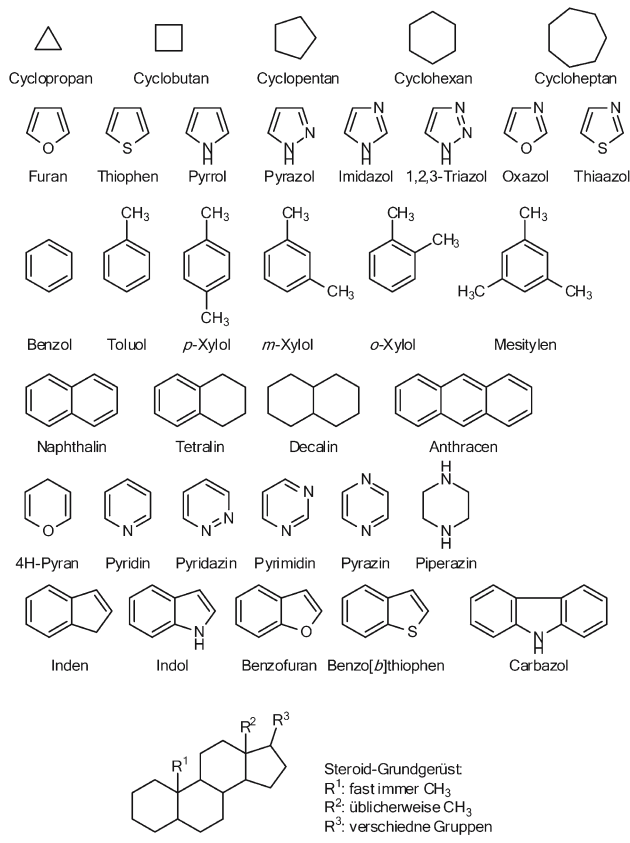
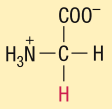
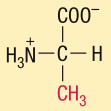


Abb. A.2. Ausgewählte Heterocyclen und Aromaten

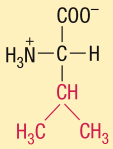
Aminosäuren mit apolaren Seitenketten



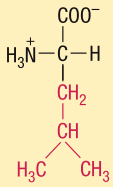
Glycin
Gly
G



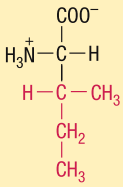
Alanin
Ala
A



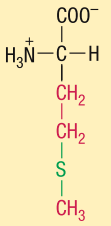
Valin
Val
V



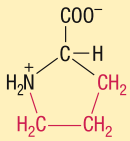
Leucin
Leu
L



Isoleucin
Ile
I

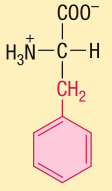


Methionin
Met
M

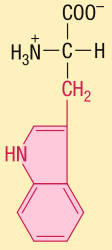


Prolin
Pro
P

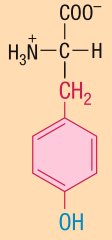
Aminosäuren mit ungeladenen polaren Seitenketten



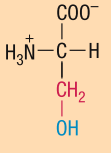
Phenylalanin
Phe
F



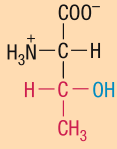
Tryptophan
Trp
W



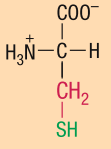
Tyrosin
Tyr
Y



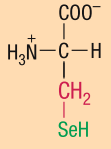
Serin
Ser
S



Threonin
Thr
T

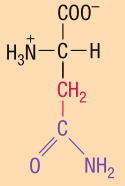


Cystein
Cys
C

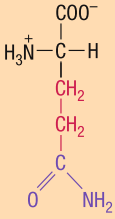


Selenocystein
Sec

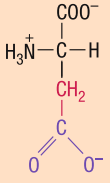
Aminosäuren mit sauren Seitenketten



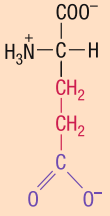
Asparagin
Asn
N



Glutamin
Gln
Q

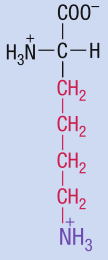


Aspartat
Asp
D

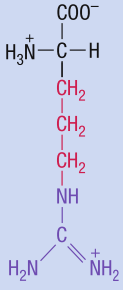


Glutamat
Glu
E

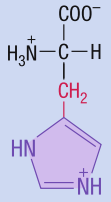
Aminosäuren mit basischen Seitenketten



Lysin
Lys
K



Arginin
Arg
R



Histidin
His
H

Abb. A.3. Proteinogene Aminosäuren. (Aus Löffler 2007)

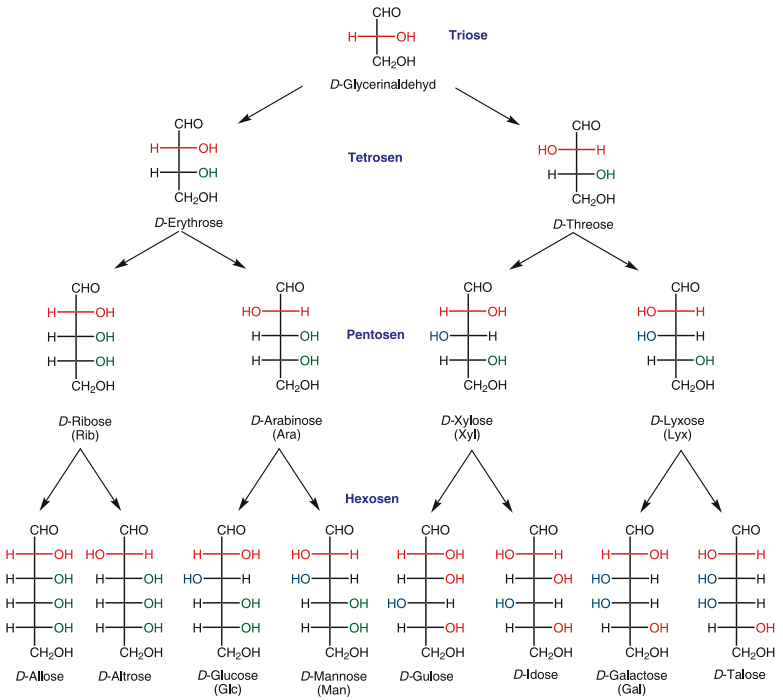


Abb. A.4. Zuckerstammbaum der Aldosen

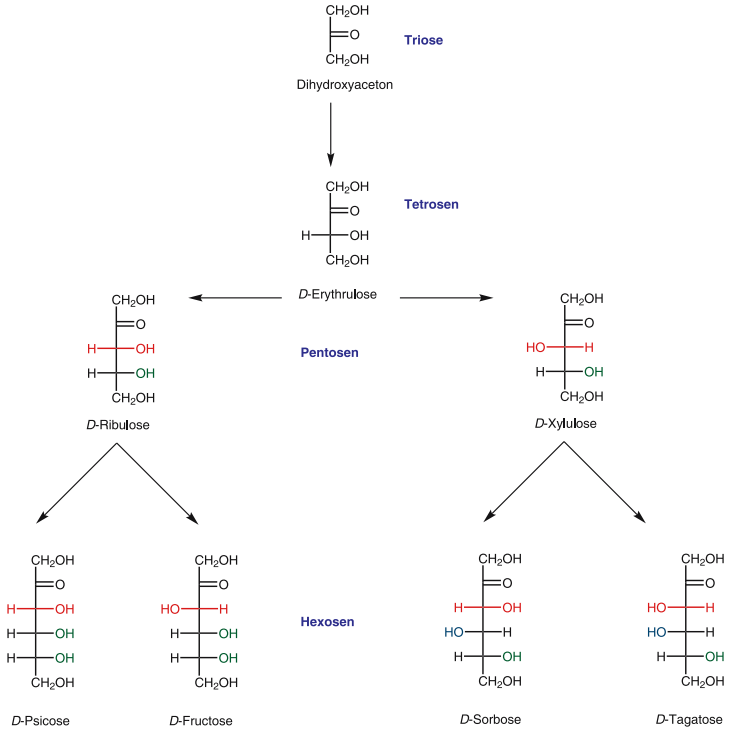


Abb. A.5. Zuckerstammbaum der Ketosen

Wichtige stereochemische Begriffe

Konstitution: Die Konstitution beschreibt Art und Anzahl der Atome in einem organischen Molekül sowie die zwischen den einzelnen Atomen bestehenden kovalenten Bindungen. Der Begriff Konstitution wird oft der Struktur eines Moleküls gleichgesetzt.

Konfiguration: Bei einer definierten Konstitution (»Struktur«) eines Moleküls beschreibt die Konfiguration die räumliche Anordnung der Atome oder Atomgruppen. Hierbei werden aber keine unterschiedlichen Anordnungen berücksichtigt, die durch formale Rotation um Einfachbindungen entstehen können. Unter den Begriff der Konstitutionsisomerie fallen somit auch Diastereomere, Enantiomere, **cis/trans-** oder auch **E/Z**-Isomerie.

Konformation: Bei einer definierten Konfiguration eines Moleküls beschreibt die Konformation verschiedene räumliche Anordnungen der Atome oder Atomgruppen, die durch Rotation um formale Einfachbindungen ineinander umgewandelt werden können. Strukturen, die sich nur in ihrer Konformation unterscheiden, nennt man **Konformere**.

Enantiomere: Verbindungen, die sich zueinander wie Bild zu Spiegelbild verhalten (**Spiegelbild-Stereoisomere**) und die nicht miteinander zur Deckung zu bringen sind, bezeichnet man als enantiomere Moleküle. Oft ist die Enantiomerie im Vorhandensein eines **chiralen** Zentrums begründet. Hierbei besitzt ein tetraedrisches Kohlenstoffatom vier unterschiedliche Substituenten ($CR^1R^2R^3R^4$). Dieses Zentrum wird auch als **asymmetrisches Kohlenstoffatom** bezeichnet. Chirale Zentren werden oft mit einem Stern (z. B. C*) gekennzeichnet.

Diastereomere: Verbindungen, die asymmetrische Zentren enthalten und sich aber nicht wie Bild- und Spiegelbild zueinander verhalten, werden als Diastereomere bezeichnet. Diastereomere lassen sich durch keine Symmetrieoperation ineinander überführen und können sowohl chiral als auch achiral sein. Während Enantiomere immer als Paar auftreten, existiert diese Beschränkung für Diastereomere nicht. Da jedes asymmetrische (= stereogene) Zentrum in einer oder der anderen von zwei möglichen Konfigurationen auftreten kann, gibt es 2^n Stereoisomere.

A2 Quellenverzeichnis

Kapitel 3: Abb. 3.28, Abb. 3.31, Abb. 3.36, Abb. 3,59: Harten. Physik für Mediziner, 2006. Springer Medizin Verlag.
Kapitel 4: Abb. 4.1, Abb. 4.3, Abb. 4.5, Abb. 4.6, Abb. 4.8, Abb. 4.11: Harten. Physik für Mediziner, 2006. Springer Medizin Verlag.
Kapitel 5: Abb. 5.13: Dorn/Bader, 2000, Westermann Schroedel Diesterweg, Braunschweig,
Abb. 5.26: Harten. Physik für Mediziner, 2006. Springer Medizin Verlag.
Kapitel 6: Abb. 6.19, Abb. 6.27, Abb. 6.30: Harten. Physik für Mediziner, 2006. Springer Medizin Verlag.
Kapitel 7: Abb. 7.1: Tillmann. Atlas der Anatomie, 2005. Springer Medizin Verlag. Aufnahme: Mamma-Zentrum des Klinikums der Christian-Alberts-Universität zu Kiel, Aufnahme: Prof. Dr. med. I. Schreer (Direktoren: Prof. Dr. med. W. Joant, Prof. Dr. med. M. Heller). Abb. 7.10: Tillmann. Atlas der Anatomie, 2005. Springer Medizin Verlag. Aufnahme: Dr. med. W. Kroll, Kardiologische Gemeinschaftspraxis, Kiel.
Abb. 7.11: Harten. Physik für Mediziner, 2006. Springer Medizin Verlag.
Kapitel 8: Abb. 8.41, Abb. 8.43: Zeeck. Chemie für Mediziner, 2006. Elsevier GmbH, Urban & Fischer Verlag, München.
Anhang: Abb. A3: Löffler/Petrides/Heinrich, Biochemie & Pathobiochemie, 2007 Springer Medizin Verlag

A3 Sachverzeichnis

A

Abbildungsgleichung 259, 263
Aberration
– chromatische 264, 266
– sphärische 263, 265
Ableitung, höherer Ordnung 29
Ableitungsregeln 28, 29
Abscheidungspotenzial 364
Absorption 184, 185, 297
Absorptionsgesetz 295
Absorptionsspektrum 278, 279
Abstand 114
Abstoßungskraft 195
Acetaldehyd 428, 438
Acetate 509
Aceton 428
Acetyl-CoA 454
Acetylen 410
Acetylid 410
Acetylsalicylsäure 417, 418
Achsenametropie 266
Acylierung 451
Addition(sreaktion) 408, 441
– elektrophile 420, 447
Adhäsionskraft 115
Adsorption 114
Agent Orange 425
Aggregatszustand 56, 171–175
Akkomodation 265
Akkomodationsbreite 265, 266
Aktin 475
Akzeptorhalbzelle 361
Alanin 476
Aldehyd 422, 427, 504, 508
Aldolkondensation 429, 453
Aldolreaktion 429
Alkalimetall 395
Alkan 403–407
– Eigenschaft 405. 406
– homologe Reihe 404
– Nomenklatur 505, 506
– radikalische Substitution 442
– Viskosität 405
Alkanal 422
Alkanol 423
Alken 403, 408, 409, 425
– Hydrierung 447
– Konfiguration 507
– Nomenklatur 506, 507
Alkin 403, 410, 411
– Nomenklatur 507
Alkinyl 410
Alkohol 422, 423, 504
– Abbau 379
– Eigenschaften 424, 425
– Herstellung 425
– mehrwertiger 423
– Nomenklatur 508
– primärer 423, 508
– Reaktionen 426
– sekundärer 423, 508
– Siedepunkt 424
– tertiärer 423
– Veresterung 452
– Wasserlöslichkeit 424
Alkoholtest 365, 366
Alkyl 405, 504
Alkylhalogenide 419
Alkylierung 451
Alterssichtigkeit 266
Amalgam 333
Ameisensäure 430, 509
Ametropie 266
Amine 428, 436, 504
– nucleophile Substitution 436
– Reaktionen 436, 437
Amino-Carbonsäure 509
Amino-Gruppe 504
Aminosäuren 475–480
– aromatische 476
– Aufbau 475
– basische 478, 479
– decarboxylierte 479
– essenzielle 478
– heteroaromatische 476
– isoelektrischer Punkt 478
– neutrale 478
– nichtproteinogene 475
– proteinogene 475, 476
– saure 479
– schwefelhaltige 476
Ammoniak 332, 436
Amperemeter 221
Ampholyt 338, 339
Amylopektin 466
Amylose 466, 467
Anion 59, 316
– Nomenklatur 502
Anode 360
Anomer 461
Anpresskraft 17
Anthracen 415
Anziehungskraft 172
Apertur, nummerische 277
Äquipotenzialfläche 202
Äquipotenziallinie 202
Äquivalentdosis 302
Äquivalentdosisleistung 302
Äquivalenzpunkt 347–349
Äquivalenzumformung 4
Arachidonsäure 469
Arbeit 89, 90
– elektrische 210
– Formen 91, 92
– mechanische 89
Archimedes-Prinzip 64, 113
Arene 415
Arginin 478
Aromate 403, 423, 414, 415
– elektrophile Substitution 451
– nucleophile Substitution 450
Arrheniusgleichung 374
A-Scan 147
Asparagin 477
Aspartat 477
Aspirin 417, 418
Astigmatismus 262, 266
Atom
– Aufbau 53, 54, 285, 312
– Bindigkeit 320
Atombindung 319–329
– polare 328, 329
Atomkern 285
– Zerfall 287, 288
Atommasse 285
Atomorbitale 322
Atomradius 389
ATP 394
Aufteilung, lineare 40
Auftriebskraft 83, 84, 113
Auge 264–267
– Anatomie 264
Augenlinse 265
Ausbreitungsgeschwindigkeit 135
Ausdehnung, thermische 155, 156
Ausgleichsgerade 43
Ausgleichskurve 43
Autoprotolyse 339
Aziditätskonstante 340

B

Bahngeschwindigkeit 87
Base 338–342
– konjugierte 344
Basenkonstante 340
Basenstärke 340, 342
Batterie 362, 363
Becquerel 290, 302
Begleition 357
Beleuchtungsstärke 247
Benzaldehyd 428
Benzoesäure 430
Benzol 414, 415
Benzothiopen 416
Benzpyren 415
Bernoullische Gleichung 124
Beschleunigung 77, 78, 130
Beschleunigungsarbeit 92
Beschleunigungsspannung 293
Beschleunigungs-Zeit-Diagramm 77
Beugung 138, 271, 272
Bewegung, periodische 87
Bicarbonat 503
Bicyclo-Alkan 407
Biegung 107
Bild
– reelles 253, 260
– virtuelles 252, 260
Bildentstehung 252, 257
Bimetallthermometer 156
Bindigkeit 320
Bindung
– chemische 312–315
– kovalente 319, 320
– metallische 332, 333
– *N*-glycosidische 463
– *O*-glycosidische 463
– planare 480
– polarisierte 329
σ-Bindung 323, 324, 404, 406

π-Bindung 324, 325, 447
Bindungsenergie 321
Bindungsisomerie 494
Bindungslänge 320
Biokatalysator 376
Bioverfügbarkeit 391
Blutdruckmessung 127
Blutglucosespiegel 460
Blutgruppenantigene 467
Blutkörperchen-Senkungsgeschwindigkeit 118
Bohrsches Atommodell 54
Boyle-Mariotte-Gesetz 167
Braunsche Röhre 238, 239
Brechkraft 257, 261
Brechung 251, 253
Brechungsametropie 266
Brechungsgesetz 255, 257
Brechungsindex 253, 256
Brechzahl 253
Brennpunkt 256, 258
Brennpunktstrahl 258
Brennweite 256–258
Brille 261, 263
Bruchgrenze 106
B-Scan 147
Butan 405, 411, 505
Butanol 423
Buten 507
Butin 507
Buttersäure 509

C

Calcium 396
Calzit 503
Capronsäure 509
Carbonate 503
Carbonation 503
Carbonsäure 422, 427, 429, 430, 504
– Azidität 430
– Nomenklatur 509
– Reaktionen 432
– Siedepunkt 430
– Veresterung 452
Carbonsäureamid 434
Carbonsäureanhydrid 434
Carbonsäurechlorid 434, 452
Carbonsäurederivate 433, 434
Carbonyle 508
Carbonylgruppe 425–427, 429, 479, 504
Celsius 154
Chelateffekt 493
Chelatkomplexe 489–493
Chemie
– allgemeine 309–384
– anorganische 385–400
– Nomenklatur 499–512
– organische 401–484
chemische Reaktion ▶ Reaktion, chemische
China-Restaurant-Syndrom 477
Chinolin 416
Chlor 394
Chlorgas 456
Chlorophyll 491
Cholesterin 474
Chromatographie 59
Citronensäure 430
Compton-Effekt 298
Computertomographie 298
Cornea 264, 265
Cosinus 15, 16
Coulombsches Gesetz 195
Cycloalkan 406, 407
Cyclohexan 413
Cyclohexanon 428
Cystein 476
Cytochrom C 491

D

Dalton-Gesetz 168, 185
Dampfdruck 176
Dampfdruckerniedrigung 186, 187
Dämpfungskoeffizient 133
Daniell-Element 360, 361
DDT 420
Defibrillator 230
Dehnung 105, 106
Dehydroxyaceton 459
Delokalisierungsenergie 414
Desinfektion 394
Desoxyribose 462
Destillation 59
– azeotrope 452
Diabetes mellitus 460
Diagramm 40
Dicarbonsäure 509
Dichte 63, 64, 75
Diederwinkel 413
Dielektrizitätskonstante 199
Dien 409
Differenzial 27
Differenzialrechnung 27–29
Diffusion 187, 188
Diffusionsdauer 188
Diffusionskonstante 188
Digitalisierungsfehler 36
Dihalogenid 420
Dimethylether 423
Diolefine 409
Dioptrie 257, 267
Dioxin 456, 457
Dipeptide 480
Dipol 243, 329
– Hertzscher 229
Disaccharide 463, 464
Diskrimante 6
Dispersion 253, 254
Disproportionierung 358
Disulfid 435
DMSO 436
DNS 394
Donatorhalbzelle 361
Doppelbindung 325
– isolierte 409
– konjugierte 409
– kumulierte 409
Doppler-Effekt 139
Drehimpuls 96, 97
Drehmoment 85, 86
– im Magnetfeld 215
Dreifachbindung 325
Druck 107–114
– dynamischer 124
– hydrostatischer 110
– osmotischer 189
– statischer 124
Druckdifferenz 124
Druckintensität 107
Druckmessung 108
Druckspannung 107
Durchschnittsgeschwindigkeit 76

E

Ebene, schiefe 17
Echo-Lot-Verfahren 146
Edelgas 314, 388
Edelmetall 358
Edmann-Abbau 481
EDTA 396, 490
Eigenfrequenz 131, 134, 142
Eindampfen 58
Einfachbindung, polarisierte 419
Einheitskreis 15, 16
Eisen 396
Elastizität 105
Elastizitätsmodul 106
elektrische Ladung 194
Elektrizitätsleitung 232–240
– in Flüssigkeiten 232–235
– in Gasen 235, 236
– im Vakuum 236, 237
Elektrolumineszenz 238
Elektrolyse 363, 364
Elektrolyt 59
Elektron 54, 195, 224, 285, 288, 322
– freies 321
Elektronegativität 314, 389
Elektronenaffinität 329
Elektronenakzeptor 431, 487
Elektronendonator 431, 487
Elektronenkanone 238
Elektronenlawine 236, 300
Elektronenpaarakzeptor 338
Elektronenpaarbindung 319, 440
Elektronenpaardonator 338
18-Elektronenregel 491
Elektronenvolt 293
Elektronenwolke, negative 292
Elektrophil 440
Element 56
– chemisches 388
– elektrisches 226, 227
– elektronegatives 389
– elektropositives 389
– galvanisches ▶ galvanisches Element
– stabiles 391
Elementarteilchen 54
Elementarwelle 271
Eliminierung 422, 441, 449, 450
Emission
– spontane 246
– stimulierte 246
Emulsion 58
Enantiomer 420, 421, 448
Enantiomerie 494
Energetik, Definition 367
Energie 89, 90
– elektrische 91, 368

– Formen 90, 91
– gespeicherte 199
– innere 91
– kinetische 91, 96
– potenzielle 90
– thermische 90, 91
Energiedosis 302
Energiedosisleistung 302
Energieerhaltung 92, 93
Energieprofil 380
Enolform 427
Enthalpie 368, 369, 371
Entropie 161, 370
Enzym 376, 475
Epimer 460
Erdalkalimetall 396
Erdanziehungskraft 81–83
Erdung 230
Erstarren 173
Essigsäure 430, 438, 509
Ester 422
– cyclischer 432
– Hydrolyse 432
– Kondensation 432, 453, 454
– Spaltung 432, 453
Ethan 405, 412, 505
Ethanal 508, 423, 438, 508
Ethanthiol 435
Ethen 408, 447, 507
Ether 422, 424
– Herstellung 425
– mehrfach halogenierter 424
– symmetrischer 425
– unsymmetrischer 425
Ethin 410, 507
Ethylen 408
Exponent 20
Exponenzialfunktion 24, 25
Extinktionskoeffizient 278
Extrahieren 59

F

Fadenpendel 132
Fall, freier 93
Faraday-Käfig 197
Faradaysches Gesetz 234
Farbindikator 344, 345
Federhärte 84
Federkraft 84
Federpendel 129, 130
Fehler ▶ Messfehler
Fehlerbalken 42
Fehlerfortpflanzung 36
Fehling-Lösung 428
Fehlsichtigkeit 265–267
Feld
– elektrisches 196–198, 243, 316, 317
– magnetisches 215–222, 243
Feldkonstante, magnetische 218
Feldlinie 196
– magnetische 215, 216
Feldstärke, elektrische 196, 197
Fernpunkt 265
Fettersatzstoff 472
Fettsäuren 468, 509
– Funktion 469, 470
– essenzielle 469
– geradzahlige 469
– gesättigte 469
– ungeradzahlige 469
– ungesättigte 469
Ficksches-Gesetz 188
Filtrieren 58
Fischer-Projektion 460
Fliehkraft 88
Fluor 394
Fluoreszenzmikroskop 277
Flussdichte, magnetische 218
Flüssigkeit 172
– Abkühlen 186
– Erwärmung 186
Flüssigkeitsthermometer 156
Formaldehyd 428
Formiate 509
Formyl-Gruppe
Fotoeffekt 237, 242, 245, 297, 301
Fotometrie 278
Frequenz 87, 224, 297
Fructose 461
Furan 416

G

Galactose 461
Gallensäuren 474
galvanisches Element 360, 361
Gamma-Kamera 301
Gangliosid 474
Gangunterschied 141
Gas 184
– ideales 165, 166 172
– Löslichkeit 184, 186
– reales 165
Gasdruck 166
Gasentladungslampe 246
Gasgemisch 168
Gasgesetz, allgemeines 166, 167
Gasthermometer 155
Gaszustand 164, 165
Gauß'sche Glockenkurve 33
Gay-Lussac-Gesetz 166
Gefrierpunkt 186
Gefrierpunkterniedrigung 186, 187
Gefriertrocknung 173
Gegenkathete 15
Gegenstandsgröße 257
Gegenstandsweite 257, 259
Geiger-Müller-Zähler 236, 300
Gemenge 58
Gemisch 57–59
– heterogenes 57, 58
– homogenes 57, 58
– Trennung 58
Geschwindigkeit 76–78
– kritische 117
Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm 76, 78
Gesetz der konstanten Gesamtmasse 66
Gesetz der konstanten Proportionen 66
Gesetz der multiplen Proportionen 66
Gewichtskraft 17, 75, 81
Gibbs freie Aktivierungsenergie 374
Gibbs-Helmholtz-Gleichung 371
Gitterenergie 186
Gleichgewichtsreaktion 336, 337, 372, 373
Gleichrichter 238
Gleichspannung 202
Gleichung 4–8
– Definition 4
– lineare 4
– quadratische 5
Gleitreibungszahl 89
Glucarsäure 463
Gluconsäure 462
Glucose 460, 461
– Epimere 461
– Oxidation 462
– Sesselform 461
Glucuronsäure 463
Glühemission 237
Glutamat 477
Glutamin 477
Gluxosaminsulfat 512
Glyceraldehyd 459
Glycerin 423, 459
Glycerinderivate 470
Glyceron 459
Glycerophosphatide 472
Glycin 475, 476
Glycolipide 473, 474
Glykogen 466
Gravitation 81–83
Gravitationsfeld 62
Grenzformel 331
Größtfehlerabschätzung 36
Grundfrequenz 142

H

Haftkraft 89
Hagen-Poisseuillesches Gesetz 120
Halbacetal 428, 460
Halbaminal 428
Halbäquivalenzpunkt 346–349
Halbleiter 206
Halbmetall 388, 389
Halbstrukturformel 411
Halbwertsdicke 295
Halbwertstiefe 147
Halbwertszeit 57, 289, 290, 378
– biologische 303
Halogen 394, 419
Halogenierung 451
Halogenkohlenwasserstoffe 504
Halogenverbindungen 419, 420, 504
Häm-Gruppe 490
Hämoglobin 386, 490
Hangabtriebskrft 17
Haworth-Darstellung 461
Hebel 86, 87
Hebelgesetz 85
Heißleiter 205
Henderson-Hasselbalch-Gleichung 345
Heptan 505
Hertzscher Dipol 229
Herzschrittmacher 230

Heteroaromate 415, 416
Heteroatom 419
Heterolyse 440
Hexan 505
Hexatriol 508
Hexen 507
Hexin 507
Hexose 459
Hexulose 461
Hill-Formel 411
Histamin 479
Histidin 478
Höhenenergie 90
Hohlspiegel 253
Homoglycane 465, 466
Homolyse 440
Hookescher Bereich 84, 107
Hookesches Gesetz 106
Hormone 475
Hornhaut 264, 265
Hornhautverkrümmung 266
Hörschall 144–146
Hörschwelle 145
HSAB-Prinzip 492, 494
Hubarbeit 91
Hückelregel 415
Huygenssches Prinzip 138, 271
Hybridisierung 326
Hybridorbital 326–328, 404
Hydratisierung 448
Hydrodynamik 116
hydrodynamisches Paradoxon 123
Hydrogencarbonation 503
Hydrogenphosphation 502
Hydrogensulfation 503
Hydrolyse 376
Hydroxygruppe 504
Hydroxylapatit 393
Hydroxylgruppe 329
Hyperbel 21
Hyperopie 266, 267
Hypotenuse 15, 16

I

Imidazol 416
Imine 504
Imino-Gruppe 504
Impuls 94
Impulserhaltungsgesetz 96, 97
Indikator 344
– Umschlagpunkt 344
Indol 416
Induktion 218, 219
Influenz 197
Infrarotbereich 244
Integral 29, 30
Interferenz 140
– konstruktive 141
Iod 395
Iod-Stärke-Komplex 467
Ion 59, 315, 318
– Ladungsanzahl 502
Ionenbindung 315–318
Ionendosisleistung 302
Ionengitter 317
Ionenlawine 236
Ionenleitfähigkeit, spezifische 235
Ionenprodukt 350
Ionenwanderung 318
Ionenwertigkeit 315
Ionisationskammer 235
Ionisierungsenergie 235, 390
Isochinolin 416
Isochor 167
Isofluran 425
Isolator 206
Isoleucin 476
Isomaltose 464
Isomerase 376
Isomerie 493, 494
– optische 494
Isophon 145
Isotop 56, 387, 392

J

Joulsche Wärme 210

K

Kalium 394
– Mangel 395
– Überschuss 395
Kalorie 369
Kalorimeter 159
Kalottenmodell 412
Kaltleiter 205
Kapillarwirkung 115
Katalysator 338, 375, 376
– heterogener 376
– homogener 376
Katalyse 375
Kathete 16
Kathode 360
Kathodenstrahloszillographie 238
Kation 59, 316
Keilstrichformel 411
Keimbildung 175, 176
Kelvin 154
Kernladungszahl 56, 387
Keto-Enol-Tautomerie 427
Ketoform 427
Ketogruppe 461
Keton 422, 427, 504
Kettenabbruchreaktion 443
Kinase 376
Kinetik, Definition 367
Kirchoffsches Gesetz 122, 208, 209
Knallgasreaktion 372
Knotenregel 207
Kochsalz 395
Kohäsionskraft 114, 115
Kohlendioxid 392
Kohlenhydrate 458–467
– Aufbau 458
– Einteilung 459
Kohlenmonoxid 392
Kohlenmonoxidvergiftung 392
Kohlensäure 503
Kohlensäure/Hydrogencarbonat-puffer 345
Kohlenstoff 325, 326, 391, 392
Kohlenstoff-Sauerstoff-Doppelbindung 425
Kohlenwasserstoffe 402–415
– Definition 403
– Einteilung 403
– gesättigte 505
– Nomenklatur 505, 506
– ungesättigte 410
– verzweigtkettige 505
Kompass 215
Komplexbildung 492
Komplexchemie 485–498
Komplexe 486–494
– Bindungsverhalten 492
– Isomerie 493, 494
– mehrkernige 489
– Nomenklatur 510
– Stabilität 491, 492
Komplexzerfallskonstante 492
Komponente 9
Kompressibilität 112
Komproportionierung 358
Kondensation 173
Kondensator 198, 199, 210, 226
Konfiguration 414, 421
Konfigurationsisomerie 494
Konformation 412
Konformationsisomerie 404
Konkurrenzreaktion 381, 382
Konstitution 411
Konstitutionsisomerie 427, 493
Kontaktlinse 261, 263
Kontinuitätsgleichung 120
Kontrastmittel 296
Konvektion 179
– erzwungene 179
– natürliche 179
Konzentration 63
Konzentrationsausgleich 370
Konzentrationsgefälle 187
Koordinationspolyeder 487, 488
Koordinationszahl 487, 488
Körpertemperatur 155
– Regulierung 158
Korrosion 359
Kraft 75
– abstoßende 114
– anziehende 114
– Definition 79
– elektrische 235
Kräftegleichgewicht 80, 118
Kräftegleichheit 79
Kräftevielfachheit 79
Kreisbewegung 87
Kreisfrequenz 224
Kristallfeldtheorie 494
Kugelstabmodell 412
Kupfer 397
Kurzsichtigkeit 267

L

Lachgas 393
Lactam 434
Lacton 432
Lactose 459, 465
– Unverträglichkeit 465
Ladung
– elektrische 194, 195, 215
– negative 195

– positive 195
Lambert-Beersches-Gesetz 278
Länge 74
Längenausdehnungskoeffizient 155, 156
Laser 246, 255
Lecithin 472
Legierung 333
Leistung 89, 93, 94
– elektrische 209, 210
Leiter 197
– gerader 229
Leitfähigkeit
– Metall 333
– spezifische 206
Leitwert 205
Lenzsche Regel 219
Leucin 476
Lewis-Base 487, 492
Lewis-Formel 313, 314, 323
Lewis-Säure 487, 492
Licht 242–248
– Ausbreitungsgeschwindigkeit 253
– Beugung 271, 272
– polarisiertes 272
– unpolarisiertes 272
Lichtbrechung 251, 253
Lichtbündel 250
Lichtenergie 368
Lichtleiter 253
Lichtmessung 247
Lichtquant 54
Lichtquelle 245
Lichtstärke 247
Lichtstrahl 250
– im Vakuum 251, 271
– Reflexion 251
Lichtstrom 247
Lichtwellen 129
Liganden, ambidente 489
Ligandenaustauschreaktion 492
Linienspektrum 246, 294
Linolensäure 469
Linolsäure 469
Linse 256
– konkav 257, 261, 262
– konvex 257
– konvexe 261, 262, 267, 275
Linsenfehler 263
Linsensystem 260, 261
Lipide 467–475
– Eigenschaften 467, 468
– Einteilung 468
Logarithmus 23
– dekadischer 23
– dyadischer 24
– natürlicher 24
Logarithmusfunktion 25
Lorentz-Kraft 216, 217, 236, 237
Löslichkeitsprodukt 350
Luftfeuchtigkeit 169, 183
Lumineszenz 287
Lupe 275
Lysin 478

M

Magnesium 396
Magnet 213, 214
Magnetismus 213–222
Magnetresonanztomographie 221, 222
Maltose 464
Mannose 461
Manometer 108
Markownikoff-Regel 448, 449
Maschenregel 207
Masse 61–63, 74, 75
– Definition 62
Massenkonzentration 62
Massenprozent 63
Massenwirkungsgesetz 336
Massenwirkungskonstante 337
Massenzahl 56, 285
Maßzahl 48
Mesomerie 331, 410
Mesomerieenergie 414
Messfehler 33
– Fortpflanzung 36
– statistischer 33, 34
– systematischer 33
Messunsicherheit 35, 36, 42
Metall 316, 388, 389
– Abgabe von Elektronen 389
– edles 358
– Leitfähigkeit 333
– unedles 358
Metallcharakter 389
Metallkomplexe 488
Methan 327, 332, 404, 405, 505
Methanol 423
Methanthiol 435
Methionin 476
Methoxybenzol 423
Micelle 431
Mikroskop 276, 277
Milchzucker ▶ Lactose
Minuspol 197
Mittelpunktstrahl 258
Mittelwert 33, 34
Mitternachtsformel 6
Molalität 187
Molarität 63
Molekül 321
Molekularität 445
Molekülorbitale 322
Molekülorbitaltheorie 495
Molmasse 63
Molvolumen 63
Molzahl 164
Momentangeschwindigkeit 76
Monocarbonsäure 431
Monosaccharide 459
– Reaktionen 462, 463
Myopie 267
Myosin 475

N

Nahpunkt 265
Naphthalin 415
Naphthol 423
Narkosemittel 393
Natrium 395
Natriumchlorid 395
Natriumglutamat 477
Nebel 58
Nebelkammer 300
Nennspannung 202
Nernst-Gleichung 362
Neutralisationsreaktion 437
Neutron 54, 285
Newman-Projektion 412
Newtonsche Axiome 80, 81
Newtonsche Flüssigkeit 120, 121
Newtonsches Gravitationsgesetz 81
Newtonsches Grundgesetz 80
Nichtleiter 197, 198
Nichtmetall 316, 388, 389
– Aufnahme von Elektronen 389
Nitrate 503
Nitrierung 451
Nitrite 503
Normalkraft 89, 92
Normalverteilung 33
Normbedingung 165
Nucleophil 440
Nukleonenzahl 387
Nuklid 285
– radioaktives 299, 303
Nullvektor 11
Nummerische Apertur 277

O

Oberflächenspannung 114
Ohmmeter 221
Ohmscher Widerstand 205, 225
Ohmsches Gesetz 120, 121
Oktan 505
Oktettregel 59, 314, 315, 388
Okular 276
Olefin 408
Oligopeptide 480
Oligosaccharide 465
Olivenöl 470
Ölsäure 469
Optik 242–282
– Definition 242
– geometrische 249–270
– Instrumente 274281
Orbital 322, 323
– antibindendes 324
– bindendes 324
Ordnungszahl 285, 387
Ortsvektor 10
Orts-Zeit-Diagramm 77
Osmose 188, 189
Oszillograph 238
Oxidation 355, 356
Oxidationszahl 355–357, 501
Oxidoreduktase 376

P

Palmitinsäure 468
Paraffin 404
Parallelreaktion 382
Parallelschaltung 209, 211
Parallelstrahl 258
Pascal 108
Peitsche 143

Pendel 93
– Energiezustand 131, 132
– Maximalgeschwindigkeit 131
Pentan 505
Penten 507
Pentose 462
Peptidbindung 480, 481
Periode 87
Periodendauer 87, 224
Periodensystem 312, 313, 316, 386–389, 501
– Aufbau 387, 388
– Hauptgruppen 388
– historische Entwicklung 386, 387
Permeabilitätskoeffizient 188
Phasendifferenz 140
Phasenübergang 172
Phasenumwandlung 174
Phasenverschiebung 226
– Kondensator 226
– Spule 227
Phenanthren 415
Phenol 415, 423, 423, 504
– Mesomerie 424
Phenylalanin 476
pH-Indikator 344
Phosphate 502
Phosphatidat 472
Phosphation 502
Phosphatpuffer 393, 502
Phospholipide 472, 473
Phosphor 393
Phosphorsäure 502, 503
Photoeffekt ▶ Fotoeffekt
Photon 242, 244
Phthalsäure 430
pH-Wert 339–342
– Berechnung 341
pK_B-Wert 340, 341
pK_S-Wert 340, 341, 345
Plancksches Wirkungsquantum 244
Plattenkondensator 198
Pluspol 197
Polarimeter 279
Polarisationsfolie 273
Polyen 409
Polymerisation 408
Polysaccharide 459, 465
Positron 57
Positron-Emissions-Tomographie 299
Potenz 19
Potenzfunktionen 21, 22, 28
Potenzgesetze 20, 21
Potenzial 364
– elektrisches 201
Potenzialdifferenz 201
Presbyopie 266
Presse, hydraulische 109, 110
Produktkontrolle
– kinetische 382
– thermodynamische 382
Prolin 476
Propan 405, 505
Propanol 508
Propanon 508
Propantriol 423
Propen 507
Propin 507
Proteine 480, 481
– Primärstruktur 480
– Quartärstruktur 481
– Sekundärstruktur 480
– Sequenzanalyse 481
– Tertiärstruktur 481
Proton 54, 195, 285, 338
Protonenakzeptor 338
Protonendonator 338
Puffer 345
Pufferbereich 345
Pufferkapazität 346
Pumpe 109, 110
– periodisch arbeitende 112
Pumpleistung 110
Purin 416
Pyran 416
Pyrazin 416
Pyrazol 416
Pyren 415
Pyridazin 416
Pyridin 416
Pyrimidin 416
Pyrrol 416

Q

Quant 244
γ-Quant 297, 298, 301
Quecksilber 397

R

Racemat 421, 446
Radikal 442
– freies 444, 304, 321, 322
Radikalfänger 331, 444, 445
Radikalkette 443
Radioaktivität 284–290302
– Definition 285, 286
– Messung 200, 301
– Strahlenschäden 303, 304
Radioisotop 56, 57
Raoult-Gesetz 187
Rauch 58
Rayleigh-Kriterium 277
Reaktion
– bimolekulare 450
– chemische 336, 337
– endotherme 369
– Energetik 367, 368
– energonische 376
– exergonische 382
– exotherme 368, 371
– gekoppelte 376
– mehrstufige 382
– mononukleare 446, 449
– 0. Ordnung 379
– 1. Ordnung 337, 449
– 2. Ordnung 378, 446, 450
– pseudo 1. Ordnung 378
Reaktionsbereitschaft 389
Reaktionsenthalpie 368, 369
Reaktionsentropie 370, 371
Reaktionsgeschwindigkeit 336, 337, 374, 377, 378, 381
Reaktionskaskade 369
Reaktionskette 378
Reaktionskinetik 374–377
Reaktionskoordinate 380
Reaktionsordnung 377, 445
Reaktionswärme 368
Rechte-Hand-Regel 216
Redoxgleichung 356–358
Redoxpaar, konjugiertes 355
Redoxreaktion 355–358
Redoxreihe 358
Reduktion 355, 356
Reduktionsmittel 355
Reflexion 137
Reflexionsgesetz 251, 252
Reflexionskoeffizienz 145
Refraktionsanomalien 266
Reibungselektrizität 194, 195
Reibungskonstante 92
Reibungskraft 89, 118, 235
Reihenschaltung 208
Reinstoffe 56
Resonanz 134
Resonanzfrequenz 134, 142
Resonanzkatastrophe 134
Reynoldszahl 117
Ribose 462
Rohrzucker ▶ Saccharose
Röntgenbremsspektrum 293
Röntgenröhre 239, 292
– Strahlungsleistung 294
Röntgenstrahlung 239, 292–298
– Bildentstehung 294, 295
Rotationsenergie 96

S

Saccharose 459, 464
Sägebock-Projektion 412
Salpetersäure 503
Salz 59, 318
– Nomenklatur 501
Sammellinse 256, 257, 261, 262, 265, 267, 275
Sättigungsdampfdruck 169, 176
Satz des Pythagoras 16
Sauerstoff 393
Sauerstoffradikal 444
Sauerstofftransport 386
Sauerstoffverbindungen 422, 423
Säure 338–343
– Neutralisation 346
– Stärke 340, 341
Säure-Base-Paare 339
Säure-Base-Reaktion 427, 430
Säuredissoziationskonstante 340
Säurekorrosion 360
Schall 138, 144–151
Schallempfinden 144
Schallgeschwindigkeit 144
Schallintensität 144
Schallwelle 129
Schau 58
Schaubild 40, 41
– Skalierung 41, 42
Schaumstoff 58
Scherung 107
schiefe Ebene 17
Schmelzen 174

Schmelzpunkt 174, 175
Schmelzwärme 174
Schubspannung 107
Schutzkontaktsteckdose 230
Schwebung 141
Schwebungsfrequenz 142
Schwefel 434, 435
– Eigenschaften 435
Schwefelsäure 503
Schwefelverbindungen 435
Schweredruck 109–111
Schwingkreis, elektromagnetischer 228
Schwingung
– erzwungene 134
– gedämpfte 133
– harmonische 129, 130
– mechanische 129–134
Schwingungsdauer 130
Sedimentieren 58, 88
Sehvorgang 250, 252
Sehwinkel 267, 275
Selbstinduktion 219
Selenocystein 478
Sequenzanalyse, Proteine 481
Serienschaltung 211
Serin 476
Sesselkonformation 413, 414
Sevofluran 425
Siebkette 228
Siedepunkt 174, 175
Siedepunktserhöhung 186
Siedeverzug 175
SI-Einheiten 48–52
– abgeleitete 49, 50
– Basiseinheiten 49
Sievert 302
Sinus 15, 16
SI-Präfixe 51
SI-System 48
Skala
– lineare 40
– logarithmische 40
Skalar 9, 13
Skalarprodukt 11, 12
Snellius-Brechungsgesetz 253
Solarkonstante 247
Solvatationswärme 185
Solvathülle 186
Sorbitol 463
Spannenergie 90
Spannung, elektrische 201, 202
Spannungsdehnungsdiagramm 106
Spannungsquelle 202
Spannungsreihe 358
SPECT 299
Spektralbereich, sichtbarer 243, 244
Spektralfotometer 278
Spektrallampe 246
Spektrallinie 246
Spektrum 243
Sphingomyelin 473
Sphingosin 472
Sphingosinphosphatid 473
Spiegel 252
Spin 221
Spiroalkan 407
Spirometer 168
Spule 227
Spurenelemente 486, 497
Standardabweichung 33–35
Standardbedingung 165
Standard-Wasserstoffhalbzelle 361
Stärke 466
Statistik 32–43
Stauchung 107
Stearinsäure 468
Stefan-Boltzmann-Gesetz 180, 245
Steigung 27, 28
Steigungsdreieck 27, 43
Stempeldruck 109
Sterangerüst 474
Steroide 474
Stereoisomerie 420
Stickstoff 393, 436
Stickstoffmonoxid 393, 399
Stickstoffverbindungen 436, 437
Stöchiometrie 65–67
Stoffe 56–59
– anorganische 501–503
– ferromagnetische 214
– organische 505–509
Stoffgemisch 183–189
Stoffmenge 63
Stoffmengendichte 189
Stokes-Gesetz 118, 119
Stoß
– elastischer 94, 96
– unelastischer 94, 96
Stoßionisation 236, 300
Strahlenschäden 303, 304
Strahlenschutz 304
Strahlentod 304
Strahlung
– α 286, 287, 295, 302
– β 286, 287, 295, 302
– γ 286, 287, 293, 296, 297, 302
– harte 294
– ionisierende 284–305
– radioaktive 57292–298
– – Nachweis 300, 301
– – Strahlenschäden 303, 304
– schwarze 245
– weiche 294
Stress, oxidativer 444
Streuung 297
– statistische 43
Strom, elektrischer 230
Stromkreis
– einfacher 203
– unverzweigter 208
– verzweigter 209
Stromkreismodell 207
Strom-Spannungs-Kennlinie 205
Stromstärke 225
– elektrische 199
Stromstärke-Druckdifferenz-Diagramm 121
Strömung 116–128
– laminare 116, 117
– stationäre 117
– turbulente 117
Strömungsarten 116
Strömungsgeschwindigkeit 120
Strömungsgesetze 120–123
Strömungswiderstand 121
Strukturformel 321, 411
Sublimation 173
Sublimationsenergie 173
Substitution(sreaktion) 441
– elektrophile 415
– nucleophile 421, 422, 433, 436, 445–447, 450
– radikalische 420, 442
Sulfation 503
Sulfite 503
Sulfo-Gruppe 504
Sulfon 435
Sulfonierung 451
Sulfonsäure 435, 504
Sulfoxid 435
Superpositionsprinzip 140
Suspension 58
Symproportionierung 358
Synthase 376
System
– geschlossenes 161
– offenes 161
Szintillationszähler 300

T

Tangens 15, 16
Tangentensteigung 27
Teflon 409
Temperatur 154–157
Temperaturgradient 178
Temperaturskala 154
Temperaturstrahler 245
Temperaturstrahlung 179, 180
Tetrazol 416
Thermodynamik 154
– Hauptsatz 160, 161, 367, 368
Thermographie 157, 180
Thermometer 154–157
Thiazol 416
Thioether 435
Thiol 435, 504
Thiophen 416
Thiophenol 435
Threonin 476
Titration 345–349
Titrationskurve 348–350
Tollensreagenz 428
Toluol 415
Torsion 107
Totalreflexion 137, 253
Trägheitsmoment 96
Trägheitssatz 80
Transferase 376
Transformator 220, 221
Triacylglycerid 470, 471
Triglyceride 470, 471
Trigonometrie 14–19
Tryptophan 476
Tubus 276
Tumorgenese 304
Tyrosin 476

U

Überspannung 364
Ultraschall 146, 147

Ultraschall-Doppler-Effekt 147
Ultraviolettbereich 244
Umlaufdauer 87
Umwandlungsenergie 174
Unterkühlung 176
Urkilogramm 62

V

Vakuumdiode 238
Vakuumfotozelle 237, 238
Valence-Bond-Theorie 494
Valenzelektronen 313, 314
– freie 320
Valenzelektronenabstoßungs-Theorie 332
Valenzstrichformel 313
Valeriansäure 509
Valin 476
Van't-Hoff-Gleichung 189
van-der-Waals-Gleichung 169
Vanillin 428
Vektor 9–12, 79
– Definition 9
– Komponente 9
Vektoraddition 11
Vektormultiplikation 11
Vektorprodukt 11, 12
Vektorvervielfachung 11
Vektorzerlegung 11
Verbindungsvektor 10
Verdampfen 174
Verdampfungsenthalpie 172
Verdunstung 180, 181
Verdunstungskälte 174
Veresterung 452
Verformung
– elastische 105
– plastische 105
Verschiebungsgesetz 287
Verschiebungspolarisation 198
Verschiebungsvektor 11
Verseifung 432, 453
virtuelles Bild 252
Viskosität 117–119
Vollacetal 428
Voltmeter 221
Volumen 75
Volumenarbeit 124
Volumenausdehnungskoeffizient 156
Volumenprozent 63

W

Wachstumsgesetz 22
Wannenkonformation 413, 414
Wärme 158, 159
– Joulsche 210
Wärmeenergie 90, 91, 159
Wärmekapazität 159, 160
– molare 159
– spezifische 159, 160
Wärmelehre, Hauptsatz 160, 161, 367, 368
Wärmeleitung 178, 179
Wärmestrahlung 180
Wärmestrom 160
Wärmestromdichte 160, 179
Wärmetransport 179, 180
Wasser
– Anomalie 176, 177
– Autoprotolyse 339
– kritischer Punkt 178
– Phasendiagramm 177
– Tripelpunkt 177
Wasserstoffbrückenbindung 329, 424
Weber-Fechner-Gesetz 145
Wechselspannung 202, 224
Wechselstrom 224
– Effektivwert 225
– harmonischer 224
– Wirkleistung 225
Weg-Zeit-Diagramm 76
Weitsichtigkeit 267
Welle 134–143
– Ausbreitung 135–138
– Ausbreitungsgeschwindigkeit 243
– Bauch 143
– ebene 136, 138
– elektromagnetische 129, 229, 243, 272
– Knoten 143
– longitudinale 135
– stehende 142, 143
– transversale 134, 135
– Überlagerung 140
Wellenfront 136, 138
Wellenlänge 243, 297
Wellenoptik 270–273
Welle-Teilchen(-Korpuskel)Dualismus 242, 297
Widerstand 204, 205
– kapazitativer 226
– materialspezifischer 206
– Ohmscher 205, 225
– spezifischer 206
– Spule 227
Widerstandsthermometer 157
Widmark-Formel 379
Wiensches Verschiebungsgesetz 246
Windkesselfunktion 112
Winkelfunktionen 15
Winkelgeschwindigkeit 87, 130
Winkelsummensatz 16
Wirkungsgrad 93, 162
Wirkungsquantum, Plancksches 244
Wurzelfunktion 22

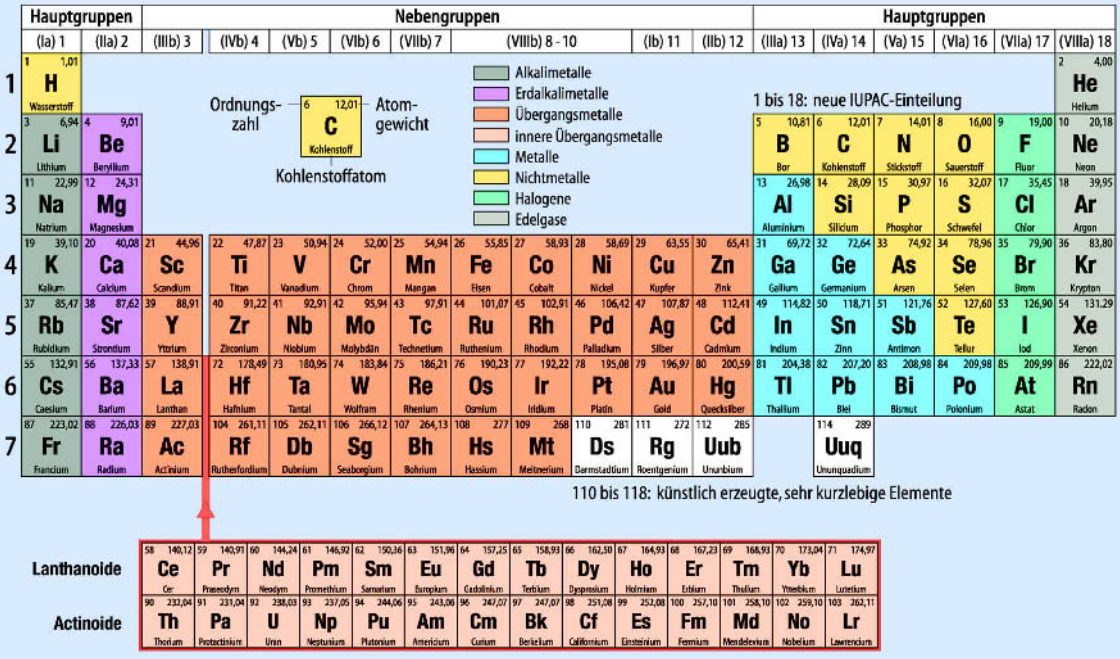
X

Xylol 415

Z

Zahlenskala, logarithmische 40
Zählgas 300
Zeit 74
Zellmembran 473
Zellulose 466
Zentrifugalkraft 88
Zentrifugieren 57, 88
Zentripetalkraft 88
Zerfall, radioaktiver 287, 288
Zerfallsgesetz 22, 23, 289
Zerfallskonstante 289
Zerfallsreihe 283
Zerreißungsgrenze 106
Zersetzungsspannung 364
Zerstreuungslinse 261, 262, 267
Zink 396, 397
Zugspannung 105, 106
Zusammenhang, linearer 43
Zustandsgröße 164
Zylinderlinse 261, 262, 266

Periodensystem der Elemente



Abkürzungen und pK_a-Werte der proteinogenen Aminosäuren

Name	Abkürzung: 3 Buchstaben	1 Buchstabe	pK_a (–COOH)	pK_a ($–NH_3^+$)	pK_a (Rest)
Alanin	Ala	A	2,34	9,69	
Arginin	Arg	R	2,17	9,04	12,48
Asparagin	Asn	N	2,01	8,80	
Asparaginsäure	Asp	D	1,99	9,90	3,90
Cystein	Cys	C	1,96	10,78	8,33
Glutamin	Gln	Q	2,17	9,13	
Glutaminsäure	Glu	E	2,19	9,67	4,25
Glycin	Gly	G	2,34	9,60	
Histidin	His	H	1,80	9,17	6,00
Isoleucin	Ile	I	2,35	9,68	
Leucin	Leu	L	2,36	9,60	
Lysin	Lys	K	2,18	8,95	10,28
Methionin	Met	M	2,28	9,20	
Phenylalanin	Phe	F	1,83	9,12	
Prolin	Pro	P	1,99	10,96	
Serin	Ser	S	2,21	9,15	
Threonin	Thr	T	2,15	9,12	
Tryptophan	Trp	W	2,38	9,39	
Tyrosin	Tyr	Y	2,20	9,11	10,06
Valin	Val	V	2,32	9,61	